

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЕСОМОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ*

**В.Л. Сомов,
М.Н. Толмачев**

В статье рассматриваются методы построения интегральных показателей социально-экономических явлений и процессов, обосновывается необходимость учета развития явлений в динамике, применения новых подходов к агрегированию при формировании интегральных индикаторов. Предлагается методика агрегирования частных признаков, характеризующих различные стороны сложных явлений, в интегральный показатель, учитывающая неравнозначность частных признаков и тенденции их изменения во времени.

Особое внимание уделяется коэффициентам весомости интегральных показателей в динамическом аспекте. Интегральные показатели можно сопоставлять как в статике, так и в динамике, что позволяет получить сравнительную характеристику сложного явления, его динамики, делает более наглядными и однозначными полученные результаты. Анализируются области применения коэффициентов весомости в экономико-статистическом исследовании социально-экономических явлений.

Ключевые слова: интегральный показатель, агрегирование, коэффициенты весомости, многомерная средняя, стандартизация.

JEL: C18.

Неравномерность развития, разнонаправленное действие признаков, сложные взаимосвязи между ними затрудняют анализ социально-экономических процессов, возможность интегральной оценки и сравнение уровня явления. В связи с этим возникает необходимость определения сводного показателя, синтезирующего результаты частных характеристик исследуемого явления. Интегральную характеристику рассматриваемого явления вполне правомерно находить через агрегирование его частных признаков. Поставим задачу отыскать наиболее обоснованную методику агрегирования различных по содержанию, информационной ценности и направлениям развития частных характеристик явления в интегральную величину.

Чаще всего интегральные показатели строятся с учетом только статического аспекта. Как правило, используются взвешенные средние с учетом значимости признаков (методы многомерной средней, паттерн, относительных разностей). Наиболее важной и трудной проблемой при построении интегральных показателей является проблема взвешивания признаков. В качестве

методов определения весомости показателей используют экспертные оценки, коэффициенты регрессии, коэффициенты эластичности, частной детерминации.

Агрегирование показателей по методу П.М. Рабиновича производится при помощи средней арифметической. При этом используются многомерные средние как оценочные показатели, но непременно в связи с результативными признаками [1, с. 63].

В.М. Рябцев [2] дополнил метод многомерной средней взвешиванием влияния различных факторов на результативные признаки частным коэффициентом детерминации.

Метод многомерной средней, так же как и другие методы интегральной оценки, не учитывает динамику частных показателей и нормирование результативных.

Стандартизация показателей. Формула стандартизации, разработанная В.А. Прокофьевым [3, с. 21], учитывает как статический, так и динамический аспекты:

Сомов Вячеслав Леонидович (srtv@oblstat.renet.ru) - канд. экон. наук, руководитель Территориального органа Федеральной службы государственной статистики по Саратовской области (г. Саратов, Россия).

Толмачев Михаил Николаевич (tolmachev-mike@yandex.ru) - д-р экон. наук, доцент, заведующий кафедрой статистики, Саратовский социально-экономический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова» (г. Саратов, Россия).

* Данная и следующая статьи в разделе рекомендованы к публикации экспертным советом III Международной научно-практической конференции.

$$z_{ij} = \sqrt{\frac{x_{ij}}{x_{j \max}} \cdot \frac{x_{ij}}{x_{ij}^5}}$$

где z_{ij} - стандартизированные в статическом и динамическом аспектах значения j -го частного показателя i -й единицы ($i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$); x_{ij} - значения j -го частного показателя i -й единицы за последний период времени; $x_{j \max}$ - максимальное значение j -го показателя по всем единицам; x_{ij}^5 - значение средней динамической величины за пять последних периодов по каждой единице.

Стандартизация методом «Proba-Dyстан» [3, с. 22] предполагает использование формулы

$$z_{ij} = \sqrt{\frac{x_{ij}}{x_{j \max}} \cdot \left(\frac{x_{ij}}{x_{ij}^3} \right) / \left(\frac{x_{ij}}{x_{ij}^3} \right)_{\max}}$$

где x_{ij}^3 - значение средней динамической величины за три последних периода по каждой единице; $\left(\frac{x_{ij}}{x_{ij}^3} \right)_{\max}$ - максимальное значение величин, полученных в результате деления частных показателей отчетного периода на среднюю динамическую величину за три последних периода.

