

研究論文

高校数学新学習指導要領に基づく大学初年次数学教育の指標

小林俊公\*・寺本恵昭\*\*

Some Goals for Mathematics Education for First Year University Students  
Based on the New Guidelines for Senior High School Mathematics Education

Toshimasa KOBAYASHI・Yoshiaki TERAMOTO

【要 約】

学力や学習意欲の低下、ゆとり教育への批判など、現在の教育に関する厳しい論議が活発に行なわれている昨今、2008年には中学校学習指導要領が、2009年には高等学校学習指導要領が改訂となった。

そのような中、摂南大学工学部では2007年度入学生からを対象に、中学校・高等学校数学教職課程を開設しており、2009年度からは数学科教育法Ⅰ、Ⅱを開講し、2010年度からは同Ⅲ、Ⅳが開講予定である。

数学科教育法を担当することになる筆者兩名は、改訂された学習指導要領を通読し、その中で謳われている数学教育観などあらたに得られた知見を工学部数学教育全般に生かすべく、この小論をまとめることにした。

小論では、新学習指導要領の中からいくつかのキーワードに注目し、数学教育に対する理念を探り、それを基に大学初年次における数学教育を検討する、という形式をとり、大学初年次の数学教育の1つの方向性を示すことを試みた。

\* 摂南大学工学部数学・物理学系教室

\*\* 摂南大学工学部数学・物理学系教室

## 1. はじめに

掲載にいたる経緯を述べることでこの小論掲載の目的の説明に代えることとする。2009年度より摂南大学工学部では高等学校数学教員免許取得を目指す学生のため、前期に数学科教育法Ⅰ、後期に同教育法Ⅱが開講される運びとなった。2010年度には中学校数学教員免許取得のための数学科教育法Ⅲ、Ⅳが開講される。2009年度にこの数学科教育法Ⅰ、Ⅱを担当された大阪女子短大教授大西慶一先生には2010年度は数学科教科法Ⅲ、Ⅳを受け持って頂き、寺本が同教科法Ⅰ、小林が同教科法Ⅱを担当する。筆者両名がそれぞれの科目を担当するにあたり、準備の一端として中学校および高等学校での数学教育の概観を把握するため、文部科学省の定める数学学習指導要領を通読し、この国の現行の数学教育観がいかなるものであるか知ろうと努めた。2008年1月第4期中央教育審議会の答申を受けて、学習指導要領の改訂があったことにより、算数・数学教育において、更新されるべき項目、受継がれるべき項目がどのように取捨選択されているのかを学ぶこともできた。当初は、担当科目の準備のために指導要領を読む、という作業であったが、これで得られた数学教育についてのあらたな知見を、一担当科目だけのためではなく、工学部数学教育全般に生かすべきと思ひ、この小論をまとめることにした。なお摂南大学では工学部が2010年度より理工工学部に改組されるが、この小論では工学部という名称を用いることにする。

大学生の学力低下、学習意欲欠如が取りざたされてすでに久しい。当数学教室でも10年以上前から、習熟度別クラス分け、微積分統一試験、入学前添削指導、教科書改訂などにより入学生の多様化に対応してきており、一定の成果をあげているものと自負する。数学教員の間でこれらのプログラムを提案し諮ったとき、意識するしないに拘わらず工学部学生が必要とする数学教育というものが念頭にあったと思われる。大学理系学部では初年次に微積分と線形代数を学び、その後の年次では各専門学科に必要な数学の部門を履修する、第2次大戦後の新制大学設立以降、このように工学部基礎教育において数学科目が設置されてきたことを考慮すると、工学部入学生はこれだけは学ぶべき、工学部入学生だが現状ではこれが精一杯、このディレンマは近年の学力低下が叫ばれる以前にも全国の工学系学部で論議されていたことは確かであろう。

そこで筆者二人は、工学部における教育というスタンスを保ちながら、数学教育一般の中で大学の数学教育を見直してみてもどうかと考えた。小・中・高で受けてきた算数・数学学習指導がいかなるノウハウで営まれているか、またそこで実際の授業を受け持つ教員は授業を営むためにどのような訓練を受けているのか。大学においては、研究者となりそれを続けるために勤務している、ということが多くの教員の職業意識ではないだろうか。専門を学ぶ訓練は受けたが、授業営為の指針は自分の受けた授業のイメージあるいは先輩教員の助言に依存する、これが工学部の基礎教育科目、特に数学・物理学担当教員にあてはまるのではないか。そのような印象をまるで証明するかのように、すでにいくつかの大学の工学部では基礎教育についていろいろ提案がなされ文部科学省のGPにも採択されている。

