

Planejamento Econômico de Baker em Cartas de Controle e a Função Perda de Taguchi

Baker's Economic Planning-Design in Control Charts and Taguchi's Loss Function

Zaudir Dal Cortivo

PPGMNE – Universidade Federal do Paraná

Faculdades ESEEI

zaudir@tutopia.com.br

Anselmo Chaves Neto

PPGMNE – Universidade Federal do Paraná

Departamento de Estatística

Isabella Andreczewski Chaves

EESC/USP

Resumo: Este trabalho aborda o Planejamento Econômico de Baker para a Carta de Controle \bar{X} e desenvolve o modelo levando em conta a função perda de Taguchi e combinando o modelo A de Baker com a função perda no planejamento econômico. O modelo desenvolvido considera a perda com o desvio no processo de tolerância nominal sob controle e fora de controle e não apenas as perdas com o processo fora de controle. Resultados de simulações com a otimização da função obtida mostram que a diminuição do custo pode ser considerável e alcançada sem alterar o formato fundamental da carta de controle, ou seja, a função perda de qualidade apresenta as características de unificar os conceitos de qualidade e custo e de permitir a otimização dos custos globais de produção.

Palavras-chave: cartas de controle; controle estatístico de processos; planejamento econômico de Baker.

Abstract: This paper addresses Baker's Economic Planning for the control chart \bar{X} . It presents a model that was developed by taking into account Taguchi's loss

function, and combining Baker's Model A with the loss function in economic planning. The model that was developed considers the loss due to misuse in the error allowance process under control and out of control, and not just the losses during the out of control process. The obtained results of simulations to optimize the function show that the decrease in cost can be considerable, and be achieved without changing the basic format of the control chart, which means that the loss of quality function has the characteristics of unifying the concepts of quality and cost and of allowing optimization of the overall production costs.

Key words: control charts; statistical control processes; Baker's economic planning.

1. Introdução

Segundo Montgomery (2004), a carta de controle é uma das principais técnicas do controle estatístico de processos e é usada no seu monitoramento de processos de produção de bens e serviços. Todo processo de produção de bens ou serviços tem variabilidade inerente a sua natureza, mas pode surgir variabilidade anormal devido às causas conhecidas como 6M, que são: mão de obra, máquina, método de trabalho, matéria prima e meios de medição. Então, o objetivo principal das cartas de controle é identificar essa variabilidade anormal e facilitar a ação do engenheiro de produção ou técnico responsável na eliminação da causa dessa perturbação anormal. Então, essa sinalização provoca uma investigação dos 6M e conduz a uma ação corretiva para a remoção da fonte de variabilidade anormal, de modo que o processo não produza itens fora das especificações de projeto.

O planejamento de uma carta de controle exige que três parâmetros sejam fixados: o tamanho da amostra (n), a frequência de amostragem (h) e o número de desvios padrões considerado nos limites de controle (k). Estes parâmetros definem o poder da carta e a rapidez de se detectar em mudanças no processo, na frequência de alarmes falsos e no custo para o monitoramento. A definição da magnitude desses parâmetros pode ser feita com o uso do planejamento econômico que trará uma otimização do controle do processo.

Taguchi (1986) considera que a qualidade de um produto tem a ver com o prejuízo sofrido pela sociedade como consequência da variação funcional do produto (ou serviço) em torno do valor nominal (alvo) e seus efeitos adversos a partir do momento em que o produto (ou serviço) é recebido pelo consumidor.

Segundo Montgomery (2004), o artigo fundamental na área de modelagem de custos de sistemas de controle de qualidade foi publicado por Girshick e Rubin, em 1952 e, desde então, são dedicados esforços para uso da solução economicamente ótima. Baker (1971) desenvolveu dois modelos de planejamento para cartas de controle \bar{X} : o modelo A e o modelo B. O modelo A afirma que o tempo em que o processo se mantém sob controle não é afetado pela ocorrência de alarmes falsos. Já o modelo B não considera esta situação. O modelo A, de Baker, inclui custo com amostragem, custo esperado com a intervenção do processo e pesquisa para uma causa especial e, finalmente, o custo de operação fora de controle.

