

PREDIKSI REDAMAN GELOMBANG MENGGUNAKAN RANCANGAN *DRAG* TEKANAN *GREEN BELT MANGROVE* (GBM) PADA PERSAMAAN AIR DANGKAL (PAD)-DASAR LAUT RATA (DLR) DENGAN PENDEKATAN NUMERIK

F. A. S. Sudarmoyo¹, S. Nurdiati², A. Sopaheluwakan³

Abstrak

Berbagai fenomena alam yang banyak terkait dengan gelombang, di antaranya adalah bunyi, cahaya, pergerakan air laut, aliran sungai, riak pada air kolam, dan contoh-contoh lain yang banyak terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu jenis gelombang yang banyak dikaji adalah gelombang tsunami, yang mana gelombang tsunami ini memiliki periode gelombang yang sangat besar dan gelombangnya tidak mudah hilang ataupun tereduksi. Gelombang tsunami dapat menghantam pantai dengan energi yang sangat besar sehingga mengakibatkan area sekitar pantai mengalami kerusakan yang sangat luas. Salah satu upaya untuk meredam gelombang adalah dengan adanya keberadaan hutan mangrove yang berfungsi meminimalisir kerusakan pantai.

Dalam penelitian ini, upaya untuk memprediksi redaman gelombang dilakukan dengan merancang *drag* tekanan *Green Belt Mangrove* (GBM) pada Persamaan Air Dangkal (PAD) untuk kasus Dasar Laut Rata (DLR). Persamaan yang merepresentasikan gelombang diterapkan melalui PAD untuk kasus DLR (PAD-DLR), sedangkan redaman gelombang dibangun melalui PAD-DLR dengan menerapkan *drag* tekanan fluida pada GBM yang tergantung pada koefisien *drag* dan luas GBM, dinamakan PAD-GBM-DLR. Solusi numerik PAD-DLR dan PAD-GBM-DLR diselesaikan dengan menggunakan Metode Beda Hingga. Adapun simulasi yang dilakukan guna menggambarkan perilaku gelombang dari solusi numerik PAD-DLR dan PAD-GBM-DLR. Pada penelitian ini telah diperoleh hasil prediksi redaman gelombang terhadap GBM melalui simulasi PAD-GBM-DLR. Berdasarkan hasil analisis pada simulasi yang telah dilakukan, Redaman Amplitudo Gelombang (RAG) dan Redaman Kecepatan Gelombang (RKG) terbesar diberikan pada kondisi IV yang memiliki nilai luas GBM $A = 22$ dan koefisien *drag* GBM $C_D = 0.95$ yaitu 93 % dan 32 %. Oleh sebab itu, semakin banyak dan besar nilai luasan GBM (A) serta semakin kecil nilai koefisien *drag* GBM (C_D) yang diberikan, maka redaman gelombang semakin membesar, begitupun sebaliknya.

Kata kunci: *green belt mangrove*, metode beda hingga, simulasi, persamaan air dangkal

2010 Mathematics Subject Classification: 00A69

¹ Mahasiswa S2 Program Studi Matematika Terapan, Sekolah Pascasarjana, Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga, Bogor, 16680. Email: fiqhiaji26@gmail.com

² Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga, Bogor, 16680. E-mail : nurdiati@ipb.ac.id

³ Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika Indonesia, Jalan Angkasa 1 No.2, RW.10, Gn. Sahari Sel., Kemayoran, Kota Jakarta Pusat, Daerah Khusus Ibukota Jakarta, 10610. E-mail: ardhaseana@bmkg.com

Received: July 1-st 2018, Accepted: August 6-th 2018

PENDAHULUAN

Berbagai fenomena alam yang banyak terkait dengan gelombang, di antaranya adalah bunyi, cahaya, pergerakan air laut, aliran sungai, riak pada air kolam, dan contoh-contoh lain yang banyak terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu jenis gelombang yang banyak dikaji adalah gelombang tsunami, yang mana gelombang tsunami ini memiliki periode gelombang yang sangat besar dan gelombangnya tidak mudah hilang ataupun tereduksi [6]. Gelombang tsunami dapat menghantam pantai dengan energi yang sangat besar sehingga menimbulkan kerusakan yang sangat luas di area sekitar pantai. Oleh sebab itu, keberadaan hutan mangrove sangat diperlukan karena dapat berperan sebagai peredam gelombang pasang sehingga dapat meminimalisir kerusakan alam.

Hutan mangrove memiliki sistem perlindungan dan pengamanan kawasan pesisir yang sangat baik. Setiap gelombang pasang yang datang mampu diredakan melalui hutan mangrove yang lebat. Danielsen [2] menemukan bahwa desa yang berada di belakang hutan mangrove yang lebat mengalami kerusakan yang lebih ringan dibandingkan dengan desa yang tidak memiliki hutan mangrove di area pantainya. Dusun Tongke-Tongke dan Pangasa, Sinjai, Sulawesi Selatan memiliki barisan mangrove yang tebal sehingga terlindung dari gelombang pasang (tsunami) di pulau Flores pada akhir tahun 1993, sedangkan beberapa dusun yang tidak mempunyai mangrove yang cukup tebal mengalami kerusakan cukup parah.

Belum ada kepastian mengenai luas perlindungan dari tsunami dan badai yang ditetapkan pada penanaman, konservasi, dan restorasi hutan mangrove (Danielsen [2]) sehingga diperlukan studi lebih lanjut tentang bagaimana gelombang tsunami berperilaku ketika melewati hutan mangrove (Mazda [7]). Studi pendekatan numerik dapat membantu dalam menilai pengaruh hutan mangrove untuk menahan kerusakan, seperti penelitian yang telah dilakukan oleh Gunawan [4] yang menunjukkan adanya redaman tsunami setelah melewati hutan mangrove dengan menggunakan model Persamaan Air Dangkal (PAD).

