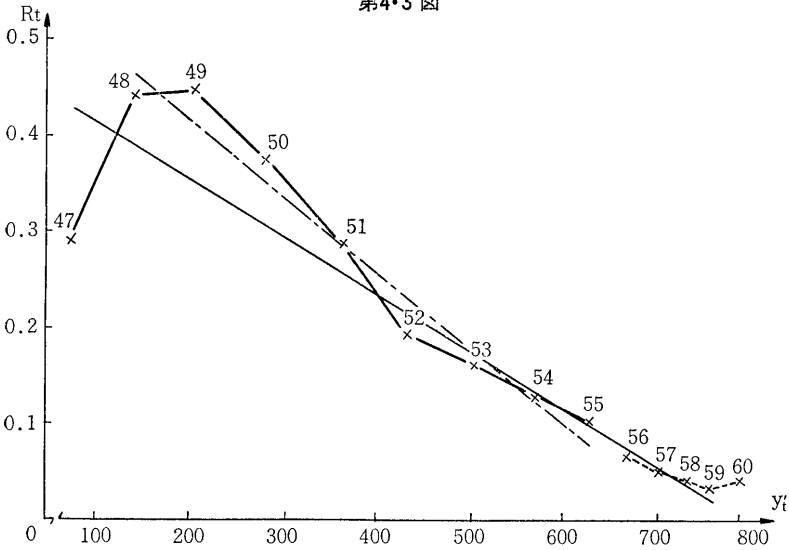


いる。

- 2) この小論は、標題にあるように、地方人口変動の態様をロジスティック曲線を用いてその傾向と上限値と下限値を計算することに主眼をおいているのであるが、実際に個々のデータに当てると、ケースバイケースに特殊の事態が生起する。それらをいかに処理するかが大きな問題と考えられるので、筆者は特に五地方をとってみた。特に期間としては終戦から昭和30年の期間は通常の場合と異なるので特に問題が多いが、敢えてその期間を排除しなかったのは、第2、3期に対比して、困難性が多いことを期待したからである。
 - 3) 第1期においてどの地方でも3つのステップによる処理を行なっているが、第1ステップのロジスティック曲線は従来のロジスティック曲線でそのかりの上限値を \bar{K}'_2 と定義し、第2ステップでは、 $y'_i = \bar{K}'_2 - y_i$ からなる増加数列にロジスティック曲線を適用して、それに対する上限値 (K) を求めて下限値 \underline{K}_1 を求める。最後に $y'_i = y_i - \underline{K}_1$ に再びロジスティック曲線を適用した上限値 (K) から、上限値 \bar{K}'_2 を求めるのであるが、このくりかえすやり方は、どの地方の人口にも適用されるので記号は共通の記号を使っている。
 - 4) 人口の停滞が上昇傾向のなかで生起している場合にいつも用いているトリックである。
 - 5) ロジスティック傾向線の計算、高木尚文著、『社会科学のための統計学入門』、新曜社、97～100頁参照。
 - 6) 第2期以降では、系列を2つに分けているが、この小論では、分解は2つに止め3つ以上には分解していない。この場合、前のグループの上(下)限には、 ν をつけて後のグループのそれと区別する(以下同じ)。このように1期をいくつかのグループに分解するとき、どこで分解するのがよいかという問題は、連結線形回帰の問題として論じられている。この小論では、感覚的に2つのグループに分解した。それについては筆者の昭和50年第48回の日本統計学会(名古屋大学主催)における研究報告「連結線形回帰モデル」を参照のこと。おな上(下)限値も変わるはずであると考えれば、第1期に準じて3つのステップをふめばよい。
- また最終年次昭和60年がほぼ上限値に近い年次と推定されるが、更にその近い将来の地方人口の動きを推計しようとするときはつぎの論文を参照のこと。

高木尚文、「E. C. ローズの人口成長曲線とその適用方法について」、成城大学『経済研究』第17号、昭和57年3月。

第4・3'図



結果

グループ (47~59年)

$$\hat{\alpha} = 0.4886796665$$

$$\hat{\beta} = -0.6227061975 \times 10^{-3}$$

$$K = 0.784767629$$

$$\bar{K}_4 = 9,738.19$$

グループ (48~55年)

$$\hat{\alpha} = 0.5782520216$$

$$\hat{\beta} = -0.807452774 \times 10^{-3}$$

$$K = 716.14$$

$$\bar{K}_4 = 9,667.56$$

グループ (56~59年)

$$\hat{\alpha} = 0.2923528491$$

$$\hat{\beta} = -0.3471384452 \times 10^{-3}$$

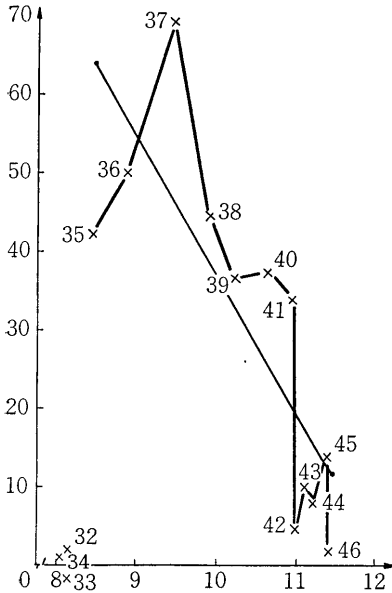
$$K = 0.8421794046$$

$$\bar{K}_4 = 9,795.60$$

どちらの結果をとるかはこの期間に環境条件の変化が起きているとの情報が確認されれば9,795.60, 変化がなかったことが確認されれば9,738.19.

- 1) この研究報告は高木尚文, 堀恒一と連名で発表した。堀は昭和52年3月成城大学博士課程修了, 現在東京都商工指導所主事。日本統計学会やその他の学会で連名で研究発表を行っており, 今回の論文作成に対しても協力して

第4・2'図



結果

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= 0.2004533601 \\ \hat{\beta} &= -0.1651007925 \times 10^{-3} \\ K &= 1,214.13 \\ \bar{K}_3 &= 8,953.42 \\ (\bar{K}_3 &= \bar{K}_2 - K \\ &= 10,167.55 - 1,214.13) \end{aligned}$$

もし47年を異常値として排除する場合には、48、49年を47年の修正年として考えるとことになり、48年以降を2つの直線に分割すべきであろう。以上の趣旨で試算してみた結果をつぎの表に掲げておく。

(2) 第2期

第2期は昭和32～46年で、曲線 (y'_i, R_i) のデータとグラフについて検討、吟味した結果、一本の直線をあてることにした(第4・2'表、第4・2'図)。

(3) 第3期

第3期は昭和47～60年であるが、この期間の曲線 (y'_i, R_i) のデータと特にグラフを検討した結果、まず47年を異常値として排除するか、否かの問題がでてきた。もし47年を排除しない場合には、第2期と同様に大胆に一本の直線に近似すべきで、

第4・3'表

| t | y_t | y'_t | R_t |
|------|-------|--------|-------------|
| 46 | 9,029 | 75.58 | — |
| 47 | 9,051 | 97.58 | 0.291082297 |
| 48 | 9,094 | 140.58 | 0.440664070 |
| 49 | 9,157 | 203.58 | 0.448143406 |
| 50 | 9,233 | 279.58 | 0.373317615 |
| 51 | 9,313 | 359.58 | 0.286143501 |
| 52 | 9,382 | 428.58 | 0.191890539 |
| 53 | 9,451 | 497.58 | 0.160996780 |
| 54 | 9,515 | 561.58 | 0.128622533 |
| 55 | 9,572 | 618.58 | 0.101499341 |
| 56 | 9,612 | 658.58 | 0.064664230 |
| 57 | 9,645 | 691.58 | 0.050107808 |
| 58 | 9,675 | 721.58 | 0.043378929 |
| 59 | 9,699 | 745.58 | 0.033260345 |
| (60) | 9,730 | 776.58 | 0.04157839) |

第4・1'表

| t | \bar{K}_2 に対するデータ | | \underline{K}_1 に対するデータ | | \bar{K}_2 に対するデータ | |
|-----|---------------------|--------------|---------------------------|-------------|---------------------|-------------|
| | y_t | R_t | y'_t | R_t | y'_t | R_t |
| 25 | 9,021 | — | 730.7 | 0.0687436 | 664.8 | — |
| 26 | 9,068 | 0.0052100654 | 683.7 | 0.101498308 | 711.8 | 0.070697954 |
| 27 | 9,131 | 0.0069475077 | 620.7 | 0.110971899 | 774.8 | 0.088508008 |
| 28 | 9,193 | 0.0067900558 | 558.7 | 0.120312813 | 836.8 | 0.080020650 |
| 29 | 9,253 | 0.0065267051 | 498.7 | 0.196784257 | 896.8 | 0.07170172 |
| 30 | 9,335 | 0.0088619907 | 416.7 | 0.080373347 | 978.8 | 0.091436218 |
| 31 | 9,366 | 0.0033208355 | 385.7 | — | 1,009.8 | 0.031671434 |

