

# Influência do controle de vibrações em um pórtico simples usando um amortecedor de massa ativa (AMD)

## Influence of the vibration control in a portal frame using active mass damper (AMD)

**Danielli Duó**

Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA, Alegrete, RS  
*danielli\_duo@hotmail.com*

**Jorge Luis Palacios Felix**

Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS, Cerro Largo, RS  
*jorge.felix@unipampa.edu.br*

**Resumo:** Neste trabalho, apresentamos a interação dinâmica entre a resposta de uma estrutura apórticada e um amortecedor de massa ativa (AMD). A estrutura foi excitada na base por uma força harmônica e uma força sísmica. O método numérico da dinâmica não linear e caos foi utilizado para a análise da influência do AMD sobre a estrutura. Para o desenvolvimento das equações, foi utilizada a Lei de Lagrange, que analisa as energias atuantes no sistema principal. Os resultados numéricos foram obtidos através da implementação das equações diferenciais no ambiente computacional do MATLAB<sup>®</sup>. Tais resultados foram comparados com resultados disponíveis em literaturas e possuem excelentes resultados, confirmando as expectativas.

**Palavras-chave:** Controle de vibrações; Amortecedor de massa ativa; Excitação harmônica; Excitação aleatória sísmica.

**Abstract:** In this work, we present the dynamic interaction between the responses of a simple portal frame and an active mass damper (AMD). The structure was excited in the base by a harmonic force and a seismic force. The chaos and nonlinear dynamic numerical method was utilized for analysis of the AMD's influence in the structure. For the development of equations, it used the Law of Lagrange, which analyzes the energies working in the main system. The numerical results were obtained by implementing the differential equations in MATLAB<sup>®</sup> computational environment. These results were compared with results found in the literature, with excellent results, confirming expectations.

**Key words:** Vibration control; Active mass dampes; Harmonic excitation; Seismic random excitation.

## 1 Introdução

Investigações experimentais em escala reduzida para obter uma compreensão fundamental de muitos fenômenos em escala real. No entanto, poucos pesquisadores têm instalações experimentais prontamente disponíveis a eles que são capazes de realizar, mesmo em pequena

escala estrutural, experiências de amortecedores de massa ativa (AMD). Recentemente, para melhorar o desempenho do AMD na estrutura de dois andares sujeita a excitações harmônicas e sísmicas com a utilização da plataforma vibratória SHAKE TABLE II da empresa canadense QUANSER Consulting Inc. pelos pesquisadores [1, 2, 3, 4, 5].

O desenvolvimento de absorvedores dinâmicos para reduzir as amplitudes de vibrações de um pórtico simples sujeita a uma excitação no topo por um motor desbalanceado de tensão limitada (sistema não ideal) utilizando amortecedor líquido de tipo U, amortecedor de massa móvel com molas essencialmente não lineares e controle linear baseado no fenômeno de saturação foi estudado por [6, 7, 8].

Neste trabalho, o AMD foi aplicado para uma estrutura apórticada simples com excitação na base por uma força harmônica de frequência constante e por uma força harmônica de frequência variável (força sísmica). As equações de movimento foram deduzidas através do método de Lagrange [9] considerando os termos lineares. Os resultados numéricos foram analisados pela ferramenta da dinâmica não linear e caos [10] entre eles foram considerados a série temporal, FFT e retrato de fase. A formulação do modelo matemático do pórtico plano foi baseada no trabalho de [7, 8] enquanto do AMD foi similar do [2]. Utiliza-se um programa matemático do MATLAB<sup>®</sup> para a integração numérica para um sistema de equações diferenciais ordinárias.

