

OTIMIZAÇÃO NA ALOCAÇÃO DE PROFESSORES NA CONSTRUÇÃO DE UMA GRADE HORÁRIA ESCOLAR

Eliana Gomes da Silva Kotsko¹
Artur Lourival da Fonseca Machado²
Elaine Maria dos Santos³

RESUMO

O presente trabalho trata da construção otimizada de horário escolar de turmas em escolas de ensino fundamental e médio, utilizando técnicas da Pesquisa operacional. Trata-se de problema complexo, envolvendo inúmeras variáveis, que ocorre a cada início de ano ou por mudança de turmas e professores, aposentadorias e licenças. Na construção do modelo são utilizadas restrições correspondentes a exigências administrativas como: máximo de duas aulas diárias por professor em uma mesma turma, aulas vagas dos professores preferencialmente as primeiras e/ou últimas, disponibilidades dos professores quanto a dias da semana; preferências de três professores por atuarem em três dias quaisquer dos cinco dias da semana e restrições para assegurar uma aula por turma e uma aula por professor em um mesmo horário. Para atender as exigências de aulas vagas no início e/ou final do turno, foram estabelecidos pesos adequados para interferência nas regras lexicográficas do simplex, forçando definições de horários que melhoram o valor da função objetivo. A definição das variáveis de decisão (binárias) foi realizada a partir de conjuntos de turmas e de dias da semana de cada professor, proporcionando uma redução de 6300 variáveis de decisão possíveis para 2510 utilizadas, devido à estrutura de esparsidade, pois nem todos os professores têm aulas em todas as turmas. São utilizadas também 15 variáveis binárias auxiliares às quais são impostas restrições que resultam na designação de aulas em três de cinco dias disponíveis. O problema foi implementado no *LINGO* versão 6.0 educacional, cuja solução apresenta 300 variáveis de decisão não nulas (horários designados).

¹ Professora do Departamento de Ciências da UNICENTRO. E-mail: elianagsk2002@yahoo.com.br

² Professor do Departamento de Ciências da UNICENTRO. E-mail: arturlfm@uol.com.br

³ Professora do Departamento de Ciências da UNICENTRO. E-mail: elaine-maria@uol.com.br

Palavras-chave: designação de horários; programação matemática; programação linear binária; modelagem no Lingo

ABSTRACT

The present work deals with the optimized construction of school schedule for groups in the primary and secondary level, using the techniques of Operational Research. It deals with a complex problem, involving innumerable variables, that occurs in the beginning of every year either because of changes of teachers and classroom groups or because of retirements and school leaves. In the construction of the model, it is applied restrictions corresponding to administrative demands such as: a maximum of two classes a day per teacher in a same group, spare time of the teachers are preferably the first and/or the last classes, availability of the teachers in terms of days of the week, preferences of three teachers who work three days a week and restrictions to ensure one class per group and one class per teacher in a same schedule. To cope with the demands of spare time in the beginning and/or in the end of the shift, it was established adequate weights for the interference in the lexicographic rules of the simplex, forcing definitions in the schedules that improve the value of the objective function. The definition of the variables of decision (binary) was accomplished based on sets of classroom groups and on days of the week each teacher worked, providing a reduction of 6300 variables of possible decision for 2510 used, due to the sparse structure, as not all teachers have classes in all the groups. It is also used 15 binary auxiliary variables to which are imposed restrictions that result in the designation of classes in three of five available days. The problem was implemented in LINGO educational version 6.0, whose solution presents 300 variables of non-null decision (established schedules).

Key words: scheduling; mathematical programming; binary lineal programming; modeling with Lingo

INTRODUÇÃO

Utilizar a Pesquisa Operacional para alocação otimizada de horários das aulas de professores de uma escola da rede pública de ensino do estado do Paraná, atendendo às suas preferências e necessidades e também às exigências administrativas e pedagógicas da escola.

Dessa forma, pretende-se atender a objetivos específicos tais como:

- aumentar a satisfação dos docentes em relação à designação de seus horários;
- obter a construção da escala de trabalho de forma eficaz e eficiente.

