ISBN:1858-1382

J M S K
Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi
http://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk
Vol. 11, No. 2, 93-104, Januari 2015

ANALISIS KOVARIANSI DALAM RANCANGAN BUJURSANGKAR YOUDEN DENGAN DATA HILANG

ENDY NUR CAHYANTO*, NASRAH SIRAJANG*, M. SALEH AF*

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuanuntukmenjelaskan analisis kovariansi pada rancangan bujursangkar youden dan menjelaskan penerapan kovariansi pada rancangan bujursangkar youden dengan data hilang. Data yang hilang tersebut diduga terlebih dahulu kemudian dianalisis. Adanya variabel konkomitan akan mempengaruhi tingkat ketelitian suatu percobaan karena variabel ini berpengaruh terhadap variabel respon dan tidak dapat dikendalikan oleh perlakuan yang dicobakan. Penyelesaian terhadap adanya variabel konkomitan tersebut dapat dilakukan dengan analisis kovariansi. Dalam menyusun uji analisis kovariansi terlebih dahulu melakukan uji asumsi yang harus dipenuhi. Pada penerapan ini dilihat pengaruh pemberian dosis pupuk varietas padi terhadap hasil gabah, dengan variabel kolom berupa jenis tanah dan variabel baris berupa kelompok petak sawah dan variabel konkomitannya adalah banyaknya anakan per rumpun. Hasil uji analisis kovariansi adalah tidak ada pengaruh pemberian dosis pupuk varietas padi, kelompok petak sawah, jenis tanah terhadap hasil gabah. Dilihat dari perbandingan koefisien keragaman data lengkap dan data hilang bahwa analisis kovariansi dapat memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan analisis variansi.

Kata Kunci :Rancangan Bujursangkar youden, Analisis Kovariansi, Variabel Konkomitan, Data hilang.

1. Pendahuluan

Rancangan percobaan adalah suatu tes atau serangkaian tes dengan maksud mengamati dan mengidentifikasi perubahan-perubahan pada output respon yang di sebabkan oleh perubahan-perubahan yang dilakukan pada variabel input dari suatu proses (Montgomery, 2005).

Rancangan percobaan dibedakan menjadi rancangan perlakuan dan rancangan lingkungan. Rancangan perlakuan adalah rancangan yang berdasarkan banyak faktor dan metode penerapan perlakuan pada unit percobaan. Salah satu contoh rancangan perlakuan adalah rancangan faktorial. Rancangan ini bertujuan untuk mengetahui pengaruh dari faktor-faktor yang diberikan dan juga interaksi antar faktor-faktornya. Sedangkan rancangan lingkungan adalah rancangan yang berkaitan dengan bagaimana perlakuan-perlakuan ditempatkan pada unit percobaan. Adapun contoh rancangan lingkungan adalah Rancangan Acak Lengkap (RAL), Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL), dan Rancangan Bujursangkar Latin (RBSL).[1]

Pada Rancangan Bujursangkar Latin (RBSL), tiap perlakuan hanya boleh muncul satu kali pada tiap baris dan tiap kolom, banyak kategori dari setiap kelompok baris dan kolom harus sama dengan banyaknya perlakuan. Akan tetapi, apabila banyaknya kolom tidak sama dengan banyaknya baris dan perlakuan yang diamati maka digunakan Rancangan Bujursangkar Youden (RBSY). Banyaknya faktor perlakuan dalam RBSY adalah lebih banyak atau sama dengan banyaknya baris atau kolom.

Dalam suatu percobaan, seringkali dijumpai adanya pengaruh variabel-variabel lain diluar variabel penelitian. Variabel yang bersifat demikian disebut variabel konkomitan. Variabel

[1,2,3] *Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin Makassar, Jl. Perintis Kemerdekaan Km.10 Makassar*

konkomitan merupakan variabel lain yang muncul dalam suatu percobaan yang tidak dapat dikendalikan sehingga dapat mempengaruhi variabel respons yang sedang diamati dalam penelitian.

Anakova dapat diterapkan dalam berbagai rancangan termasuk RBSY. Model linier RBSY untuk anakova dapat berupa model tetap atau model acak, dengan asumsi untuk masing-masing model berbeda.

Adapun tujuan penulisan ini adalah Untukmengkaji analisis kovarians pada rancangan bujursangkar youden dan untuk menerapkan analisis kovariansi pada rancangan bujursangkar youden dengan data hilang.