Penilaian akurat mengenai seberapa baik mangrove dapat melindungi pantai dari kerusakan gelombang tsunami sangat diperlukan untuk keputusan dalam manajemen perlindungan pantai dan jasa ekonomi ekosistem mangrove, serta dapat memahami kelebihan serta kekurangan opsi perlindungan pantai. Terkait dengan masalah dan upaya di atas, penelitian ini akan memberikan suatu kontribusi dengan harapan dapat membantu menyelesaikan permasalahan tersebut sebagai bahan tambahan untuk melengkapi beberapa hasil penelitian sebelumnya.

Berdasarkan masalah tersebut maka tujuan dari penelitian ini adalah menggunakan PAD untuk menunjukkan gerak gelombang yang merambat ke satu arah pada DLR (PAD-DLR), kemudian merancang *drag* tekanan GBM pada PAD-DLR (PAD-GBM-DLR) serta memprediksi redaman gelombang menggunakan PAD-DLR dan PAD-GBM-DLR.

TINJAUAN PUSTAKA

Persamaan Air Dangkal (PAD)

PAD merupakan persamaan diferensial parsial hiperbolik yang menggambarkan fenomena aliran fluida seperti di kawasan pesisir, sungai, saluran, muara dan lain-lain (Gunawan [4]). PAD berlaku untuk fluida homogen yang memiliki massa jenis konstan, *inviscid* (tidak kental), *incompressible* (tidak dapat ditekan) yang mengalir secara *irrotational* (Setiantini [11]). Dalam hal ini, PAD merupakan persamaan bagi gelombang air yang profil permukaannya dipengaruhi oleh profil kedalaman. Sistem dianggap air dangkal jika kedalaman fluida jauh lebih kecil daripada panjang gelombangnya.

PAD merupakan salah satu model gelombang permukaan yang banyak digunakan untuk mensimulasikan penyebaran gelombang permukaan yang berjalan dua arah dalam ruang dimensi satu dan ke segala arah untuk ruang dimensi dua, serta dapat digunakan jika panjang gelombang λ dan tipikal kedalaman d_0 memenuhi $d_0/\lambda < 1$ (Jamhuri [6]). PAD merupakan persamaan yang diturunkan dari persamaan konservasi massa dan konservasi momentum. PAD (Setiantini [11]) secara eksplisit dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned}\eta_t + ((\eta + h)u)_x &= 0, \\ u_t + uu_x + g(\eta + h)_x &= 0.\end{aligned}\tag{1}$$

Drag Tekanan pada Fluida

Fluida adalah segala sesuatu yang dapat mengalir, biasanya berupa gas atau cairan. Menurut Halliday [5], ketika ada kecepatan relatif antara fluida dan benda (baik karena benda bergerak melalui fluida atau karena fluida bergerak melewati benda), benda akan mengalami *drag* tekanan P_D yang melawan gerakan relatif dan sesuai dengan arah ke mana fluida mengalir relatif terhadap benda.

Menurut Munson [8], *drag* tekanan P_D adalah bagian dari *drag* yang langsung disebabkan oleh tekanan pada suatu benda. *Drag* tekanan adalah fungsi dari besarnya tekanan dan orientasi arah elemen permukaan di mana gaya tekanan tersebut bekerja. *Drag* tekanan P_D dihubungkan dengan kecepatan $u(x, t)$ oleh koefisien *drag* C_D yang (ditentukan melalui eksperimen) menurut

$$P_D = \frac{1}{2} C_D \rho A u(x, t)^2,\tag{2}$$

dengan ρ adalah densitas fluida (massa per volume) dan A adalah luas penampang efektif benda (luas penampang yang diambil tegak lurus terhadap kecepatan $u(x, t)$).

METODE

Tahapan Penelitian

Tahap I : Menggunakan PAD untuk menunjukkan gerak gelombang yang merambat ke satu arah pada DLR (PAD-DLR)

Pada penelitian ini, persamaan yang digunakan untuk menggambarkan profil rambatan gelombang tsunami adalah PAD (Setiantini [11]) dengan mengasumsikan DLR atau $h(x)$ dianggap konstan dimana $h(x)$ adalah topografi dasar laut, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}\eta_t + (\eta u)_x + hu_x &= 0, \\ u_t + uu_x + g\eta_x &= 0.\end{aligned}\tag{3}$$

Selanjutnya, persamaan (3) akan dinamakan PAD-DLR.

Pada tahap ini, akan ditentukan solusi numerik bagi PAD-DLR (3) beserta syarat awal dan syarat batasnya yang secara rinci akan dibahas pada bagian bab hasil dan pembahasan. Kemudian akan dilakukan simulasi untuk melihat profil rambatan gelombang yang merambat ke arah kanan.

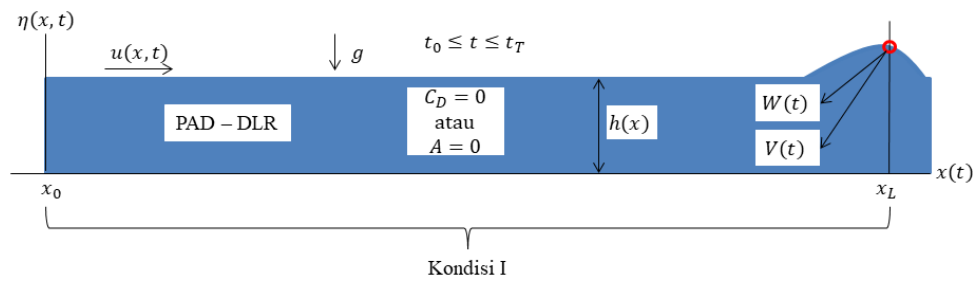
Tahap II : Merancang *drag* tekanan GBM pada PAD-DLR (PAD-GBM-DLR)

Pada tahap ini, persamaan *drag* tekanan (2) akan dirancang melalui tahap penurunan konservasi momentum pada PAD (Setiantini [11]) sedemikian sehingga akan menghasilkan suatu model yang dapat menggambarkan pola redaman gelombang yang diakibatkan oleh hambatan GBM. Selanjutnya, model hasil rancangan tersebut akan dinamakan PAD-GBM-DLR.