Para atender a esses objetivos, fez-se a implementação computacional e solução do modelo matemático com o pacote computacional LINGO (*Language for Interactive General Optimizer*).

IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

A distribuição das aulas para professores da rede estadual de ensino ocorre, normalmente, uma semana antes do início do ano letivo, e a designação de horários é feita nesse curto prazo de forma manual e empiricamente. Por tratar-se de problema complexo, envolvendo inúmeras variáveis, gera certa dificuldade para quem o faz pelo pequeno prazo de que dispõe e também porque na maioria das vezes não é possível atender às preferências e necessidades individuais de cada professor.

Sabe-se também que muitos professores, no decorrer do ano, aumentam ou diminuem sua carga horária, seja por motivo de licença ou outro, levando a alterações do horário, causando transtornos para a direção, equipe pedagógica, além dos outros professores envolvidos e alunos.

A designação otimizada oferece maior satisfação aos docentes quanto a seus horários, com melhor rendimento em suas atividades, beneficiando toda comunidade escolar.

Como o colégio situa-se em local com estradas de difícil acesso, a melhor distribuição de aulas proporciona redução no custo de transporte de professores.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DE PROBLEMAS DE ALOCAÇÃO DE HORÁRIOS

O Problema de Designação (*Assignment Problem*) é uma classe de problemas onde é necessário designar pessoas a horários, lugares, tarefas ou a zonas de trabalho, máquinas a tarefas, etc. Aparece muitas vezes como um problema de PL, mas as suas variáveis de decisão são binárias.

Na otimização da grade de horários podem ser utilizados os métodos exatos, que conduzem à solução ótima e os métodos heurísticos, que fornecem soluções quase ótimas ou ótimas.

Para a alocação de disciplinas a professores de um departamento de informática da UFES, Garcia (1995) aplicou a heurística dos algoritmos genéticos com objetivo de maximizar uma função objetivo definida com pesos correspondentes ao grau de interesse que cada professor possui em ministrar dada disciplina. As variáveis de decisão são binárias assumindo o valor 1 se um professor é designado para determinada disciplina.

As restrições são definidas a partir de conjuntos de disciplinas, conjuntos de professores a serem designados a disciplinas, conjuntos de disciplinas que têm uma interseção de horário, de forma a garantir certo número de disciplinas que cada professor deve ministrar, que somente um professor assuma determinada disciplina e que não assuma duas disciplinas com interseção de horário. Após definição da função objetivo e restrições, o autor obtém representações para os indivíduos e determina, em função desta, como serão os operadores genéticos. São inicializados por uma população inicial aleatória, onde serão aplicados os pesos de avaliação, seleção e aplicação de operadores genéticos (*crossover* e mutação). O autor estabelece como critério de parada quando, após um número de gerações, o vetor da avaliação do indivíduo permanece inalterado, sendo esta a solução ótima procurada.

Santos (1995) apresenta um método de determinação de horário escolar baseado em coloração de grafos. O método foi implementado com base no Algoritmo de Guénoche (1989), que enumera todas as partições para um número fixo de classes de diâmetro mínimo. Esse algoritmo baseia-se na coloração de um grafo tetra em p cores, cada cor definindo uma classe. Na implementação realizada, foram feitas algumas modificações nos passos 1 e 2 do algoritmo e colocou-se um índice de eficiência com o objetivo de auxiliar no processo de tomada de decisão. Os resultados obtidos mostraram-se de boa qualidade, já que houve um índice de eficiência de 82,8%.

Barbosa (2000), na solução de designação de horários de atendentes em uma central telefônica de atendimento a usuários, a qual opera vinte quatro horas por dia, resolve o problema em três fases: inicialmente determina o número de atendentes necessários para cada meia hora do dia com base em dados históricos da demanda, fazendo uso de um simulador da central de atendimento; na segunda fase são determinados os melhores horários de forma a minimizar os custos da empresa onde, além dos resultados gerados na primeira fase, são utilizados também os horários disponíveis dos atendentes e, na última fase, são designados os horários para os atendentes, maximizando a satisfação destes com relação aos seus horários, fazendo a designação dos horários obtidos na fase anterior. Para a designação utilizou o modelo de Programação Inteira com solução pelo pacote computacional LINGO.