結 果

第1ステップ (\bar{K}_2)

$$\hat{\alpha} = 0.100881197$$

$$\hat{\beta} = -0.1034503 \times 10^{-4}$$

$$\bar{K}_2 = 9,751.7$$

第2ステップ (\underline{K}_1)

$$\hat{\alpha} = 0.194725468$$

$$\hat{\beta} = -0.1395385 \times 10^{-4}$$

$$K = 1,395.5$$

$$\underline{K}_1 = 8,356.2$$

第3ステップ (\bar{K}_2)

$$\hat{\alpha} = 0.1388202480$$

$$\hat{\beta} = -0.76694502 \times 10^{-4}$$

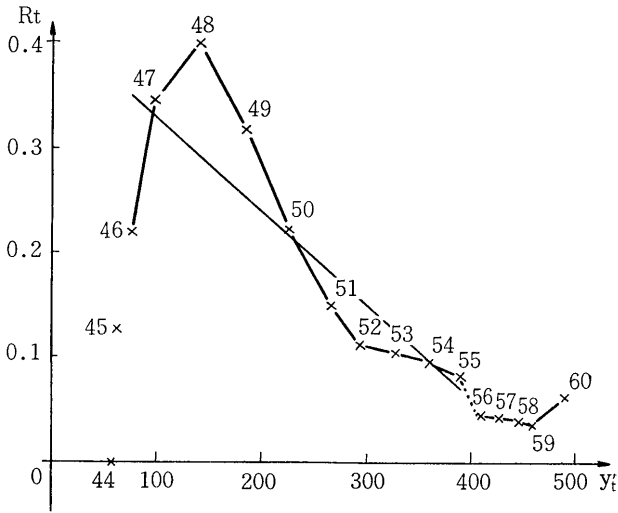
$$K = 1,811.35$$

$$\bar{K}_2 = 10,167.55$$

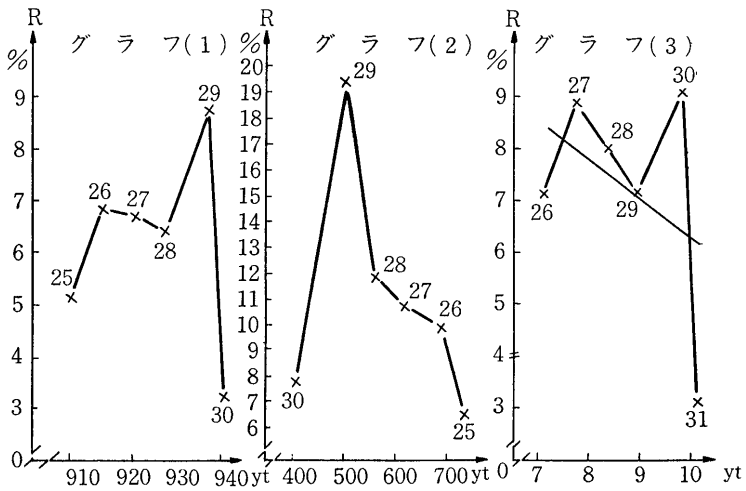
第4・2'表

| t | y_t | y'_t | R_t |
|-----|-------|----------|--------------|
| 31 | 9,366 | 801.55 | — |
| 32 | 9,358 | 809.55 | 0.009980662 |
| 33 | 9,363 | 804.55 | -0.006176271 |
| 34 | 9,361 | 806.55 | 0.002485862 |
| 35 | 9,327 | 840.55 | 0.042154857 |
| 36 | 9,285 | 882.55 | 0.049967283 |
| 37 | 9,224 | 943.55 | 0.069117897 |
| 38 | 9,182 | 985.55 | 0.044512744 |
| 39 | 9,146 | 1,021.55 | 0.036527827 |
| 40 | 9,108 | 1,059.55 | 0.037198375 |
| 41 | 9,072 | 1,095.55 | 0.033976688 |
| 42 | 9,067 | 1,100.55 | 0.004563918 |
| 43 | 9,056 | 1,111.55 | 0.009995002 |
| 44 | 9,047 | 1,120.55 | 0.008096802 |
| 45 | 9,031 | 1,136.55 | 0.014278702 |
| 46 | 9,029 | 1,138.55 | 0.001759711 |

第4・3図



第4・1'図



55と56～59年の2グループに分けるのが最適であろう。第4・3表は、これらのデータで次頁の第4・3図はそれについてのグラフである。

第4・3表

| 年次 | \tilde{y}_t | \tilde{y}'_t | R_t |
|-----|---------------|----------------|-------------|
| 「43 | 5,132 | 53.77 | — |
| 44 | 5,132.5 | 54.27 | 0.009298866 |
| 45 | 5,139.5 | 61.27 | 0.128984706 |
| 46 | 5,153 | 74.77 | 0.220336217 |
| 47 | 5,179 | 100.77 | 0.347733048 |
| 48 | 5,219 | 140.77 | 0.396943535 |
| 49 | 5,264 | 185.77 | 0.319670384 |
| 50 | 5,306 | 227.77 | 0.226086020 |
| 51 | 5,346 | 267.77 | 0.175615753 |
| 52 | 5,376 | 297.77 | 0.112036449 |
| 53 | 5,407 | 328.77 | 0.114107197 |
| 54 | 5,438 | 359.77 | 0.094290842 |
| 55」 | 5,468 | 389.77 | 0.083386608 |
| 「56 | 5,487 | 408.77 | 0.048746697 |
| 57 | 5,506 | 427.77 | 0.046480906 |
| 58 | 5,523 | 444.77 | 0.039740982 |
| 59」 | 5,538 | 459.77 | 0.033725296 |
| 60 | 5,567 | 488.77 | 0.063075016 |

結果

グループ (43～55年)

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= 0.4150370084 \\ \hat{\beta} &= -0.8721253817 \times 10^{-3} \\ K &= 475.89 \\ \bar{K}'_4 &= 5,554.12 \\ &= (\bar{K}_3 + K) \\ &= (5,078.23 + 475.89) \end{aligned}$$

グループ (56～59年)

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= 0.1733185635 \\ \hat{\beta} &= -0.3012959616 \times 10^{-3} \\ K &= 575.24 \\ \bar{K}_4 &= 5,653.47 \\ &= (\bar{K}_3 + K) \\ &= (5,078.23 + 575.24) \end{aligned}$$

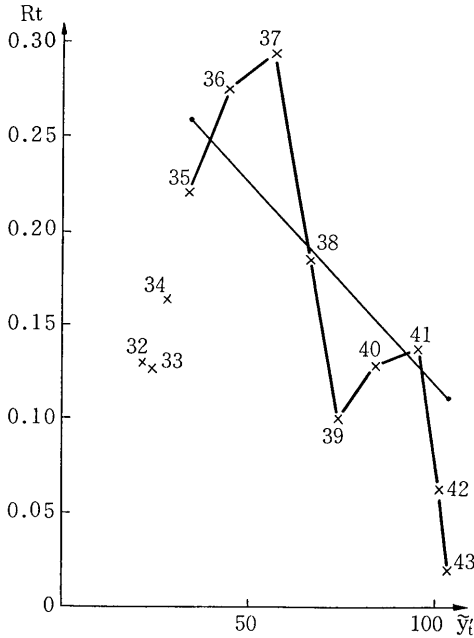
2 東北地方

(1) 第1期

第1期を特に昭和25～31年としているのはつぎの事由による。東北地方の人口の動きをみると、昭和25年を境として屈折している。そのため、昭和22年からのデータによる分析を試みたが不首尾に終わった。このようないきさつで昭和25～31年を第1期とせざるをえなかったのである。

第1期の \bar{K}_2 , K_1 および \bar{K}_2 に対する算定資料および曲線 (y_t , R_t) と (y'_t , R_t) のグラフ第4・1'図をつぎに掲げる。

第4・2図



結果

$\hat{\alpha} = 0.3326620432$
 $\hat{\beta} = -0.2114491515 \times 10^{-2}$
 $K = 157.3248418$
 $\bar{K}_3 = \bar{K}_2 - K$
 $= 5,235.55 - 157.32$
 $= 5,078.23$

値 (\bar{K}_2) 5,235.55をうけて、 \tilde{y}_i は

$$\tilde{y}_i = \bar{K}_2 - y_i = 5,235.55 - y_i$$

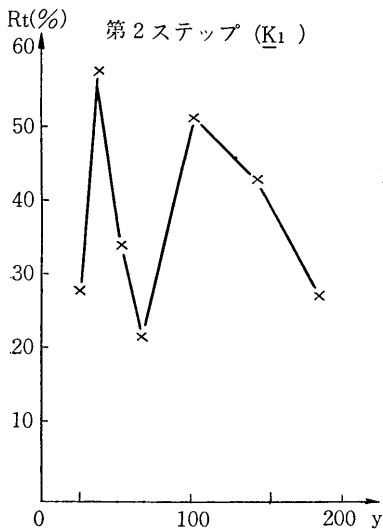
によって定義され、 (\tilde{y}_i, R_i) はつぎの第4・2表に示されており、曲線 (\tilde{y}_i, R_i) のグラフが第4・2図に描かれている。この場合にも、人口流出の第2期の最初の3年に

対する R_i は、35年以後の R_i に対して異常値と判断される。

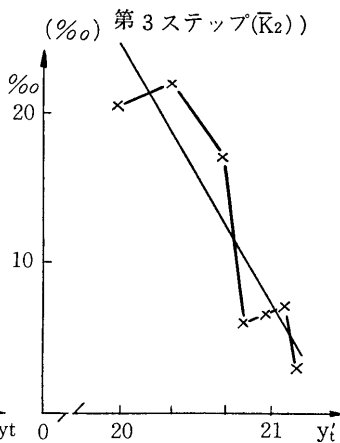
(3) 第3期

期間は昭和44～60年であるが、曲線 (\tilde{y}_i, R_i) のグラフ (第4・3図参照) によって、まず第3期は44年からであるが、44、45年は異常値として除外し、さらに曲線 (\tilde{y}_i, R_i) について直線が適合するようにするには、45～

第4・1・(2)図



第4・1・(3)図



2 第2期

第2期は、昭和32～43年であるが、第1期のロジスティック曲線の上限

第4・2表

| t | y_t | \bar{y}_t | \bar{y}'_t | R_t |
|-----|-------|-------------|--------------|-------------|
| 31 | 5,220 | 5,216.25 | 19.3 | — |
| 32 | 5,221 | 5,213.75 | 21.8 | 0.129533678 |
| 33 | 5,213 | 5,211 | 24.55 | 0.126146788 |
| 34 | 5,207 | 5,207 | 28.55 | 0.16293279 |
| 35 | 5,201 | 5,200.75 | 34.8 | 0.218914185 |
| 36 | 5,194 | 5,191.25 | 44.3 | 0.272988505 |
| 37 | 5,176 | 5,178.25 | 57.3 | 0.293453724 |
| 38 | 5,167 | 5,167.75 | 67.3 | 0.183246073 |
| 39 | 5,161 | 5,161 | 74.55 | 0.099557522 |
| 40 | 5,155 | 5,151.5 | 84.05 | 0.127431254 |
| 41 | 5,135 | 5,140 | 95.55 | 0.136823319 |
| 42 | 5,135 | 5,134 | 101.55 | 0.062794348 |
| 43 | 5,131 | 5,132 | 103.55 | 0.019694731 |

$$\tilde{y}_t = \frac{1}{4} \{y_{t-1} + 2y_t + y_{t+1}\}$$

によるスムージングを施した。

第4・0表がスムージングによる結果である。

データによる原系列を \tilde{y}_t におきかえると、 y_t のかかえていた難点は、ほぼ解消するが、ただ26、27および28年の \tilde{y}_t については依然停滞の様相が解消していない。そこで四国地方の昭和25～29年の落ち込み現象に用いたトリックをそのまま用い、27年に対する \tilde{y}_t として平均の5,181.5千人をあてた以外に特別のトリックを用いる必要は生じなかった。この結果から、スムージングが大きなメリットをもたらしているといえると思われる。