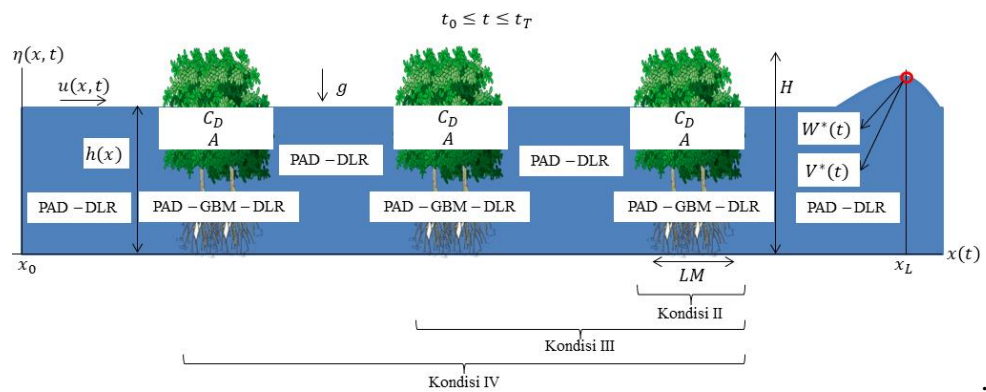
Pada persamaan (2), A merupakan luas GBM yang diamati tegak lurus terhadap kecepatan $u(x, t)$, dengan $A = LM \times H$ dimana LM adalah lebar GBM dan H adalah rata-rata tinggi pohon GBM. Adapun koefisien *drag* GBM (C_D) merupakan nilai asumsi yang ditentukan pada percobaan simulasi numerik.

Tahap III : Memprediksi redaman gelombang menggunakan PAD-DLR dan PAD-GBM-DLR

Pada tahap ini, akan dilakukan prediksi terhadap redaman gelombang baik terhadap simpangan permukaan $\eta(x, t)$ dan kecepatan partikel $u(x, t)$ gelombang saat melewati GBM dengan cara mensimulasikan solusi numerik PAD-DLR dan PAD-GBM-DLR. Adapun empat kondisi rancangan simulasi numerik bagi PAD-DLR dan PAD-GBM-DLR yang akan dijadikan sebagai bahan analisis untuk melihat pengaruh luas GBM (A) dan koefisien *drag* GBM (C_D) terhadap redaman gelombang diberikan pada Gambar (1) dan (2) sebagai berikut



Gambar 1 Rancangan simulasi kondisi I



Gambar 2 Rancangan simulasi kondisi II, III, dan IV

Pada empat kondisi rancangan simulasi di atas, akan diamati dalam dua aspek yaitu, profil simpangan permukaan $\eta(x,t)$ dan kecepatan partikel $u(x,t)$ gelombang, serta pengaruh luas GBM (A) dan koefisien drag GBM (C_D) terhadap redaman gelombang. Pada pengamatan pengaruh tersebut yang akan dijadikan acuan perbandingan antar kondisi yaitu maksimum dari $\eta(x,t)$ dan $u(x,t)$ pada batas kanan domain $x = x_L$. Pada kondisi I, $\eta(x,t)$ dan $u(x,t)$ maksimum pada batas kanan domain x_L dinotasikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} W(t) &= \max \eta(x_L, t), \\ V(t) &= \max u(x_L, t). \end{aligned} \tag{4}$$

Sementara untuk kondisi II, III, dan IV dinotasikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} W^*(t) &= \max \eta(x_L, t), \\ V^*(t) &= \max u(x_L, t). \end{aligned} \tag{5}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Simulasi PAD-DLR

Pada bagian ini dibahas perilaku solusi numerik PAD-DLR serta ditunjukkan simulasi berupa gelombang yang merambat ke arah kanan.

Solusi Numerik PAD-DLR

Pada penyelesaian solusi numerik PAD-DLR, dibutuhkan syarat awal dan syarat batas bagi fungsi η dan u . Oleh karena itu, dipilih syarat awal (6) dan (7) (Fen [3]) sebagai berikut

$$\eta_i^1 = 0, \quad (6)$$

$$u_i^1 = 0, \quad (7)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, N_x + 1$. Dengan mengasumsikan fungsi η pada batas domain berupa fungsi linear, maka digunakan metode beda maju untuk batas kiri yang diberikan pada persamaan (8) berikut

$$\eta_x|_1^j = \frac{\eta_2^j - \eta_1^j}{\Delta x}, \quad (8)$$

untuk η yang ekuivalen dengan $\eta_x = \text{konstan}$ di batas, yaitu merupakan syarat von Neumann, yang termasuk syarat batas menyerap. Jika diberikan syarat awal (6) dan (7) serta syarat batas (9) maka akan menimbulkan suatu simpangan gelombang yang merambat ke kanan dengan bertambahnya waktu, dimana peristiwa ini disebut pembangkit gelombang (Fen 2004). Sedangkan syarat batas kanan (10) dan (11) merupakan bentuk sederhana dari syarat batas transparan (Pudjaprasetya, 2013).

$$u_1^j = 0.1 \operatorname{sech}^2 \left(t_j - \left(\frac{t_T}{10} \right) \right), \quad (9)$$

$$\eta_{N_x+1}^j = \eta_{N_x}^{j-1}, \quad (10)$$

$$u_{N+1}^j = u_N^{j-1}, \quad (11)$$

Pendiskritan PAD-DLR (1) dihiperir menggunakan metode beda hingga pusat untuk hampiran turunan terhadap x dan beda hingga maju untuk hampiran turunan terhadap t seperti yang dilakukan oleh Crowhurst [1] sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
& 2\Delta x(\eta_i^j - \eta_i^{j-1}) \\
& + \Delta t u_i^{j-1}(\eta_{i+1}^j - \eta_{i-1}^j) + \Delta t(\eta_i^{j-1} + h)(u_{i+1}^j - u_{i-1}^j) = 0, \quad (12) \\
& 2\Delta x(u_i^j - u_i^{j-1}) + \Delta t u_i^{j-1}(u_{i+1}^j - u_{i-1}^j) + g\Delta t(\eta_{i+1}^j - \eta_{i-1}^j) = 0,
\end{aligned}$$

untuk $i = 2$ pada tingkatan waktu ke $-j$.