Ohira (1990) utiliza-se da estrutura do “Problema de Transporte”, com um processo semelhante ao método de Vogel, adaptado para considerar a necessidade de se alocar toda quantidade do número de horas aula necessária no período de cada turma em todas as disciplinas, obtendo, assim, uma solução heurística aproximada para o problema de alocação de disciplinas.

Siqueira et al. (2001) definem o problema de alocação de turmas às salas de aula na UFPR. As turmas devem ser designadas às salas evitando ociosidades e sobreposição de horários, adequando o número de alunos à capacidade das salas e atendendo às particularidades de algumas disciplinas, como um Problema de *Matcning*

de Peso Máximo comparando-o com o Problema da Designação. Os resultados obtidos são bastante satisfatórios. Para tanto, as salas de aula e as turmas constituem um conjunto bipartido de vértices. Numa primeira etapa, trabalharam com um número reduzido de salas de aula como um Problema de *Matching*, que se mostrou bastante eficiente. Porém, quando aumentou o número de salas, o tempo computacional para solução do problema exato de *Matching* tornou inviável a sua aplicação. Para solucionar este problema, utilizaram as técnicas heurísticas de Busca Tabu e *Simulated Annealing*. Nos dois algoritmos, partiram de uma solução inicial aleatória factível, na qual um vetor contendo a designação das turmas às salas disponíveis foi gerado. Neste vetor cada posição indica a sala, a turma, o horário e a capacidade da sala. No processo de efetivação de trocas, as capacidades das salas devem ser verificadas para gerar apenas soluções factíveis e a ociosidade deve ser minimizada, resolvendo, então, o problema.

Em Oliveira et al. (2001) utiliza-se a meta-heurística *Simulated Annealing* para a implementação de um programa para a criação de uma grade horária minimizando o número de períodos escolares, dados de um conjunto de disciplinas, a carga horária, seus respectivos pré-requisitos e o número máximo de horas que podem ser cursadas por período. Este método parte de uma solução inicial composta por uma grade de horários péssima que vai sendo melhorada a cada passo. Nesta grade inicial, em cada período é cursada uma única disciplina, o que se justifica pelo fato de não haver soluções melhores devido à dependência de pré-requisitos. Desta forma o número de períodos previstos para a conclusão do curso é muito elevado. Outras grades podem ser elaboradas a partir da solução inicial. O algoritmo consiste em realizar várias iterações da técnica de *Simulated Annealing* em busca de uma melhor solução para o problema, com função de energia a minimizar dada pelo número de períodos da grade.

Um exemplo de aplicação do Problema de Satisfação de Restrições (PRS) a um problema de tabela de horário pode ser encontrado em Meisels et al. (1993). A técnica de PSR é definida por um conjunto de variáveis, cada qual com um discreto e finito conjunto de valores possíveis e um conjunto de restrições entre essas variáveis. Uma solução para um PRS é um conjunto de valores de variáveis que satisfaça todas as restrições.

MATERIAL E MÉTODOS

As etapas para desenvolvimento do trabalho correspondem à coleta de dados, modelagem matemática, implementação computacional e solução no programa Lingo versão 6.0 educacional e formatação da solução para os padrões usuais.

Para a modelagem matemática, a partir de informações obtidas sobre preferências e necessidades dos professores e exigências administrativas, a função objetivo

e os conjuntos de restrições são gerados com base em revisão bibliográfica de métodos exatos e heurísticos de trabalhos como de Scaerf (1995), além de outros a partir dos quais foram obtidas soluções satisfatórias para construção de escalas de horários escolares, guia de modelagem como Bisschop et Enriken (1993) e modelagem e programação matemática com o software Lingo, como Schrage (2002).

A implementação no Lingo realizou-se em etapas:

- definição de conjuntos de turmas e respectivo número de aulas e de dias da semana para cada professor;
- definição das variáveis de decisão, levando-se em conta a estrutura de esparsidade;
- definição da função objetivo e conjuntos de restrições;
- estabelecimento de integralidade das variáveis.