2. Tinjauan Pustaka

2.1Rancangan Percobaan

Rancangan percobaan memiliki tujuan untuk memperoleh atau mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya yang diperlukan dalam melakukan suatu penelitian. Dengan kata lain rancangan percobaan adalah suatu tes atau serangkaian tes dengan maksud mengamati dan mengidentifikasi perubahan-perubahan pada output respon yang di sebabkan oleh perubahan-perubahan yang dilakukan pada variabel input dari suatu proses.

2.2Rancangan Bujursangkar Latin (RBSL)

Dalam rancangan ini area percobaan dibagi dalam dua bagian yaitu baris dan kolom dengan setiap perlakuan hanya muncul sekali dalam setiap baris dan kolom. Dengan kata lain, dalam situasi dimana diketahui bahwa lebih dari satu sumber keragaman luar tidak dapat dikontrol, misalnya tidak memungkinkan untuk mendapatkan satuan percobaan yang homogen atau keadaan lapangan yang tidak seragam, rancangan bujursangkar latin merupkan pilihan yang tepat, karena kemampuannya dalam mengendalikan galat percobaan dengan mengeluarkan sumber keragaman yang diketahui tersebut.

2.2.1 Model Rancangan Bujursangkar Latin Seimbang (RBSLS)

Rancangan bujursangkar latin merupakan salah satu bentuk rancangan yang dicirikan oleh adanya dua sumber keragaman luar yang tidak dapat dikontrol. Setiap perlakuan hanya akan muncul sekali dalam setiap baris dan kolom. Model rancangan bujursangkar latin dapat ditulis :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_I + \beta_J + \tau_{(k)} + \varepsilon_{ijk} \qquad (1)$$

Untuk model efek tetap, efek baris, efek kolom, dan efek perlakuan didefinisikan sebagai penyimbangan dari nilai rata-rata keseluruhan (Montgomery, 1991), sehingga diperoleh :

$$\sum_{i=1}^{b} \alpha_i = \sum_{j=1}^{k} \beta_j = \sum_{k=1}^{t} \tau_{(k)} = 0 \qquad (2)$$

2.2.2 Model Rancangan Acak Kelompok Lengkap Tak Seimbang (RAKLTS)

RAKLTS adalah suatu rancangan kelompok tak lengkap dengan banyaknya perlakuan yang muncul dalam jumlah yang sama banyak. Secara umum model linear aditif dari rancangan satu faktor dengan RAKLTS dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \qquad (3)$$

2.3Rancangan Bujursangkar Youden (RBSY)

Bujursangkar youden adalah bujursangkar latin yang tidak lengkap karena jumlah kolomnya tidak sama dengan jumlah baris dan perlakuan yang diteliti. Selain itu Rancangan

Bujursangkar Youden (RBSY) dapat merupakan rancangan bujursangkar latin tak lengkap yaitu dengan menambah/mengurangi paling sedikit satu kolom atau baris, karena dengan penambahan tersebut akan diperoleh bujursangkar latin.

2.3.1 Model Linear Rancangan Bujursangkar Youden (RBSY)

Menurut Gaspersz (1995), Rancangan Bujursangkar Youden memiliki model statistik sebagai berikut :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \varepsilon_{ijk} \tag{4}$$

Jika model tetap yang digunakan dalam RBSY maka asumsi yang harus dipenuhi adalah :

$$\sum_{i=1}^{b} \alpha_i = \sum_{j=1}^{k} \beta_j = \sum_{k=1}^{t} \tau_k = 0 \tag{5}$$

Tabel 2.1 Analisis varians Rancangan Bujursangkar Youden Model Tetap

Sumber Variansi	db	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hitung}
Perlakuan	t-1	JKP	KTP	$F = \frac{KTP}{KTG}$
Baris	b-1	JKB	KTB	$F = \frac{KTB}{KTG}$
Kolom	k-1	JKK	KTK	$F = \frac{KTK}{KTG}$
Galat	(t-1)(b-1)-(k-1)	JKG	KTG	-
Total	tb-1	JKT	-	-

2.4Analisis Kovariansi

Analisis kovariansi atau sering disebut dengan ANAKOVA adalah teknik statistik untuk uji beda multivariat yang merupakan perpaduan antara analisis regresi (ANAREG) dengan analisis varian (ANAVA). Secara lebih khusus dalam ANAKOVA diadakan analisis residu pada garis regresi, yaitu dilakukan dengan jalan membandingkan varian residu antar kelompok dengan varian residu dalam kelompok.