O objetivo desse trabalho foi apresentar o Planejamento Econômico de Baker para a carta de controle \bar{X} , desenvolver o modelo levando em conta a função perda de Taguchi e combinar o modelo A de Baker com a função perda de Taguchi no planejamento econômico.

2. Desenvolvimento do tema

2.1 Modelo econômico e função perda de taguchi

2.1.1 Risco α e β para carta \bar{X}

Suponha que o processo seja iniciado no estado sob controle, com média μ_0 e desvio padrão σ_0 e, eventualmente, saia de controle, pela ocorrência de uma causa especial. As causas especiais são fatores que agem sobre o processo, aumentando a sua variabilidade e produzindo, assim, não conformidades. Segundo Montgomery (2004), a ocorrência de alguma causa especial pode resultar em uma mudança o nível do processo que passa de μ_0 para $\mu_0 + \delta\sigma_0$, onde δ é um fator real e $\delta\sigma_0$ é a magnitude da mudança de nível. Dessa forma o processo passou para o estado fora de controle. Durante o monitoramento, a carta de controle pode, também,

indicar uma falsa alteração no nível. Esse alarme falso pode ocorrer com uma probabilidade α , que é chamada de probabilidade de erro tipo I ou risco α . Pode ocorrer, também, de a carta não acusar a presença de uma mudança de nível. Isso ocorre com uma probabilidade β , que é conhecida como probabilidade do erro tipo II ou risco β . A minimização de ambos os tipos de riscos é conflitante. Quando diminuem os limites de controle o risco α aumenta e o risco β diminui e, se houver o aumento dos limites, o efeito é contrário para a carta de controle \bar{X} , cujos limites são $\bar{X} \pm k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Neste caso os riscos α e β são dados por:

$$\alpha = 2\Phi(-k) = 2 \int_{-\infty}^{-k} \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dz \quad (1)$$

$$\beta = \Phi(k - \delta\sqrt{n}) - \Phi(-k - \delta\sqrt{n}) \Rightarrow \beta = \int_{-\infty}^{k - \delta\sqrt{n}} \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dz - \int_{-\infty}^{-k - \delta\sqrt{n}} \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dz \quad (2)$$

Segundo Costa, Epprecht e Carpinetti (2006), é comum o uso de limites de controle a três desvios padrões de afastamento do nível médio ($k = 3$). Essa amplitude faz com que a probabilidade de ocorrer um alarme falso seja de $\alpha = 0,27\%$, o que significa que raramente a carta indicará a necessidade de intervenção no processo, enquanto o processo estiver sob controle. A probabilidade de 0,27% tem como complemento o percentual de 99,73% que corresponde à amplitude na curva normal de $\mu \pm 3\sigma$.

E, para fixar a frequência de amostragem, h , usa-se o ARL (*Average run length*), ou seja, o número médio de amostras tomadas do processo até se detectar uma variação anormal instalada. O conhecimento do ARL é fundamental para se definir o tamanho e a frequência de coleta de amostras. É bem conhecido que o ARL é uma variável aleatória com distribuição geométrica com parâmetro α . Portanto, trabalhando-se com o seu valor médio, $E(\text{ARL})$, tem-se:

a) $\text{ARL}_0 = \frac{1}{\alpha}$ quando o processo está sob controle;

b) $\text{ARL}_1 = \frac{1}{1-\beta}$ quando o processo está fora de controle.

