
El modelo cosmológico actual

Héctor Vucetich¹

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
Universidad Nacional de La Plata
La Plata, Argentina

(Recebido: 21 de setembro de 2001)

Resumen: El modelo cosmológico standard depende de un pequeño número de parámetros que deben determinarse a través de la observación. En los últimos años se han realizado importantes progresos en su determinación y, por consiguiente, en la contrastación de teoría con experimento. Discutimos brevemente algunos de los principales resultados obtenidos en los últimos años.

Palabras-clave: modelos cosmológicos, modelo standard

Resumo: O modelo cosmológico standard depende de um número pequeno de parâmetros que devem ser determinados através de observações. Nos últimos anos, foram feitos progressos importantes na sua determinação e, em consequência, na comparação entre a teoria e o experimento. Discutimos, brevemente, alguns dos principais resultados obtidos nos últimos anos.

Palavras-chave: modelos cosmológicos, modelo padrão

1 Introducción

El modelo cosmológico standard, conocido popularmente como "el Big Bang" (la Gran Explosión), está basado sobre unas pocas hipótesis sencillas, que se pueden enunciar en forma cualitativa:

1. **El principio galileano:** Las leyes de la física son (y han sido) las mismas en todo el Universo. Este principio tiene carácter metodológico: si las leyes de la

¹Investigador Principal, CONICET, Argentina

física fueran diferentes en diferentes galaxias, no podríamos inferir lo que en ellas ocurre. En particular, la teoría de la gravitación que debe usarse para describir el Universo es la Relatividad General.

2. **El principio copernicano:** El Universo es homogéneo e isotrópico. Este principio también tiene un origen metodológico: a saber que la estructura geométrica del Universo es la de un espacio simétrico.

Los principios (1) y (2) suelen agruparse también en un único enunciado llamado el *principio cosmológico*. Los universos que los satisfacen se llaman *universos de Robertson-Walker*.

3. **La expansión de Hubble:** Todos los puntos del Universo (y las galaxias que están ancladas a ellos) se alejan entre sí con velocidades proporcionales a las distancias que los separan:

$$\mathbf{v} = H_0 \mathbf{r} \quad (1)$$

En esta forma, la ley es válida para distancias pequeñas $v \ll c$.

4. **El fondo cósmico de radiación:** El Universo está bañado por un débil mar de radiación, cuyas propiedades son las de la radiación de un cuerpo negro a una temperatura de aproximadamente 3K.
5. **Inflación:** Durante su infancia, el Universo tuvo una etapa de crecimiento exponencial. Este último principio es un prejuicio teórico, pero que puede ser contrastado con la experiencia.

Este sencillo conjunto de principios permite describir el Universo en forma casi única y, lo que es más importante, contrastar la teoría con la observación.

En los últimos años se han realizado grandes progresos en ese sentido: se han realizado medidas de buena calidad de los parámetros cosmológicos a través del examen de la ley de Hubble y del fondo cósmico de radiación.

2 Universos de Robertson-Walker

El principio cosmológico conduce a tratar con universos de Robertson-Walker, caracterizados por la métrica:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t) [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)] \quad (2)$$

La cantidad $a(t)$ se llama (impropiamente) el "radio del Universo" y se mide en centímetros. Además χ es la "distancia angular", tal que la distancia propia (distancia física) entre el origen y otro punto vale:

$$d_P = a(t) \chi \quad (3)$$

Finalmente:

$$\sin_k a = \begin{cases} \sin a & \text{se } k = 1 \\ a & \text{se } k = 0 \\ \sinh a & \text{se } k = -1 \end{cases} \quad (4)$$

en donde k es el índice de curvatura del espacio.

Las ecuaciones de Einstein toman la forma:

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2} \rho \quad (5)$$

$$3\frac{\dot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\rho + 3p) \quad (6)$$

en donde ρ es la densidad total de energía. Además, como consecuencia de las anteriores, vale la condición de adiabaticidad:

$$3\frac{\dot{a}}{a} = -\frac{\dot{\rho}}{\rho + p} \quad (7)$$

y finalmente, es necesario especificar la ecuación de estado del sistema $p = p(\rho)$. Por lo general, éstas tienen una estructura sencilla:

$$p = w\rho = w\rho c^2 \quad (8)$$

en donde el parámetro w caracteriza la ecuación de estado:

$$w = \begin{cases} 0 & \text{Materia no relativista} \\ 1/3 & \text{Radiación} \\ -1 & \text{Constante cosmológica} \end{cases} \quad (9)$$

En los últimos años se ha tratado a w como un parámetro libre que caracteriza una forma de materia desconocida en la tierra y que (por analogía con Aristóteles) se suele llamar la "quintaesencia".