(2) 第1期

この場合における \bar{K}_2 、 \underline{K}_1 および \bar{K}_2 を求める3つのステップの曲線 (\tilde{y}_t , R_t)、 \underline{K}_1 および \bar{K}_2 に対する (\tilde{y}_t , R_t) の数値が第4・1表に、またそれぞれのグラフが第4・1図に描かれている。

第4・1表の(2), (3)

| t | \underline{K}_1 のステップ | | \bar{K}_2 のステップ | |
|-----|-------------------------|--|---|--------------|
| | \tilde{y}_t | R_t | \tilde{y}_t | R_t |
| 22 | 185.85 | 0.273643092 | 1,951.77 | — |
| 23 | 145.92 | 0.428907168 | 1,991.7 | 0.020458353 |
| 24 | 102.12 | 0.509088222 | 2,035.5 | 0.021991263 |
| 25 | 97.67 | 0.222583559 | 2,069.95 | 0.016924588 |
| 27 | 55.35 | 0.338573155 | 2,082.27 | 0.0059518345 |
| 29 | 41.35 | 0.569259962 | 2,096.27 | 0.0067234316 |
| 30 | 26.35 | 0.279126213 | 2,111.27 | 0.0071555667 |
| 31 | 20.6 | — | 2,117.02 | 0.0027234792 |
| | | $\hat{\alpha} = 0.39076612$ | $\hat{\alpha} = 0.365420253$ | |
| | | $\hat{\beta} = -0.182804 \times 10^{-4}$ | $\hat{\beta} = -0.1710512 \times 10^{-4}$ | |
| | | $K = 2,137.62$ | $K = 2,136.32$ | |
| | | $\underline{K}_1 = 3,099.23$ | $\bar{K}_2 = 5,235.55$ | |

がわかる。そこで局所的にトリックを施すよりは、当該期間に亘ってスムーシングを施す方がよいのではないかという考えから、昭和23～45年の各年の総人口に、つぎの算式

第4・0表

| t | y_t | \tilde{y}_t |
|-----|---------|---------------|
| 22 | 5,051 | 5,051 |
| 23 | 5,088.5 | 5,090.93 |
| 24 | 5,135.7 | 5,134.73 |
| 25 | 5,179 | 5,169.18 |
| 26 | 5,183 | 5,181 |
| 27 | 5,179 | 5,180.25 |
| 28 | 5,180 | 5,183.25 |
| 29 | 5,194 | 5,195.5 |
| 30 | 5,214 | 5,210.5 |
| 31 | 5,220 | 5,216.25 |
| 32 | 5,211 | 5,213.75 |
| 33 | 5,213 | 5,211 |
| 34 | 5,207 | 5,207 |
| 35 | 5,201 | 5,200.75 |
| 36 | 5,194 | 5,191.25 |
| 37 | 5,176 | 5,178.25 |
| 38 | 5,167 | 5,167.75 |
| 39 | 5,161 | 5,161 |
| 40 | 5,155 | 5,151.15 |
| 41 | 5,135 | 5,140 |
| 42 | 5,135 | 5,134 |
| 43 | 5,131 | 5,132 |
| 44 | 5,131 | 5,132.5 |
| 45 | 5,137 | 5,139.5 |
| 46 | 5,153 | 5,153 |

第4・1表の(1) \bar{K}'_2 のステップ

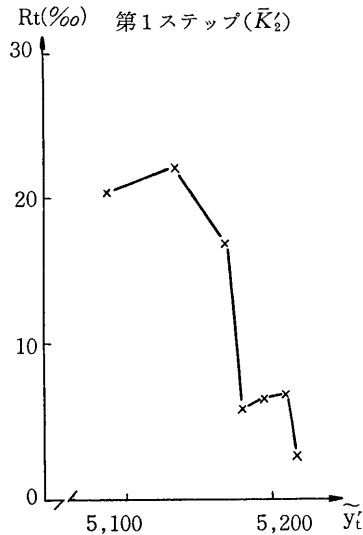
| t | y_t | \tilde{y}_t | R_t |
|-----|---------|---------------|--------------|
| 22 | 5,051 | 5,051 | — |
| 23 | 5,088.5 | 5,090.93 | 0.020458353 |
| 24 | 5,135.7 | 5,134.73 | 0.021991263 |
| 25 | 5,179 | 5,169.18 | 0.016924588 |
| 26 | 5,179 | 5,181.5 | 0.0059518345 |
| 27 | 5,179 | 5,181.5 | 0.0059518345 |
| 29 | 5,194 | 5,195.5 | 0.006734316 |
| 30 | 5,214 | 5,210.5 | 0.0071555667 |
| 31 | 5,220 | 5,216.25 | 0.0027234792 |

$$\hat{\alpha} = 0.345354564$$

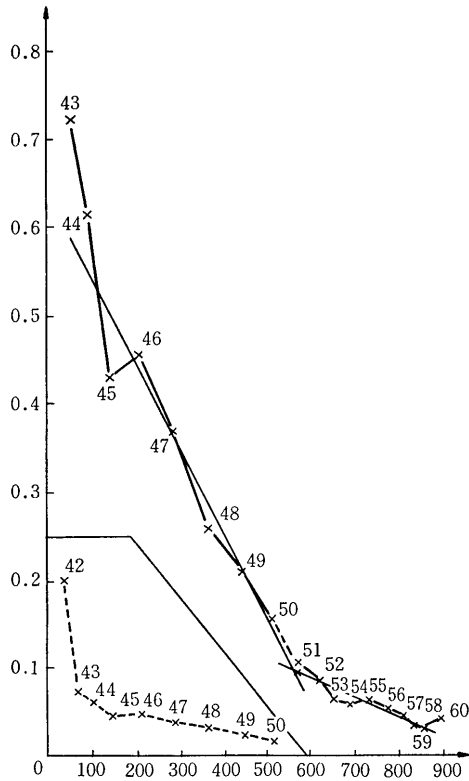
$$\hat{\beta} = -0.6594705 \times 10^{-5}$$

$$\bar{K}'_2 = 5,236.85$$

第4・1・(1)図



第3・3'図



4. 北陸地方と東北地方

1 北陸地方

(1) 総人口の全期間における動き

第1表および第1図によって北陸地方の総人口数の動きを詳細にチェックすると、総人口が停滞している期間が、昭和25～28年また昭和41と42年、つづいて43と44年には、それぞれ相等しいというように、他地方にはみられない長期間（昭和25～44年）に亘る総人口の停滞現象がつついていること

第3・3'表

| t | y_t | y'_t | R_t |
|-----|-------|--------|-------------|
| 41 | 6,866 | 12 | — |
| 42 | 6,890 | 36 | 2.00000000 |
| 43 | 6,916 | 62 | 0.72222222 |
| 44 | 6,954 | 100 | 0.612903226 |
| 45 | 6,997 | 143 | 0.43000000 |
| 46 | 7,062 | 208 | 0.454545455 |
| 47 | 7,139 | 285 | 0.370192308 |
| 48 | 7,220 | 366 | 0.284210526 |
| 49 | 7,297 | 443 | 0.210382514 |
| 50 | 7,366 | 512 | 0.155756208 |
| 51 | 7,420 | 566 | 0.105468750 |
| 52 | 7,468 | 614 | 0.084805654 |
| 53 | 7,506 | 652 | 0.061889251 |
| 54 | 7,543 | 689 | 0.056748466 |
| 55 | 7,586 | 732 | 0.062409289 |
| 56 | 7,624 | 770 | 0.051912568 |
| 57 | 7,659 | 805 | 0.045454545 |
| 58 | 7,685 | 831 | 0.032298137 |
| 59 | 7,711 | 857 | 0.031287605 |
| 60 | 7,748 | 894 | 0.043173862 |

結果

グループ (44~50年)

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= 0.6480251287 \\ \hat{\beta} &= -0.9811535061 \times 10^{-3} \\ K &= 660.47 \\ \bar{K}'_4 &= 7,514.47 \\ (\bar{K}'_4 &= \underline{K}_3 + K \\ &= 6,854 + 660.47) \end{aligned}$$

グループ (51~59年)

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= 0.2215515121 \\ \hat{\beta} &= -0.2243231038 \times 10^{-3} \\ K &= 987.64 \\ \bar{K}_4 &= 7,841.64 \\ (\bar{K}_4 &= \underline{K}_3 + K \\ &= 6,854 + 987.64) \end{aligned}$$

第3・3'図はそのグラフである。この図によれば、第3期の最初の1年に該当する R_{42} が他の R_t に対して当初の不安定性のために高い値をもっていると考えられるから、これを除外するとしても、全体像をまざまみることが大切なので、42年を除去したもののグラフと、その図面の左下に10分の1のスケールで42年も入れた全体のグラフがかかれてある。まず全体のグラフから42年を除外しただけでよいかの検討の資料とした。その結果、全体を2つの結果のグループに分けることを前提において、43~50年と51~59年とすると、43~50年のグループでは曲線的と考えざるをえないので、敢えて43年を除外し、(44~50年)と(51~59年)の2グループに分けることにする。

算定結果が第3・3'表の右側に掲載してある。

第3・2'表

| t | y_t | y'_t | R_t |
|-----|-------|--------|-------------|
| 31 | 7,002 | 159.74 | — |
| 32 | 6,993 | 168.74 | 0.056341555 |
| 33 | 6,988 | 173.74 | 0.029631386 |
| 34 | 6,977 | 184.74 | 0.063312996 |
| 35 | 6,944 | 217.74 | 0.178629425 |
| 36 | 6,925 | 236.74 | 0.087260035 |
| 37 | 6,906 | 255.74 | 0.080256822 |
| 38 | 6,886 | 275.74 | 0.078204426 |
| 39 | 6,870 | 291.74 | 0.058025676 |
| 40 | 6,872 | 289.74 | -0.00685542 |
| 41 | 6,866 | 295.74 | 0.020708221 |