## 2 Material e métodos

### 2.1 Descrição do problema

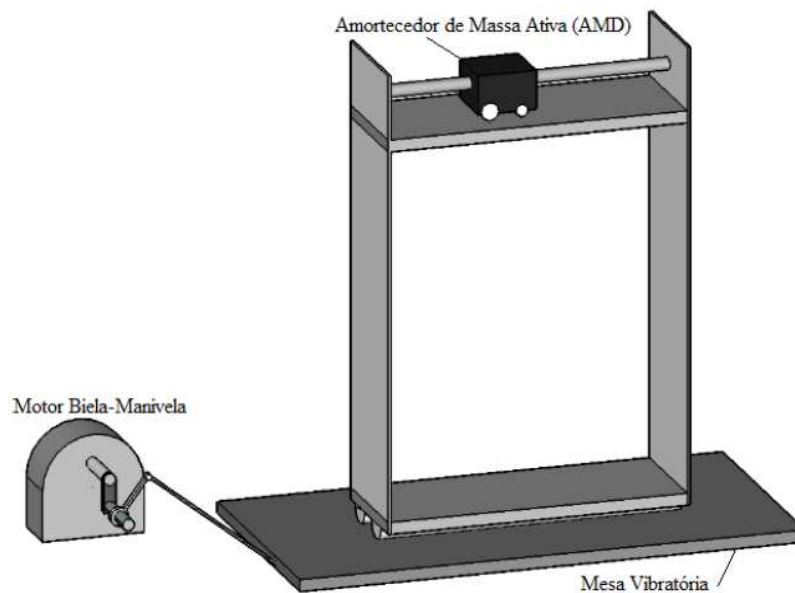


Figura 1. Estrutura original do problema.

Considera-se, para o presente estudo, uma estrutura de um andar composta por um amortecedor de massa ativa posicionada no topo da estrutura, ver Figura 1, guiada pela

força de um motor elétrico de tamanho pequeno e interno. Em sua base tem-se uma mesa vibratória impulsionada por um motor elétrico através do mecanismo biela-manivela. O andar é completamente rígido e as paredes são vigas flexíveis.

A Figura 2 mostra o campo de deslocamento do pórtico simples  $q_1$  com massa  $m_1$  e com material flexível de rigidez  $k_1$ . Enquanto o carrinho AMD se desloca com  $q_2$  e massa  $m_2$  através de um eixo fixo e guiado por um motor elétrico pequeno. Ressalta-se que  $m_2 < m_1$ . A mesa agitadora posicionada na base que suporta o pórtico movimenta-se na direção  $q_0$  devido a ação de um motor elétrico através do mecanismo biela-manivela com excentricidade  $r$  e com ângulo rotacional  $\Phi$ .

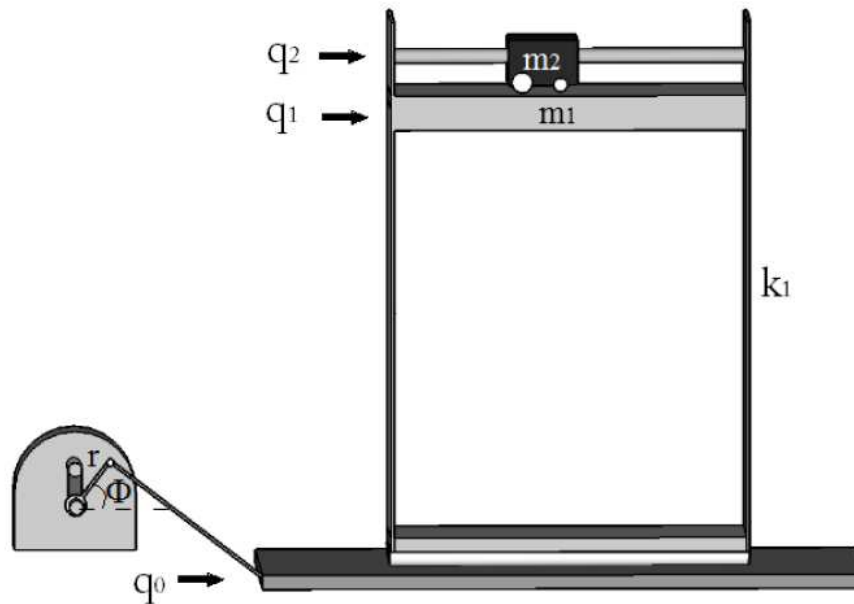


Figura 2. Parâmetros do sistema principal.

## 2.2 Modelagem do sistema físico

A equação de Lagrange é empregada na obtenção das equações diferenciais do movimento, as quais são expressas em termos de duas variáveis generalizadas relativas a base, a partir das expressões das energias cinética  $T$  e potencial  $V$  e das forças externas é a seguinte:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = Q_i \quad (1)$$

Onde  $q_i$  são as variáveis generalizadas,  $Q_i$  são as forças generalizadas e  $L = T - V$ .