Es conveniente introducir una forma adimensional de las ecuaciones anteriores. Sea a_0 el radio del Universo actual; desconocemos su valor, pero podemos adimensionalizar todas las ecuaciones usándolo. Sea $R(t)$:

$$a(t) = a_0 R(t) \quad (10)$$

el "factor de escala" y también:

$$H_0 = \frac{\dot{a}}{a} \quad (11)$$

la "constante de Hubble". Llamemos "densidad crítica" a la cantidad:

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad (12)$$

introduzcamos las densidades adimensionales

$$\rho = \frac{8\pi G}{3} \frac{\rho}{H_0^2} \quad (13)$$

$$\Lambda = \frac{1}{3} \frac{\Lambda}{H_0^2} \quad (14)$$

$$k = \frac{kc^2}{a_0^2 H_0^2} \quad (15)$$

y el tiempo adimensional

$$\tau = H_0 t \quad (16)$$

la ecuación de Einstein (llamada en este caso, de Friedmann-Lemaître) se escribe:

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{k}{R^2} + \frac{\Lambda}{R^3} + \rho \quad (17)$$

Obviamente, se satisfacen las condiciones:

$$R(0) = 1 \quad (18)$$

$$\dot{R}(0) = 1 \quad (19)$$

$$k + \Lambda + \rho = 1 \quad (20)$$

La ecuación (17) es la de una partícula de energía k que se mueve en el potencial efectivo:

$$V_{\text{ef}} = \frac{\Lambda}{R} - R^2 \quad (21)$$

que se muestra en la figura 1.

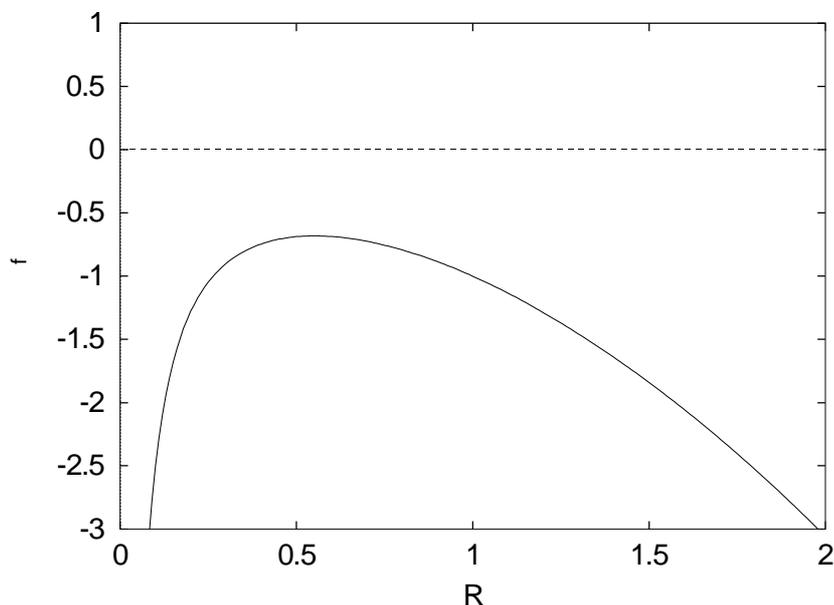


Figura 1. Potencial efectivo para la ecuación de Friedmann-Lemaître.

El comportamiento del Universo queda determinado por los valores de los parámetros de densidad Ω_0 y q_0 . La figura 2 muestra los distintos tipos de comportamiento, en el plano $(-q_0, \Omega_0)$. En particular,

- El Universo es abierto o cerrado, dependiendo del signo de $-K = 1 - \Omega_0 - \Omega_\Lambda$.
- El Universo se expande para siempre si el valor de $-q_0$ es menor que el indicado en la figura; en particular si $-q_0 < 0$.
- El Universo se acelera (desacelera) por encima de la recta $q_0 = 0$, en donde

$$q_0 = -\frac{\ddot{R}}{H_0^2} \tag{22}$$

es el parámetro de deceleración.

- No hay "big bang" en la región superior izquierda del diagrama.

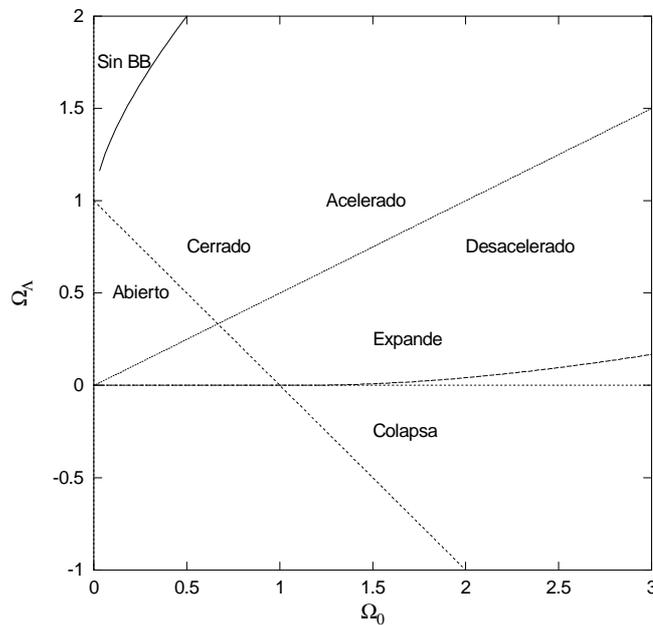


Figura 2. Comportamientos posibles del Universo.