結果

$$\hat{\alpha} = 0.5248222727$$

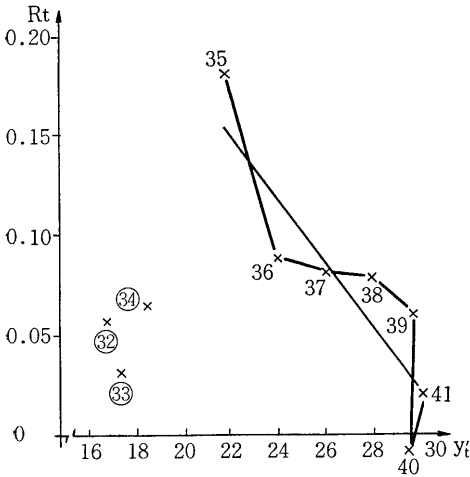
$$\hat{\beta} = -1.705431963 \times 10^{-8}$$

$$K = 307.74$$

$$\underline{K}_3 = 6,854.00$$

$$(\underline{K}_2 - K = 7,161.74 - 307.74)$$

第3・2'図



線的な動きとは全く無関係な形をとっているのが、第2期に入った最初の3年間では、第2期の体制が固まっていなかったと考えられる。したがって35~41年の資料によってロジスティック曲線を誘導する。またこの第2期の (y'_t, R_t) の動きは、一本の直線によって表現されることができると考えることができる。

(3) 第3期

第3期は、昭和42~60年の期間で、第2期の下限値 (\underline{K}_3) が 6,859.4 千人であるから

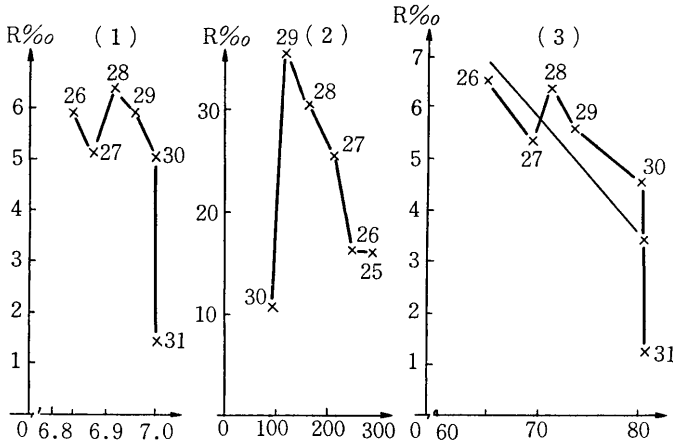
$$y'_t = y_t - 6,854.0$$

で定義される。この (y'_t, R_t) は第3・3'表のごとくである。

と R_t を掲載し、第3・1'図はそのグラフである。

第1期のロジスティック曲線に対する \bar{K}_2 、 \underline{K}_1 および \bar{K}_2 の計算のための資料、 (y_t, R_t) 、 (y'_t, R_t) が個別に第3・1'表に、それぞれの (y_t, R_t) 、 (y'_t, R_t) のグラフが第3・1'図に掲載されている。この場合は殆んど特段の注意は必要としないと思う。

第3・1'図



結果

| | | |
|---|------------------------------|--|
| $\hat{\alpha} = 0.189600602$ | $\hat{\alpha} = 0.285534554$ | $\hat{\alpha} = 0.2081003567$ |
| $\hat{\beta} = -0.2673913 \times 10^{-5}$ | $\hat{\beta} = -0.000315754$ | $\hat{\beta} = -0.2133829954 \times 10^{-3}$ |
| $\bar{K}_2 = 7,090.8$ | $K = 904.3$ | $K = 975.24$ |
| | $\underline{K}_1 = 6,186.5$ | $\bar{K}_2 = 7,161.74$ ($= 6,186.5 + 975.24$) |

(2) 第2期

第2期の期間は、32~41年の10年である。第1期のロジスティック曲線の上限值 (\bar{K}_2) は7,068.7千人であるから、 y'_t は

$$y'_t = 7,068.7 - y_t$$

で定義される。

曲線 (y'_t, R_t) の数値表とグラフは第3・2'表と第3・2'図である。

第3・2'図をみると、32、33および34年の R_t の値は、その後の R_t の直

うけて、 y'_i が

$$y'_i = y_i - \bar{K}_3 = y_i - 12,034.13$$

によって定義され、それに対して R_i を計算する。曲線 (y'_i , R_i) が第3・3表に、そのグラフが第3・3図である。

まず表をみると、昭和46～50年の R_i の数値がそれ以後の年と大きくはなれている。したがって図は、(46～50年) と (51～60年) の部分の関係がわかるように、二重目盛りで描かれている。よってそれぞれのグループは、別個の2直線があてられることが適切である。

その計算結果は下記のとおりである。

結果

| グループ (47～50年) | グループ (51～60年) |
|--|--|
| $\hat{\alpha} = 2.29679097$ | $\hat{\alpha} = 0.3467241025,$ |
| $\hat{\beta} = -0.3988912485 \times 10^{-2}$ | $\hat{\beta} = -0.2500913792 \times 10^{-3},$ |
| $K = -\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} = 575.79$ | $K = -\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} = 1,386.39$ |
| $\bar{K}_4 = 12,034.13 + 575.79$ $= 12,609.92.$ | $\bar{K}_4 = 12,034.13 + 1,386.39$ $= 13,420.52.$ |

2 中国地方

(1) 第1期

中国地方の資料により R_i を計算すると、昭和26年から安定した数値がえられたので、第3・1'表に示したように、第1期を昭和25～31年とし、 y_i

第3・1'表

| t | y_t | R_t | y'_t | R_t | y'_t | R_t |
|-----|-------|--------------|--------|-------------|--------|-------------|
| 25 | 6,797 | — | 293.8 | 0.157604412 | 610.5 | — |
| 26 | 6,837 | 0.0058849492 | 253.8 | 0.159963436 | 650.5 | 0.065520065 |
| 27 | 6,872 | 0.0051192043 | 218.8 | 0.251716247 | 685.5 | 0.053804765 |
| 28 | 6,916 | 0.0064027939 | 174.8 | 0.306427503 | 729.5 | 0.064186725 |
| 29 | 6,957 | 0.0059282822 | 133.8 | 0.354251012 | 770.5 | 0.056202878 |
| 30 | 6,992 | 0.0050309041 | 98.8 | 0.112612612 | 805.5 | 0.045425048 |
| 31 | 7,002 | 0.0014302059 | 88.8 | — | 815.5 | 0.012414649 |

テック曲線の上限値 (\bar{K}_2)

の値 13,294.21 千人をうけて

$$y'_i = 13,294.21 - y_i$$

について35年以降46年までを

第2期とし、 y'_i について R_i

を計算した結果が第3・2表に

掲げてある。そして第3・2図

が曲線 (y'_i, R_i) のグラフで

ある。このグラフをみると、

一本の直線をあてるべきもの

と考えられる。

(3) 第3期

第3期は、昭和47~60年で

第2期のロジスティック曲線

の下限值 (\bar{K}_a) 12,034.13 を

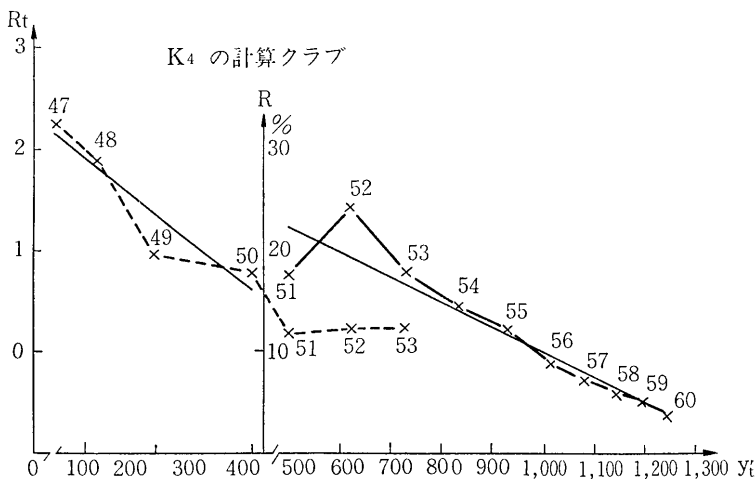
第3・3表

| t | y_t | y'_t | R_t |
|-----|--------|----------|-------------|
| 46 | 12,047 | 12.87 | — |
| 47 | 12,076 | 41.87 | 2.253302253 |
| 48 | 12,154 | 119.87 | 1.862909004 |
| 49 | 12,271 | 236.87 | 0.976057396 |
| 50 | 12,461 | 426.87 | 0.802127749 |
| 51 | 12,536 | 501.87 | 0.175697519 |
| 52 | 12,656 | 621.87 | 0.239105745 |
| 53 | 12,766 | 731.87 | 0.176885844 |
| 54 | 12,868 | 833.87 | 0.139369014 |
| 55 | 12,965 | 930.87 | 0.116325087 |
| 56 | 13,044 | 1,009.87 | 0.084866845 |
| 57 | 13,114 | 1,079.87 | 0.069315853 |
| 58 | 13,173 | 1,138.87 | 0.054636206 |
| 59 | 13,230 | 1,195.87 | 0.050049611 |
| 60 | 13,276 | 1,241.87 | 0.038465720 |

第1グループ (47~50年),

第2グループ (51~60年)

第3・3図



第3・2表

| t | y_t | y'_t | R_t |
|-----|--------|----------|-------------|
| 34 | 13,004 | 290.21 | — |
| 35 | 12,904 | 390.21 | 0.344578064 |
| 36 | 12,805 | 489.21 | 0.253709541 |
| 37 | 12,676 | 618.21 | 0.263690440 |
| 38 | 12,563 | 731.21 | 0.182785785 |
| 39 | 12,441 | 853.21 | 0.166846733 |
| 40 | 12,371 | 923.21 | 0.082043108 |
| 41 | 12,335 | 959.21 | 0.038994378 |
| 42 | 12,313 | 981.21 | 0.022935541 |
| 43 | 12,245 | 1,049.21 | 0.069302188 |
| 44 | 12,168 | 1,126.21 | 0.073388549 |
| 45 | 12,071 | 1,223.21 | 0.086129585 |
| 46 | 12,047 | 1,247.21 | 0.019620507 |

$$\hat{\alpha} = 0.446235382$$

$$\hat{\beta} = 0.3541323782$$

$$K = 1,260.08$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_3 &= \bar{K}_2 - K = 13,294.21 - 1,260.08 \\ &= 12,034.13 \end{aligned}$$