Pada batas kiri, pendiskritan PAD-DLR (1) dihampiri menggunakan metode beda hingga pusat untuk hampiran u_x dan beda hingga maju untuk hampiran turunan terhadap t dengan menerapkan syarat batas (8), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
& 2\Delta x(\eta_i^j - \eta_i^{j-1}) \\
& + 2\Delta t u_i^{j-1}(\eta_{i+1}^j - \eta_i^j) + \Delta t(\eta_i^{j-1} + \Delta h)(u_{i+1}^j - u_{i-1}^j) = 0, \quad (13) \\
& 2\Delta x(u_i^j - u_i^{j-1}) + \Delta t u_i^{j-1}(u_{i+1}^j - u_{i-1}^j) + 2g\Delta t(\eta_{i+1}^j - \eta_i^j) = 0,
\end{aligned}$$

untuk $i = 1$ pada tingkatan waktu ke $-j$.

Pada batas kanan, pendiskritan PAD-DLR (1) dihampiri menggunakan metode beda hingga pusat untuk hampiran turunan terhadap x dan beda hingga maju untuk hampiran turunan terhadap t dengan menerapkan syarat batas (10) dan (11), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
& 2\Delta x(\eta_i^j - \eta_i^{j-1}) \\
& + \Delta t u_i^{j-1}(\eta_i^{j-1} - \eta_{i-1}^j) + \Delta t(\eta_i^{j-1} + h)(u_i^{j-1} - u_{i-1}^j) = 0 \quad (14) \\
& 2\Delta x(u_i^j - u_i^{j-1}) + \Delta t u_i^{j-1}(u_i^{j-1} - u_{i-1}^j) + g\Delta t(\eta_i^{j-1} - \eta_{i-1}^j) = 0
\end{aligned}$$

untuk $i = 3$ pada tingkatan waktu ke $-j$.

Penentuan solusi dari pendiskritan persamaan linear (12), (13), dan (14) dapat diselesaikan menggunakan sistem persamaan $AX = b$ dengan

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \Delta t(\eta_1^{j-1} + h) & 0 & 2(\Delta x - \Delta t u_1^{j-1}) & 2\Delta t u_1^{j-1} & 0 \\ 2\Delta x & \Delta t u_1^{j-1} & 0 & -2g\Delta t & 2g\Delta t & 0 \\ -\Delta t(\eta_2^{j-1} + h) & 0 & \Delta t(\eta_2^{j-1} + h) & -\Delta t u_2^{j-1} & 2\Delta x & \Delta t u_2^{j-1} \\ -\Delta t u_2^{j-1} & 2\Delta x & \Delta t u_2^{j-1} & -g\Delta t & 0 & g\Delta t \\ 0 & -\Delta t(\eta_3^{j-1} + h) & 0 & 0 & -\Delta t u_3^{j-1} & 2\Delta x \\ 0 & -\Delta t u_3^{j-1} & 2\Delta x & 0 & -g\Delta t & 0 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$X = \begin{pmatrix} u_1^j \\ u_2^j \\ u_3^j \\ \eta_1^j \\ \eta_2^j \\ \eta_3^j \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2\Delta x \eta_1^{j-1} + (\Delta t \eta_1^{j-1} + \Delta t h) u_0^j \\ 2\Delta x u_1^{j-1} + \Delta t u_1^{j-1} u_0^j \\ 2\Delta x \eta_2^{j-1} \\ 2\Delta x u_2^{j-1} \\ 2\Delta x \eta_3^{j-1} - \Delta t u_3^{j-1} \eta_3^{j-1} - \Delta t(\Delta_3^{j-1} + h) u_3^{j-1} \\ 2\Delta x u_3^{j-1} - \Delta t u_3^{j-1} u_3^{j-1} - g\Delta t \eta_3^{j-1} \end{pmatrix}.$$

Nilai Masukan

Pada perhitungan solusi numerik PAD-DLR (24), perhitungan solusi dikenakan pada selang $x \in [x_0, x_L] = [0, 100]$, $t \in [t_0, t_T] = [0, 40]$ dan dipilih, $N_x = 1000$, $M_t = 4000$, $\Delta x = 0.1$, $\Delta t = 0.01$, $h = 1$, dan $g = 9.807$. Nilai-nilai masukan tersebut dipilih berdasar pengamatan dari perhitungan yang memberikan hasil tampilan simulasi terbaik.