En las etapas primitivas del Universo, la radiación jugó un papel importante. En forma análoga a las ecuaciones (13), (14) y (15), podemos decir:

$$-q_R = \frac{8\pi G}{3c^2} \frac{\rho_R}{H_0^2} \tag{23}$$

Un último ingrediente del modelo standard es la densidad de bariones (o, lo que es lo mismo, de "materia normal"), para la que podemos introducir otro parámetro:

$$-q_B = \frac{8\pi G}{3} \frac{\rho_B}{H_0^2} \tag{24}$$

3 Historia térmica del Universo

La mayor cantidad de datos observacionales podemos deducirla de los principales episodios de la historia térmica del Universo. Los más relevantes para este fin son el periodo inflacionario, los tres primeros minutos y la adolescencia del Universo.

3.1 El periodo inflacionario

Durante este periodo, el Universo se expandió exponencialmente, en forma acelerada:

$$R(t) \propto e^{H_{ef}t} \quad (25)$$

en donde H_{ef} , la tasa de inflación, depende de los detalles del modelo. Por lo general, la inflación está originada en un campo escalar, el inflatón, cuyo tensor energía momento $T_{\mu\nu}$ representa una presión negativa.

Como consecuencia de la expansión exponencial, toda forma de materia con $w < -1$ desapareció, dejando un Universo vacío $\rho = 0$, plano $-K = 0$ y grande. Las fluctuaciones cuánticas (energía de punto cero) del inflatón, con un espectro de ruido blanco, independiente de la escala, originaron las semillas de galaxias posteriores.

Hay, pues, dos predicciones firmes del modelo:

$$-K = 0 \quad (26)$$

$$n = 1 \quad (27)$$

en donde n parametriza el espectro de fluctuaciones de la materia para muy grandes k en la forma $P(k) = Ck^n$.

3.2 La nucleosíntesis primordial

La formación de núcleos livianos durante los tres primeros minutos es uno de los fenómenos más conocidos. En particular, la producción de Helio puede entenderse con sencillez en forma analítica [1] mientras que el cálculo de la producción de otros elementos requiere métodos numéricos sofisticados [2, 3].

La predicción más importante del modelo es la abundancia de bariones, ya que las abundancias de los nucleidos individuales dependen fuertemente de la misma:

$$0.006 < \eta h^2 < 0.016 \quad (28)$$

donde el rango corresponde a un nivel de confianza de 95% [2]. Otro resultado, que tiene sólo importancia histórica, es el número de neutrinos livianos:

$$2.0 < N_{\nu} < 4.1$$

nuevamente al nivel de confianza de 95%.

3.3 El espectro de fluctuaciones

Durante la adolescencia del Universo (mientras estuvo dominado por la radiación) ocurrieron una gran cantidad de fenómenos interesantísimos, que dejaron su marca como la estructura a gran escala.

Las fluctuaciones (tal vez originadas por la inflación) tienen originalmente una escala $l \ll 1/k$ mucho mayor que el horizonte de partículas $d_h = a$ y por lo tanto su amplitud se mantiene constante. Cuando las fluctuaciones entran en el horizonte $l \approx d_h$ comienzan a sentir fenómenos físicos que las alteran:

Era radiativa: La amplitud de las fluctuaciones se mantiene constante hasta el momento de equilibrio, en el que las densidades de radiación y materia se hicieron iguales:

$$R_{eq} = \frac{R}{z_{eq}} = 4.21 \times 10^5 \text{ Mpc} \quad (29)$$

$$z_{eq} = 2.37 \times 10^4 \quad (30)$$

Era opaca: Cuando la materia pasó a dominar la radiación, la materia oscura comenzó a caer bajo la acción de su propio peso, formando pozos de potencial cada vez más profundos. Por otra parte, la materia bariónica, fuertemente acoplada con la radiación, oscilaba en dichos pozos de potencial. La combinación de corrimiento al rojo gravitacional (efecto Sachs-Wolfe), efecto Doppler por oscilación y difusión en un Universo en expansión imprimió sobre el fondo cósmico de radiación fluctuaciones de estructura compleja a distintas escalas [4].

Era material: Al combinarse electrones con núcleos, el Universo se hizo transparente y la radiación pudo viajar libremente. La materia bariónica comenzó a caer hacia la materia oscura, formando así las galaxias. Las estructuras a pequeña escala están por lo general altamente virializadas, pero las estructuras a gran escala (cúmulos y supercúmulos de galaxias) conservan todavía mucha información sobre las fluctuaciones primordiales [5].

4 Las cantidades observables

Los parámetros introducidos en la sección 2 están conectados con cantidades observables en forma más o menos directa.

4.1 La edad del Universo

La edad del Universo puede medirse usando nucleocosmocronómetros y/o la edad de objetos antiguos, tales como los cúmulos globulares:

$$T_0 H_0 = \int_0^1 \frac{dR}{R \left(\frac{k}{R^2} + \frac{\Omega_0}{R^3} + \dots \right)} \quad (31)$$

El método de los nucleocosmocronómetros es el más sencillo: las fracciones observadas de los actínidos radiactivos dependen tanto de sus probabilidades relativas de producción como de su edad, porque tienen distintas vidas medias. Esto permite estimar la edad de la Galaxia y con ella la del Universo [6, 7].