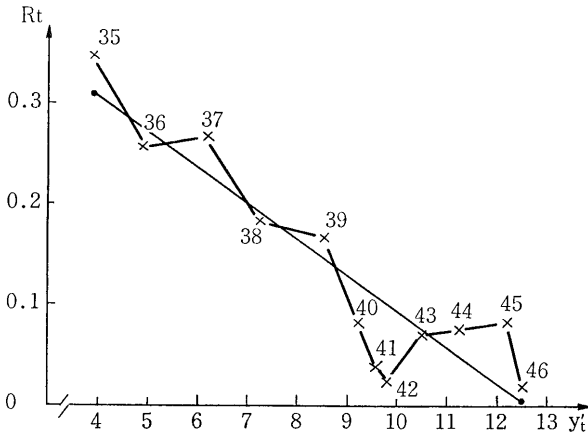
異常値を示しているために、このデータを除外して \bar{K}_1 が計算されている。

つぎに \bar{K}_2 を算定するに当って、昭和29年の R の値が異常値となるので、ここでもこれを削除するとほぼ直線的な動きを仮定しても不都合は感じられない。この曲線 (y'_t , R_t) のグラフがつぎの第3・1・(3)図に描かれている。各ステップにおける α , β および K'_2 , K_1 および K_2 の値は、第3・1表に掲載されている。

(2) 第2期

第2期は、第1期のロジス

第3・2図



第3・1表

| ステップ | (1) \bar{K}_2 のステップ | | (2) \bar{K}_1 のステップ | | (3) \bar{K}_2 のステップ | |
|------|--------------------------|--------------|--------------------------|--------------|--------------------------|--------------|
| | y_t | R_t | y_t | R_t | y_t | R_t |
| 22 | 11,400 | — | 1,999.54 | 0.157230877 | 4,645.39 | — |
| 23 | 11,670.5 | 0.02372807 | 1,729.04 | 0.167923050 | 4,915.89 | 0.058229772 |
| 24 | 11,919.1 | 0.021301572 | 1,480.44 | 0.135707381 | 5,164.49 | 0.05057070 |
| 25 | 12,096 | 0.014841724 | 1,303.54 | 0.104189608 | 5,341.39 | 0.034253140 |
| 26 | 12,219 | 0.010168652 | 1,180.54 | 0.151139887 | 5,464.39 | 0.023027714 |
| 27 | 12,374 | 0.012685162 | 1,025.54 | 0.137542427 | 5,619.39 | 0.028365472 |
| 28 | 12,498 | 0.010021011 | (901.54) | 0.552933476) | 5,743.39 | 0.022066452 |
| 29 | (12,819 | 0.025684109) | 580.54 | 0.257832474 | (6,064.39 | 0.055890337) |
| 30 | 12,938 | 0.004560210 | 461.54 | 0.146569285 | 6,183.39 | 0.019622749 |
| * | 12,997 | 0.106589494 | 402.54 | — | 6,242.39 | 0.009541692 |

ここで*は31~34の y_t の平均値をとっている。

$$\hat{\alpha} = 0.168274496$$

$$\hat{\beta} = -0.125582286$$

$$\bar{K}_2 = 13,399.54$$

$$\hat{\alpha} = 0.19195840193$$

$$\hat{\beta} = -0.02888794099$$

$$K = 6,644.93$$

$$\bar{K}_1 = 6,754.61$$

$$\hat{\alpha} = 0.2102353451$$

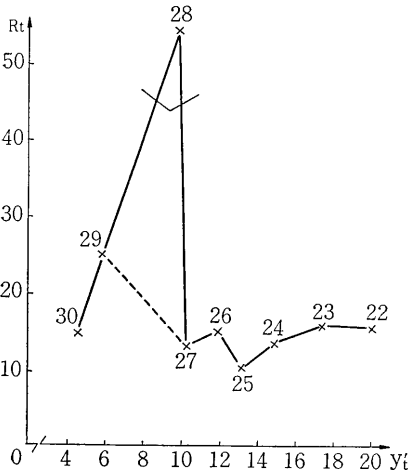
$$\hat{\beta} = -0.3214804862$$

$$K = 6,539.60$$

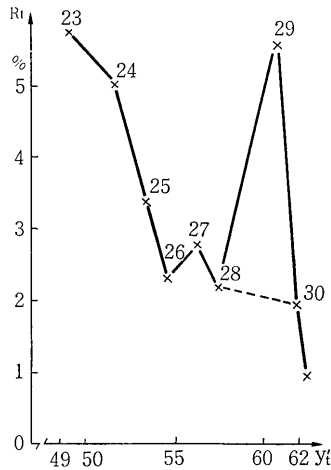
$$\bar{K}_2 = 13,294.21$$

第3・1・(2)図 九州地方の (y_t , R_t) 曲線

(22~30年)



第3・1・(3)図



したがって昭和59年までのデータからみると、昭和60年を境として人口減少の局面に入っているのではないかと推定される。

3. 九州と中国の各地方

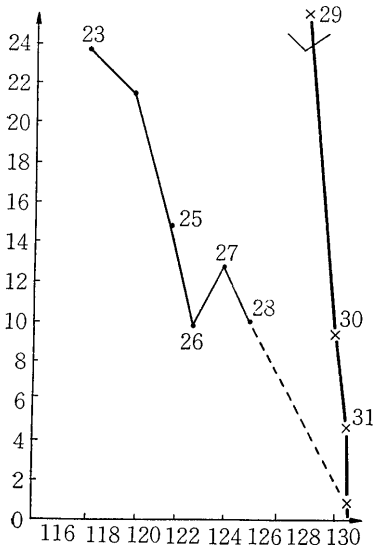
第2章において四国地方を例にとって詳細にそのとり扱いを述べたので、この章では九州地方と中国地方について、そのとり扱いのういで特に配慮した点を各期別に資料を掲げて述べ、第4章では北陸と東北の各地方をとりあげることにする。

1 九州地方

(1) 第1期

第3・1図と第3・1表とを対称してみると「昭和29年の R_t が突出しており、さらに昭和31～34の期間が停滞している」ことがわかる。

これを第3・1図でみると明らかのように、昭和29年には突然に人口に異変が発生しており、それが急速におさまって、30年には、23年からの従来の人口の推移傾向に合体していったことが窺える。われわれは全体的な推移傾向をロジスティック曲線によってキャッチしようとしているわけであるから、この趣旨で第1ステップでは、 (y_{29}, R_{29}) を除いた昭和23～31年の (y_t, R_t) によって \bar{K}'_2 が算定されている(第3・1表の(1)参照)。



つぎに \bar{K}_1 を算定する第2ステップでは、第3・1・(2)図から分るように、昭和28年に対する R_{28} が、第1ステップにおける29年に対する R_{29} に関連して

$$\begin{aligned}
 -0.355129859 &= 1.681333336 \hat{\beta} \\
 \therefore \hat{\beta} &= -\frac{0.355129859}{1.681333336} = -0.2112191862. \\
 &\quad (0.2517803105) \\
 \hat{\alpha} &= 0.3607588975 + 1.192033333 \times 0.2112191862 \\
 &= 0.6125392080. \\
 K &= \frac{\hat{\alpha}}{-\hat{\beta}} = \frac{0.6125392080}{0.2112191862} \times 10^2 = 2.900016892 \times 10^2 = 290.00. \\
 \therefore \bar{K}'_4 &= 290.00 + 3872.13 = 4162.13.
 \end{aligned}$$

第3ステップ 昭和52～59年の計算

第2・3・(2)表

| t | y_t | y'_t | R_t | $y'_t R_t$ | $y_t'^2$ |
|------|-------|----------|-------------|-------------|--------------|
| 52 | 4,097 | 224.87 | 0.142225834 | 31.98232329 | 50,566.5169 |
| 53 | 4,127 | 248.87 | 0.106728332 | 26.56147998 | 61,936.2769 |
| 54 | 4,144 | 271.87 | 0.092417728 | 25.12560771 | 73,913.2969 |
| 55 | 4,163 | 290.87 | 0.069886343 | 20.32784058 | 84,605.3569 |
| 56 | 4,175 | 302.87 | 0.041255544 | 12.49506661 | 91,730.2369 |
| 57 | 4,186 | 313.87 | 0.036319213 | 11.39951138 | 98,514.3769 |
| 58 | 4,197 | 324.87 | 0.035046357 | 11.38550999 | 105,540.5169 |
| 59 | 4,206 | 333.87 | 0.027703389 | 9.249330485 | 111,469.1769 |
| (60) | 4,227 | 354.87 | — | — | — |
| 計 | | 2,311.96 | 0.551582740 | 148.266697 | 678,275.7552 |

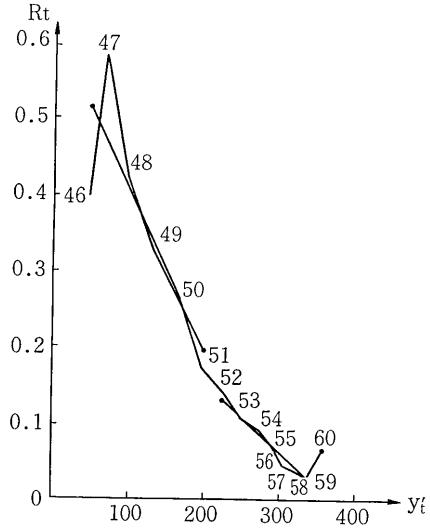
正規方程式：

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} 0.551582740 = 8\hat{\alpha} + 2.31196\hat{\beta} \\ 0.148266697 = 2.31196\hat{\alpha} + 0.6782757552\hat{\beta} \end{cases} \\
 0.0689478425 = \hat{\alpha} + 0.288995\hat{\beta} \\
 0.1594046539 = 2.31196\hat{\alpha} + 0.6681448802\hat{\beta} \\
 -0.0111379569 = 0.010130875\hat{\beta} \\
 \therefore \hat{\beta} = -\frac{1.11379569}{1.0130875} = -1.099407198. \\
 \quad (0.317723183) \\
 \hat{\alpha} = 0.0689478425 + 0.288995 \times 1.099407198 \\
 = 0.3866710255. \\
 \therefore K = \frac{\hat{\alpha}}{-\hat{\beta}} = \frac{0.3866710255}{1.099407198} \times 10^3 = 0.351709 \times 10^3 = 351.71. \\
 \therefore \bar{K}_4 = 3,873.13 + 351.71 = 4,223.84.
 \end{aligned}$$