2.1.2 Modelo A de Baker

Baker (1971) concluiu que a caracterização do tempo de duração do processo sob controle é importante para a construção de modelos, pois o uso não apropriado de modelos da distribuição geométrica pode levar a resultados errôneos, em certos casos, e que é essencial analisar e compreender como o processo sofre deterioração. Baker (1971) desenvolveu dois modelos para o planejamento econômico de cartas de controle, intitulados Baker A e Baker B. O primeiro é indicado para processos não regenerativos, isto é, para processos que não são afetados pela ocorrência de alarmes falsos, quanto o mesmo está sob controle. O modelo B é indicado para processos regenerativos, isto é, para processos que são afetados pelos alarmes falsos. Neste artigo foi desenvolvido um modelo baseado na função A de Baker.

Sejam dois os estados do controle de um processo. O primeiro é aquele em que o sistema permanece sob controle por T períodos, onde T é uma variável aleatória com distribuição geométrica, ou seja, tem função de probabilidade dada por $P(T = t) = \theta(1 - \theta)^{t-1}$ $0 < \theta < 1$ e $t = 1, 2, 3, \dots$. No segundo estado, assume-se que ocorre uma mudança no nível do processo a partir do período $t + 1$ e essa mudança leva a uma situação fora de controle. Nesse caso S é uma variável aleatória, também geométrica, e $P(S = s) = \beta(1 - \beta)^{s-1}$ $0 < \beta < 1$ e $s = j, j+1, j+2, j+3, \dots$. O sistema pode então ser caracterizado por uma sequência de intervalos alternados $\{T_1, T_2, \dots, T_j, S_{j+1}, S_{j+2}, \dots\}$ onde T_i representa períodos em que o processo está sob controle, $i = 1, 2, \dots, j$ e S_i significa períodos fora de controle ($i = j+1, j+2, \dots$) até identificação da variação anormal pela carta. Dessa forma, a magnitude esperada do ciclo é $E(C) = E(T) + E(S)$. Esses valores médios esperados, parcelas, são dados por:

$$E(T) = \frac{1-\theta}{\theta} \quad \text{e} \quad E(S) = \frac{1}{1-\beta} \quad (3)$$

Assim, os custos considerados no modelo são:

– o custo de um item de determinada amostra, a_i ;

- o custo com a intervenção no processo e pesquisa da causa especial, a_2 ;
- o custo de operação fora de controle por período, a_3 .

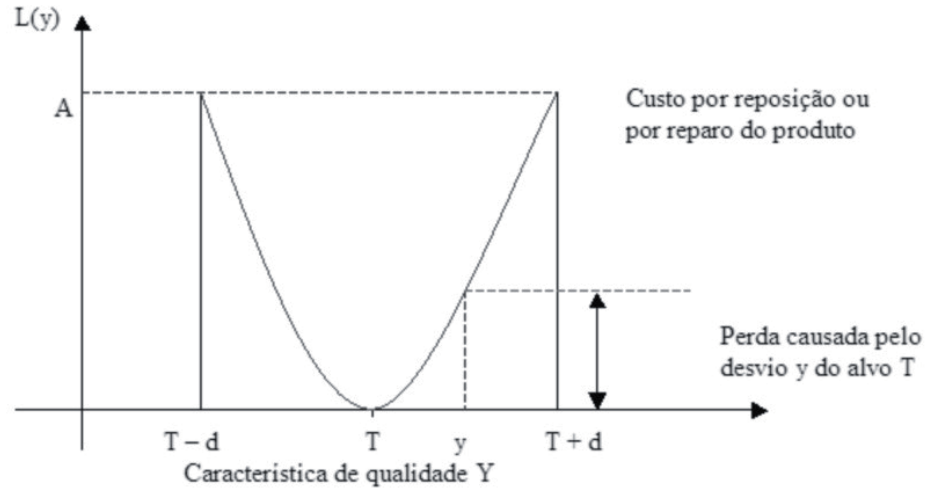
Assim, supondo que a variável M denota o número de falsos alarmes em um ciclo aleatório, a expectativa do custo para a procura da causa assinalável por ciclo é $a_2[1 + E(M)]$ com $E(M) = \alpha E[T]$; o custo esperado para amostragem por ciclo é $a_1 n E(C)$ e, finalmente, o custo esperado para operar fora de controle é $a_3 E(S)$. Portanto, o custo esperado por ciclo é dado por:

$$ATC = a_1 n + \frac{a_2(1-\beta)[\theta + \alpha(1-\theta)] + a_3\theta}{1-\beta(1-\theta)} \quad (4)$$