La edad de los cúmulos globulares se estima, por otra parte, midiendo el brillo de las estrellas más antiguas de la secuencia principal, cuyas edades pueden calcularse a partir de la teoría. La estimación de la luminosidad absoluta de esas estrellas no sólo depende de una fotometría precisa sino también del conocimiento de las distancias a ellos. Las contribuciones astrométricas del satélite Hipparcos [8] y la fotometría del Hubble han permitido establecer las edades de los cúmulos globulares con buena certeza [9, 10].

4.2 El corrimiento al rojo

El corrimiento al rojo puede expresarse sencillamente como:

$$1 + z = \frac{R(t)}{R} \quad (32)$$

en donde $R(t)$ es el factor de escala en el momento de la emisión. Puesto que z es un observable muy directo, es conveniente usarlo como variable independiente en lugar del tiempo.

El corrimiento al rojo es un indicador de la distancia, a través de la generalización de la ecuación 1. El valor de H_0 , sin embargo, no está bien determinado y ha resultado ser una de las cantidades más difíciles de medir. Por ello, es costumbre de nir:

$$H_0 = 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc } h \quad (33)$$

y parametrizar las cantidades cuyo valor depende de la constante de Hubble a través de h .

4.3 Luminosidades y diámetros

Cantidades directamente observables son las luminosidades² l y los diámetros aparentes \square de objetos lejanos. Es costumbre de nir las distancias de luminosidad d_L y de diámetro aparente d_A con las ecuaciones:

$$d_A = \frac{D}{\square} \quad (34)$$

$$d_L = \frac{\square \overline{L}}{4 \square} \quad (35)$$

en donde D es el diámetro físico del objeto y L su luminosidad absoluta. En geometría euclídea las dos distancias coinciden con la distancia física d_P , pero esto

²Los astrónomos expresan las luminosidades en magnitudes, cuya definición puede verse en cualquier texto [11].

no es así en un Universo curvo y en expansión. Por el contrario, valen las relaciones:

$$d_A = (1 + z) \frac{c}{H_0} \sin_k \left[\frac{H_0 d}{c} \right] \quad (36)$$

$$d_L = (1 + z)^2 \frac{c}{H_0} \sin_k \left[\frac{H_0 d}{c} \right] \quad (37)$$

Para usar estas definiciones, por supuesto, es necesario contar con lámparas patrones y metros patrones cosmológicos.

Las supernovas tipo Ia, cuyo espectro carece de líneas de hidrógeno, son excelentes lámparas standard [12], especialmente si se corrige el brillo en el máximo por una correlación empírica con el tiempo de decaimiento. Las observaciones del Hubble han permitido medir la distancia a supernovas cercanas y calibrar de ese modo su luminosidad absoluta. A menos de errores sistemáticos, el resultado corresponde a un error relativo

$$\frac{\Delta d}{d} \approx 0.05$$

La figura 3 muestra la luminosidad de SN Ia en función de z (Diagrama de Hubble). El grupo de supernovas a pequeño z permite determinar H_0 con gran precisión, mientras que las restantes tienen información sobre la geometría.

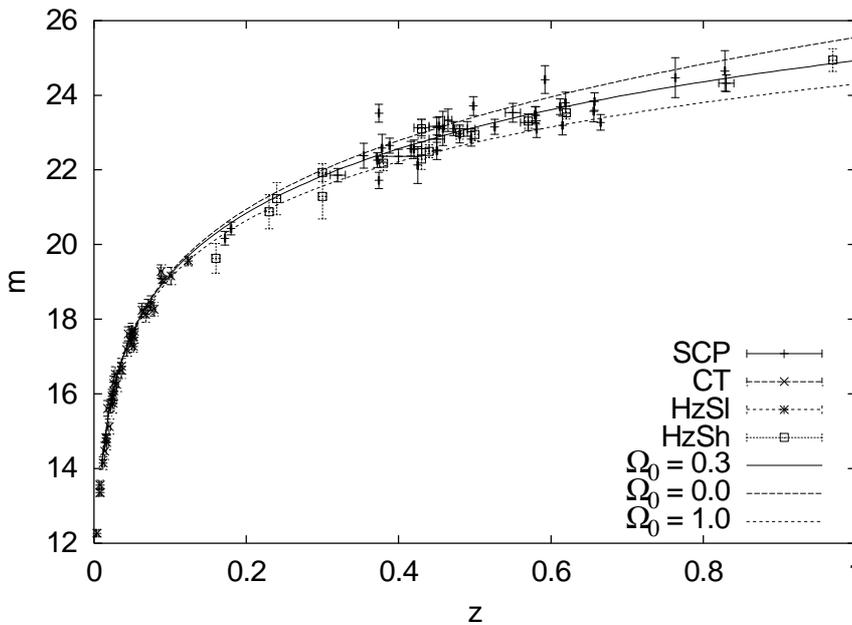


Figura 3. Diagrama de Hubble para supernovas modernas.