第2・3表

| t | y_t | y'_t | R_t |
|-----|-------|---------|-------------|
| 45 | 3,904 | (31.87) | — |
| 46 | 3,917 | 44.87 | 0.407907123 |
| 47 | 3,943 | 70.87 | 0.579451749 |
| 48 | 3,973 | 100.87 | 0.423310286 |
| 49 | 4,006 | 133.87 | 0.327153762 |
| 50 | 4,040 | 167.87 | 0.253977740 |
| 51 | 4,069 | 196.87 | 0.172752725 |
| 52 | 4,097 | 224.87 | 0.142225834 |
| 53 | 4,121 | 248.87 | 0.106728332 |
| 54 | 4,144 | 271.87 | 0.092417728 |
| 55 | 4,163 | 290.87 | 0.069886343 |
| 56 | 4,175 | 302.87 | 0.041255544 |
| 57 | 4,186 | 313.87 | 0.036319213 |
| 58 | 4,197 | 324.87 | 0.035046357 |
| 59 | 4,206 | 333.87 | 0.027703389 |
| 60 | 4,227 | 354.87 | 0.062898733 |

第2・3図



第2ステップ 昭和46～51年の計算

第2・3・(1)表

| t | y_t | y'_t | R_t | $y'_t R_t$ | $y_t'^2$ |
|-----|-------|---------|-------------|-------------|--------------|
| 45 | 3,904 | (31.87) | — | — | — |
| 46 | 3,917 | 44.87 | 0.407907123 | 18.3027926 | 2,013.3169 |
| 47 | 3,943 | 70.87 | 0.579451749 | 41.06574545 | 5,022.5569 |
| 48 | 3,973 | 100.87 | 0.423310286 | 42.69930854 | 10,174.7569 |
| 49 | 4,006 | 133.87 | 0.327153762 | 43.79607411 | 17,921.1769 |
| 50 | 4,040 | 167.87 | 0.253977740 | 42.63524321 | 28,180.3369 |
| 51 | 4,069 | 196.87 | 0.172752725 | 34.00982897 | 38,757.7969 |
| 計 | | 715.22 | 2.164553385 | 222.5089927 | 102,069.9414 |

正規方程式：

$$\begin{cases}
 2.164553385 = 6\hat{\alpha} + 7.1522\hat{\beta} \\
 2.225089927 = 7.1522\hat{\alpha} + 10.20699414\hat{\beta} \\
 0.3607588975 = \hat{\alpha} + 1.192033333\hat{\beta} \\
 2.580219786 = 7.1522\hat{\alpha} + 8.525660804\hat{\beta}
 \end{cases}$$

第3ステップ 昭和40～45年の計算

第2・2・(2)表

| t | y_t | y'_t | R_t | $y'_t R_t$ | $y_t'^2$ |
|-----|-------|----------|-------------|--------------|--------------|
| 40 | 3,975 | 336.67 | 0.059810495 | 2,013.639935 | 113,346.6889 |
| 41 | 3,946 | 365.67 | 0.086137761 | 3,149.799506 | 133,714.5489 |
| 42 | 3,935 | 376.67 | 0.030081768 | 1,133.089955 | 141,880.2889 |
| 43 | 3,918 | 393.67 | 0.045132344 | 1,776.724986 | 154,976.0689 |
| 44 | 3,909 | 402.67 | 0.022861788 | 920.5756093 | 162,143.1289 |
| 45 | 3,904 | 407.67 | 0.012417116 | 506.2085679 | 166,194.8289 |
| 計 | | 2,283.02 | 0.256441272 | 9,500.038558 | 872,255.5534 |

正規方程式：

$$\begin{aligned}
 25.6441271 &= 6\hat{\alpha} + 22.8302\hat{\beta} \\
 95.00038558 &= 22.8302\hat{\alpha} + 87.22555534\hat{\beta} \\
 4.274021183 &= \hat{\alpha} + 3.805033333\hat{\beta} \\
 97.57675841 &= 22.8302\hat{\alpha} + 86.86967199\hat{\beta} \\
 -2.57637283 &= 0.35588335\hat{\beta} \\
 \therefore \hat{\beta} &= -7.239374446. \\
 &\quad (27.54606107) \\
 \hat{\alpha} &= 4.274021183 + 3.805033333 \times 7.239374446 \\
 &= 31.82008225. \\
 K &= \frac{\hat{\alpha}}{-\hat{\beta}} \times 10^2 = \frac{31.82008225}{7.239374446} \times 10^2 = 4.3954 \times 10^2 \\
 &= 439.54. \\
 \therefore \underline{K}_3 &= \bar{K}_2 - K = 4,311.67 - 439.54 \\
 &= 3,872.13.
 \end{aligned}$$

ゆえに第2期の最低値 (\underline{K}_3) は3,872.13である。

3 第3期について

第1ステップ 系列 (y'_t) の検討・吟味

第3期は昭和45～60年で、いま

$$y'_t = y_t - \underline{K}_3 = y_t - 3,872.13$$

とにおいて $P_t(y'_t, R_t)$ の動きを検討・吟味する資料として第2・3表とそれに対するグラフとして第2・3図掲げる。

第2・3図により46～51年と52～59年の二つに分解してみる。

に、この場合に分解するのがよいか、さらに二つに分けるのが適当なときにはどの時点で分けるべきかの判断は、そのときの種々の資料によってまず状況が変化したことを確認することが必要であるし、二分するのにどこで分けるべきかという検討も必要となる。ここでは一応考え方を述べるだけに止めたい。

つぎにそれらの計算過程を示しておこう。

第2ステップ 昭和30～39年の計算

第2・2・(1)表

| t | y_t | y'_t | R_t | $y'_t R_t$ | $y_t'^2$ |
|-----|-------|----------|-------------|--------------|--------------|
| 30 | 4,246 | 65.67 | — | — | — |
| 31 | 4,241 | 70.67 | 0.076138267 | — | — |
| 32 | 4,208 | 103.67 | 0.466959106 | — | — |
| 33 | 4,185 | 126.67 | 0.221857818 | — | — |
| 34 | 4,166 | 145.67 | 0.114996052 | — | — |
| 35 | 4,122 | 189.67 | 0.302052585 | 57.29031379 | 35,974.7089 |
| 36 | 4,083 | 228.67 | 0.205620288 | 47.01919125 | 52,289.9689 |
| 37 | 4,045 | 266.67 | 0.166178336 | 44.31477686 | 71,112.8889 |
| 38 | 4,020 | 291.67 | 0.093748828 | 27.34372066 | 85,071.3889 |
| 39 | 3,994 | 317.67 | 0.089141838 | 28.31768767 | 100,914.2289 |
| 計 | | 1,294.85 | 0.856741875 | 204.28569000 | 345,363.1845 |

正規方程式：

$$\begin{cases} 0.856741875 = & 5\hat{\alpha} + 12.9485\hat{\beta} \\ 2.0428569000 = & 12.9485\hat{\alpha} + 34.53631845\hat{\beta} \\ 0.171348375 = & \hat{\alpha} + 2.5897\hat{\beta} \\ 2.218704433 = & 12.9486\hat{\alpha} + 33.53273045\hat{\beta} \\ -0.175847533 = & 1.003588\hat{\beta} \end{cases}$$

$$\therefore \hat{\beta} = -0.1752188477.$$

$$0.4537642498$$

$$\hat{\alpha} = 0.171348375 + 2.5897 \times 0.1752188477$$

$$= 0.6251126248.$$

$$K = -\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \times 10^2 = -\frac{0.6251126248}{0.1752183477} \times 10^2 = 356.78.$$

$$\therefore \underline{K}'_3 = \bar{K}_2 - K = 4,311.67 - 356.78$$

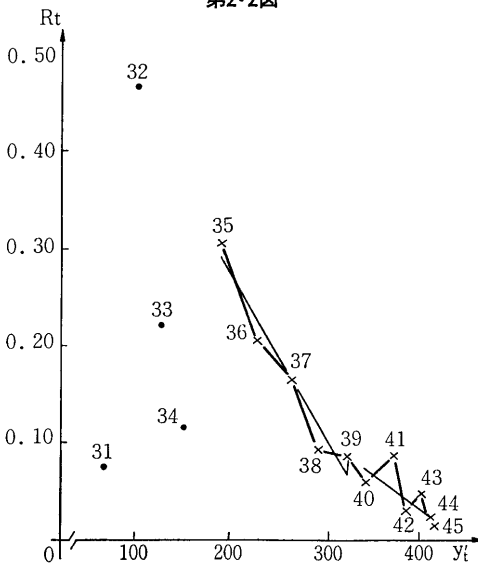
$$= 3,954.89.$$

の動きから第2期の人口の動きを捕えることにする。しかしわれわれは、その傾向をロジスティック曲線を用いてキャッチするという一貫した考え方の上にたっているから、35～45年の $P_t(y'_t, R_t)$ の動きをいくつかのセグメントに分解し、それらを合成しながらトレースしてゆくのである。この場合は35～45年の動きを35～39年、40～45年の二つに分解してゆくことにして、それぞれに適合したロジスティック曲線を算定することになる。後述の例でわかるよう

第2・2表

| t | y_t | y'_t | R_t |
|-----|-------|--------|-------------|
| 30 | 4,246 | 65.67 | — |
| 31 | 4,241 | 70.67 | 0.076138267 |
| 32 | 4,208 | 103.67 | 0.466959106 |
| 33 | 4,185 | 126.67 | 0.221857818 |
| 34 | 4,166 | 145.67 | 0.114996052 |
| 35 | 4,122 | 189.67 | 0.302052585 |
| 36 | 4,083 | 228.67 | 0.205620288 |
| 37 | 4,045 | 266.67 | 0.166178336 |
| 38 | 4,020 | 291.67 | 0.093748828 |
| 39 | 3,994 | 317.67 | 0.089141838 |
| 40 | 3,975 | 336.67 | 0.059810495 |
| 41 | 3,946 | 365.67 | 0.086137761 |
| 42 | 3,935 | 376.67 | 0.030081768 |
| 43 | 3,918 | 393.67 | 0.045132344 |
| 44 | 3,909 | 402.67 | 0.022861788 |
| 45 | 3,904 | 407.67 | 0.012417116 |