Considera-se uma força de excitação na base com frequência angular  $\omega(t)$  e com deslocamento:

$$\begin{aligned} q_0 &= r_1 \cos \omega(t) \\ \dot{q}_0 &= -\omega r_1 \sin \omega(t) \\ \ddot{q}_0 &= -\omega^2 r_1 \cos \omega(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Determinam-se a energia total da cinética e potencial:

$$T = \frac{1}{2}m_2[\dot{q}_2(t) + \dot{q}_1(t) - \omega r_1 \sin \omega(t)]^2 + \frac{1}{2}m_1[\dot{q}_1(t) - \omega r_1 \sin \omega(t)]^2 + \frac{JK_2^2 \dot{q}_2^2(t)}{r_2^2} \quad (3)$$

$$V = \frac{1}{2}K_1[q_1(t)]^2$$

A formulação de Lagrange:

$$L = \frac{1}{2}m_2[\dot{q}_2(t) + \dot{q}_1(t) - \omega r_1 \sin \omega(t)]^2 + \frac{1}{2}m_1[\dot{q}_1(t) - \omega r_1 \sin \omega(t)]^2 + \frac{JK_2^2 \dot{q}_2^2(t)}{2r_2^2} - \frac{1}{2}K_1[q_1(t)]^2 \quad (4)$$

Considera-se o coeficiente de amortecimento da estrutura :

$$Q_1 = -d\dot{q}_1(t) \quad (5)$$

Considera-se o coeficiente de amortecimento do AMD e leva-se em conta o circuito interno do AMD, o qual interliga fatores como a rigidez interna do AMD, o raio interno de giro do mesmo bem como a voltagem do circuito.

$$Q_2 = -\dot{q}_2 \frac{k_2^2 k_t k_m}{R_m r_2^2} + V_m(t) \frac{k_2 k_t}{R_m r_2} - \beta \dot{q}_2(t) \quad (6)$$

A equação do movimento da estrutura:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_1} \right) = Q_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = m_2[\dot{q}_2(t) + \dot{q}_1(t) - \omega r_1 \sin \omega(t)] + m_1[\dot{q}_1(t) - \omega r_1 \sin \omega(t)] \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) = m_2[\ddot{q}_2(t) + \ddot{q}_1(t) - \omega^2 r_1 \cos \omega(t)] + m_1[\ddot{q}_1(t) - \omega^2 r_1 \cos \omega(t)]$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = -k_1 q_1(t)$$

Assim a partir de simplificações obtém-se a equação do movimento:

$$(m_2 + m_1)\ddot{q}_1(t) + m_2\ddot{q}_2(t) = (-k_1 q_1(t) - d\dot{q}_1(t) + (m_2 + m_1)\omega^2 r_1 \cos \omega(t)) \quad (8)$$

A equação do movimento do AMD:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_2} \right) = Q_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = m_2[\dot{q}_2(t) + \dot{q}_1(t) - \omega r_1 \sin \omega(t)] + \frac{JK_2^2}{r_2^2} \dot{q}_2(t) \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) = m_2[\ddot{q}_2(t) + \ddot{q}_1(t) - \omega^2 r_1 \cos \omega(t)] + \frac{JK_2^2}{r_2^2} \ddot{q}_2(t)$$

$$\frac{\partial V}{\partial q_2} = 0$$

Assim, com as simplificações, obtém-se a equação do movimento:

$$m_2 \ddot{q}_1(t) + \frac{m_2 r_2^2 + JK_2^2}{r_2^2} \ddot{q}_2(t) = -\frac{k_2^2 k_t k_m}{R_m r_2^2} \dot{q}_2 + \frac{k_2 k_t}{R_m r_2} V_m(t) - \beta \dot{q}_2(t) + m_2 \omega^2 r_1 \cos \omega(t) \quad (10)$$

Associando as Equações (8) e (10) na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} m_2 + m_1 & m_2 \\ m_2 & m_2 + \frac{JK_2^2}{r_2^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(k_1 q_1(t) - d\dot{q}_1(t) + (m_2 + m_1)\omega^2 r_1 \cos \omega(t)) \\ -\frac{k_2^2 k_t k_m}{R_m r_2^2} \dot{q}_2 + \frac{k_2 k_t}{R_m r_2} V_m(t) - \beta \dot{q}_2(t) + m_2 \omega^2 r_1 \cos \omega(t) \end{pmatrix} \quad (11)$$