A solução obtida no software Lingo é gravada em arquivo do Microsoft Word, onde se procede a formatação para os padrões usuais, facilitado com o uso de macro-funções.

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Distribuição de aulas em escolas de ensino fundamental e médio

Obedecendo a uma regulamentação contida na Resolução Nº 168/2002 da Secretaria Estadual de Educação, a distribuição das aulas para professores das escolas estaduais do ensino fundamental e médio da rede pública do Paraná é feita, normalmente, de uma a duas semanas antes do início do ano letivo.

Nessa resolução, observam-se algumas normas para priorizar a escolha dos professores para as disciplinas e turmas. Dentre as mais importantes, destacam-se:

- os professores que ocupam cargo efetivo, ou seja, que pertencem ao quadro próprio do magistério(QPM);
- contratados pelo regime da Consolidação das Leis do Trabalho – CLT;
- professores com maior titulação;
- tempo de serviço do professor na rede estadual de ensino.

Observada a compatibilidade de horários, os primeiros poderão ministrar até 40 horas/aulas semanais, inclusive aulas extraordinárias e os contratados pelo regime da CLT poderão ministrar até um máximo de 36 horas/aula semanais, sejam de caráter definitivo ou temporário.

As aulas a serem distribuídas aos professores são consideradas a partir das cargas horárias disponíveis nas escolas e a matriz curricular de cada estabelecimento de ensino, de acordo com o número de turmas e modalidade de ensino (5ª a 8ª séries do

ensino fundamental e as séries do ensino médio), geradas para o ano letivo através das matrículas dos alunos em cada escola.

A matriz curricular das disciplinas é aprovada pelo Núcleo Regional de Ensino, visando atender às características de cada região.

Prevista nos Parâmetros Curriculares Nacionais e em consonância com o disposto no Art. 26 da LDB (Lei de Diretrizes e Bases nº 9394/96), a proposta de organização do ensino fundamental estabelece que os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma Base Nacional Comum, complementada em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar por uma Parte Diversificada, exigida pelas características regionais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela.

O problema de construção da grade horária

A construção de grade horária do presente trabalho foi aplicada no Colégio Estadual Padre José Orestes Preima, localizado no interior do município de Prudentópolis, onde 21 professores atendem atualmente 12 turmas em um total de 640 alunos em dois turnos (manhã e tarde).

Estabelecidas as demandas de aulas e considerando que o colégio tem em sua parte diversificada a disciplina de Ensino Religioso, com uma aula semanal, a escola convoca os professores para realizar o processo de escolha das disciplinas e séries.

Na construção da grade horária de cada série deve-se considerar que cada professor possui um número de aulas semanais em cada turma, já determinado previamente na distribuição das aulas. Fatores como preferências, necessidades particulares e disponibilidades devem ser observadas, considerando que muitos professores trabalham em mais de uma escola e que é necessário evitar conflitos de horários. Outros itens mais específicos devem ser levados em conta:

- cada turma tem carga horária de 5 aulas por dia nos 5 dias da semana;
- um mesmo professor ministrará no máximo duas aulas por dia em uma mesma turma;
- as aulas vagas do professor devem ser as primeiras e/ou as últimas (salvo quando a preferência do professor for outra);
- as aulas do professor devem ser, preferencialmente, seguidas evitando-se “vazios” no horário. Se esta interrupção existir, deverá ser de no máximo uma aula.

METODOLOGIA PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para designar aulas aos 21 professores de modo que cada uma de doze turmas tenha o total de vinte e cinco aulas semanais, distribuídas em cinco aulas diárias em

um único turno, para disciplinas e número de aulas previamente atribuídas aos respectivos professores, a resolução do problema foi dividida em etapas, constituídas de:

- identificação de dados e variáveis do problema;
- identificação das restrições comuns a modelos de designação e peculiares ao problema sendo resolvido;
- modelagem matemática do problema PPLB e implementação computacional;
- solução com o Lingo e adequação da solução à prática usual.