Используя стандартизированные значения, можно рассчитать коэффициенты весомости частных показателей в интегральном показателе, например, как отношение модуля коэффициента корреляции между стандартизированными значениями частных и интегральным показателем к сумме модулей коэффициентов корреляции по всем частным показателям:

$$w_j = \frac{|r_{z_j}|}{\sum_{j=1}^m |r_{z_j}|}$$

где w_j - коэффициент весомости (иерархии) j -го частного показателя; r_{z_j} - коэффициент корреляции между интегральным показателем (\bar{z}) и j -м стандартизированным частным показателем (z_j).

Таким образом, стандартизация методами В.А. Прокофьева и «Proba-Dyстан» позволяет учесть динамический аспект при построении интегрального показателя, но лишь частично, не разграничивая иерархию периодов исследования.

Панельные данные. Множество данных, состоящих из наблюдений за однотипными статистическими объектами в течение нескольких

временных периодов, называется панельными, или пространственными, данными [4, с. 495]. Таким образом, панельные данные представляют собой двумерные массивы: они сочетают в себе пространственные данные по единицам наблюдения и временные данные.

Часто массивы панельных данных содержат небольшое число периодов, поэтому моделирование на основе панельных данных в большей степени направлено на определение различий между объектами наблюдения. Но несмотря на то, что временные эффекты в явном виде не моделируются, панельные данные содержат информацию относительно развития однотипных объектов во времени [4, с. 495]. Таким образом, для увеличения веса временного аспекта необходимо включать большее число периодов.

Преимущество панельных данных по сравнению с пространственными данными состоит в том, что панельные данные характеризуются большим количеством наблюдений, что позволяет получать более эффективные оценки. Кроме того, возникают возможности учета и анализа индивидуальных различий между объектами наблюдения, контроля над неоднородностью объектов, идентификации эффектов, недоступных в анализе пространственных данных. Благодаря специальной структуре панельные данные позволяют строить более гибкие и содержательные модели [5, с. 359].

В итоге коэффициенты весомости, полученные на основе панельных данных, будут постоянны во времени и вполне могут быть использованы для построения интегрального показателя сложных явлений.

Для определения весомости периодов лучше подходят методы, использующие аналитические зависимости, а именно арифметической или геометрической прогрессии.

Весовые коэффициенты Фишберна. Веса Фишберна подчиняются системе убывающего предпочтения и изменяются по арифметической прогрессии. Для статических данных формулу Фишберна можно представить в виде:

$$w_j = \frac{2 \cdot (m - j + 1)}{m \cdot (m + 1)}$$

Согласно формуле Фишберна, первый частный показатель ($j = 1$) является наиболее важным

и имеет наибольший вес. С точки же зрения динамики, первый (наиболее ранний) период времени обладает меньшей информативностью и соответственно меньшим весом. Поэтому модифицируем формулу Фишберна и запишем ее в виде:

$$w_t = \frac{2t}{T \cdot (T+1)}, \quad (1)$$

где w_t - коэффициент весомости для периода t ($j = \overline{1, T}$).

Веса при этом увеличиваются при переходе от одного периода к другому на величину, равную $\frac{2}{T \cdot (T+1)}$. Различие в значимости последнего ($t = T$) и первого ($t = 1$) периодов равно числу периодов исследования (T), что, по нашему мнению, достаточно много. В таблице 1 приведены коэффициенты весомости, рассчитанные по формуле Фишберна.

Таблица 1

Коэффициенты весомости, рассчитанные по формуле Фишберна (1)

Число периодов	Коэффициенты весомости								$\frac{w_T}{w_1}$
	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	
2	0,333	0,667	—	—	—	—	—	—	2
3	0,167	0,333	0,500	—	—	—	—	—	3
4	0,100	0,200	0,300	0,400	—	—	—	—	4
5	0,067	0,133	0,200	0,267	0,333	—	—	—	5
6	0,048	0,095	0,143	0,190	0,238	0,286	—	—	6
7	0,036	0,071	0,107	0,143	0,179	0,214	0,250	—	7
8	0,028	0,056	0,083	0,111	0,139	0,167	0,194	0,222	8

Метод геометрической прогрессии. Метод геометрической прогрессии предполагает, что веса изменяются по арифметической прогрессии. В [6] предлагается использовать следующую формулу для расчета весов:

$$w_j = \frac{a^{j+1}}{1 - a^m},$$

где, согласно правилу золотого сечения, $a = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

Для динамических рядов формула примет вид:

$$w_t = \frac{a^{T-t+2}}{1 - a^T}. \quad (2)$$

В таблице 2 приведены коэффициенты весомости, рассчитанные по формуле (2).