Considerando que a matriz dos coeficientes da segunda derivada seja não nula na Equação (11) e multiplicando por sua inversa tem-se:

$$\ddot{q}_1 = \left[ \frac{\left[ -r_2^2 \left( m_2 + \frac{JK_2^2}{r_2^2} \right) \right] (d\dot{q}_1(t) + k_1 q_1(t) - r_1 \omega^2 \cos \omega(t)(m_1 + m_2))}{m_1 m_2 r_2^2 + Jk_2^2 m_1 + Jk_2^2 m_2} \right] + \left[ \frac{-m_2 r_2^2 \left[ m_2 r_1 \omega^2 \cos \omega(t) - \dot{q}_2(t) \left( \beta + \frac{k_2^2 k_t k_m}{R_m r_2^2} \right) + \frac{k_2 k_t}{R_m r_2} V_m(t) \right]}{m_1 m_2 r_2^2 + Jk_2^2 m_1 + Jk_2^2 m_2} \right] \quad (12)$$

$$\ddot{q}_2 = \left[ \frac{-m_2 r_2^2 (d\dot{q}_1(t) + k_1 q_1(t) - r_1 \omega^2 \cos \omega(t)(m_1 + m_2))}{m_1 m_2 r_2^2 + Jk_2^2 m_1 + Jk_2^2 m_2} \right] + \left[ \frac{-r_2^2 (m_1 + m_2) \left[ m_2 r_1 \omega^2 \cos \omega(t) - \dot{q}_2(t) \left( \beta + \frac{k_2^2 k_t k_m}{R_m r_2^2} \right) + \frac{k_2 k_t}{R_m r_2} V_m(t) \right]}{m_1 m_2 r_2^2 + Jk_2^2 m_1 + Jk_2^2 m_2} \right] \quad (13)$$

Para a integração numérica das Equações (12) e (13) é necessário transformá-las em sistema de primeira ordem para aplicar o método de Runge-Kutta de passo variável.

Considere as seguintes mudanças de variáveis:

$$\begin{cases} y_1 = q_1 \\ y_2 = \dot{q}_1 \\ y_3 = q_2 \\ y_4 = \dot{q}_2 \end{cases}$$

Com:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = x_2 \\ \dot{y}_2 = \dot{q}_1 \\ \dot{y}_3 = x_4 \\ \dot{y}_4 = \dot{q}_2 \end{cases}$$

Tem-se o sistema de equações:

$$\dot{y}_2 = \left[ \frac{\left[ -r_2^2 \left( m_2 + \frac{Jk_2^2}{r_2^2} \right) \right] (dy_2(t) + k_1 y_1(t) - r_1 \omega^2 \cos \omega(t)(m_1 + m_2))}{m_1 m_2 r_2^2 + Jk_2^2 m_1 + Jk_2^2 m_2} \right] + \left[ \frac{-m_2 r_2^2 \left[ m_2 r_1 \omega^2 \cos \omega(t) - y_4(t) \left( \beta + \frac{k_2^2 k_t k_m}{R_m r_2^2} \right) + \frac{k_2 k_t}{R_m r_2} V_m(t) \right]}{m_1 m_2 r_2^2 + Jk_2^2 m_1 + Jk_2^2 m_2} \right] \quad (14)$$

$$\dot{y}_4 = \left[ \frac{-m_2 r_2^2 (dy_2(t) + k_1 y_1(t) - r_1 \omega^2 \cos \omega(t)(m_1 + m_2))}{m_1 m_2 r_2^2 + Jk_2^2 m_1 + Jk_2^2 m_2} \right] + \left[ \frac{-r_2^2 (m_1 + m_2) \left[ m_2 r_1 \omega^2 \cos \omega(t) - y_4(t) \left( \beta + \frac{k_2^2 k_t k_m}{R_m r_2^2} \right) + \frac{k_2 k_t}{R_m r_2} V_m(t) \right]}{m_1 m_2 r_2^2 + Jk_2^2 m_1 + Jk_2^2 m_2} \right] \quad (15)$$

### 3 Resultados e discussão

Para a obtenção dos resultados numéricos usou-se o método de integração ODE23 do MATLAB<sup>®</sup> nas Equações (14) e (15).

Os valores dos parâmetros utilizados estão disponibilizados na Tabela 1, a qual apresenta os dados de cada componente do sistema descrito através das equações diferenciais da estrutura. Nesta tabela também estão contidas as respectivas unidades referentes a cada um dos componentes.

