

# ZOBECNĚNÁ METODA KLÍNŮ PALEONAPJATOSTNÍ ANALÝZY: ZÁVISLOST NA LODEHO PARAMETRU

Generalized right dihedral method: dependence on Lode parameter

Rostislav Melichar, Miroslav Hroza

Katedra geologie a paleontologie, PřF MU Brno, Kotlářská 2, 611 37 Brno

**Key words:** inversion, paleostress analysis

## Abstract

Two old basic graphical methods of paleostress reconstructions include right dihedral method (Angelier – Mechler 1977) and M-plane method (Arthaud 1969). These two methods are two marginal cases of general inverse method based on one-fault inverse analysis. Using fault coordinate system, where  $l$ -axis is stria lineation,  $n$ -axis is normal to fault plane and  $m$ -axis complete right-hand orthogonal system  $lmn$ , it is easy to derive equation for Lode parameter  $\mu_L = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$  in dependence on direction of  $\sigma_1$  and  $\sigma_3$  respectively. This function limits field of possible  $\sigma_1$ -directions with decreasing of  $\mu_{Lmax}$  (Fig. 2a) and  $\sigma_3$ -field with increasing of  $\mu_{Lmin}$ . The field of  $\sigma_1$  is equivalent to right dihedral quadrant for  $\mu_L \leq 1$  as one extreme and it is reduced to part of M-plane for  $\mu_L = -1$  as the second extreme (Fig. 1). Based on it we can make equal-area plot for fields of  $\sigma_1$  and  $\sigma_3$  with isolines of  $\mu_L$  (Fig. 2b, c). With these plots we can determine upper and lower limits of  $\mu_L$  ( $\mu_{Lmax}$ ,  $\mu_{Lmin}$ ), and corresponding fields of  $\sigma_1$  and  $\sigma_3$  respectively.

V posledních dvaceti letech se velmi rozšířily numerické metody paleonapjatostní analýzy. Zatímco přímá úloha napjatostní analýzy již delší dobu nečiní žádné potíže, zcela uspokojivé „přímé“ řešení obrácené úlohy paleonapjatostní analýzy dosud nalezeno nebylo. Tento článek je dalším příspěvkem k tomuto problému.

U přímé úlohy vycházíme ze znalosti tenzoru napjatosti  $\mathbf{T}$  a určujeme směr vektoru pohybu  $\mathbf{l}$  (lineace rýhování) po zlomové ploše dané její normálou  $\mathbf{n}$ :

$$\mathbf{l} = \frac{\boldsymbol{\tau}}{|\boldsymbol{\tau}|}, \text{ kde } \boldsymbol{\tau} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n}^T \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}.$$

Při řešení obrácené úlohy na základě známé orientace rýhování a plochy zlomu ( $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{n}$ ) usuzujeme na tenzor napjatosti  $\mathbf{T}$ , který je tvořen šesti nezávislými složkami. Z matematického rozboru inverzní úlohy vyplývá, že jsou určitelné pouze složky čtyři, z nichž tři určují směry hlavních normálových napětí a čtvrtá charakterizuje tvar elipsoidu napjatosti. Ten lze vyjádřit např. Lodeho parametrem:

$$\mu_L = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}.$$

Jeho velikost může dosahovat hodnot:  $-1 \leq \mu_L \leq 1$ . Pro napjatostní inverzi byly navrženy v podstatě dvě skupiny metod. První z nich je založena na řešení přímé úlohy a „úplném“ prohledání všech možných řešení. Ve druhé skupině metod hledáme nejlepší možné řešení, které získáme minimalizací vybrané funkce pro odchylku mezi směrem tečného napětí na zlomu a směrem lineace rýhování. Zcela mimo zájem stojí dnes grafické metody, které se však v současné době s prudkým rozvojem počítačové techniky mohou velmi dobře uplatnit. Navíc mají tu výhodu, že při vyhodnocování dat je názorně vidět vztah mezi jednotlivými daty a celkovým řešením, což o numerických metodách říci nemůžeme.