Анализ данных, приведенных в таблице 2, показывает, что различия в значимости последнего и первого периодов резко растут при увеличении числа периодов, участвующих в исследовании.

Таблица 2

Коэффициенты весомости, рассчитанные по формуле (2)

Число периодов	Коэффициенты весомости								$\frac{w_T}{w_1}$
	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	
2	0,382	0,618	—	—	—	—	—	—	1,618
3	0,191	0,309	0,500	—	—	—	—	—	2,618
4	0,106	0,171	0,276	0,447	—	—	—	—	4,236
5	0,061	0,099	0,160	0,260	0,420	—	—	—	6,854
6	0,036	0,059	0,095	0,155	0,250	0,405	—	—	11,090
7	0,022	0,036	0,058	0,093	0,151	0,244	0,396	—	17,944
8	0,013	0,022	0,035	0,057	0,092	0,149	0,242	0,390	29,034

Указанный факт усложняет применение рассматриваемого метода на практике.

В [7] предлагается метод определения коэффициентов весоности локальных критериев, подчиняющийся геометрической прогрессии. Адаптировав данный метода к динамическим рядам, получим следующий порядок расчета весов:

$$w_t = w_T \cdot r^{T-t};$$

$$w_T = \frac{1-r}{1-r^T};$$

$$r = 10^{\frac{\lg \frac{w_1}{w_T}}{T-1}}.$$

Таким образом, при расчете весов в качестве исходных данных должны быть заданы различия в значимости последнего и первого периодов $\frac{w_T}{w_1}$, что существенно затрудняет исследование.

Метод определения коэффициентов весоности с учетом динамического фактора, подчиняющийся геометрической прогрессии, был предложен авторами в [8]. Рассмотрим основные положения данного метода.

К коэффициентам весоности должны предъявляться следующие требования:

1. Сумма всех коэффициентов весоности равна единице, то есть

$$\sum_{t=1}^T w_t = 1.$$

2. Каждому следующему периоду присваивается больший вес с целью повышения его значимости:

$$w_{t+1} > w_t.$$

3. Различие в значимости двух ближайших периодов постоянно в относительном выражении:

$$\frac{w_t}{w_{t-1}} = \text{const}, \quad t \neq 1. \quad (3)$$

Тогда константа в (3) равна $\frac{w_2}{w_1}$ и определяется как

$$\frac{w_2}{w_1} = T \sqrt[T-1]{\frac{w_T}{w_1}},$$

а

$$\frac{w_t}{w_1} = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{t-1} = \left(T \sqrt[T-1]{\frac{w_T}{w_1}}\right)^{t-1} = \left(\frac{w_T}{w_1}\right)^{\frac{t-1}{T-1}}.$$

4. Чем меньше периодов в исследовании, тем больше различие между их весомостью:

$$\frac{w_{t_1}}{w_{t_1-1}} > \frac{w_{t_2}}{w_{t_2-1}}, \text{ если } T_1 < T_2,$$

где w_{t_1} , w_{t_1-1} и w_{t_2} , w_{t_2-1} - веса периодов двух выборок, отличающихся количеством периодов T_1 и T_2 .

5. Чем больше периодов охвачено исследованием, тем более значимым должно быть различие конечного и начального периодов, то есть

$$\frac{w_{T_1}}{w_1} > \frac{w_{T_2}}{w_1}, \text{ если } T_1 < T_2.$$

В качестве величины, характеризующей значимость конечного и начального периодов, предлагается следующее выражение:

$$\frac{w_T}{w_1} = \ln(T+k), \quad (4)$$

где k - положительное число.

Из (4) следует, что при увеличении k увеличивается и различие в значимости периодов.