Os valores dos parâmetros são similares nos trabalhos [1, 2], os quais foram usados nos ensaios experimentais pelos autores, desta forma pode-se validar a modelagem matemática do problema proposto através da análise numérica e assim chegar a resultados mais realísticos.

Tabela 1. Valores e unidades dos parâmetros do sistema

Parâmetro	Valor para Simulação	Unidade (S.I.)
$m_1$	0,68	kg
$m_2$	0,35	kg
$r_1$	0,01	m
$r_2$	$6,35 \times 10^{-3}$	m
$B$	3	$N.s.m^{-1}$
$J$	$3,90 \times 10^{-7}$	$Kg.m^2$
$k_1$	500	$N.m^{-1}$
$k_2$	3,71	$N.m^{-1}$
$D$	0,45	$N.s.m^{-1}$
$\omega$	27,116	$Rad.s^{-1}$
$k_t$	$7,67 \times 10^{-3}$	$N.m.A^{-1}$
$k_m$	$7,67 \times 10^{-3}$	$V.s.rad^{-1}$
$R_m$	2,6	$\Omega$
$V_m$	$2 \times \cos(2)$	Volts

### 3.1 Resultados para a força harmônica

Nesta seção, considera-se a excitação harmônica na base da forma  $r_1\omega^2 \cos\omega t$  com  $\omega$  dada na Tabela 1.