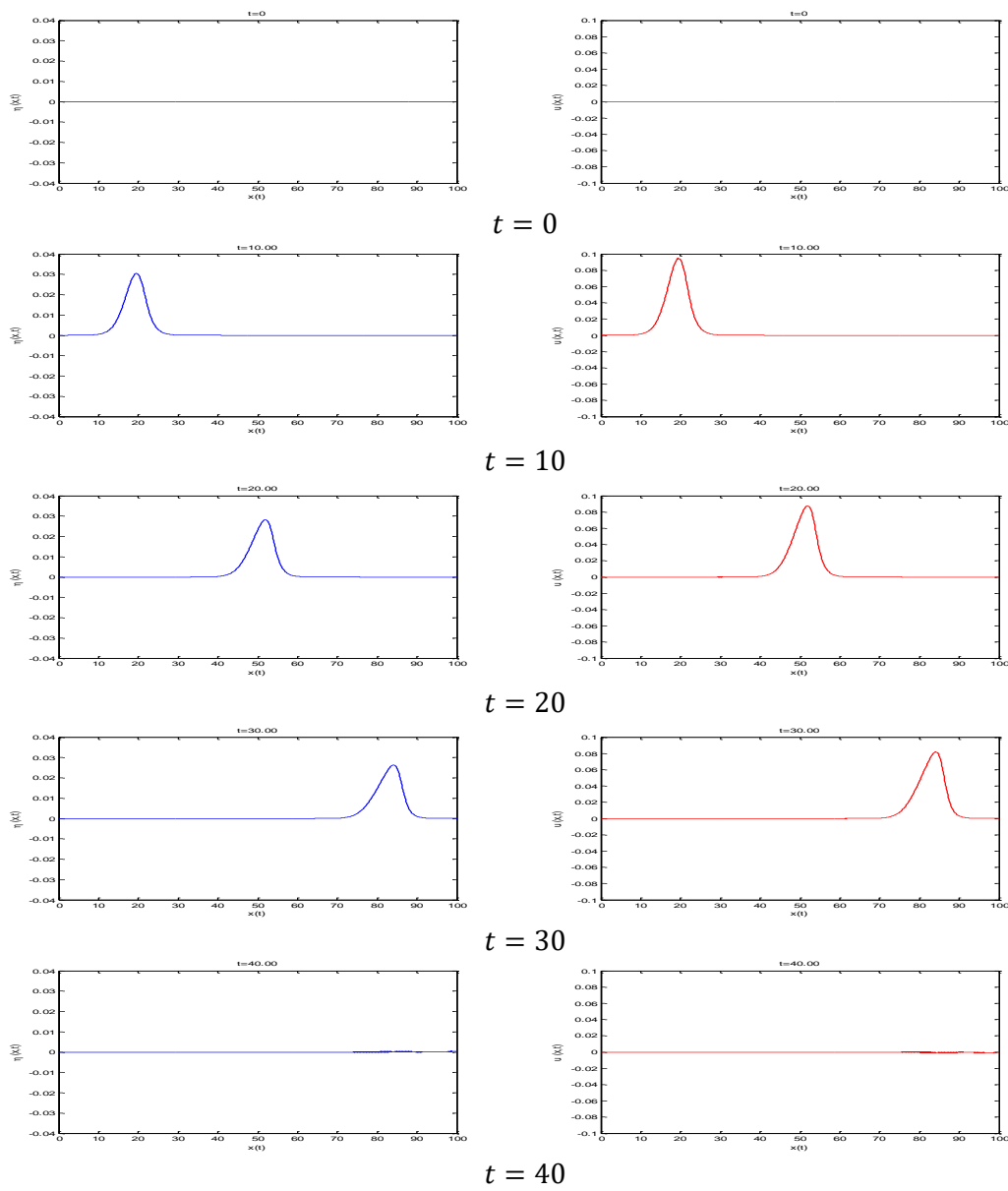
Hasil Simulasi Kondisi I

Berdasarkan solusi numerik PAD-DLR (24), syarat awal (6) dan (7), syarat batas (8), (9), (10) dan (11), dan nilai masukan yang telah diberikan, simulasi simpangan permukaan $\eta(x, t)$ dan kecepatan partikel $u(x, t)$ gelombang yang merambat ke arah kanan yang diselesaikan menggunakan hampiran metode beda hingga diberikan pada Gambar 3.

Sketsa kurva pada Gambar 3 menyatakan simpangan permukaan $\eta(x, t)$ dan kecepatan partikel $u(x, t)$ gelombang saat $t \in [0, 40]$ dengan amplitudo dan kecepatan gelombang 0.0322 dan 0.1 saat $x = 0$ dan $t = 4.02$, serta $W(t = 34.98) = 0.0257$ dan $V(t = 34.98) = 0.0785$. Tampak dari Gambar 3 bahwa permukaan air yang tenang jika diberikan dorongan horisontal sebagai fungsi waktu t di batas kirinya, atau $u(0, t) \neq 0$, akan menimbulkan suatu simpangan gelombang yang merambat ke arah kanan dengan kondisi batas kanan yang transparan sehingga gelombang tersebut dapat masuk menembus batas seiring bertambahnya waktu. Pada batas kanan domain tampak tidak transparan seutuhnya, hal tersebut disebabkan oleh pemilihan syarat batas kanan yang kurang sempurna.

Rancangan *Drag* Tekanan GBM pada PAD-DLR (PAD-GBM-DLR)

Menurut Hukum Newton II bahwa perubahan momentum dari suatu sistem sama dengan total gaya yang bekerja. Secara matematika, hukum Newton untuk setiap partikel fluida menuntut bahwa jumlah gaya tekanan, gaya gravitasi, dan gaya gesekan sama dengan gaya inersia (perubahan momentum) yang sebanding dengan percepatan (White [11]). Pada bagian ini dirumuskan gaya tekanan hidrostatis P_H dan *drag* tekanan P_D (2) yang bekerja pada fluida di dalam GBM. Asumsikan sebanding dengan perbedaan tekanan yang terjadi di batas kiri $x_a(t)$ dan di batas kanan $x_b(t)$.

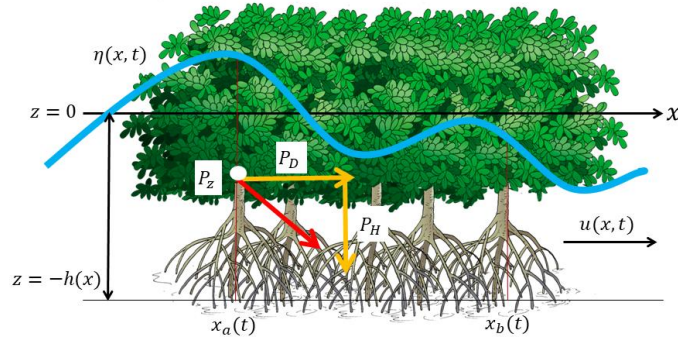


Gambar 3 Plot $\eta(x, t)$ (kiri) dan $u(x, t)$ (kanan) kondisi I dengan $A = 0$ atau $C_D = 0$, untuk $t = 0$ hingga $t = 40$

Pada Gambar 4, tekanan di titik z dapat ditulis

$$P_z = P_H + P_D, \tag{16}$$

$$P_z = (\eta - z)\rho g + \frac{1}{2}C_D\rho Au^2. \tag{17}$$



Gambar 4 Gaya-gaya tekanan gelombang pada GBM

Berdasarkan penurunan konservasi momentum pada PAD (Setiantini [11]), diperoleh PAD-GBM-DLR yang secara eksplisit dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \eta_t + (\eta u)_x + h u_x &= 0, \\ u_t + (1 + C_D A) u u_x + \left(g + \frac{C_D A u^2}{2(\eta + h)} \right) \eta_x &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Simulasi PAD-DLR dan PAD-GBM-DLR

Pada bagian ini dibahas perilaku solusi numerik PAD-DLR dan PAD-GBM-DLR serta ditunjukkan simulasi berupa gelombang yang merambat ke arah kanan yang mengalami redaman akibat adanya hambatan GBM.