第2・2図



正規方程式：

$$\begin{cases} 0.106009869 = 4\hat{\alpha} + 6.69668\hat{\beta} \\ 0.1760614266 = 6.69668\hat{\alpha} + 11.21755702\hat{\beta} \\ 0.02650246725 = \hat{\alpha} + 1.67417\hat{\beta} \\ 0.1774785423 = 6.69668\hat{\alpha} + 11.21138075\hat{\beta} \\ -0.0014171157 = \quad + 0.00617627\hat{\beta} \end{cases}$$

$$\therefore \hat{\beta} = -\frac{0.0014171157}{0.00617627} = -0.2294452315.$$

$$(0.3841303232)$$

$$\hat{\alpha} = 0.02650246725 + 1.67417 \times 0.2294452315$$

$$= 0.4106327904.$$

$$K = -\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} = \frac{0.4106327904}{0.2294452315} \times 10^8 = 1.78968 \times 10^8$$

$$= 1789.68.$$

したがって

$$\bar{K}_2 = 2,521.98 + 1,789.68 = 4,311.67$$

がえられる。

以上のように、第1期に対して重複をいとわないで計算を行なったのは、その期間のなかで人口が変動する範囲を限定しなかったからにほかならない。

2 第2期について⁶⁾

第1ステップ 系列 (y'_i) の検討・吟味

第2期は、第1節で算定された \bar{K}_2 を上限として y_i は昭和30年を境として同45年まで漸減しつづけたのち、同46年から再び上昇に転ずる。したがって31～45年を第2期と定義することにする。

そこで前と同様に

$$y'_i = \bar{K}_2 - y_i = 4,311.67 - y_i$$

とおくとき、 y'_i は単調増加系列となる。第2・2表には (y'_i , R_i) が年次にしたがって記載され、第2・2図はそのグラフである。

第2・2図を一見して、第1期から第2期に移った直後の4年間は人口の動きが不安定の状態にあり、35年から安定した状態に入っていることが直感的にキャッチされる。したがって昭和31～34年の期間を削って35～45年

$$\begin{aligned}
0.3521734655 &= \hat{\alpha} + 1.6577 \hat{\beta} \\
2.335191811 &= 6.6308 \hat{\alpha} + 10.99187716 \hat{\beta} \\
-0.023871109 &= 1.105832 \hat{\beta} \\
\therefore \hat{\beta} &= -\frac{0.023871109}{1.105832} = -0.02158656016. \\
&\quad (0.03577847064) \\
\hat{\alpha} &= 0.3521734655 + 1.6577 \times 0.0215832 \\
&= 0.38795193614.
\end{aligned}$$

したがって上限値 K は

$$\begin{aligned}
K &= \frac{\hat{\alpha}}{-\hat{\beta}} = \frac{0.38795193614}{0.02158656016} \times 10^2 \\
&= 1,797.19.
\end{aligned}$$

したがってつぎの \underline{K}_1 すなわち

$$\underline{K}_1 = \bar{K}_2 - K = 4,319.17 - 1,797.19 = 2,521.98$$

をこの系列の下限值と考えるのである。

第4ステップ \underline{K}_1 を下限値にもつ系列の上限値 \bar{K}_2 の計算

つぎの第2・1・(3)表の y'_t は

$$y'_t = y_t - \underline{K}_1 = y_t - 2,521.98$$

と定義し、修正系列を下限値を $\underline{K}_1 = 2,521.98$ とする系列に変換するための処置をしたうえ、もう一度第2ステップで行なったと同様の計算過程をくりかえして、暫定的に算定した上限値 (\bar{K}'_2) を最終的に上限値 \bar{K}_2 にあらためて算定しなおす。

第2・1・(3)表

| t | y_t | R_t | $y_t R_t$ | y'_t |
|-----|----------|-------------|--------------|---------------|
| 1 | 1,553.02 | — | — | — |
| 2 | 1,618.82 | 0.042369061 | 6,858.788332 | 2,620,578.192 |
| 3 | 1,659.42 | 0.025079997 | 4,161.824862 | 2,753,674.736 |
| (4) | 1,694.42 | 0.021091707 | 3,573.821017 | 2,871,059.136 |
| 5 | 1,724.02 | 0.017469104 | 3,011.708467 | 2,972,244.96 |
| 計 | 6,696.68 | 0.106009869 | 17,606.14266 | 11,217,557.02 |

正規方程式：

$$\begin{cases} 4.13427170 = 4\hat{\alpha} + 16.7846\hat{\beta} \\ 17.29613282 = 16.7846\hat{\alpha} + 70.43687556\hat{\beta} \\ 1.033567925 = \hat{\alpha} + 4.19615\hat{\beta} \\ 17.34802419 = 70.43069929\hat{\beta} \\ -0.05189137 = 0.00617627\hat{\beta} \end{cases}$$

$$\therefore \hat{\beta} = -\frac{0.05189137}{0.00617627} = -8.401732761.$$

(35.25495127)

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= 1.033567925 + 4.19615 \times 8.401732761 \\ &= 36.288519195. \end{aligned}$$

$$\therefore \bar{K}'_2 = \frac{\hat{\alpha}}{-\hat{\beta}} = \frac{36.288519195}{8.401732761} = 4,319.17.$$

第3ステップ 下限値 (\bar{K}_1) をもつロジスティック曲線の計算
つぎの第2・1・(2)表の y'_i は

$$y'_i = \bar{K}'_2 - y_i$$

と定義する。

y'_i は一般には単調数列であるから、直線的に推移している場合には y'_i に適合する通常ロジスティック曲線を求め、その上限値を求める。その計算過程が第2ステップの計算と同じ形式でかかっている。

第2・1・(2)表

| t | y'_i | R_t | $y_t R_t$ | y_i^2 |
|-----|---------|-------------|-------------|--------------|
| 1 | 244.17 | 0.368896115 | 90.07336439 | 59,618.9889 |
| 2 | 178.37 | 0.294694055 | 52.56457859 | 31,815.8569 |
| 3 | 137.77 | 0.340566313 | 46.91982094 | 18,980.5729 |
| (4) | 102.77 | 0.404537379 | 41.57430643 | 10,561.6729 |
| 5 | (73.17) | — | — | — |
| 計 | 663.08 | 1.408693862 | 231.1320702 | 120,977.0916 |

($\bar{K}'_2 = 4319.17$)

正規方程式：

$$\begin{cases} 1.408693862 = 4\hat{\alpha} + 6.6308\hat{\beta} \\ 2.311320702 = 6.6308\hat{\alpha} + 12.09770916\hat{\beta} \end{cases}$$

いま時系列で表された人口 (y_t) について、つぎの人口増加率 ($y_t - y_{t-1}$)
 $\div y_{t-1}$ を

$$R_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}$$

と定義するとき

$$P_t(y_t, R_t)$$

の動きが直線的と見なされるならば、人口 (y_t) はロジスティック曲線を
 描くとみてよく、これらの P_t に最小自乗法で直線をあてたときの直線の
 方程式を

$$\hat{R}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}y_t$$

とおくとき、該当のロジスティック曲線の上限値 (\bar{K}) は

$$\bar{K} = \hat{\alpha} \div (-\hat{\beta})$$

によって求められる。

修正された前記の系列から $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ を求める計算は、つぎの正規方程式

$$\begin{cases} \sum^n R_t = n\alpha + (\sum^n y_t)\beta, \\ \sum^n R_t y_t = (\sum^n y_t)\alpha + (\sum^n y_t^2)\beta \end{cases}$$

によって求めることになる。

つぎは、上記の修正系列に直線回帰をあてるための数値計算表と正規方
 程式から通常のロジスティック曲線の上限値 (\bar{K}_t) の計算過程を示している。

第2・1・(1)表

| t | y_t | R_t | $y_t R_t$ | y_t^2 |
|-----|----------|------------|--------------|---------------|
| 1 | 4,075 | — | — | — |
| 2 | 4,140.8 | 1.61472393 | 6,686.248849 | 17,146,224.64 |
| 3 | 4,181.4 | 0.98048686 | 4,099.807756 | 17,484,105.96 |
| (4) | 4,216.4 | 0.83704023 | 3,529.296425 | 17,778,028.96 |
| 5 | 4,246 | 0.70202068 | 2,980.779807 | 18,028,516.00 |
| 計 | 16,784.6 | 4.13427170 | 17,296.13282 | 70,436,875.56 |

停滞を除去する。そこで、原系列は修正されて前頁に記載の修正系列に置きされることになる⁴⁾。

第2ステップ 修正系列に対する通常ロジスティック曲線

この修正系列の人口 (y_t) を時系列とし、これがロジスティック曲線の式

$$y = \frac{K}{1 + e^{-a(x-b)}} \quad (a > 0) \quad (1. 1)$$

で表されると仮定すれば、 y_t の時点 ($t-1$) における人口増加率 ($y_t - y_{t-1}$) $\div y_{t-1}$ を y_t と組合せるために添字を1ずらして

$$R_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}$$

とおくとき、この式に (1. 1) を代入すると

$$R_t = (e^a - 1) \left(1 - \frac{1}{K} y_t\right)$$

となる。

したがって $P_t(y_t, R_t)$ が直線を形成していると見なされる場合には

$$R = \alpha + \beta y$$

とおくとき式 (1. 1) のパラミターの間にはつぎの関係式

$$\alpha = e^a - 1, \quad \beta = -\frac{\alpha}{K}$$

が成立している。

したがって時系列 y_t の上限 (\bar{K}) は

$$\bar{K} = \frac{-\alpha}{\beta}$$

によって算定されるのである。

以上の事柄を「時系列 y_t の上限値の算定原理」としてまとめておこう (以下単に算定原理という)。

時系列 y_t の上限値の算定原理⁵⁾

において具体的に四国地方の人口を例にとって詳細にそれぞれのフェースに適合したロジスティック曲線を算定するプロセスを述べたあと、第3章において九州と中国地方、第4章において北陸と東北地方をとりあげて、資料に基づいて算定の概略を述べたいと思う。

2. 四国地方の期間別ロジスティック曲線⁹⁾

1 第1期について

第1ステップ 原系列の検討・修正

基本図によれば昭和22から25年まで人口が増加したあと、26年には低下し、26～28年には同一水準で小休止してつぎの二年再び増加し、31から45年までは減少に転じている（第2期）。そこで人口増加の第1期は昭和22～30年の期間が想定されるが、前述したように26、27と28年は、25もしくは29年にはさまれて落込んではいませんが、前後で上昇傾向が持続していることを考慮すると、この現象は単に上昇の機運が特別の事情で阻まれて一時停滞したものと判断し、対応するロジスティック曲線算定のために一時的停滞を排除し、その基本的な上昇傾向を見出しやすいように第一期の時系列に修正を加える。