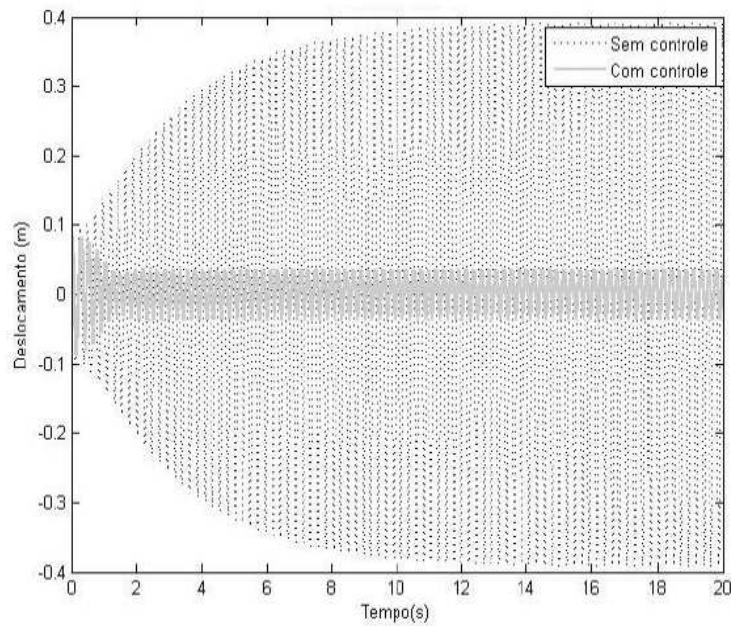


Figura 3. Deslocamento estrutural, durante uma excitação harmônica

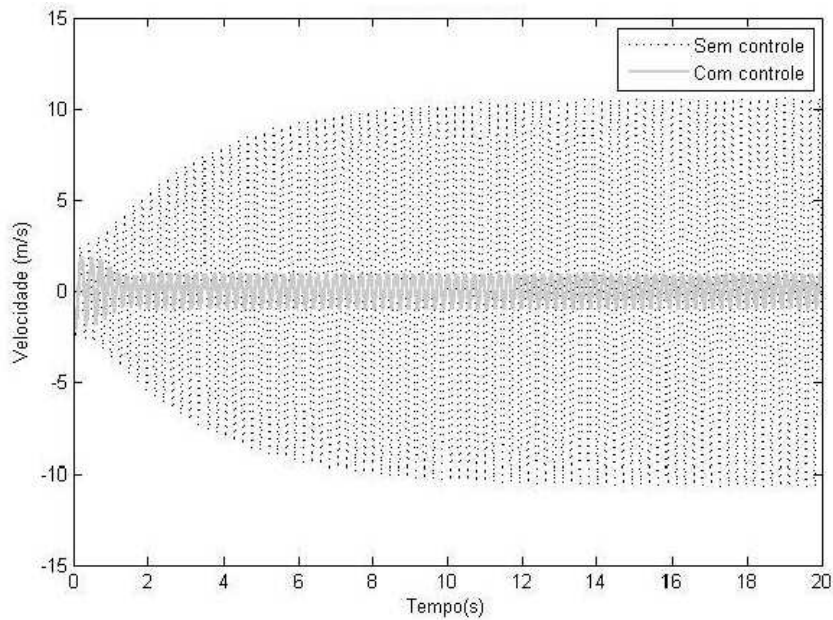


Figura 4. Velocidade estrutural, durante uma excitação harmônica/ideal

As Figuras 3 e 4 mostram as séries temporais do deslocamento e velocidade provenientes da estrutura de um andar. Quando o AMD está inativo mostra-se a instabilidade na resposta do pórtico simples, tendo uma similaridade do efeito de ressonância com crescimento exponencial nos 10 primeiros segundos. Quando foi aplicado o AMD consegue-se a estabilidade e a redução das amplitudes do pórtico simples.

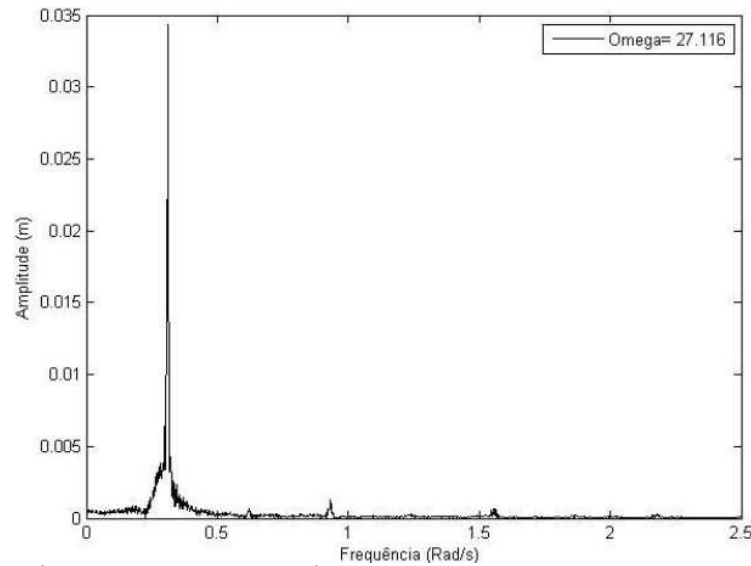


Figura 5. FFT(Fast Fourier Transform) para o caso ideal em relação à frequência natural

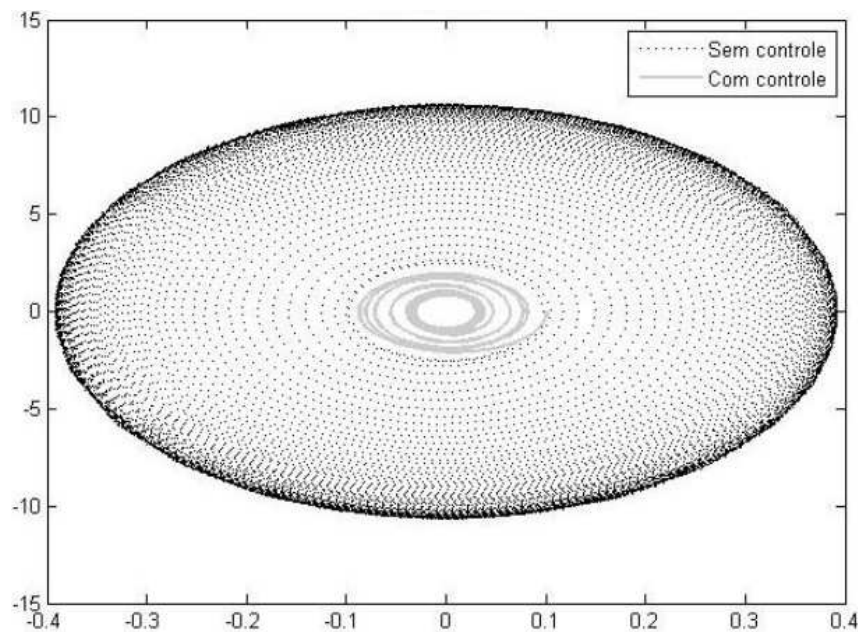


Figura 6. Retrato de fase, referente à frequência natural da estrutura



As Figuras 5 e 6 mostram os gráficos referentes ao retrato de fase e análise de frequência pela ferramenta FFT. Pode-se constatar que o comportamento dinâmico do sistema de controle tem características de resposta periódicas.