Solusi Numerik PAD-GBM-DLR

PAD-GBM-DLR (18) dihampiri menggunakan metode beda hingga pusat untuk hampiran turunan terhadap x dan beda hingga maju untuk hampiran turunan terhadap t sehingga diperoleh bentuk diskritisasinya

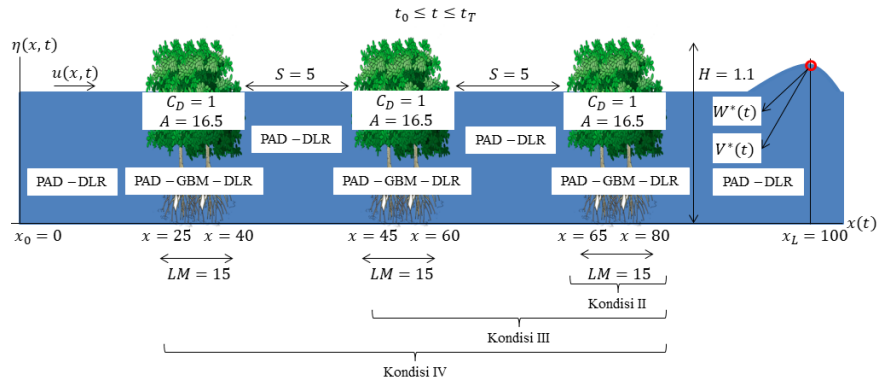
$$\begin{aligned} &2\Delta x(\eta_i^j - \eta_i^{j-1}) \\ &+ 2\Delta t u_i^{j-1}(\eta_{i+1}^j - \eta_{i-1}^j) + \Delta t(\eta_i^{j-1} + h)(u_{i+1}^j - u_{i-1}^j) = 0 \\ &2\Delta x(u_i^j - u_i^{j-1}) + (1 + C_D A)\Delta t u_i^{j-1}(u_{i+1}^j - u_{i-1}^j) \\ &+ \left(g + \frac{C_D A(u_i^{j-1})^2}{2(\eta_i^{j-1} + h)} \right) \Delta t(\eta_{i+1}^j - \eta_{i-1}^j) = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Untuk simulasi solusi numerik PAD-GBM-DLR (19) dilokasikan menurut tiga kondisi rancangan simulasi yaitu kondisi II, III, dan IV (lihat Gambar 5).

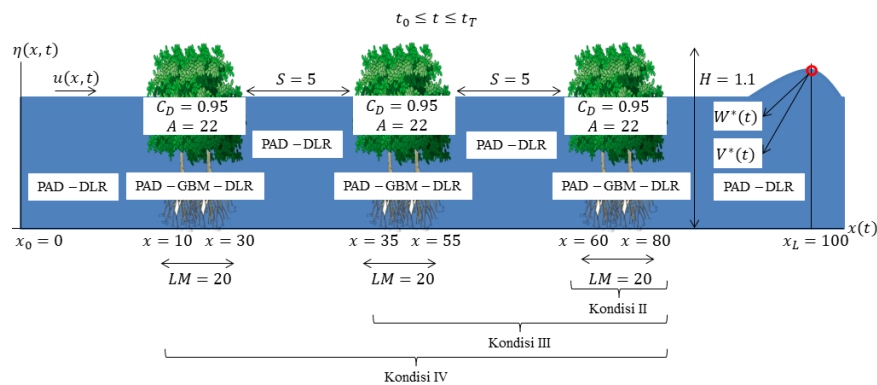
Nilai Masukan

Pada perhitungan solusi numerik PAD-DLR dan PAD-GBM-DLR, pemberian nilai masukan sama dengan nilai masukan pada simulasi PAD-DLR

sebelumnya. Adapun penambahan nilai masukan yaitu H , LM , A , dan C_D untuk kondisi II, III, dan IV diberikan pada ilustrasi Gambar 5 dan 6.



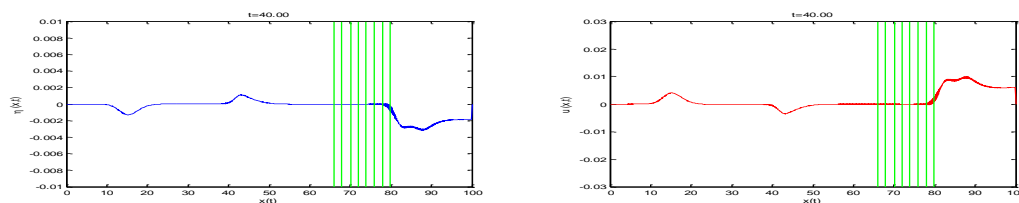
Gambar 5 Ilustrasi nilai masukan $H = 1.1$, $LM = 15$, $A = 16.5$ dan $C_D = 1$, untuk kondisi II, III, dan IV