## Dosavadní grafické metody

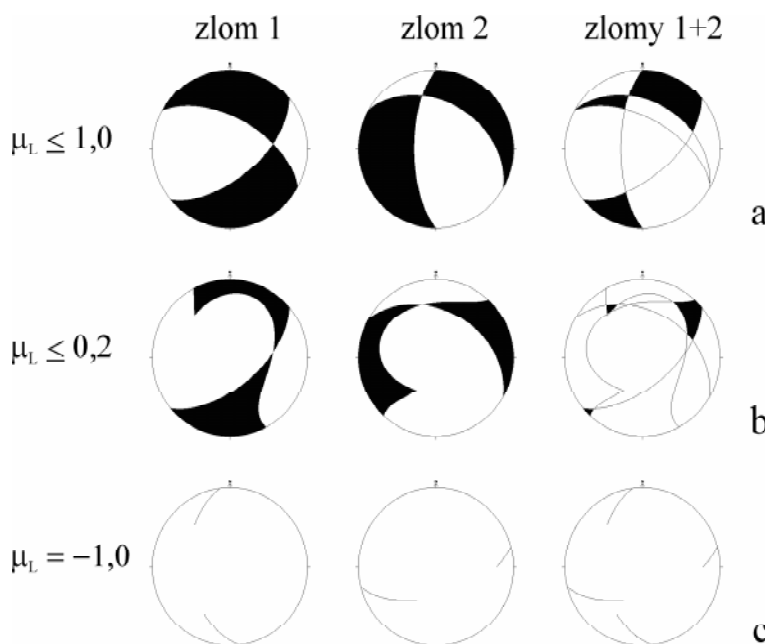
V minulosti byly prezentovány dvě základní grafické metody paleonapjatostní analýzy: tzv. metoda M-ploch (Arthaud 1969) a metoda pravouhlých klínů (Angelier – Mechler 1977). Metoda pravouhlých klínů spočívá v prostorovém rozdělení možných směrů do čtyř kvadrantů pomocí plochy zlomu a plochy A (tj. plochy kolmé k lineaci rýhování). Pro  $\mu_L \leq 1$  pak směr  $\sigma_1$  leží v jednom z těchto kvadrantů a v kvadrantu protilehlém (kompresní klíny) a pro  $-1 \leq \mu_L$  je směr  $\sigma_3$  situován někde uvnitř dvou zbyvajících kvadrantů (extenzní klíny). Při zpracovávání souboru více zlomů sledujeme zvlášť překrývání kompresních a zvlášť extenzních klínů. Výsledné řešení pro směr  $\sigma_1$ , resp.  $\sigma_3$  odpovídá překryvu všech kompresních, resp. extenzních klínů (viz obr. 1a).

V případě, že napětíové pole má rotační charakter (tj.  $|\mu_L| = 1$ ), použijeme pro určení polohy směru  $\sigma_1$  ( $\mu_L = -1$ ), resp. směru  $\sigma_3$  ( $\mu_L = 1$ ) metodu M-ploch (tj. ploch paralelních s lineací a kolmých k ploše zlomu). Správné řešení má směr odpovídající průsečnici M-ploch (viz obr. 1c), zbylé dva směry hlavních normálových napětí leží v rovině kolmé.

Níže popsaná metoda umožňuje omezení pole směru  $\sigma_1$  pro rozsah hodnot  $k_1 \leq \mu_L \leq 1$  a pole směru  $\sigma_3$  pro rozsah hodnot  $-1 \leq \mu_L \leq k_2$ , kde  $k_1$  a  $k_2$  jsou libovolné konstanty  $|k_i| \leq 1$ . Z uvedeného pak názorně vyplývá, že metoda klínů a metoda M-ploch jsou jen krajními mezemi níže popsaného postupu (viz obr. 1), neboť metoda klínů pracuje pouze s maximálním rozsahem možných hodnot  $\mu_L$  (tj.  $-1 \leq \mu_L \leq 1$ ) a metoda M-ploch s jejich rozsahem minimálním (tj.  $|\mu_L| = 1$ ).