### 3.2 Resultados para a força sísmica

No caso de aplicação de vibrações aleatórias na base ou forças sísmicas, foi definida a variação da frequência angular  $\omega$  na excitação harmônica:

$$1 \leq \omega \leq 75 \quad (16)$$

Levando em consideração o intervalo descrito pela Equação (16), foram selecionados duzentos valores de  $\omega$  ao longo do tempo e aplicadas de forma sistemáticas na estrutura, analisando assim a resposta estrutural em casos de diferentes faixas de frequência angular.

Os resultados numéricos descritos pelas Figuras 7 e 16, demonstram as respostas estruturais adquiridas durante a aplicação da força sísmica. quando foi aplicado o AMD, observa-se que nos primeiros 8 segundos foi reduzido drasticamente as amplitudes de vibração da estrutura.

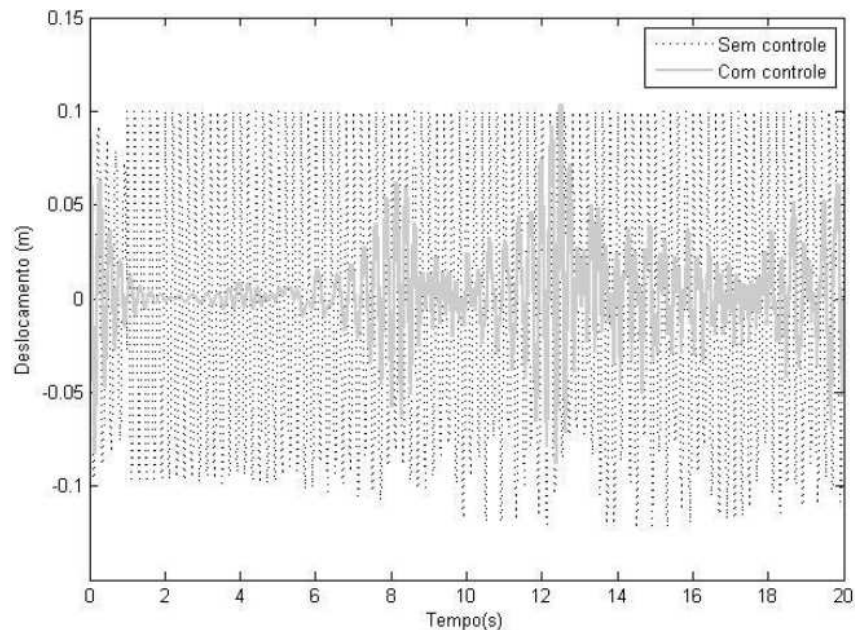


Figura 7. Deslocamento estrutural, durante uma excitação aleatória sísmica

Após os 8 segundos, ainda mantendo levemente a redução das amplitudes de vibração da estrutura, teve-se a existência de interação de movimento entre o AMD e o pórtico. Pode-se comentar que não foi suficiente escolher uma voltagem adequada para guiar o carrinho do AMD.