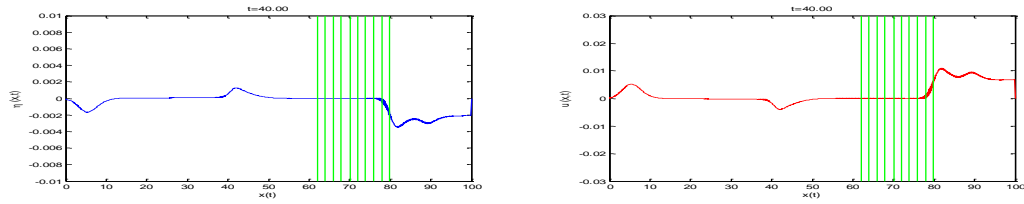
Gambar 6 Ilustrasi nilai masukan $H = 1.1$, $LM = 20$, $A = 22$ dan $C_D = 0.95$, untuk kondisi II, III, dan IV

Solusi numerik PAD-DLR dan PAD-GBM-DLR yang diselesaikan berdasarkan tiga kondisi yaitu kondisi II, III, dan IV memberikan hasil simulasi berupa profil $\eta(x, t)$ dan $u(x, t)$ yang merambat ke arah kanan diberikan pada Gambar 7 sampai 12.

Hasil Simulasi Kondisi II

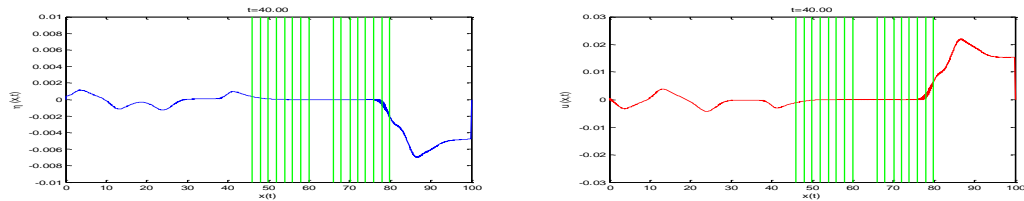


Gambar 7 Simulasi $\eta(x, t)$ dan $u(x, t)$ ($A = 16.5$ dan $C_D = 1$) saat $t = 40$

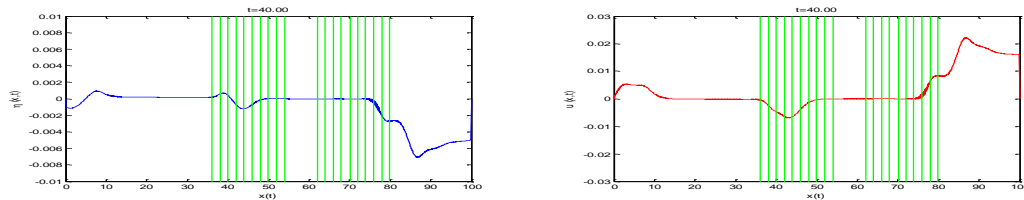


Gambar 8 Simulasi $\eta(x, t)$ dan $u(x, t)$ ($A = 22$ dan $C_D = 0.95$) saat $t = 40$

Hasil Simulasi Kondisi III

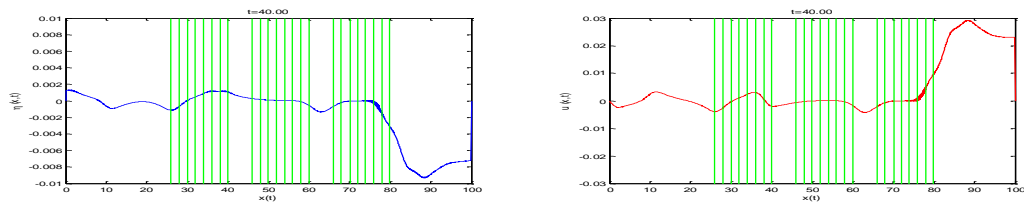


Gambar 9 Simulasi $\eta(x, t)$ dan $u(x, t)$ ($A = 16.5$ dan $C_D = 1$) saat $t = 40$

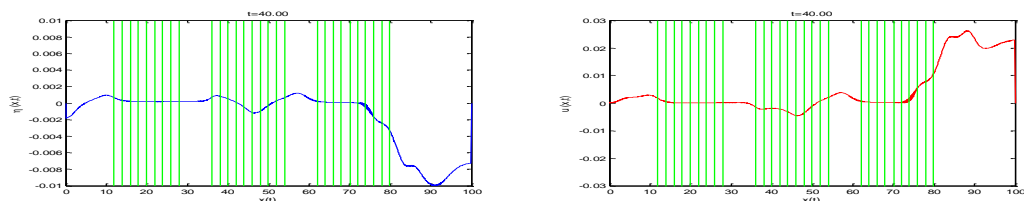


Gambar 10 Simulasi $\eta(x, t)$ dan $u(x, t)$ ($A = 22$ dan $C_D = 0.95$) saat $t = 40$

Hasil Simulasi Kondisi IV



Gambar 11 Simulasi $\eta(x, t)$ dan $u(x, t)$ ($A = 16.5$ dan $C_D = 1$) saat $t = 40$



Gambar 12 Simulasi $\eta(x, t)$ dan $u(x, t)$ ($A = 22$ dan $C_D = 0.95$) saat $t = 40$

Pada Gambar 7 dan 8 (kondisi II), Gambar 9 dan 10 (kondisi III), serta Gambar 11 dan 12 (kondisi IV) masing-masing diambil luas GBM (A) dengan koefisien *drag* GBM (C_D) yang berbeda yaitu $A = 16.5$ dengan $C_D = 1$ dan $A = 22$ dengan $C_D = 0.95$. Berdasarkan hasil simulasi yang diperlihatkan pada Gambar 7 sampai 12 bahwa perubahan perilaku simpangan permukaan $\eta(x, t)$ dan

kecepatan partikel $u(x, t)$ gelombang di dalam maupun setelah melewati GBM terjadi penurunan yang signifikan dibandingkan dengan hasil simulasi pada kondisi I (tanpa GBM). Tentunya pada ketiga kondisi tersebut, faktor-faktor GBM yaitu rata-rata tinggi pohon (H), lebar GBM (LM), luasan GBM (A), dan koefisien drag GBM (C_D) sangat mempengaruhi perubahan profil simpangan permukaan $\eta(x, t)$ dan kecepatan partikel $u(x, t)$ gelombang yang masuk ke dalam sampai ke luar kawasan GBM. Perubahan perilaku dari simpangan permukaan $\eta(x, t)$ dan kecepatan partikel $u(x, t)$ gelombang di dalam maupun setelah melewati GBM sebanding dengan bertambahnya luasan GBM (A).