2.1.3 modelo econômico para cartas \bar{X} em conjunto com a função de Taguchi

A perda em valores monetários pode ser analisada através do emprego de índices de desempenho os quais são facilmente analisadas pelos tomadores de decisão. Segundo Sullivan (1987), na década dos anos 80, começou uma mudança no pensamento com relação à qualidade e à tecnologia através da aplicação dos Métodos de Taguchi que relaciona, primordialmente, as perdas monetárias com a deficiência na qualidade dos produtos. Esta é uma característica muito importante e recomendada pelos promotores dos Métodos de Taguchi para atrair o interesse dos tomadores de decisão. Taguchi definiu tipos de função perda para os seguintes projetos de tolerância: nominal então melhor (NTB), menor então melhor (STB) e maior então maior (LTB). Goh (1993) afirma que a função perda de Taguchi estabelece uma medida financeira para o cálculo do desvio de uma característica do produto com relação ao valor nominal especificado. Taguchi definiu a função perda como quadrática e sua forma depende do projeto de tolerância NTB, STB ou LTB. A expressão quando se tem projeto NTB é $L(y) = k(y - T)^2$. O gráfico dessa função está na figura 1, para o caso nominal o melhor.

Figura 1. Função perda de Taguchi



Fonte: Autor

A constante $K = \frac{A}{d^2}$ (constante de proporcionalidade) é denominada de coeficiente de perda de qualidade, em que A é o custo de reposição ou reparo de cada item e d é a semi amplitude dos limites de especificação. A perda média $E[L(Y)]$ é estimada por $\bar{L}_2 = K[(\hat{\sigma}^2(1+\delta^2))]$, em que \bar{y} e $\hat{\sigma}^2$ correspondem, respectivamente, à média e à variância do processo. Assim, observa-se que a perda média estimada é função da variância do processo $\hat{\sigma}^2$ e do desvio do alvo projetado. Quando o processo está sob controle, com média centrada no valor nominal T, a perda média é dada por $\bar{L}_1 = K\hat{\sigma}^2$. E, quando uma variabilidade anormal conduz a média do processo para $\bar{y} = T + \delta\hat{\sigma}$, a perda média é dada por $\bar{L}_2 = K[(\hat{\sigma}^2(1+\delta^2))]$. Estes resultados podem ser vistos em Chou, et al [2000]. Portanto, assumindo que a média de produção é U unidades por período, o custo médio por ciclo é:

$$ATC = \frac{a_1 n E(C) + a_2 [1 + \alpha E(T)] + \bar{L}_1 U E(T) + \bar{L}_2 U E(S)}{E(C)} \quad (5)$$

Entrando com os resultados de probabilidade na expressão (5), tem-se:

$$ATC = a_1 n + \frac{a_2 (1-\beta)[\theta + \alpha(1-\theta)] + \bar{L}_1 U (1-\theta)(1-\beta) + \bar{L}_2 U \theta}{1-\beta(1-\theta)} \quad (6)$$

A expressão (6) considera o desvio do valor nominal T. Isso significa que leva em conta também o prejuízo ocasionado pelos produtos que atendem às especificações, mas têm desvio do alvo além dos desvios com os casos do processo fora de controle.