Dados e variáveis do problema

As informações de turmas e respectivo número de aulas de cada professor atua, seus dias e horários de disponibilidade e preferências são apresentados na Tabela 1.

As variáveis de decisão para cada professor são definidas como:

$$X(\text{professor, turma, dia, horário})$$

Tabela 1. Informações para a designação de horários

P R O F E S S O R	Nº DE DIAS COM AULA	DIAS DA SEMANA EM QUE O PROFESSOR PODERÁ ATUAR					TURMAS POR PROFESSOR	HORAS AULA POR TURMA											
		SEG	TER	QUA	QUI	SEX		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12
A	4	x	x	x	x		4	-	-	-	-	-	-	-	-	2	5	5	3
B	5	x	x	x	x	x	11	2	2	2	-	2	2	2	2	2	3	3	3
C	4	x	x	x	-	x	9	2	-	2	-	-	2	2	2	2	2	2	2
D	1	x	-	-	-	-	2	-	2	-	2	-	-	-	-	-	-	-	-
E	1	x	-	-	-	-	1	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	-	-
F	5	x	x	x	x	x	6	4	4			4	4	4	2				
G	4	x	x	x	x	-	4	-	-	4	6	-	-	-	3	3	-	-	-
H	5	x	x	x	x	x	9	3	3	3	3	3	3	3	2	2	-	-	-
I	3	-	x	-	x	x	5	-	-	-	-	-	-	-	4	2	2	2	4
J	2	-	-	-	x	x	4	-	-	-	-	-	-	-	2	3	3	2	
K	5	x	x	x	x	x	6	-	-	2	-	-	-	-	5	5	4	4	4
L	3	x	-	x	-	x	7	2	2	3	2	2	2	2	-	-	-	-	-
M	5	x	x	x	x	x	9	2	2	-	2	6	2	2	-	-	1	1	2
N	1	-	-	-	x	-	5	1	-	-	1	1	1	1	-	-	-	-	-
O	1	-	-	-	-	-	5	-	-	-	-	-	-	-	1	1	1	1	1
P	5	x	x	x	x	x	12	2	3	2	2	2	4	4	1	1	1	1	1
Q	2	-	x	-	x	-	3	-	2	-	-	-	4	4	-	-	-	-	-
R	4	x	x	x	-	x	4	6	4	6	4	-	-	-	-	-	-	-	-
S	3	x	x	x	x	x	12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
T	3	x	x	x	x	x	4	-	-	-	-	4	-	-	-	-	2	2	2
U	1	x	x	x	x	x	2	-	-	-	-	-	-	-	2	2	-	-	-

Cada professor tem seu conjunto de turmas e de dias. Como exemplo, para o professor A:

Conjunto de turmas: $J(A) = \{T09, T10, T11, T12\}$

Conjunto de dias $K(A) = \{SEG, TER, QUA, QUI\}$

Conjunto de horários $H = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Do produto cartesiano desses conjuntos, obtém-se o número de variáveis para o professor A, ou seja, 80 horários possíveis para ministrar 15 aulas.

O número total de variáveis de decisão para os 21 professores é 2510, sendo que destas, apenas 300 (12 turmas, 5 dias da semana, 5 horários por dia) serão não nulas, correspondendo às designações de professores para ministrar aulas.

Para tais designações, são observadas as restrições referentes a preferências e/ou necessidades dos professores e exigências administrativas, apresentadas a seguir.

Restrições dos professores:

- estar envolvido em uma única aula em um mesmo horário;
- deve atuar em dias e horários específicos por eles escolhidos ou, ainda, em um número máximo de dias dentre os cinco dias da semana.

Restrições administrativas da escola:

- cada professor terá no máximo duas aulas por turma em um mesmo dia;
- preferencialmente os horários vagos dos professores deverão ser os primeiros e/ou os últimos, salvo quando a preferência do professor for outra;
- as aulas do professor devem ser seguidas (evitar buracos no horário do professor) e se caso existir, no máximo de uma aula;
- professores com maior tempo de serviço e aqueles pertencentes ao quadro permanente terão prioridade no atendimento de suas preferências;
- cada turma terá, em um mesmo dia e horário, aula com somente um professor.