これは後述するところで分るように、この適合させたロジスティック曲線から各期の人口の上限および下限人口の大きさを求めることにこの小論のネライがあるからにはほかならない。

そこで右の原系列に一つのトリックを施すことにする。それは原系列の上昇傾向を求めやすくするためである。一時的停滞を示している昭和25～29年の部分をそれらの平均値4,216.4におきかえて、しかも5年の

| 原 系 列 | |
|-------|---------|
| t | y_t |
| 22 | 4,075 |
| 23 | 4,140.8 |
| 24 | 4,181.4 |
| 25 | 4,221 |
| 26 | 4,212 |
| 27 | 4,212 |
| 28 | 4,212 |
| 29 | 4,225 |
| 30 | 4,246 |

| 修 正 系 列 | |
|---------|---------|
| t | y_t |
| 1 | 4,075 |
| 2 | 4,140.8 |
| 3 | 4,181.4 |
| (4) | 4,216.4 |
| 5 | 4,246 |

地方をとり扱ったわけである。しかし最終の目的は、各地方の底にある人口の流れをキャッチすることができれば、その成果をその時期の産業構造の変化等と結びつけるときえられるさらに大きな成果への期待である。

そこでまず基本表として第1表 地方別の昭和22年～同60年の各年次別総人口数を、基本図表としてそのグラフを掲載する。

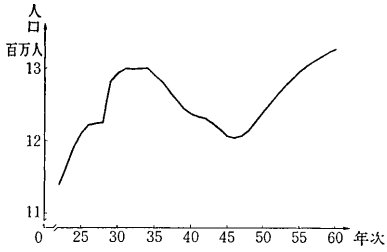
基本図表を概観すると、各地方の総人口はいずれも第2次世界大戦終了直後から同25年頃までは復員、疎開先からの移動等の急激な社会現象に誘発された人口移動によって人口も急激な増減を示した。それ以後の人口変動は、上記の急激な人口増加がもたらした急激な社会変化による一時的な停滞（とまどい）や、随所に突発的と考えられる現象が発生していることが看取されるが、これらの異常な動きも一応昭和31ないし34年までで終了している。その後昭和41ないし46年まで各地方人口が減少に転じたあと、「Uターン現象」によって増加に転じ、昭和60年まで増加しつづけている。しかし各地方の総人口曲線（以下単に人口曲線という）を概括的に比較すると、九州と東北地方、中国と北陸地方および四国地方の3つのフェースに大別できるように思われる。

しかしわれわれは各地方人口曲線をデータによって分析するに当って、これらを類型化するわけではなくて、地方別にしかも各期間ごとに、それぞれに適合したロジスティック曲線を求め、それによって期間ごとに底を流れる人口の大局的な動きをキャッチすることにある。

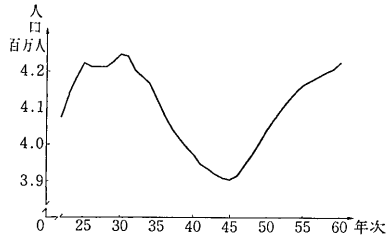
ところが従来のロジスティック曲線は、常に人口が増加する場合にしか適用されないことしかも下限はいつも0であることを前提としている。したがって上記の2つの欠点を新しい考え方で補整する必要がある。すなわちある地域についてある特定のフェースにおいてその人口が与えられた社会的、経済的環境条件の下で変動しうる範囲が設定されていると考えて、その枠内において刻々と変化する環境条件に対応して人口が変動しているというモデルを想定するわけである。上記のモデルを頭において、第2章

第1図 基本図

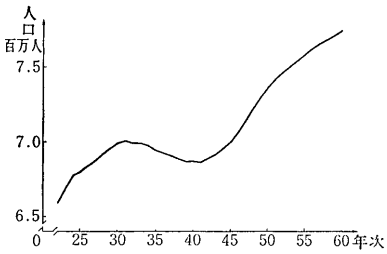
(1) 九州



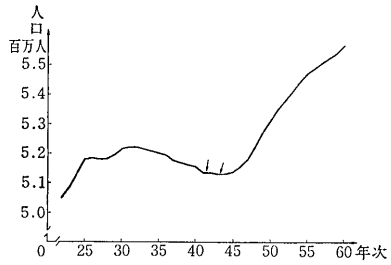
(2) 四国



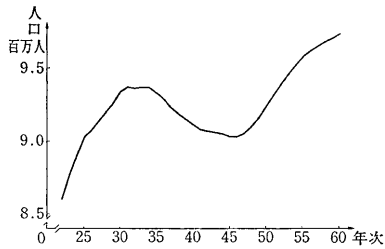
(3) 中国



(4) 北陸



(5) 東北



(基本表) 第1表 地方別総人口—昭和22年～60年 単位1,000人

| 地方 年次 | 九州 | 四国 | 中国 | 北陸 | 東北 |
|----------|----------|---------|---------|---------|---------|
| 昭和22年 | 11,400 | 4,075 | 6,592 | 5,051 | 8,595 |
| 23 | 11,650.5 | 4,140.8 | 6,687.6 | 5,088.5 | 8,765.3 |
| 24 | 11,919.1 | 4,181.4 | 6,774.1 | 5,135.7 | 8,899.4 |
| 25 | 12,096 | 4,221 | 6,797 | 5,179 | 9,021 |
| 26 | 12,219 | 4,212 | 6,837 | 5,183 | 9,068 |
| 27 | 12,374 | 4,212 | 6,872 | 5,179 | 9,131 |
| 28 | 12,498 | 4,212 | 6,916 | 5,180 | 9,193 |
| 29 | 12,819 | 4,225 | 6,957 | 5,194 | 9,253 |
| 30 | 12,938 | 4,246 | 6,992 | 5,214 | 9,335 |
| 31 | 12,999 | 4,241 | 7,002 | 5,220 | 9,366 |
| 32 | 12,988 | 4,208 | 6,993 | 5,221 | 9,358 |
| 33 | 12,997 | 4,185 | 6,988 | 5,213 | 9,363 |
| 34 | 13,004 | 4,166 | 6,977 | 5,207 | 9,361 |
| 35 | 12,904 | 4,122 | 6,944 | 5,201 | 9,327 |
| 36 | 12,805 | 4,083 | 6,925 | 5,194 | 9,285 |
| 37 | 12,676 | 4,045 | 6,906 | 5,176 | 9,224 |
| 38 | 12,563 | 4,020 | 6,886 | 5,167 | 9,182 |
| 39 | 12,441 | 3,994 | 6,870 | 5,161 | 9,146 |
| 40 | 12,371 | 3,975 | 6,872 | 5,155 | 9,108 |
| 41 | 12,335 | 3,946 | 6,866 | 5,135 | 9,072 |
| 42 | 12,313 | 3,935 | 6,890 | 5,135 | 9,067 |
| 43 | 12,245 | 3,918 | 6,916 | 5,131 | 9,056 |
| 44 | 12,168 | 3,909 | 6,954 | 5,131 | 9,047 |
| 45 | 12,071 | 3,904 | 6,997 | 5,137 | 9,031 |
| 46 | 12,047 | 3,917 | 7,062 | 5,153 | 9,029 |
| 47 | 12,076 | 3,943 | 7,139 | 5,179 | 9,051 |
| 48 | 12,154 | 3,973 | 7,220 | 5,219 | 9,094 |
| 49 | 12,271 | 4,006 | 7,297 | 5,264 | 9,157 |
| 50 | 12,416 | 4,040 | 7,366 | 5,306 | 9,233 |
| 51 | 12,536 | 4,069 | 7,420 | 5,346 | 9,313 |
| 52 | 12,656 | 4,097 | 7,468 | 5,376 | 9,382 |
| 53 | 12,766 | 4,121 | 7,506 | 5,407 | 9,451 |
| 54 | 12,868 | 4,144 | 7,543 | 5,438 | 9,515 |
| 55 | 12,965 | 4,163 | 7,586 | 5,468 | 9,572 |
| 56 | 13,044 | 4,175 | 7,624 | 5,487 | 9,612 |
| 57 | 13,114 | 4,186 | 7,659 | 5,506 | 9,645 |
| 58 | 13,173 | 4,197 | 7,685 | 5,523 | 9,675 |
| 59 | 13,230 | 4,206 | 7,711 | 5,538 | 9,699 |
| 60 | 13,276 | 4,227 | 7,748 | 5,567 | 9,730 |

この資料の国勢調査年次間の年次の人口は、各調査年次の人口が確定したとき、総理府統計局が推計した人口、ただし昭和55～59年の人口推計では、昭和60年の人口として国勢調査資料の1%抽出による集計人口を用いている。

ロジスティック曲線による 地方人口変動の分析

高木 尚文

1. 序

この小論の目的は、人口変動の統計的分析の分野において有効な分析手段を提供しているロジスティック曲線を用いて、地方人口の動きを単にトレースするだけではなくて、より適確に把握することにある。実はこの研究については、地域によって幾分異なるが、昭和22ないし25年から53年の期間にわたって、3タームに分けて分析した結果の骨子を共同研究として第48回（昭和55年度）日本統計学会総会のⅡの部A会場における共通テーマ「人口変動の統計的分析¹⁾」において報告したものである。今回は、さらにそれらに検討を加えるとともに期間についても昭和60年までの資料を加えて延長している。

さてここでとりあげている地方は、九州、四国、中国、北陸および東北の五地方に限定している。その趣旨はこの約15年程地方の時代到来が叫ばれてきているので、総体的にみて人口の非集中的な地方として前記五地方を採り上げ、それらの地方の総人口の増加や減少のしかたをデータによつて的確に分析できる統計的手法の開発をテーマとしている。したがって問題としている地域としては、都道府県、町村単位の地域を対象とすることも可能であるが、この拙論では上記の五地方を選択した。このように五地方もとり上げたもう一つの理由は、各地方にそれぞれの特異事情によって特異点（Outlier）が生じたとき、それぞれごとに、それに対処するトリック（trick）を編みだして大きな流れを見出すことが必要なので、敢えて五