Model analisis kovariansi dengan satu variabel bebas dan satu variabel konkomitan disajikan sebagai berikut :

$$Y_{ij} = \mu + \beta\left(X_{ij} - \bar{X}\right) + \tau_i + \varepsilon_{ij} \qquad (6)$$

2.5Data Hilang

Teknik rumus data yang hilang diuraikan untuk lima rancangan percobaan yaitu kelompok lengkap teracak, kuadrat latin, petak-terbagi, petak-berjalur dan petak-petak terbagi. Untuk setiap rancangan,diberikan rumus untuk menduga data yang hilang dan perubahan yang diperlukan dalam sidik ragam dan dalam pembandingan rataan berpasangan. Juga dibicarakan cara untuk mendapatkan untuk kasus dimana data yang hilang lebih dari satu.

Bentuk umum data yang hilang dalam rancangan bujursangkar youden diduga sebagai :

$$\hat{Y}_{ij(k)} = \frac{r\left(R_i + C_j + T_k\right) - 2G}{(t-1)(b-1) - (k-1)} \qquad (7)$$

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Analisis Kovariansi Dalam Rancangan Bujursangkar Youden

Anakova merupakan analisis yang mengkombinasikan konsep analisis variansi dengan analisis regresi sehingga dapat digunakan untuk perbaikanketelitian suatu percobaan.

3.1.1 Rancangan Bujursangkar Youden

RBSY merupakan gabungan dari rancangan bujursangkar latin dan rancangan acak kelompok lengkap tak seimbang (RAKLTS). RBSY memiliki sifat keseimbangan dari RAKLT]S yaitu baris-baris yang berhubungan dengan kelompok dan perlakuan terjadi tepat satu kali dalam tiap-tiap kolom atau baris.

Diberikan model analisis variansi untuk rancangan bujursangkar youden sesuai pers. (2.4) sebagai berikut:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \varepsilon_{ijk} \qquad (8)$$

3.1.2 Analisis Kovariansi Dalam Rancangan Bujursangkar Youden

Analisis kovariansi merupakan suatu teknik yang mengkombinasikan analisis variansi dengan analisis regresi yang dapat digunakan untuk perbaikan ketelitian suatu percobaan (Neter dkk, 1997). Analisis kovariansi digunakan berdasarkan pertimbangan bahwa dalam kenyataannya terdapat variabel lain yang muncul dalam suatu percobaan yang tidak dapat dikendalikan, sehingga sangat mempengaruhi variabel respons yang sedang diamati. Variabel tersebut dinamakan variabel konkomitan.

Model kovariansi dimulai dengan model ini dan secara sederhana ditambah istilah lain yang menggambarkan hubungan antara variabel konkomitan dan variabel dependen. Biasanya, hubungan linear digunakan sebagai suatu pendekatan pertama, yaitu :

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \gamma X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (9)$$

Sehingga dari pers. (2.4) diperoleh model analisis kovariansi dalam rancangan bujursangkar youden adalah sebagai berikut :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \gamma\left(X_{ijk} - \bar{X}_{\dots}\right) + \varepsilon_{ijk} \quad (10)$$

Langkah-langkah analisis kovariansi dalam rancangan bujursangkar youden sebagai berikut :

1. Pengujian Asumsi

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi pada analisis kovariansi yaitu sebagai berikut :

1. Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.
   Pengujian hipotesisnya sebagai berikut :
   a. H_0 : Variabel konkomitan (X) tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.
      H_1 : Variabel konkomitan (X) berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan.
   b. Taraf signifikan : α = 0,01
   c. Statistik uji : $F = \dfrac{\frac{JKP_x}{t-1}}{\frac{JKG_x}{t(r-1)}}$ (11)
      dimana:
      JKP_x = jumlah kuadrat perlakuan untuk variabel X
      JKG_x= jumlah kuadrat galat untuk variabel X
   d. Kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha(t-1,t(r-1))}$
      dimana:
      t = banyaknya perlakuan
      r = banyaknya ulangan
   e. Perhitungan
   f. Kesimpulan
2. Hubungan antara variabel konkomitan (X) dengan variabel respon (Y) bersifat linier. Asumsi ini dapt ditentukan dengan melihat plot dari (X) dan (Y) yaitu jika apabila titik-titik amatan mengikuti arah garis lurus maka menunjukkan kecenderungan hubungan antara kedua variabel tersebut bersifat linear.
3. Galat berdistribusi normal. Bila penyimpangan dari kenormalan ternyata kecil maka tidak akan menimbulkan masalah, tetapi bila penyimpangan besar maka perlu diperhatikan. Untuk mengetahui kenormalan suku-suku galat dapat diselidiki secara informal dengan cara memeriksa sisa-sisa pada grafik peluang normal. Pada grafik peluang normal tersebut setiap sisa akan ditebarkan nilai harapannya. Jika grafik tersebut menunjukkan cenderung linier maka ada kesesuaian dengan asumsi kenormalan sehingga asumsi tentang kenormalan terpenuhi. Untuk membuat grafik sisa terhadap nilai harapan diperlukan langkah-langkah sebagai berikut :
   1). mencari persamaan regresi
   2). Menghitung nilai $\hat{Y}_i$
   3). Menghitung nilai sisa $\left(e_i = Y_i - \hat{Y}_i\right)$
   4). Menghitung nilai $\sqrt{KTG} - \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n-2}}$
   5). Mencari $z\left(\frac{i-0,375}{n+0,25}\right)$ pada tabel normal baku
   6). Membuat grafik sisa terhadap nilai harapan

Pemeriksaan dengan menggunakan grafik peluang normal dari galat. Apabila titik-titik amatan mengikuti arah garis lurus/diagonal maka galat tersebut berdistribusi normal.

Dengan menggunakan metode penduga kuadrat terkecil akan dilakukan pendugaan parameter pada pers. (4.4) sebagai berikut :

$$\varepsilon_{ijk} = Y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \tau_k - \gamma\left(X_{ijk} - \bar{X}\ldots\right)$$

$$\varepsilon_{ijk}^2 = \left[Y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \tau_k - \gamma\left(X_{ijk} - \bar{X}\ldots\right)\right]^2$$

$$\sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{k}\sum_{k=1}^{t}\varepsilon_{ijk}^2 = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{k}\sum_{k=1}^{t}\left[Y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \tau_k - \gamma\left(X_{ijk} - \bar{X}\ldots\right)\right]^2$$

Denganpemisalan, $Q = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{k}\sum_{k=1}^{t}\varepsilon_{ijk}^2$, maka:

$$Q = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{k}\sum_{k=1}^{t}\left[Y_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \tau_k - \gamma\left(X_{ijk} - \bar{X}\ldots\right)\right]^2 \quad (12)$$

1. Estimasi parameter μ

   $\hat{\mu} = \frac{Y_{\ldots}}{bk} = \bar{Y}_{\ldots}$ (13)

2. Estimasi parameter α_i

   sesuai pers. (3.6) bahwa$\hat{\mu} = \bar{Y}_{\ldots}$, maka:

   $\hat{\alpha}_i = \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{\ldots} - \gamma\bar{X}_{i..} + \gamma\bar{X}_{\ldots}$ (14)

3. Estimasi parameter β_j

   sesuai pers. (3.6) bahwa$\hat{\mu} = \bar{Y}_{\ldots}$, maka:

   $\hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{\ldots} - \gamma\bar{X}_{.j.} + \gamma\bar{X}_{\ldots}$ (15)

4. Estimasi parameter τ_k

   sesuai pers. (3.6) bahwa$\hat{\mu} = \bar{Y}_{\ldots}$, maka:

   $\hat{\tau}_k = \bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{\ldots} - \gamma\bar{X}_{..k} + \gamma\bar{X}_{\ldots}$ (16)

5. Estimasi parameter γ

   $\hat{\gamma} = \frac{JHKGxy}{JKGxx}$ (17)

6. Galatpercobaan

   $\hat{\varepsilon}_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{Y}_{ijk} = Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{\alpha} - \hat{\beta} - \hat{\tau} - \hat{\gamma}\left(X_{ijk} - \bar{X}_{\ldots}\right)$ (18)

4. Koefisien regresi X mempengaruhi Y

   Hipotesis untuk uji ini yaitu :