2.1.4 Otimização

A determinação do par formado pelo tamanho da amostra e número de desvios padrões dos limites da carta, ou seja, (n, k), que descreve o plano amostral e que minimiza a função de custo é feita determinando-se o mínimo da função ATC. Dessa forma, para cada tamanho de amostra de $n = 1, 2, \dots, 10$, determina-se o valor de k, que produz o menor custo. A derivada da função ATC (5) é:

$$\frac{dATC}{dk} = \frac{-a_2 + [(-a_2\alpha - L_1U + L_2U).E(T)].\frac{dE(S)}{dk}}{[E(T)+E(S)]^2} + \frac{a_2E(T)\frac{d\alpha}{dk}}{[E(T)+E(S)]} \quad (7)$$

em que:

$$\frac{dE(S)}{dk} = -\frac{1}{(1-\beta)^2} \cdot \frac{d\beta}{dk}, \quad \frac{d\beta}{dk} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\frac{(k-\delta\sqrt{n})^2}{2}} + e^{-\frac{(-k-\delta\sqrt{n})^2}{2}} \right) e$$

$$\frac{d\alpha}{dk} = -2 \frac{e^{-\frac{k^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \quad (8)$$

3. Discussão dos resultados

Nesta seção, três exemplos são usados para a ilustração do modelo de planejamento econômico para Carta \bar{x} . Os parâmetros utilizados são aleatórios e para cada exemplo é feita a análise dos resultados obtidos com a otimização desta função.

As tabelas 1, 2 e 3 mostram a solução ótima para três diferentes situações de $a_1, a_2, U, A, \bar{\sigma}, d, \theta$ e δ . Foram obtidos, também, os valores de α, β, ARL_0 e ARL_1 para melhor avaliar o plano amostral.

Tabela 1. Resultados da simulação 1

Dados: $a_1 = 0,5$; $a_2 = 25$; $U = 300$; $\theta = 0,03$; $\delta = 1,5$; $d = 6$; $A = 4$; $\sigma = 1,2$

| n | k | α | β | Custo | ARL_0 | ARL_1 |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 1,591472 | 0,111503 | 0,535446 | 58,57984 | 8,968344 | 2,1526 |
| 2 | 1,880698 | 0,060013 | 0,404892 | 56,49669 | 16,66304 | 1,680368 |
| 3 | 2,084628 | 0,037103 | 0,303818 | 55,72224 | 26,95194 | 1,436405 |
| 4 | 2,248442 | 0,024548 | 0,226158 | 55,48411 | 40,73649 | 1,292254 |
| 5 | 2,3889 | 0,016899 | 0,167222 | 55,52015 | 59,17537 | 1,2008 |
| 6 | 2,514278 | 0,011928 | 0,123033 | 55,71396 | 83,83889 | 1,140294 |
| 7 | 2,629245 | 0,008557 | 0,090223 | 56,00543 | 116,8568 | 1,099171 |
| 8 | 2,736638 | 0,006207 | 0,066033 | 56,36035 | 161,1071 | 1,070702 |
| 9 | 2,838275 | 0,004536 | 0,048284 | 56,75789 | 220,4677 | 1,050734 |
| 10 | 2,93536 | 0,003332 | 0,035299 | 57,18475 | 300,1551 | 1,03659 |

Fonte: Análise dos Dados da Simulação

O resultado obtido na tabela 1 mostra a solução ótima para $n = 4$ e $k = 2,24$. Nesse caso o risco de alarme falso α é relativamente grande ($\alpha = 0,24$) e isto pode ser inconveniente. As soluções apresentam relativa robustez para as amostras de tamanhos de 3 a 7 pois o custo médio apresenta pequena diferença para estas amostras, com a diferença máxima de \$0,52. Isto decorre da magnitude dos valores de k , α e β .