4.4 Distribución de materia

La distribución actual de materia (estructura en gran escala) depende de la densidad total del Universo Ω_0 , de la densidad de materia oscura Ω_0^m y, en menor

medida, de la densidad bariónica - ρ_B . La cantidad medible más interesante es la función de correlación galaxia-galaxia:

$$\xi_{gg}(r) = \frac{r}{r_0} \quad (38)$$

$$r_0 = 5.4 \text{ Mpc} = 1.77 \cdot 10^5 \quad (39)$$

Sin embargo, la existencia de materia oscura sugiere que la función de correlación 38 no describe correctamente la distribución de masa. Para corregirla, se introduce el factor de sesgo b en la forma:

$$\xi(r) = b \xi_{gg}(r) \quad (40)$$

La cantidad σ_8 , la fluctuación media cuadrática del contraste de densidad δ en una esfera de $8h$ Mpc puede, en principio, medirse contando galaxias en un volumen dado, está conectada con la función de correlación:

$$\sigma_8 = \sqrt{\frac{dV_1}{V} \frac{dV_2}{V} \xi(r)} = 1.35 \frac{r_0}{r_8} \quad (41)$$

4.5 El fondo cósmico de radiación

Las fluctuaciones de temperatura del fondo cósmico de radiación es otra de las cantidades observables:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta) = \sum_{lm} a(lm) Y_{lm}(\theta) \quad (42)$$

y el espectro de potencia:

$$P_l = \frac{2l+1}{4\pi} C_l \quad (43)$$

$$C_l = \sum_{lm} |a_{lm}|^2 \quad (44)$$

está ligado directamente con la función de correlación:

$$C(\theta) = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} C_l P_l(\cos \theta) \quad (45)$$

El espectro de las fluctuaciones muestra una estructura compleja, que se origina en la interacción entre radiación, materia oscura y materia bariónica, en el momento de la recombinación ($z \approx 1200$):

1. Las grandes longitudes de onda ($l \approx 10$), corresponden a fluctuaciones cuyo tamaño era mayor que el horizonte en el momento de la recombinación. La amplitud es constante, reflejando el *espectro de Harrison-Zeldovich*, característico de un Universo inflacionario.

- Para longitudes de onda intermedias ($100 < l < 1000$), aparece un número variable de picos. Estas fluctuaciones reflejan el comportamiento del fluido de acoplado de bariones y radiación, que durante la época dominada por la materia oscila en los pozos de potencial creados por la materia oscura. La posición del primer pico corresponde a la escala de fluctuaciones que subtendían el horizonte en la época de la recombinación, y puede demostrarse que:

$$l_{\text{pico}} \approx 220 \sqrt{\frac{\Omega_b}{1 - \Omega_b}} \quad (46)$$

Su amplitud, por otra parte, es sensible a la composición del plasma, es decir, los valores de Ω_b , Ω_c y además H_0 .

- Longitudes de onda menores se amortiguan por difusión de fotones, cuyo camino libre medio en el plasma es de ese orden de magnitud.

La figura 4 [13] muestra un conjunto de datos obtenidos por medición del espectro del fondo cósmico de radiación a distintas escalas angulares l , en función del índice del polinomio de Legendre:

$$l \approx \frac{\lambda}{\lambda_{\text{eff}}}$$

Los datos con $l < 50$ corresponden a escalas mucho mayores que el horizonte de partículas cuando la recombinación y muestran un espectro de Harrison-Zel'dovich ($n \approx 0$). Las escalas $l > 100$ muestran la compleja estructura desarrollada por las primeras etapas de formación de estructura.

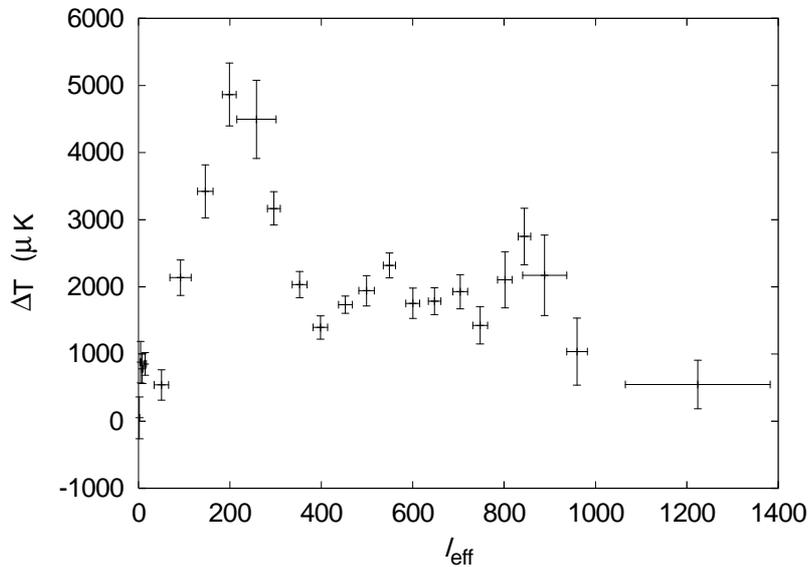


Figura 4. Datos observacionales del espectro CMB.