Pengaruh luas GBM (A) dan koefisien drag GBM (C_D) terhadap RAG dan RKG

Pengaruh A dan C_D untuk beberapa kondisi terhadap $W^*(t = 34.98)$ dan $V^*(t = 34.98)$ yang ditunjukkan dalam bentuk persentase berupa Redaman Amplitudo Gelombang (RAG) dan Redaman Kecepatan Gelombang (RKG) disajikan dalam Tabel 1 dan 2 sebagai berikut

TABEL 1
Data A , C_D , $W^*(t = 34.98)$, dan RAG

A	C_D	Kondisi II		Kondisi III		Kondisi IV	
		$W^*(t = 34.98)$	RAG (%)	$W^*(t = 34.98)$	RAG (%)	$W^*(t = 34.98)$	RAG (%)
16.5	1	0.0174	32	0.0114	56	0.0046	82
22	0.95	0.0143	44	0.0073	72	0.0017	93

TABEL 2
Data A , C_D , $V^*(t = 34.98)$, dan RKG

A	C_D	Kondisi II		Kondisi III		Kondisi IV	
		$V^*(t = 34.98)$	RKG (%)	$V^*(t = 34.98)$	RKG (%)	$V^*(t = 34.98)$	RKG (%)
16.5	1	0.0712	9	0.0667	15	0.0659	16
22	0.95	0.0614	22	0.0530	32	0.0535	32

Berdasarkan Tabel 1 dan 2 di atas bahwa nilai $W^*(t = 34.98)$ dan $V^*(t = 34.98)$ semakin menurun dan persentase dari RAG dan RKG semakin meningkat dengan bertambahnya nilai A dan berkurangnya nilai C_D . Dalam simulasi ini, RAG dan RKG tertinggi terdapat pada kondisi IV yaitu 93% dan 32% yang memiliki nilai $A = 22$ dengan $C_D = 0.95$. Jadi, berdasarkan hasil pengamatan tersebut dapat dikatakan bahwa semakin banyak dan besar nilai luasan GBM (A) serta semakin kecil nilai koefisien drag GBM (C_D) maka semakin besar pula RAG dan RKG yang dihasilkan.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa PAD-DLR merupakan persamaan gerak gelombang yang merambat ke satu arah saja (misalkan arah kanan) dengan menerapkan syarat awal dan syarat batas yang telah diberikan. Adapun rancangan *drag* tekanan GBM pada PAD-DLR (PAD-GBM-DLR) memberikan hasil simulasi berupa gelombang yang mengalami redaman pada simpangan permukaan $\eta(x, t)$ dan kecepatan partikel $u(x, t)$ gelombang akibat *drag* tekanan GBM. Berdasarkan hasil analisis pada simulasi yang telah dilakukan, RAG dan RKG terbesar diberikan oleh simulasi pada kondisi IV yang memiliki nilai $A = 22$ dengan $C_D = 0.95$ yaitu 93% dan 32%. Oleh sebab itu, semakin banyak dan besar nilai luasan GBM (A) serta semakin kecil nilai koefisien *drag* GBM (C_D) yang diberikan, maka redaman gelombang semakin membesar, begitupun sebaliknya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Crowhurst P. 2013. Numerical Solutions of One-Dimensional Shallow Water Equations [laporan penelitian]. *Australian Mathematical Sciences Institute*.
- [2] Danielsen F, Sorensen MK, Olwig MF, Selvam V, Parish F, Burgess ND, Hiraishi T, Karunakaran VM, Rasmussen MS, Hansen LB et al. 2005. The Asian tsunami: a protective role of coastal vegetation. *Science*. 310(5748): 643.
- [3] Fen S. 2004. Metode Runge Kutta bagi Persamaan Boussinesq. [Skripsi]. Bandung (ID): Institut Teknologi Bandung.
- [4] Gunawan PH. 2015. Numerical simulation of tsunami hazard mitigation by mangrove forest in North Coast Bali, Indonesia. *Jurnal Matematika*. 5(1): 3-10.
- [5] Halliday D, Resnick R, Walker J. 2005. *Fisika Dasar Edisi 7 Jilid 1*. Sustini E, Viridi S, Iskandar F, Noor FA, penerjemah; Hardani W, Drajat AM, Simarmata L, editor. Jakarta (ID) : Penerbit Erlangga. Terjemahan dari: *Physics, 7th extended edition*. Ed ke-7.
- [6] Jamhuri M. 2014. Simulasi Perambatan Tsunami menggunakan Persamaan Gelombang Air-Dangkal [laporan penelitian]. Malang (ID): Universitas Islam Negeri Maliki Malang.
- [7] Mazda Y, Magi M, Ikeda Y, Kurokawa T, Asano T. 2006. Wave reduction in a mangrove forest dominated by *Sonneratia* sp. *Wetl Ecol Manag*. 14(4): 365-378.
- [8] Munson BR, Young DF, Okiishi TH. 2005. *Mekanika Fluida*. Jakarta (ID): Penerbit Erlangga.
- [9] Pudjaprasetya SR. 2013. Modelling and simulation of waves in three-layer porous media. *Nonlin. Processes Geophys*. 20(6): 1023 – 1030.
- [10] Setiantini H. 2007. Pemecah gelombang berupa serangkaian balok terendam. [Skripsi]. Bandung (ID): Institut Teknologi Bandung.
- [11] White FM. 1986. *Mekanika Fluida Edisi Kedua Jilid 1*. Hariandja M, penerjemah. Jakarta (ID): Penerbit Erlangga. Terjemahan dari: *Fluid Mechanics, second Edition*.