Tabela 2. Resultados da simulação 2

$a_1 = 5$; $a_2 = 50$; $U = 300$; $\theta = 0,05$; $\delta = 2$; $d = 5$; $A = 4$; $\sigma = 1,2$

| n | k | α | β | Custo | ARL_0 | ARL_1 |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 1,596259 | 0,110431 | 0,34304 | 102,1754 | 9,055428 | 1,522163 |
| 2 | 1,880698 | 0,060013 | 0,171632 | 100,9329 | 16,66304 | 1,207193 |
| 3 | 2,084628 | 0,037103 | 0,083874 | 103,3838 | 26,95194 | 1,091553 |
| 4 | 2,248442 | 0,024548 | 0,039925 | 107,1474 | 40,73649 | 1,041585 |
| 5 | 2,3889 | 0,016899 | 0,018615 | 111,4924 | 59,17537 | 1,018968 |
| 6 | 2,514278 | 0,011928 | 0,008546 | 116,1224 | 83,83889 | 1,00862 |
| 7 | 2,629245 | 0,008557 | 0,003881 | 120,9011 | 116,8568 | 1,003896 |
| 8 | 2,736638 | 0,006207 | 0,001749 | 125,7616 | 161,1071 | 1,001752 |
| 9 | 2,838275 | 0,004536 | 0,000784 | 130,6697 | 220,4677 | 1,000785 |
| 10 | 2,93536 | 0,003332 | 0,00035 | 135,6068 | 300,1551 | 1,000351 |

Fonte: Análise dos Dados da Simulação

O resultado obtido na tabela 2 tem como solução ótima $n = 2$ e $k = 1,88$. Porém, o risco α é grande ($\alpha = 0,06$) e isto pode ocasionar um número significativo de falsos alarmes. Segundo Alexander et al (1995), na prática, a maioria das vezes adota-se, para as cartas de controle \bar{x} , amostras de tamanho 4 ou 5 e os limites de controle $\pm 3\sigma$. Para um plano definido com esses parâmetros o custo será de \$108,00 para $n = 4$ e de \$111,65 para $n = 5$, que é superior à solução ótima encontrada. Adiante, são mostrados os números da tabela 3 e é feita a discussão desses resultados.

Tabela 3. Resultados da simulação 3

| $a_1 = 0,2; a_2 = 100; U = 50; \theta = 0,01; \delta = 2; d = 12; A = 20; \sigma = 3$ | | | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| n | k | α | β | Custo | ARL_0 | ARL_1 |
| 1 | 2,271447 | 0,02312 | 0,606967 | 72,2029 | 43,25273 | 2,544314 |
| 2 | 2,597279 | 0,009397 | 0,4086 | 69,01526 | 106,4221 | 1,690903 |
| 3 | 2,824881 | 0,00473 | 0,26134 | 67,93565 | 211,4245 | 1,353802 |
| 4 | 3,009508 | 0,002617 | 0,160967 | 67,53056 | 382,1593 | 1,191848 |
| 5 | 3,171704 | 0,001515 | 0,096727 | 67,41355 | 659,8606 | 1,107084 |
| 6 | 3,320912 | 0,000897 | 0,057275 | 67,43844 | 1114,533 | 1,060755 |
| 7 | 3,461811 | 0,000537 | 0,033648 | 67,5389 | 1863,747 | 1,03482 |
| 8 | 3,596808 | 0,000322 | 0,019697 | 67,6814 | 3104,177 | 1,020093 |
| 9 | 3,727183 | 0,000194 | 0,011519 | 67,84789 | 5164,441 | 1,011653 |
| 10 | 3,853657 | 0,000116 | 0,006739 | 68,02824 | 8593,53 | 1,006784 |

Fonte: Análise dos Dados da Simulação

O resultado obtido na tabela 3, tem como solução ótima $n = 5$ e $k = 3,17$, com o risco α relativamente pequeno ($\alpha = 0,001515$) e com um intervalo grande para falsos alarmes, pois o $ARL_0 = 659,86$. As soluções apresentam relativa robustez para as amostras de tamanho de 3 a 9, devido à pequena diferença no custo ótimo. O procedimento anterior determina o custo do planejamento, contudo, não informa a duração e o custo de cada ciclo, que são informações muito importantes para a administração do processo. No portal eletrônico da University of Windsor (2006), é apresentado o cálculo, passo a passo de cada item da função de Baker, e adaptando-se a função (5) calcula-se α , β , ARL_0 , ARL_1 , $E(T)$, $E(S)$, $E(C)$, custo de amostragem, custo por procura, custo Taguchi, custo total por ciclo, custo total

e custo total por período, gerando uma sequência de 11 passos para obtenção de mais informações sobre o planejamento do processo, conforme tabelas 4 e 5.