4.6 Las abundancias primordiales

Las abundancias relativas de los nucleóidos primordiales (^2D , ^3He , ^4He y ^7Li) dependen esencialmente de un único parámetro cosmológico: la abundancia cósmica de bariones Ω_b . La cantidad que se determina habitualmente es $\Omega_b h^2$.

5 Resultados

La tabla 1 muestra algunos de los resultados observacionales obtenidos en los últimos años.

Tipo	Dato	Ref.
H_0	60 10	[12]
H_0	71 7.6	[10]
H_0	66.3 5.2	[14]
T_0	14.0 2.0	[6]
T_0	13.8 1.0	[9]
T_0	14.0 4.0	[15]
Ω_b	0.3 0.1	[16]
Ω_b	0.17 0.07	[17, 18, 19]
Ω_b	0.26 0.06	[20, 21, 22]
Ω_b	0.25 0.1	[23]
$\Omega_b + \Omega_c$	1.05 0.2	[24, 25]
$\Omega_b - \Omega_c$	-0.2 0.1	[21]
$\Omega_b + \Omega_c$	0.46 0.10	[27]

Tabla 1. Algunos datos observacionales modernos.

La tabla 2 muestra algunos resultados típicos que pueden obtenerse con estos datos observacionales, usando un ajuste lineal.

Incógnita	Valor	Dim
h_0	0.67 0.02	$y^{\pm 1}$
Ω_b	0.25 0.02	
Ω_c	0.76 0.06	
T_0	13.80 0.36	
n	1.0 0.1	

Tabla 2. Resultados de un ajuste típico.

La figura 5 muestra cómo contribuyen los distintos datos experimentales para dar este resultado: el conjunto que existe actualmente es redundante.

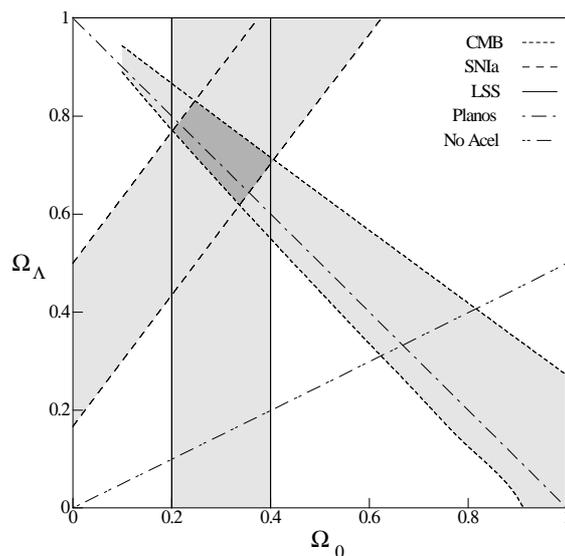


Figura 5. Esquema de redundancia de un ajuste típico.

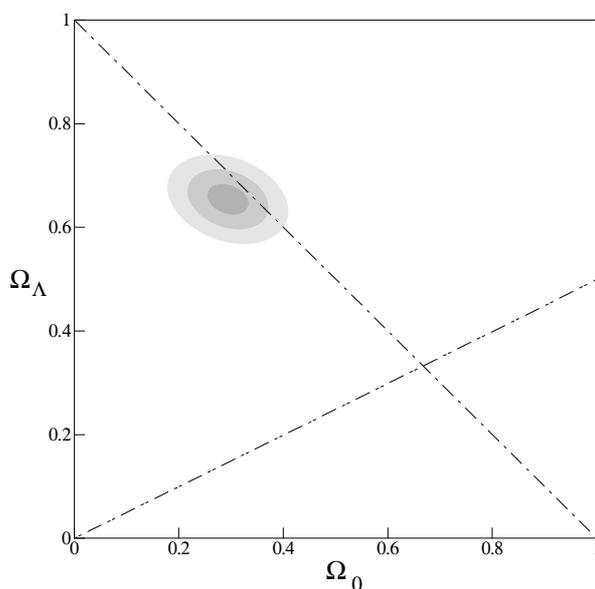


Figura 6. Ajuste típico con datos de SN Ia y CMB.

La figura 6 muestra un ajuste típico, usando datos de SN Ia y CMB [28]. Se observa claramente que la región de confianza del 68% implica tanto un universo inflacionario - $w = -1$ como un Universo acelerado $q_0 < 0$.

Un examen más general de la "quintaesencia" muestra que el conjunto de datos observacionales sugiere $w = -1$ (la constante cosmológica) como el valor preferido de la ecuación de estado [29]. (Véase también [28, 30]).

6 Advertencias

Los resultados que hemos expuesto muestran una admirable consistencia. Sin embargo, es necesario tomar en cuenta varios factores importantes antes de sacar conclusiones definitivas:

- Los resultados basados sobre Supernovas Ia están calibrados sobre la base de eventos locales: explosiones cercanas y recientes. Las supernovas lejanas $z \ll 1$ corresponden a eventos en regiones con una metalicidad menor a la actual y eso podría alterar la estimación de distancias cosmológicas [31].
- El modelo cosmológico standard está basado sobre la Relatividad General como teoría de la gravitación. El uso de una teoría tipo Brans-Dicke (que origina una constante de gravitación variable) altera profundamente la evolución estelar y altera la escala de distancias [32].
- Las medidas de las anisotropías del FCR son todavía preliminares. La conclusión $\tau = 1$, basada sobre estos resultados, es aún preliminar.
- Las estimaciones dinámicas de Ω_0 se basan sobre pequeños apartamientos de la homogeneidad del Universo. La existencia hoy de un grado de inhomogeneidad importante introduce muchas dificultades en el análisis.