Поскольку минимальное число периодов в исследовании равно двум, то k не должно быть меньше $e - 2 \approx 0,718$. В этом случае $\ln(T+k) = 1$, значимость периодов не отличается и требования (2) и (4) не выполняются. Для выполнения требования (2) k должно быть не меньше $e - 2 \approx 0,718$. Для выполнения требования (4) k должно быть больше 1,37.

Полученное оптимальное значение $k = 1,6$. Тогда (4) принимает вид:

$$\frac{w_T}{w_1} = \ln(T+1,6). \quad (5)$$

Его выбор объясняется тем, что при $k < 1,6$ значения для $T = 2$ (иногда для $T = 3$) лежат ниже линии регрессии, построенной по значениям w_2 при различном числе периодов T , а при $k > 1,6$ - выше линии регрессии. Таким образом, наблюдается непропорциональное изменение $\frac{w_2}{w_1}$ при увеличении числа периодов. При $k = 1,6$ это устраняется.

В таблице 3 приведены коэффициенты весоности, полученные рассмотренным методом.

Коэффициенты весомости, рассчитанные по формуле (4)

Число периодов	Коэффициенты весомости								$\frac{w_T}{w_1}$	$\frac{w_t}{w_{t-1}}$
	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8		
2	0,438	0,562	—	—	—	—	—	—	1,283	1,281
3	0,266	0,328	0,406	—	—	—	—	—	1,526	1,235
4	0,187	0,224	0,268	0,321	—	—	—	—	1,717	1,199
5	0,142	0,166	0,195	0,229	0,268	—	—	—	1,887	1,172
6	0,114	0,131	0,151	0,174	0,200	0,230	—	—	2,018	1,152
7	0,094	0,107	0,122	0,138	0,157	0,179	0,203	—	2,160	1,136
8	0,080	0,090	0,101	0,114	0,128	0,144	0,162	0,181	2,263	1,124

* *
*

Литература

Интегральный показатель может заменить собой целую систему частных показателей. Рассмотренные методы определения весов в динамическом аспекте могут найти применение в различных сферах социально-экономической жизни. Интегральные показатели, построенные с учетом как динамики, так и статики, можно непосредственно сопоставлять и в пространстве, и во времени для получения сравнительной характеристики сложных явлений. Метод определения коэффициентов весомости с учетом динамического фактора можно использовать для построения рейтингов с учетом развития во времени. Еще одной областью применения является многомерная группировка, в частности кластерный анализ.

1. Рабинович П.М. Некоторые вопросы теории многомерных группировок // Вестник статистики. 1976. № 7. С. 52-63.

2. Рябцев В.М. О многомерных средних и группировках // Вестник статистики. 1976. № 8. С. 42-46.

3. Динес В.А., Прокофьев В.А., Богданов Р.Р. Рейтинг объектов высшей школы. Саратов: СГСЭУ, 2001. 92 с.

4. Эконометрика: учеб. / под ред. И.И. Елисейевой. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Финансы и статистика, 2007. 576 с.: ил.

5. Эконометрика: учеб. / под ред. проф. В.Н. Афанасьева. Оренбург: ОГУ, 2012. 402 с.: ил.

6. Некрестьянова Ю.Н. Принцип наименьшего действия как инструмент вычисления оптимальных значений весовых коэффициентов // Международный научный институт «EDUCATIO». 2015. № 4 (11). Ч. 1. С. 70-73.

7. Постников В.М., Спиридонов С.Б. Методы выбора весовых коэффициентов локальных критериев // Наука и образование МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2015. № 6. С. 267-287.

8. Толмачев М.Н. Построение обобщающих показателей с учетом динамического фактора // Экономика, статистика и информатика. Вестник УМО. 2010. № 2. С. 117-121.

METHODS OF DETERMINING THE WEIGHT COEFFICIENTS OF THE DYNAMIC INTEGRATED INDICATORS

Vyacheslav L. Somov

Author affiliation: Rosstat Territorial Statistical Office for Saratov Region (Saratov, Russia). E-mail: srtv@oblstat.renet.ru.

Mikhail N. Tolmachev

Author affiliation: Saratov Social-Economic Institute of the Plekhanov Russian University of Economics (Saratov, Russia).

E-mail: tolmachev-mike@yandex.ru.