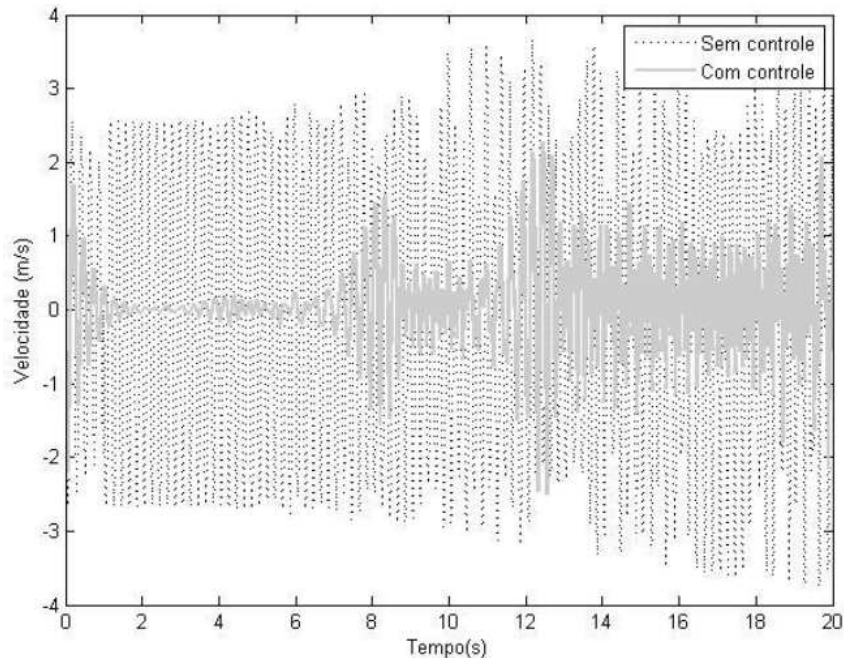


Figura 8. Velocidade estrutural, durante uma excitação aleatória sísmica

Para manter a estabilidade e redução de amplitude de vibração da estrutura é necessário aplicar um controle ótimo conhecido como LQR, pelo qual no futuro trabalho será investigado.

## 4 Conclusões

Para análise do desempenho do AMD sobre a estrutura aporticada utilizou-se a ferramenta da dinâmica não linear e caos. No caso, usando a série temporal mostrou-se os resultados com e sem AMD, sendo que ativando o AMD houve uma redução drástica nas amplitudes de vibrações da estrutura no longo do tempo para o caso da força harmônica. Enquanto para o caso da força sísmica, pode-se observar que nos primeiros 8 segundos as amplitudes de vibração da estrutura com AMD ativada foram reduzidas drasticamente, ao longo do tempo a redução é leve devido a existência de interação dinâmica entre o AMD e o pórtico simples.

Para melhorar o desempenho do sistema AMD - Pórtico simples pretende-se investigar para um trabalho futuro, a implementação de um controle ótimo, por exemplo, o sistema LQR, entre outros, para comparação.

## 5 Agradecimentos

O primeiro autor agradece pelo apoio financeiro a FAPERGS (Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul) através da bolsa PROBIC. O segundo autor agradece a PROPESQ-UNIPAMPA pelo apoio financeiro na aquisição do equipamento da plataforma vibratória AMD-SHAKE-TABLE II.

## Referências

- [1] TU, J.; LIN, X.; TU, B.; XU J.; TAN, D. Simulation and experimental tests on active mass damper control system based on Model Reference Adaptative Control algorithm. *Journal of Sound and Vibration*, 2014.
- [2] BATTAINI, M.; YANG, G.; SPENCER Jr. B. F. Bench-Scale Experiment for Structural Control. 1998.
- [3] SALIM, M. A.; NOORDIN, A.; KARJANTO. J.; RODY M. Z. M. The New Generation of Building Control Concept to Suppress the Horizontal Vibration During the Earthquake. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, v.5, n.4, p.16-25, 2011.
- [4] QUINTINO, F. V. Controlo Activo de Vibrações em Edifícios. Dissertação de Mestrado. Universidade Nova de Lisboa. Faculdade de Ciências e Tecnologia. 2012.
- [5] RODRIGUES, L. F. G. Estudo de estratégia de controlo activo de vibrações para um edifício de dois andares. Dissertação de Mestrado. Universidade Nova de Lisboa. Faculdade de Ciências e Tecnologia. 2011.
- [6] FELIX, J. L. P.; BALTHAZAR, J. M.; BRASIL. R. M. L. R. F.; PAULA A. S. D. On an energy exchange process and appearance of chaos in a non-ideal portal frame dynamical system. *Differential Equation and Dynamic System*, v.21, n.4, p.373-385, 2013.
- [7] FELIX, J. L. P.; BALTHAZAR, J. M.; BRASIL. R. M. L. R. F. On saturation control of a non-ideal vibrating portal frame foundation type shear-building. *Journal of Vibration and Control*, v.11, p.121-136, 2005.
- [8] FELIX, J. L. P.; BALTHAZAR, J. M.; BRASIL. R. M. L. R. F. On tuned liquid column dampers mounted on a structural frame under a non-ideal excitation. *Journal of Sound and Vibration*, v.282, p.1285-1292, 2005.
- [9] RAO, S. S. *Vibrações Mecânicas*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, ed.4, 2008.
- [10] NAYFEH, A. H.; BALACHANDRAN, B. *Applied Nonlinear Dynamics: Analytical, Computational and Experimental Methods*. Wiley, 1995.