Modelagem Matemática

Esta etapa corresponde à formulação matemática do problema, bem como sua escrita em linguagem do software Lingo. A formulação será estabelecida e imediatamente comentada.

Para atender a algumas das restrições, foram estabelecidos pesos forçando a definição de horários pela ação das regras lexicográficas do simplex. Para horários, definiu-se $PH = 2, 5, 8, 5, 2$, com o objetivo de concentrar as aulas nos horários intermediários, atendendo à preferência de que as aulas vagas sejam as primeiras e ou as últimas. Para atender às preferências de professores com maior tempo de serviço na escola, estabeleceram-se pesos multiplicadores dos pesos de horários, conforme a seguir:

Tabela 2. Multiplicadores de pesos atribuídos aos professores

Professor	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
Multiplicador	1	5	10	5	1	10	5	10	5	1	10	1	5	10	10	10	1	1	1	1	5

Formulação Matemática:

Visando maximizar a satisfação do professor, bem como proporcionar designações de horários adequados às exigências administrativas, adotou-se a seguinte função objetivo:

Maximizar

$$Z = \sum_{i=1}^{21} \sum_{l=1}^5 \sum_{j \in J(i)} \sum_{k \in K(i)} PH_l PP_{il} x_{ijkl}$$

Onde:

PH_l = peso para as variáveis de decisão referentes ao l -ésimo horário

PP_{il} = peso para as variáveis de decisão do i -ésimo professor no l -ésimo horário

$$x_{ijkl} = \begin{cases} 1, & \text{se o professor } i \text{ for designado à turma } j \text{ no dia } k \text{ no horário } l \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

i é o índice do conjunto de professores da escola (A, B, ...U)

j é o índice do conjunto das turmas (T1, T2, ..., T12)

k é o índice do dias da semana, de segunda a sexta-feira

l é o índice do horário diário (1º, ..., 5º)

$J(i)$ e $K(i)$ são os conjuntos de turmas e de dias da semana do i -ésimo professor.

Sujeito às restrições:

- Comuns a todos os professores:

De quantidade de aulas em cada turma, nos dias de atuação do professor:

$$\sum_{l=1}^5 \sum_{k \in K(i)} x_{ijkl} = N_{ij}, \text{ para cada } i = 1, 2, \dots, 21 \text{ e para cada } j \in J(i)$$

Onde N_{ij} é a quantidade de aulas do i -ésimo professor na sua j -ésima turma.

Para a exigência administrativa de que um professor não tenha mais do que duas aulas na mesma turma em um mesmo dia da semana, utilizam-se as restrições a seguir:

$$\sum_{l=1}^5 x_{ijkl} \leq 2, \text{ para cada } i = 1, 2, \dots, 21, \text{ para cada } j \in J(i), \text{ para cada } k \in K(i)$$

Que resulta em até cinco restrições por professor, dependendo do número de dias de sua preferência ou disponibilidade, para cada turma onde atue.

Em cada turma deve atuar um único professor em um mesmo horário e dia da semana:

$$\sum_{i=1}^{21} x_{ijkl} = 1, \text{ para cada } j \in J(i), \text{ para cada } k \in K(i), \text{ para cada } l = 1, 2, \dots, 5$$

Que resulta em 300 restrições (correspondentes a 12 turmas x 5 dias x 5 horários).

- Específicas de alguns professores:

Para os professores S, T e U, que não indicaram preferência por dia da semana, mas apenas que pretendem trabalhar três dias (S e T) e um dia (U), são geradas restrições referentes aos conjuntos de 3 dias entre 5 dias possíveis, ou seja, uma combinação de 5 dias tomados 3 a 3, resultando em um total de 10 opções: {Seg, Ter, Qua}, {Seg, Ter, Qui}, etc.

Para apenas uma das combinações a restrição deve ser satisfeita com igualdade e a soma das aulas em três dias deve ser igual ao número total de aulas do professor (SN_{ij}). Uma variável binária indica que determinado dia está sendo utilizado.