   1) $H_0: \gamma = 0$ (nilai X tidak mempengaruhi nilai Y)
      $H_1: \gamma \neq 0$ (nilai X mempengaruhi nilai Y)
   2) Taraf signifikansi : $\alpha = 0{,}01$
   3) Statistik uji : $F = \frac{\text{KT regresi}}{\text{KT galat terkoreksi}}$ (19)
   4) Kreteria keputusan : H_0 ditolak jika $F_{hit} > F_\alpha$
   5) Perhitungan
   6) Kesimpulan

2) Pengujian Hipotesis

Bentuk hipotesis yang di uji pada rancangan bujursangkar youden sebagai berikut :

a. Pengaruh perlakuan

   $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0$ (tidak ada pengaruh perlakuan terhadap faktor yang dicobakan)

   H_1 : minimal ada satu $\tau_k \neq 0$ (ada pengaruh perlakuan terhadap faktor dicobakan)

b. Pengaruh baris

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_i = 0$ (tidak ada pengaruh baris terhadap faktor yang dicobakan)
H_1 : minimal ada satu $\alpha_i \neq 0$ (ada pengaruh baris terhadap faktor yang dicobakan)

c. Pengaruh kolom
$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_j = 0$ (tidak ada pengaruh kolom terhadap faktor yang dicobakan)
H_1 : minimal ada satu $\beta_j \neq 0$ (ada pengaruh kolom terhadap faktor yang dicobakan)

Setelah semua asumsi terpenuhi maka langkah selanjutnya dilakukan analisis kovariansi. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut :

a. Menghitungjumlahkuadrat total (JKT) pada kriterium (Y), kovariabel (X), dan jumlah hasil kali total $(JHKT)$ dari XY.

$$JKT_x = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{k}\sum_{k=1}^{t} X_{ijk}{}^2 - \frac{X_{\dots}{}^2}{bk} \quad (20)$$

$$JKT_y = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{k}\sum_{k=1}^{t} Y_{ijk}{}^2 - \frac{Y_{\dots}{}^2}{bk} \quad (21)$$

$$JHKT_{xy} = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{k}\sum_{k=1}^{t} X_{ijk}Y_{ijk} - \frac{X_{\dots}Y_{\dots}}{bk} \quad (22)$$

b. Menghitung jumlah kuadrat baris (JKB) pada kriterium(Y),kovariabel(X), dan jumlah hasil kali baris $(JHKB)$ dari XY.

$$JKB_x = \sum_{i=1}^{b}\frac{X_{i..}{}^2}{k} - \frac{X_{\dots}{}^2}{bk} \quad (23)$$

$$JKB_y = \sum_{i=1}^{b}\frac{Y_{i..}{}^2}{k} - \frac{Y_{\dots}{}^2}{bk} \quad (24)$$

$$JHKB_{xy} = \sum_{i=1}^{b}\frac{X_{i..}Y_{i..}}{k} - \frac{X_{\dots}Y_{\dots}}{bk} \quad (25)$$

c. Menghitung jumlah kuadrat kolom (JKK) pada kriterium(Y),kovariabel (X), dan jumlah hasil kali kolom $(JHKK)$ dari XY.

$$JKK_x = \sum_{j=1}^{k}\frac{X_{.j.}{}^2}{b} - \frac{X_{\dots}{}^2}{bk} \quad (26)$$

$$JKK_y = \sum_{j=1}^{k}\frac{Y_{.j.}{}^2}{b} - \frac{Y_{\dots}{}^2}{bk} \quad (27)$$

$$JHKK_{xy} = \sum_{j=1}^{k}\frac{X_{.j.}Y_{.j.}}{b} - \frac{X_{\dots}Y_{\dots}}{bk} \quad (28)$$

d. Menghitung jumlah kuadrat perlakuan (JKP) pada kriterium (Y),kovariabel (X), dan jumlah hasil kali perlakuan $(JHKP)$ dari XY.

$$JKP_x = \sum_{k=1}^{t}\frac{X_{..k}{}^2}{k} - \frac{X_{\dots}{}^2}{bk} \quad (29)$$

$$JKP_y = \sum_{k=1}^{t}\frac{Y_{..k}{}^2}{k} - \frac{Y_{\dots}{}^2}{bk} \quad (30)$$

$$JHKP_{xy} = \sum_{k=1}^{t}\frac{X_{..k}Y_{..k}}{k} - \frac{X_{\dots}Y_{\dots}}{bk} \quad (31)$$

e. Menghitung jumlah kuadrat galat (JKG)pada kriterium (Y),kovariabel (X), dan jumlah hasil kali galat $(JHKG)$ dari XY.