The article deals with methods of constructing integral indicators of socio-economic phenomena and processes; and argues for the necessity to record the development of the phenomena over time; it also introduces new approaches to the aggregation. A method of aggregation of individual features that characterize different sides of complex phenomena, in the integral indicator that takes into account the nonequivalence of individual features and their trends in time.

Much attention is paid to calculating integral indicators weight indexes in a dynamic aspect. The calculated indicators can be matched both in statics and in time, providing a comparative description of a complex phenomenon, allowing to judge its dynamics, making final conclusions more visible and unequivocal. The article investigates of weighting coefficients in the economic and statistical analysis of economic and social phenomena.

Keywords: integral indicator, aggregation, weighting coefficients, method of multivariate average, normalization.

JEL: C18.

References

1. **Rabinovich P.M.** Nekotoryye voprosy teorii mnogomernykh gruppировок [Some questions of theory of multidimensional groups]. *Vestnik statistiki*, 1976, no. 7, pp. 52-63. (In Russ.).
2. **Ryabtsev V.M.** O mnogomernykh srednikh i gruppировках [About multidimensional means and groupings]. *Vestnik statistiki*, 1976, no. 8, pp. 42-46 (In Russ.).
3. **Dines V.A., Prokof'yev V.A., Bogdanov R.R.** *Reiting ob"ektov vysshei shkoly* [The rating of the higher school]. Saratov, SGSEU Publ., 2001. 92 p. (In Russ.).
4. Yeliseyeva I.I. (ed.) *Ekonometrika: ucheb.* [Econometrics: textbook]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2007. 576 p. (In Russ.).
5. Afanas'yev V.N. (ed.) *Ekonometrika: ucheb.* [Econometrics: textbook]. Orenburg, OGU Publ., 2012. 402 p. (In Russ.).
6. **Nekrestianova U.N.** Printsip naimen'shego deistviya kak instrument vychisleniya optimal'nykh znachenii vesovykh koeffitsientov [The principle of least action as a tool for calculating optimal values of weight]. *Mezhdunarodnyi nauchnyi institut «EDUCATIO»*, 2015, no. 4 (11), part 1, pp. 70-73. (In Russ.).
7. **Postnikov V.M., Spiridonov S.B.** Metody vybora vesovykh koeffitsientov lokal'nykh kriteriev [Selecting methods of the weighting factors of local criteria]. *Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 6, pp. 267-287. DOI: 10.7463/0615.0780334. (In Russ.).
8. **Tolmachev M.N.** Postroenie obobshchayushchikh pokazatelei s uchetom dinamicheskogo faktora [Construction of general indicators taking into account the dynamic factor]. *Ekonomika, statistika i informatika. Vestnik UMO*, 2010, no. 2, pp. 117-121. (In Russ.).
9. **Tolmachev M.N.** Obobshchayushchaya otsenka kontsentratsii sel'skokhozyaistvennogo proizvodstva [General evaluation of the concentration of agricultural production]. *Vestnik NSU. Series: Social and Economics Sciences*, 2011, no. 1, pp. 46-53. (In Russ.).

**К выходу в свет монографии Б.Т. Рябушкина
«Развитие социально-экономической статистики»**

В издательстве ИИЦ «Статистика России» опубликована монография Б.Т. Рябушкина «Развитие социально-экономической статистики» (Российский опыт: 1990-2017 годы). М., 2017. 263 с. В монографии рассмотрены отдельные направления реформирования отечественной социально-экономической статистики - концептуально-содержательного ядра статистики в целом, которые произошли в период с 1990-х годов по настоящее время. Дана характеристика развития российской СНС как информационно-методологической основы макростатистических измерений, становления статистики «ненаблюдаемой экономики», показана эволюция статистических измерений социальных процессов и уровня жизни населения, обозначены организационно-методологические принципы межгосударственных и межтерриториальных (внутристрановых) сопоставлений параметров социально-экономического развития, рассмотрены вопросы переформатирования статистического наблюдения в условиях новой парадигмы социально-экономических измерений.

Для экономистов, социологов и статистиков, специалистов в области макроэкономики, студентов и аспирантов вузов экономических специальностей.

По вопросам приобретения книги можно обратиться в ИИЦ «Статистика России» по тел.: (495) 607-4890, (495) 607-4882. E-mail: shop@infostat.ru.