Para o professor S são utilizadas as variáveis binárias $s_2 = s_3 = s_4 = 1$ e $s_5 = s_6 = 0$, para indicar que terá aulas na segunda, terça e quarta-feira. O recurso da primeira restrição será dado pela soma $5(y_2 + y_3 + y_4) - 3$, onde 5 corresponde aos cinco horários diários e (-3) é a folga de três horários que o professor terá em seus três dias.

As duas primeiras restrições para o professor S ($i = 19$), são:

$$\sum_{l=1}^5 \sum_{j \in J(19)} \sum_{k=2}^4 x_{19jkl} \geq 5(s_2 + s_3 + s_4) - 3$$

$$\sum_{l=1}^5 \sum_{j \in J(19)} \sum_{k=2}^3 x_{19jkl} + \sum_{l=1}^5 \sum_{j \in J(19)} \sum_{k=5}^5 x_{19jkl} \geq 5(s_2 + s_3 + s_5) - 3$$

Para que as aulas sejam dadas em uma única combinação de três dias, acrescenta-se:

$$\sum_{r=2}^6 s_r = 3, s_r \in [0, 1]$$

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Seguindo a modelagem matemática já descrita, a implementação computacional do problema foi feita no software Lingo versão 6.0 – Educacional.

Definição dos conjuntos (seção SETS)

Com base na Tabela 1 que mostra as preferências e necessidades dos professores, suas respectivas turmas, dias com aulas em cada turma e número de aulas com cada turma, definiram-se os seguintes conjuntos:

• Conjuntos Primários:

- De horários:

H / 1, 2, 3, 4, 5/; PH;

Onde PH corresponde ao vetor de pesos para os horários.

- De turmas, define as turmas de cada professor e respectivo número de

aulas:

TPA / T9, T10, T12, / APA;

TPB / T1, T2, T3, T6, T7, T8, T9, T10, T11, T12 / APB;

Onde APA, APB, ... , APU são os conjuntos de número de aulas das respectivas turmas do professor A, B, etc. Segue da mesma forma até o professor U.

- De dias da semana em que cada professor atua:

KA / seg, ter, qua, qui /;

KB / seg, ter, qua, qui, sex /;

Segue desta forma até o professor U.

- De variáveis binárias úteis na escolha de três dos cinco dias disponíveis:

JS / s2, s3, s4, s5, s6 / ;

JT / t2, t3, t4, t5, t6 / ;

JU / u2, u3, u4, u5, u6 / ;

• Conjuntos derivados (estrutura de esparsidade)

Os conjuntos referentes aos vinte e um professores definem as variáveis de decisão do problema, conforme descrito no item 3.2.1. Dados e Variáveis do Problema.

TDHA (TPA, KA, H): X1;

TDHB (TPB, KB, H): X2;

Segue o mesmo procedimento para os demais professores.

Definição dos dados do problema (seção DATA)

- Aulas de cada professor em suas respectivas turmas:

APA = 2 5 5 3;

APB = 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3;

Onde APA, APB são os conjuntos de aulas do professor A e B nas suas respectivas turmas. O mesmo procedimento é feito para os dados dos demais professores.

- Pesos dos professores, estabelecem prioridades:

PP = 1, 5, 10, 5, 1, 10, 5, 10, 5, 1, 10, 1, 5, 10, 10, 10, 1, 1, 1, 1, 5;

- Pesos correspondentes aos horários:

PH = 2, 5, 8, 5, 2;

Para a função objetivo e restrições, a implementação computacional segue a sintaxe do Lingo, com formulações apresentadas no item **Modelagem Matemática**.

SOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para obter uma solução factível em menor tempo, foi estabelecido um percentual de tolerância de otimalidade de 5% ($IP\text{TOL} = r$, onde $100 \cdot r = 5\%$), de forma que o solver de *branch-and-bound* procure soluções inteiras com valores da função objetivo 5% melhores que a melhor solução inteira já encontrada. A melhor solução factível (quando obtida) é indicada como ótima.