## Princip zobecněné metody

Základ metody spočívá ve využití Lodeho parametru pro omezení polí možných směrů  $\sigma_1$  a  $\sigma_3$ . Z rovnic popisujících napjatost na zlomu byly odvozeny výrazy pro minimální a maximální možnou hodnotu Lodeho parametru  $\mu_{Lmin}$ ,



Obr. 1 - Metody omezení směru  $\sigma_1$ : a – Angelier-Mechlerova metoda klínů ( $\mu_L \leq 1$ ); b – omezení pomocí Lodeho parametru  $\mu_L \leq 0,2$ ; c – Arthaudova metoda M-ploch ( $\mu_L = -1$ ), v tomto případě nemá řešení. Zlom 1: S 140/60, L 209/32, zlom 2: S 30/40, L 90/23.

Fig. 1 - Equal-area plots for different methods of  $\sigma_1$  - determination based on one-fault inversion: a – Angelier-Mechler's method ( $\mu_L \leq 1$ ); b – described method (variable  $\mu_L$ , e.g.  $\mu_L \leq 0.2$ ); c – Arthaud's method ( $\mu_L = -1$ , no solution in this case).

resp.  $\mu_{Lmax}$  pro jeden zlom v závislosti na orientaci os hlavních normálových napětí  $\sigma_1$ , resp.  $\sigma_3$  vůči ploše zlomu a směru rýhování. Pro jednoduchost byly výpočty prováděny v souřadné soustavě zlomu  $lmn$  (osa  $l$  – směr rýhování, osa  $n$  – směr normály k ploše zlomu a osa  $m$  – směr zvolený tak, aby soustava byla ortogonální a pravotočivá). Směrový vektor  $\sigma_1$ , resp.  $\sigma_3$  má pak složky  $[l_1, m_1, n_1]^T$ , resp.  $[l_3, m_3, n_3]^T$ . Získané rovnice popisující hodnotu  $\mu_L$  v závislosti na relativní orientaci směru  $\sigma_1$  a  $\sigma_3$  vůči zlomové ploše a lineaci a mají tento tvar:

$$\mu_{Lmin} = \frac{3l_1^2 - 4(1 - n_1^2)(l_1^2 + n_1^2) \pm 4\sqrt{n_1^2(1 - l_1^2 - n_1^2)(1 - n_1^2)(l_1^2 + n_1^2)}}{l_1^2}$$

a

$$\mu_{Lmax} = \frac{-3l_3^2 + 4(1 - n_3^2)(l_3^2 + n_3^2) \pm 4\sqrt{n_3^2(1 - l_3^2 - n_3^2)(1 - n_3^2)(l_3^2 + n_3^2)}}{l_3^2}$$

Řešením rovnic dostaneme izolinie Lodeho parametru  $\mu_{Lmin}$ , resp.  $\mu_{Lmax}$  pro omezení polohy směru  $\sigma_1$ , resp.  $\sigma_3$  pro jednotlivé zlomy (obr. 2a, b, d, e).

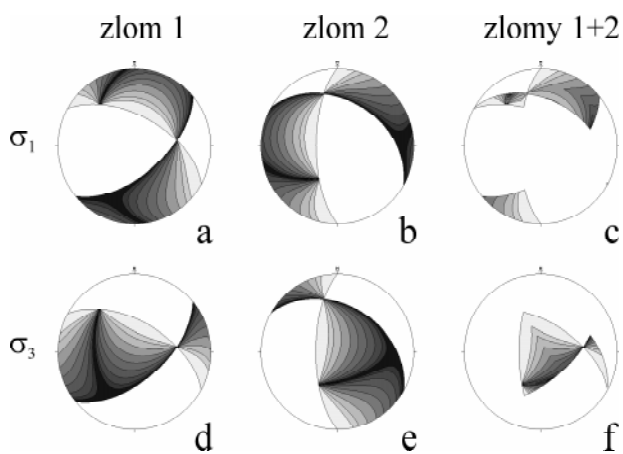
Při řešení inverzní úlohy pro homogenní soubor zlomů určíme pro možné směry  $\sigma_1$  nejvyšší hodnotu  $\mu_{Lmin}$  získanou z jednotlivých zlomů a pro  $\sigma_3$  nejnižší hodnotu  $\mu_{Lmax}$  (obr. 2c, f). Nakonec zjistíme pro  $\sigma_1$  minimální hodnotu Lodeho parametru, pro kterou má ještě soubor zlomů řešení a tou omezíme pole rozsahu směrů  $\sigma_3$ . Podobně určíme pro  $\sigma_3$  maximální hodnotu Lodeho parametru, pro kterou ještě existuje řešení a touto hodnotou omezíme oblast možné polohy směrů  $\sigma_1$ . Tyto hodnoty zároveň určují interval možných hodnot  $\mu_L$ . Není-li nalezeno žádné řešení, jedná se o nehomogenní soubor zlomů vzniklý v různých stavech napjatosti.