$$JKG_x = JKT_x - JKB_x - JKK_x - JKP_x \quad (32)$$

$$JKG_y = JKT_y - JKB_y - JKK_y - JKP_y \quad (33)$$

$$JHKG_{xy} = JKT_{xy} - JKB_{xy} - JKK_{xy} - JKP_{xy} \quad (34)$$

f. Menghitung jumlah kuadrat terkoreksi

Jumlah kuadrat galat terkoreksi Y (JKG_y terkoreksi) adalah:

$$JKG_y \text{ terkoreksi} = JKG_y - \frac{(JHKG_{xy})^2}{JKG_x} \quad (35)$$

Jumlah kuadrat (perlakuan+galat) terkoreksi adalah:

$JK(P+G)$ terkoreksi $= (JKP_y + JKG_y) - \frac{(JHKP_{xy}+JHKG_{xy})^2}{JKP_x+JKG_x}$ (36)

Jumlah kuadrat perlakuan terkoreksi Y (JKP_y terkoreksi) adalah:

JKP_y terkoreksi = $JK(P+G)$ terkoreksi – JKG_y terkoreksi (37)

Jumlah kuadrat (baris+galat) terkoreksi adalah:

$JK(B+G)$terkoreksi $= \left(JKB_y + JKG_y\right) - \frac{(JHKB_{xy}+JHKG_{xy})^2}{JKB_x+JKG_x}$ (38)

Jumlah kuadrat baris terkoreksi Y (JKB_y terkoreksi) adalah:

JKB_y terkoreksi = $JK(B+G)$ terkoreksi – JKG_y terkoreksi (39)

Jumlah kuadrat (kolom+galat) terkoreksi adalah:

$JK(K+G)$ terkoreksi $\left(JKK_y + JKG_y\right) - \frac{(JHKK_{xy}+JHKG_{xy})^2}{JKK_x+JKG_x}$ (40)

Jumlah kuadrat kolom terkoreksi Y (JKK_y terkoreksi) adalah

JKK_y terkoreksi = $JK(K+G)$ terkoreksi –JKG_yterkoreksi (41)

g. Menghitung derajat bebas (db) terkoreksi untuk galat, perlakuan, baris, dan kolom.
   db galat terkoreksi = $(t-1)(b-1)-(k-1)-1$
   db perlakuan terkoreksi = $t-1$
   db baris terkoreksi = $b-1$
   db kolom terkoreksi = $k-1$
h. Menghitung kuadrat tengah

KTG terkoreksi $= \frac{JKG_y \text{ terkoreksi}}{db \text{ galat terkoreksi}}$ (42)

KTP terkoreksi $= \frac{JKP_y \text{ terkoreksi}}{db \text{ galat terkoreksi}}$ (43)

KTB terkoreksi $= \frac{JKB_y \text{ terkoreksi}}{db \text{ galat terkoreksi}}$ (44)

KTK terkoreksi $= \frac{JKK_y \text{ terkoreksi}}{db \text{ galat terkoreksi}}$ (45)

i. Menghitung koefisien keragaman dalam ANAKOVA

$kk = \frac{\sqrt{KTG\ terkoreksi}}{rataan\ umum\ Y} \times 100\%$ (46)

Kesimpulan

3.1.3 Analisis Kovariansi Dalam Rancangan Bujursangkar Youden Dengan Data Hilang

Pada rancangan bujursangkar youden sering terjadi adanya data yang dihasilkan dalam percobaan diragukan karena ada faktor tertentu yang mengakibatkannya. Dalam hal ini data tersebut dianggap data hilang (Gasperz, 1991). Jika terdapat satu atau dua data hilang dalam RBSY ini, data tersebut masih dapat di analisis. Tentunya, data yang hilang atau dianggap hilang tersebut diduga terlebih dahulu, kemudian dianalisis. Dengan penggunaan metode kuadrat terkecil maka penduga data yang hilang untuk baris ke–*i* kolom ke–*j* dan perlakuan ke–*k*sesuai pers. (7) sebagai berikut :

$\hat{Y}_{ij(k)} = \frac{r(R_i+C_j+T_k)-2G}{(t-1)(b-1)-(k-1)}$ (47)