Uma solução factível com tal característica foi obtida com tempo de busca de 7 minutos e 01 segundo, após 107740 iterações, em um computador Pentium III 850MHz, 128MB de memória.

O valor da função objetivo foi de 7778, para um *IPBound* de 7838, mostrando que a solução obtida é bastante eficiente: $7778 / 7838 = 0.992$.

A solução obtida foi gravada em arquivo texto utilizando-se a sintaxe do Lingo:

: DIV C:\Horários.doc

: NONZ

: RVRT

Para obter os horários convencionais, a solução foi copiada para arquivo do Word onde se fizeram substituições de denominações de forma que com a utilização da opção Tabela/Converter/Texto em Tabela do Word obteve-se a tabela de horários. A solução usual final é obtida classificando-se a tabela obtida por Turma, Dia da Semana e Horário.

CONCLUSÃO

A tarefa de designação de horários para a escola Colégio Estadual Padre José Orestes Preima mostrou-se viável com a utilização do software Lingo, versão 6.0 – Educacional, sendo possível atender às exigências administrativas e pedagógicas, bem como às preferências estabelecidas pelos professores e aquelas decorrentes de critérios de antiguidade.

A utilização de conjuntos de pesos, como fator de interferência no *solver* do Lingo com base nas regras lexicográficas do simplex, para horários e para as prioridades de atendimento de preferências de alguns professores, mostrou-se razoavelmente eficiente, favorecendo aulas intermediárias, principalmente para os professores com maior prioridade. No entanto, para os professores com menor prioridade, mas como se deveria esperar, pela interação dos pesos de professores com pesos de horários, gerou soluções com horários intermediários vagos.

O modelo desenvolvido pode ser adaptado para a resolução do problema de escala de horários em outras escolas (públicas e particulares) uma vez que as restrições dos professores e administrativas são semelhantes, alterando-se apenas o número de turmas e de professores. E, ainda, para confecção de escala de horários de departamentos de universidades públicas e privadas.

Como sugestões para trabalhos futuros, poderá ser utilizado um sistema de pesos de horários diferenciado para cada professor, valorizando as soluções obtidas cujos horários vagos sejam os primeiros ou últimos (ex. 8, 5, 3, 2, 1) para professores com menor tempo de serviço.

A construção de grade horária mostrou-se viável, podendo ser aplicada a outras escolas, desde que se disponha do software Lingo.

Outra possibilidade, para suprir a dificuldade de aquisição do software Lingo, pode ser a implementação de outro dos métodos de solução, tais como Algoritmos Genéticos e *Simulated-Annealing*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, H. J. C. *Introdução aos algoritmos genéticos*. Mini Curso – XX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional. CNMAC. Gramado (RS), 1997.

BISSCHOP, J. et ENTRIKEN, R. *AIMMS – The Modeling System*. Paragon Decision Technology B. V., The Netherlands, 1993.

HSIAO-LAN, F. *Genetic algorithms in timetabling and scheduling*. PHD Thesis, Department of Artificial Intelligence, University of Edinburg, 1994

KIRKPATRICK, S., GELATT, C. D. Jr. and VECCHI, M. P. *Optimization by simulated annealing*, Science 220, 671-680, 1983.

MEISELS, A., ELL-SANA, J. & GUEDES, E. *Comments on CSP algorithms applied to timetabling*. Technical report, Department of mathematics and Computer Science, Israel, 1993.

METROPOLIS, N., ROSENBLUTH, A. W., ROSENBLUTH, A. H. and TELLER, E. *Equation of state calculations by fast computing machines*, Journal of Chemical Physics, v 21 , pp 1087-1092, 1953.

PALMER, D. S. *Sequencing jobs through a multi-stage process in the minimum total time - a quick method of obtaining a near optimum*, Operational Research Quarterly 16, 101-107, 1965.

SCHRAGE, L. *Optimization modeling with Lingo*. Fifth Edition, Chicago, Illinois, 2002.

SIQUEIRA, P. H. *Aplicação do algoritmo de Matching no problema da construção de escalas de motoristas e cobradores de ônibus*. Curitiba, Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia), UFPR, 1999.