7 Conclusiones

Los resultados observacionales de los últimos años han cambiado un poco nuestra imagen del Universo: muestran que vivimos en un Universo acelerado, inflacionario, dominado por misteriosa constante cosmológica y materia oscura. Esto plantea varios grandes problemas teóricos:

1. ¿De qué está hecha la materia oscura fría? En el zoológico actual de la física de partículas elementales, existen muchos candidatos a formar parte de la materia oscura fría, pero ninguno ha sido detectado observacionalmente. El axión invisible, compañeros supersimétricos de partículas (fotinos, neutralinos, etc.), neutrinos supermasivos, han sido convocados sin éxito para explicarlo.
2. El valor de la constante cosmológica sigue siendo un problema teórico sin solución. Es muy fácil producir una constante cosmológica: las fluctuaciones de vacío de cualquier campo cuántico provee la materia prima, pero el valor predicho

$$\rho_{\text{vac}}^{(T)} \approx 10^{120} \rho_{\text{vac}}^{(O)} \quad (47)$$

origina la discrepancia entre teoría y experimento más espectacular de toda la ciencia. Por otra parte, es también fácil originar una constante cosmológica nula: una simetría adecuada (tal como la supersimetría) lo garantiza. Lo que no ha sido posible hasta el momento es generar una constante cosmológica pequeña pero no nula, compatible con el Universo en que vivimos.

3. La quintaesencia parece algo más comprensible en término de campos escalares; pero ¿cuáles son esos campos y cómo se los trata cuánticamente? ¿Tienen algo que ver con el inflatón?
4. Finalmente, ¿qué conexión (si es que hay alguna) existe entre la quintaesencia, la materia oscura y el resto de la física? ¿Cómo podemos medir en condiciones controladas, independientes de las observaciones cosmológicas, sus propiedades?

Como toda ciencia que avanza, la cosmología resuelve problemas viejos mientras plantea nuevos. Lo sorprendente de los últimos años es la rapidez con que el tema ha evolucionado y las perspectivas que las nuevas técnicas experimentales abren:

Lo admirable no es que el Universo sea tan grande sino que el hombre haya sido capaz de medirlo.

ANATOLE FRANCE *El jardín de Epicuro*

Referencias

- [1] J. Bernstein, L. S. Brown, and G. Feinberg. Cosmological Helium production. *Rev. Mod. Phys.*, 61:25, 1989.
- [2] K. A. Olive, G. Steigman, and T. P. Walker. *Primordial nucleosynthesis: theory and observations*. astro-ph/9905320.
- [3] K. A. Olive. *Primordial Big Bang nucleosynthesis*. astro-ph/9901231.
- [4] D. Scott, J. Silk, and M. White. From microwave anisotropies to cosmology. *Science*, 1995. astro-ph/9505015.
- [5] S. L. Birdle, V. R. Eke, O. Lahav, A. N. Lasenby, M. P. Hobson, S. Cole, C. S. Frenk, and J. P. Henry. Cosmological parameters from cluster abundances, CMB and IRAS. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 1999. astro-ph/9903472.
- [6] J. J. Cowan, F. K. Thielemann, and J. W. Truran. Radioactive dating of elements. *Ann. Rev. Astron. Astroph.*, 29:447, 1991.
- [7] W. A. Fowler. The age of the observable Universe. *Q. J. R. Astr. Soc.*, 28:87, 1987.
- [8] J. Kovalevsky. First results from Hipparcos. *Ann. Rev. Astron. Astroph.*, 36:99, 1998.
- [9] L. M. Krauss. The age of globular clusters. *Phys. Rep.*, 1999. astro-ph/9907308.
- [10] W. L. Freedmann. The Hubble constant and the expansion age of the Universe. *Phys. Rep.*, 1999. astro-ph/9909076.
- [11] Martin Harwit. *Astrophysical concepts*. Springer-Verlag, 1988.
- [12] D. Branch. Type Ia supernov and the Hubble constant. *Ann. Rev. Astron. Astroph.*, 36:17, 1998.