Tabela 4. Resultados para $n = 1, 2, 3, 4, 5$

| Dados iniciais: $a_1 = 0,5$; $a_2 = 25$; $U = 100$; $\pi = 0,03$; $\delta = 1,5$; $d = 6$; $A = 4$; $\hat{\sigma} = 1,2$ | | | | | |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| k | 1,5915 | 1,8807 | 2,0846 | 2,2484 | 2,3889 |
| α | 0,1115 | 0,0600 | 0,0371 | 0,0245 | 0,0169 |
| ARL_0 | 8,9683 | 16,6630 | 26,9519 | 40,7365 | 59,1754 |
| β | 0,5354 | 0,4049 | 0,3038 | 0,2262 | 0,1672 |
| ARL_1 | 2,1526 | 1,6804 | 1,4364 | 1,2923 | 1,2008 |
| $E(T) = (1-\pi)/\pi$ | 32,3333 | 32,3333 | 32,3333 | 32,3333 | 32,3333 |
| $E(S) = 1/(1-\beta)$ | 2,1526 | 1,6804 | 1,4364 | 1,2923 | 1,2008 |
| $E(C) = E(T) + E(S)$ | 34,4859 | 34,0137 | 33,7697 | 33,6256 | 33,5341 |
| Custo de amostragem por ciclo = $a_1 \cdot n \cdot E(C)$ | 17,24 | 34,01 | 50,65 | 67,25 | 83,84 |
| Custo por procura por ciclo = $a_2 \cdot [1 + \alpha \cdot E(T)]$ | 115,13 | 73,51 | 54,99 | 44,84 | 38,66 |
| Custo Taguchi = $L_1 \cdot P \cdot E(T) + L_2 \cdot P \cdot E(S)$ | 1887,81 | 1814,14 | 1776,08 | 1753,59 | 1739,32 |
| Custo Total por ciclo, S_1 | 2020,18 | 1921,66 | 1881,73 | 1865,69 | 1861,82 |
| Custo total por período, $= S_1 / E(C)$ | 58,58 | 56,50 | 55,72 | 55,48 | 55,52 |

Fonte: Análise dos Dados da Simulação

Tabela 5. Resultados para $n = 6, 7, 8, 9, 10$

| Dados iniciais: $a_1 = 0,5$; $a_2 = 25$; $U = 100$; $\pi = 0,03$; $\delta = 1,5$; $d = 6$; $A = 4$; $\hat{\sigma} = 1,2$ | | | | | |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|
| n | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| k | 2,5143 | 2,6292 | 2,7366 | 2,8383 | 2,9354 |
| α | 0,0119 | 0,0086 | 0,0062 | 0,0045 | 0,0033 |
| ARL_0 | 83,83 | 116,85 | 161,10 | 220,46 | 300,15 |
| β | 0,1230 | 0,0902 | 0,0660 | 0,0483 | 0,0353 |
| ARL_1 | 1,1403 | 1,0992 | 1,0707 | 1,0507 | 1,0366 |
| $E(T) = (1-\pi)/\pi$ | 32,3333 | 32,3333 | 32,3333 | 32,3333 | 32,3333 |
| $E(S) = 1/(1-\beta)$ | 1,1403 | 1,0992 | 1,0707 | 1,0507 | 1,0366 |

(Continua...)