#### Praktické použití

Pro demonstraci použití metody byl vytvořen soubor náhodně orientovaných zlomů. Tento soubor byl testován ve zvoleném napěťovém poli o velikosti hlavních

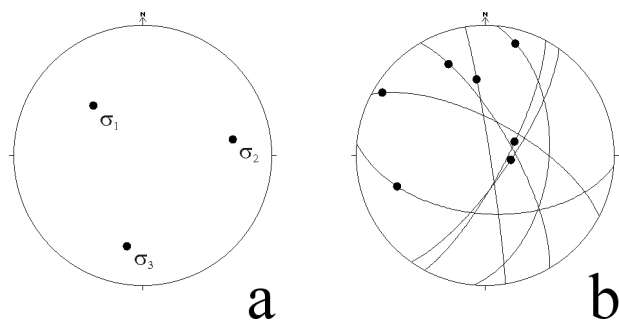
normálových napětí  $\sigma_1 = 60$  MPa,  $\sigma_2 = 20$  MPa a  $\sigma_3 = 10$  MPa (tj.  $\mu_L = -0,6$ ) a směrech znázorněných na obr. 3a.

Pro úhel vnitřního tření  $j = 20^\circ$  bylo reaktivováno 7 zlomů. Orientace jejich ploch a směr vzniklého rýhování vyplývá z obr. 3b, ve všech případech se jednalo o zlomy s poklesovou složkou pohybu.



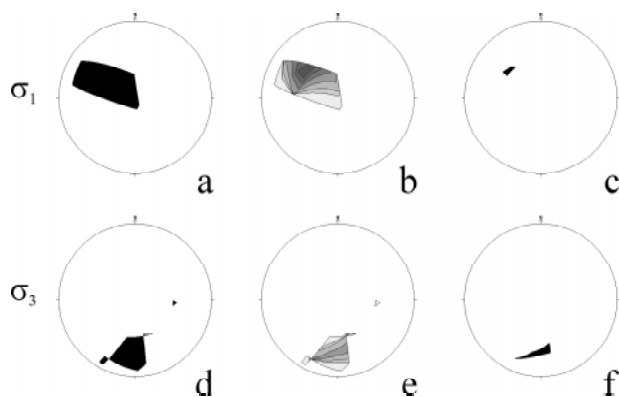
Obr. 2 - Izolinie Lodeho parametru pro stejné zlomy jako v obr. 1: a – izolinie  $\mu_{Lmin}$  v kompresním kvadrantu pro zlom 1; b – izolinie  $\mu_{Lmin}$  v kompresním kvadrantu pro zlom 2; c – izolinie maximálních hodnot parametrů  $\mu_{Lmin}$  v průniku kompresních kvadrantů pro zlomy 1 a 2; d – izolinie  $\mu_{Lmax}$  v extenzním kvadrantu pro zlom 1; e – izolinie  $\mu_{Lmax}$  v extenzním kvadrantu pro zlom 2; f – izolinie minimálních hodnot parametrů  $\mu_{Lmax}$  v průniku extenzních kvadrantů pro zlomy 1 a 2. Izolinie  $\mu_L$ : -1,0; -0,9; -0,8; -0,6; -0,3; 0; 0,3; 0,6; 0,8; 0,9; 1,0.