3.2 Penerapan Analisis Kovariansi Dalam Rancangan Bujursangkar Youden Dengan Data Hilang

3.2.1 Dengan Data Lengkap

Contoh penerapan yang diambil dari buku (Gomez & Gomez, 1995). Dalam suatu penelitian pertanian dilakukan untuk mengetahui pengaruh pemberian dosis pupuk lima variates padi yaitu A, B, C, D, E terhadap hasil gabah yang diukur dalam petak sawah. Penanaman padi memiliki lima petak sawah yang masing-masing ditanami lima varietas padi sehingga dalam percobaan tersebut memiliki 20 unit percobaan. Dalam kasus ini, banyaknya anakan per rumpun yang ada dalam petak sawah dijadikan sebagai variabel X atau variabel konkomitan sedangkan hasil gabah sebagai variabel Y. Banyak perlakuan lebih banyak daripada banyaknya kolom, maka diselesaikan dengan RBSY. Berdasarkan semua komponen yang digunakan dalam percobaan maka model matematisnya adalah model tetap. Data percobaan dapat dilihat pada tabel 3.1.

Tabel 3.1 Banyaknya Anakan per Rumpun (X) dan Hasil Gabah (Y)

Petak Sawah	Jenis Tanah								Total	
	1		2		3		4			
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	10	5,3 A	9	3,3 C	7	2,5 D	8	3,5 B	34	14,6
2	8	3,3 B	7	2,7 D	9	3,7 E	6	2,6 C	30	12,3
3	8	3 C	6	2,8 E	10	4,7 A	9	4,9 D	33	15,4
4	6	1,9 D	9	3,7 A	11	5,6 B	9	5,1 E	35	16,3
5	10	4 E	8	3,7 B	10	4,3 C	9	4,6 A	37	16,6
Total	42	17,5	39	16,2	47	20,8	41	20,7	169	75,2

Tabel 3.2 Daftar Anakova percobaan pemberian pupuk varietas padi terhadap hasil gabah

Sumber Variansi	Sebelum Dikoreksi				KT regresi	db regresi	Setelah Dikoreksi			
	Db	JKx	JKy	JHKxy			db	JK	KT	Fhitung
Total	19	40,95	20,308	24,45	-	-	18	-	-	-
Baris	4	6,7	2,963	4,135	-	-	4	0,419	0,139	0,361
Kolom	3	6,95	3,212	3,18	-	-	3	1,806	0,451	1,171
Perlakuan	4	10,7	6,173	7,785	-	-	4	0,679	0,169	0,438
Galat	8	16,6	7,96	9,35	5,26	1	7	2,7	0,385	-

Akan dibandingkan ketepatan analisis antara analisis kovariansi sebelum dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK dengan analisis kovariansi sesudah dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK dengan menghitung koefisien keragaman:

$$KK\ sebelum\ dikoreksi = \frac{\sqrt{JKG_y}}{\bar{Y}_{...}} \times 100\%$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{7,96}{8}}}{3,76} \times 100\%$$

$$= 26,52\ \%$$

$$KK\ setelah\ dikoreksi = \frac{\sqrt{KTGterkoreksi}}{\bar{Y}_{...}} \times\ 100\%$$
$$= \frac{\sqrt{0{,}385}}{3{,}76} \times 100\%$$
$$=\ 16{,}50\ \%$$

Terlihat bahwa koefisien keragaman setelah dikoreksi lebih kecil dibandingkan dengan koefisien keragaman sebelum dikoreksi. Hal ini menunjukan bahwa analis kovariansi yang telah dikoreksi lebih tepat dibandingkan dengan analisis kovariansi sebelum dikoreksi.

3.2.2 Dengan Data Hilang

Tabel 3.3 Banyaknya Anakan per Rumpun (X) dan Hasil Gabah (Y) dengan data hilang $\mathbf{Y_{54A}}$

Petak Sawah	Jenis Tanah								Total	
	1		2		3		4			
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	10	5,3 A	9	3,3 C	7	2,5 D	8	3,5 B	34	14,6
2	8	3,3 B	7	2,7 D	9	3,7 E	6	2,6 C	30	12,3
3	8	3 C	6	2,8 E	10	4,7 A	9	4,9 D	33	15,4
4	6	1,9 D	9	3,7 A	11	5,6 B	9	5,1 E	35	16,3
5	10	4 E	8	3,7 B	10	4,3 C	9	$\mathbf{Y_{54}}$ A	37	12
Total	42	17,5	39	16,2	47	17,1	41	16,1	169	70,6