(Continuação...)

| Dados iniciais: $a_1 = 0,5$; $a_2 = 25$; $U=100$; $\pi=0,03$; $\delta = 1,5$; $d = 6$; $A = 4$; $\sigma = 1,2$ | | | | | |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|
| n | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $E(C)=E(T)+E(S)$ | 33,4736 | 33,4325 | 33,4040 | 33,3841 | 33,3699 |
| Custo de amostragem por ciclo = $a_1.n.E(C)$ | 100,42 | 117,01 | 133,62 | 150,23 | 166,85 |
| Custo por procura por ciclo = $a_2.[1+\alpha.E(T)]$ | 34,64 | 31,92 | 30,02 | 28,67 | 27,69 |
| Custo Taguchi = $L_1.P.E(T)+L_2.P.E(S)$ | 1729,89 | 1723,47 | 1719,03 | 1715,91 | 1713,71 |
| Custo Total por ciclo, S_1 | 1864,95 | 1872,40 | 1882,66 | 1894,81 | 1908,25 |
| Custo total por período, $=S_1/E(C)$ | 55,71 | 56,01 | 56,36 | 56,76 | 57,18 |

Fonte: Análise dos Dados da Simulação

A otimização da função custo pode ser realizada usando-se diversos softwares tais como: EXCEL, SOLVER da Microsoft, MATLAB e MAPLE, entre outros.

5. Conclusão

A diminuição do custo pode ser considerável e alcançada sem alterar o formato fundamental da carta do controle, o que confirma Petenate (2006), ou seja, a função perda de qualidade apresenta os seguintes aspectos: unifica os conceitos de qualidade e custo; engloba, em um mesmo modelo, aspectos econômicos e de engenharia e permite a otimização dos custos globais da produção e do uso produto pela empresa, clientes e sociedade. A função A de Baker conjunta com a função de Taguchi apresenta inovação para o planejamento econômico, pois o modelo considera a perda com o desvio nominal do processo sob controle e fora de controle e não apenas as perdas com o processo fora de controle.

Na simulação, mostrou-se que o custo de amostragem aumentou significativamente com o aumento da amostra e que nem sempre os limites de controle de $\pm 3\sigma$ é a melhor escolha para o plano da carta de controle, o que reforça a necessidade do planejamento das cartas de controle, levando em conta o custo e critérios não subjetivos.

6. Referências

ALEXANDER, S. M., et al. *Economic design of control charts using the Taguchi loss function*. Computers and Industrial Engineering, vol. 28, nº 3, pp 671-679, 1995.

BAKER, K. R. Two in the economic design of an \bar{X} -chart. *AIIE Transactions*, v. 3, n. 4, p. 257-263, 1971.

COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. *Controle estatístico de qualidade*. São Paulo: Atlas, 2004.

CHOU, C. Y., et al. Statistically Minimum-loss design of averages control charts for non-normal data. *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, v. 24, n. 6, p. 472-479, April, 2000.

GOH, T.N. Taguchi Methods: Some Technical, Cultural and Pedagogical Perspectives. *Quality and Reability Engineering International*, volume 9, 185-202, (1993).

MONTGOMERY, D. C. *Introdução ao controle estatístico da qualidade*. 4. Ed. LTC, Rio de Janeiro: 2004.

PETENATE, A. J. *Biblioteca digital: Utilização do método de Taguchi na redução dos custos de projetos*. Disponível em: <http://libdigi.unicamp.br/document/list.php?tid=14&desc=y> Acesso em 25 abr. 2006.

SULLIVAN, L. P. – The Power of Taguchi Methods 76-79, *Quality Progress*, 76-79, 1987.

TAGUCHI, G. *Introduction to quality engineering: designing quality into products and processes*. ASI Press, 1986.

UNIVERSITY OF WINDSOR. *Operations Management II: Lesson 19/22* [Notas de Aula]. Disponível em: <<http://artemis.uwindsor.ca/kits/fbaki/04-73-431-91a/vck13materials.nsf>> em 25 abr. 2006.