Fig. 2 - Equal-area plots of distribution  $\sigma_1$  and  $\sigma_3$  showing field reduction in dependence on  $\mu_{Lmin}$  and  $\mu_{Lmax}$  for faults from Fig. 1: a – fault 1,  $\sigma_1$ -plot with  $\mu_{Lmin}$  isolines; b – fault 2,  $\sigma_1$ -plot with  $\mu_{Lmin}$  isolines; c –  $\sigma_1$ -plot with maximal value of  $\mu_{Lmin}$  for faults 1 and 2; d – fault 2;  $\sigma_3$ -plot of  $\mu_{Lmax}$  isolines; e – fault 2,  $\sigma_3$ -plot with  $\mu_{Lmax}$  isolines; f –  $\sigma_1$ -plot with minimal value of  $\mu_{Lmax}$  for faults 1 and 2. Isolines of  $\mu_L$ : -1.0, -0.9, -0.8, -0.6, -0.3, 0, 0.3, 0.6, 0.8, 0.9, 1.0.



Obr. 3 - Data použitá pro demonstraci inverzní metody: a – zvolené směry hlavních normálových napětí  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  a  $\sigma_3$ ; b – orientace ploch reaktivovaných zlomů a směr vzniklého rýhování (všechny zlomy mají poklesovou složku pohybu).  
Fig. 3 - Data used: a – directions of principles normal stresses  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  and  $\sigma_3$ ; b – reactivated planes with movement directions (normal faults).

Na obr. 4 je uvedeno srovnání grafických metod řešení inverzní úlohy pro reaktivované zlomy. Inverze byla řešena jak klasickou metodou klínů (obr. 4a, d), tak novou metodou (obr. 4b, c, e, f). Z obr. 4a, d je patrné, že metodou klínů získáme relativně velké oblasti možné polohy směrů hlavních normálových napětí. Na obr. 4b, e jsou znázorněny izolinie Lodeho parametru  $\mu_{Lmin}$ , resp.  $\mu_{Lmax}$ . Pro  $\sigma_1$  je minimální hodnota Lodeho parametru  $\mu_{Lmin} = -0,602$  a pro  $\sigma_3$  je maximální hodnota parametru  $\mu_{Lmax} = -0,434$ , takže hodnota Lodeho parametru, pro kterou je inverzní úloha řešitelná, leží v intervalu  $\mu_L \in \langle -0,602; -0,434 \rangle$ . To znamená, že široký



Obr. 4 - Grafické řešení inverzní metody: a – Angelier-Mechlerova metoda klínů pro  $\sigma_1$ ; b – izolinie Lodeho parametru  $\mu_{Lmin}$  pro  $\sigma_1$ ; c – omezení směru  $\sigma_1$  pomocí parametru  $\mu_{Lmax}$ ; d – Angelier-Mechlerova metoda klínů pro  $\sigma_3$ ; e – izolinie Lodeho parametru  $\mu_{Lmax}$  pro  $\sigma_3$ ; f – omezení směru  $\sigma_3$  pomocí parametru  $\mu_{Lmin}$ .  
Fig. 4 - Equal-area plots with graphical solution of inversion method:  $\sigma_1$ -plots: a – Angelier-Mechler's method; b – isolines of  $\mu_{Lmin}$ ; c – result of presented method;  $\sigma_3$ -plots: d – Angelier-Mechler's method; e – isolines of  $\mu_{Lmax}$ ; f – result of presented method.

rozptyl polohy možných směrů hlavních napětí, získaných metodou klínů, můžeme zúžit tak, že oblast pro  $\sigma_1$  omezíme hodnotou  $\mu_L = -0,434$  a oblast pro  $\sigma_3$  omezíme hodnotou  $\mu_L = -0,6$  (obr. 4c, f). Jak je patrné nová metoda nám ve srovnání s Angelier-Mechlerovou metodou klínů mnohem lépe omezí oblasti možné polohy os  $\sigma_1$  a  $\sigma_3$ .

#### Literatura:

- Angelier, J. – Mechler, P. (1977): Sur une méthode graphique de recherche des contraintes principales également utilisable en tectonique et en séismologie: la méthode des dièdres droits. – Bull. Soc. géol. France, 19, 6, 1309–1318. Paris.
- Arthaud, F. (1969): Méthode de détermination graphique des directions de raccourcissement, d'allongement et intermédiaire d'une population de failles. – Bull. Soc. géol. France, 11, 729–737. Paris.