Tabel 3.4 Daftar Anakova percobaan pemberian pupuk varietas padi terhadap hasil gabah dengan data hilang

Sumber Variansi	Sebelum Dikoreksi				KT regresi	db regresi	Setelah Dikoreksi			
	db	JKx	JKy	JHKxy			db	JK	KT	Fhitung
Total	19	40,95	26,572	22,47	-	-	18	-	-	-
Baris	4	6,7	2,857	1,255	-	-	4	4,361	1,453	1,270
Kolom	3	6,95	2,42	4,08	-	-	3	0,229	0,057	0,049
Perlakuan	4	10,7	2,897	4,005	-	-	4	2,528	0,632	0,552
Galat	8	16,6	18,398	13,13	5,26	1	7	8,013	1,144	-

Akan dibandingkan ketepatan analisis antara analisis kovariansi sebelum dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK dengan analisis kovariansi sesudah dilakukan koreksi terhadap JK dan JHK dengan menghitung koefisien keragaman:

$$KK\ sebelum\ dikoreksi = \frac{\sqrt{JKG_y}}{\bar{Y}_{...}} \times 100\%$$
$$= \frac{\sqrt{\frac{18{,}398}{8}}}{3{,}58} \times 100\%$$
$$= 42{,}3\ \%$$
$$KK\ setelah\ dikoreksi = \frac{\sqrt{KTGterkoreksi}}{\bar{Y}_{...}} \times 100\%$$
$$= \frac{\sqrt{1{,}144}}{3{,}58} \times 100\%$$
$$= 29{,}8\ \%$$

Terlihat bahwa koefisien keragaman setelah dikoreksi lebih kecil dibandingkan dengan koefisien keragaman sebelum dikoreksi. Hal ini menunjukan bahwa analis kovariansi setelah dikoreksi lebih tepat dibandingkan dengan analisis kovariansi sebelum dikoreksi.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian pada bab sebelumnya mengenai Analisis Kovariansi Rancangan Bujursangkar Youden maka dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Dari pengujian analisis kovariansi menunjukkan bahwa analisis kovariansi setelah dikoreksi lebih baik dibandingkan dengan analisis kovariansi sebelum dikoreksi pada rancangan bujursangkar youden.
2. Hasil penerapan analisis kovariansi rancangan bujursangkar youden dengan data hilang dilakukan pada percobaan ini. Dari perbandingan koefisien keragaman untuk sebelum dikoreksi sebesar $26{,}52\%$ dan setelah dikoreksi sebesar $16{,}50\%$ pada data lengkap. Dan perbandingan koefisien keragaman untuk sebelum dikoreksi sebesar $42{,}3\%$ dan setelah dikoreksi sebesar $29{,}8\%$ pada data hilang. Maka dapat diartikan analisis kovariansi setelah dikoreksi lebih baik dibandingkan analisis kovariansi sebelum dikoreksi.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Auna, Atin. 2010. *Analisis Kovarian Dalam Rancangan Bujur Sangkar Latin dengan data hilang*. Universitas Negeri Yogyakarta.

[2] Gaspersz, V.1991. *Metode Perancangan Percobaan*. Bandung : CV Armico.

[3] Krishan Lal, V.K Gupta & Lalmohan Bhar.1998.*Robustness of Youden Square Design Against Missing Data*. New Delhi : Indian Agricultural Statistics Research Institute.

[4] Kwanchai A. Gomez & Arturo A. Gomez.1995. *Prosedur Statistik untuk Penelitian Pertanian Edisi Kedua*. Jakarta : Penerbit Universitas Indonesia.

[5] Mattjik, A.A & Sumertajaya,I.M .2000. *Perancangan Percobaan*. Bogor : IPB Press.

[6] Montgomerry, D.C.1991. *Design and Analysis of Experiments*. New York : John Wiley & Sons, Inc.

[7] Neter, J & Wasserman, W.1997. Applied Linear Statistical Model Regression, *Analysis of variance and Experimental Design*. Illionis : Richard D.R.Win.

[8] Sudjana.2002. *Design dan Analisis Percobaan Eksperimen Edisi Ketiga*. Bandung : Tarsito.

[9] Widhiarso,Wahyu.2011. *Aplikasi analisis Kovarian dalam Penelitian Eksperimen*. Fakultas Psikologi Universitas Gadjah Mada.