- [13] M. Tegmark X. Wang and M. Zaldarriaga. Is cosmology consistent? astro-ph/010591.
- [14] C. J. Hogan. The Hubble constant. In *Review of Particles Properties*. 1998. Europ. Phys. J **C3**, 1.
- [15] B. Pfeiffer, K. L. Kratz, F. K. Thielemann, J. J. Cowan, C. Sneden, S. Burles, D. Tytler, and T. C. Beers. *R*-process abundances and cosmochronometers in old metal-poor halo stars. astro-ph/9812414.
- [16] N. A. Bahcall and X. Fan. *Astroph. J.*, 1998. astro-ph/9803227.
- [17] R. G. Carlberg, H. K. C. Yee, E. Ellingson, R. Abraham, P. Gravel, S. Morris, and C. J. Pritchett. *Astroph. J.*, 462:32, 1996.
- [18] R. G. Carlberg. astro-ph/9708054.
- [19] R. G. Carlberg. astro-ph/9804312.
- [20] J. A. Willick, M. A. Strauss, A. Deckel, and K. Tsafirir. *Astroph. J.*, 486:629, 1997.
- [21] J. A. Willick and M. A. Strauss. *Astroph. J.*, 507:629, 1998.
- [22] A. Reiss, M. Davis, J. Baker, and R. P. Kishner. *Astroph. J.*, 488:L1, 1997.
- [23] R. Brent Tully. The cosmological parameters h_0 and Ω_0 . In K. Sato, editor, *Cosmological parameters and the evolution of the Universe*, page 54. IAU, Kluwer, 1999. astro-ph/9802026.
- [24] P. D. Mauskopf, P. A. R. Ade, P. de Bernardis, J. J. Bock, J. Borrill, A. Boscalieri, B. P. Crill, G. DeGasperis, G. de Troia, P. Farese, P. G. Ferreira, K. Ganga, M. Giacometti, S. Hanani, V. V. Hristov, A. Iacoangelic, A. H. Jaffe, A. E. Lange, A. T. Lee, S. Masi, A. Melchiorri, F. Melchiorri, L. Miglio, T. Montroy, C. B. Netterfeld, E. Pascale, F. Piacentini, P. L. Richards, G. Romeo, J. E. Ruhl, E. Scannapieco, F. Scaramuzzi, R. Stompor, and N. Vittorio. Measurement of a peak in the Cosmic Microwave Background power spectrum from the North America test flight of BOOMERANG. *Astroph. J.*, 1999. astro-ph/9911444.
- [25] A. Melchiorri, P. A. R. Ade, P. de Bernardis, J. J. Bock, J. Borrill, A. Boscalieri, B. P. Crill, G. de Troia, P. Farese, P. G. Ferreira, K. Ganga, G. DeGasperis, M. Giacometti, V. V. Hristov, A. H. Jaffe, A. E. Lange, S. Masi, P. D. Mauskopf, L. Miglio, C. B. Netterfeld, E. Pascale, F. Piacentini, G. Romeo, J. E. Ruhl, and N. Vittorio. A measurement of τ from the North America test flight of BOOMERANG. *Astroph. J.*, 1999. astro-ph/9911445.
- [26] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. E. Groom, I. M. Hook, A. G. Kim, M. Y. Kim, J. C. Lee, N. J. Nunes, R. Pain, C. R. Pennypacker, R. Quimby, C. Lidman, R. S. Ellis, M. Irwin, R. G. McMahon, P. Ruiz-Lapuente, N. Walton, B. Schaefer, B. J. Boyle, A. V. Filipenko, T. Matheson, A. S Fruchter, N. Panagia, H. J. M. Newberg, and W. J. Couch. Measurements of τ and Ω from 42 high-redshift supernovae. *Astroph. J.*, 1998. astro-ph/9812133.

- [27] D. H. Weinberg, R. A. C. Croft, L. Hernquest, N. Katz, and M. Pettini. Closing on ω_0 : The amplitude of mass fluctuations from galaxy clusters and the Lyman-Alpha forest. *Astroph. J.*, 1998. astro-ph/9810011.
- [28] P. M. Garnavich, S. Jha, P. Challis, A. Clocchiatti, A. Dierks, A. V. Filippenko, R. L. Gilliland, C. J. Hogan, R. P. Kishner, B. Leibundgut, M. M. Phillips, D. Reiss, A. G. Reiss, B. P. Schmidt, R. A. Schommer, R. Ch. Smith, J. Spyromilio, Ch. Stubbs, N. B. Suntzeff, J. Tonry, and S. M. Carroll. Supernova limits to the cosmic equation of state. *Astroph. J.*, 1998. astro-ph/9806396.
- [29] S. Perlmutter, M. S. Turner, and M. White. Constraining dark energy with SEd Ia and large-scale structure. astro-ph/9901052.
- [30] M. S. Turner and M. White. CDM models with a smooth component. *Phys. Rev. Lett.*, 1997. astro-ph/9701138.
- [31] A. G. Riess, A. V. Filipenko, P. Challis, A. Clocchiatti, A. Dieckers, P. M. Garnavich, R. L. Gilliland, C. J. Hogan, S. Jha, R. P. Kishner, B. Leibundgut, M. M. Phillips, D. Reiss, B. P. Schmidt, R. A. Schommer, R. Ch. Smith, J. Spyromilio, Ch. Stubbs, N. B. Suntzeff, and J. Tonry. Observational evidence from supernov for an accelerating Universe and a cosmological constant. *Astron. J.*, 1998. astro-ph/9805201.
- [32] E. García Berro, E. Gatzaga, J. Isern, O. Benvenuto, and L Althaus. On the evolution of cosmological type Ia supernov and the gravitational constant. astro-ph/9907440.