1947年に最初の学習指導要領が「試案」として文部省により作成されたが、社会状況の変化や経済界からの要請への対応などにより数度の改訂作業がなされている。その中で1958

年の改訂では「試案」が消えて「官報告示」となり「法的拘束力」を持つことになったことは、教育現場に関わる人々の学習指導要領に対する受けとめ方を変えたのではないだろうか。大学も含めた教育の現場が円滑に運営され生徒・学生が一定水準の教育成果を獲得するためには、それにふさわしい教育課程の編成が必要である。学習指導要領とはそのための基準・指針を与えてくれる「手引」であるところの小論では想定している。全ての児童・生徒が地域などで偏ることなく機会均等に公教育を享受できるようにするためには、それを保証する最低限の法律(改正教育基本法、学校教育法、教育公務員特例法、その他教育関係法令・法規)が必要である。しかし「この教科で何をどのように教えるのか」というような教育の内容は法律で決められることではない。それを踏まえた上で「学習指導要領が法的拘束力を持つ」ことについては、各自が責任を持って教育現場に臨む、と謂うだけに留める。ただ「拘束」について今少し述べておきたい。筆者らが参考にした文献の一つに次のような文章を覗いた。

「教育基本法が改正されたことは、それを支持する者も批判する者も、決して無視してはならない。……(中略)……、このことを強調するのは、一般に従来、高校教師は国の決めた学習指導要領などの存在の「事実」については無視ないし無関心で、自分の教科を自分の好きなように教えたいといった風潮に支配され、今回の改訂などでも一部にはあまりその内容について深い関心がない、といった状況にあると見られるからである。」(平成21年版高等学校学習指導要領(明治図書))

そして、「高校教育全般が大学進学教育に支配され、国の基準である学習指導要領は影が薄くなり」と続き、

「教師が何のために高校教育を行っているのかについて、明確な教育理想を欠いていると懸念されるからである。」

という問題点が指摘される。この文章で「高校」を即「大学工学部」に置き換えることはしないが、工学部数学教員が真摯に受け止めなければならない箴言を含んでいると謂えないだろうか。2008年中教審が出した答申「学士課程の構築に向けて」も含めて、単位制度の実質化などで文科省の各大学への指導が強化されていると聞く。また大学の教員審査もここ最近厳しさを増していることもよく耳にする。大学教員が「拘束」されているとの実感をもつ前に、各教員がその持ち場で教育理念を構築し教育目標を掲げることで自由な教育現場が保障されるであろう。

この小論の目的は、我々が教室で接する新入学生が入学以前に受けた算数・数学教育がどのような理念で営まれているのかを知り、新入生に対する数学の授業を作るにあたりどのような理念を掲げるべきか、これを続く節で論じてゆくことである。もちろん入学以前でも入学以後でも掲げた理念通りの教育が現場で実行できるものではない。また、理念を現実化するためには何をどうすればよいのかと詰め寄られることもあるであろう。新入学生の現状を分析するためにも数学教育の目標設定のためにも共有できる理念があれば、その次に何をすべきかが見えてくるであろう。

謝辞 この小論掲載の機会を与えて頂いた摂南大学外国語学部教職教室 村田俊明教授に謝意を表します。

## 2. 「生きる力」

この言葉が文科省関係で最初に使われたのは平成8年の中教審答申からであるが、不勉強にして筆者らは学習指導要領に関わるまで「生きる力」を文科省がキーワード化していることを知らなかった。平成20年1月の中教審答申においても、学習指導要領の理念を実現するための手立てに対する5つの課題の第一として、

「これからの子どもたちに「生きる力」がなぜ必要か、「生きる力」とは何か、ということについて、文部科学省（文科省）による趣旨の周知・徹底が必ずしも十分ではなかったことなどにより文部科学省と学校関係者や保護者、社会との間に十分な共通理解がなされなかったこと」

が挙げられている。

広義に解釈できるこの言葉がなぜキーワードなのかを知るには、どのような文脈で使われているかを見なければならぬ。中高新学習指導要領解説数学編第1章第1節1改訂の経緯には、冒頭

「21世紀は、新しい知識・情報・技術が政治・文化をはじめ社会のあらゆる領域での活動の基盤として飛躍的に重要性を増す、いわゆる「知識基盤社会」の時代である」

との認識からはじまっている。この文章は中教審答申（平成20年）でも見受けられ、そこではより詳しく「知識基盤社会」の特質として、

- ① 知識には国境がなく、グローバル化が一層進む
- ② 知識は日進月歩であり、競争と技術革新が絶え間なく生まれる
- ③ 知識の進展は旧来のパラダイムの転換を伴うことが多く、幅広い知識と柔軟な思考力に基づく判断が一層重要になる
- ④ 性別や年齢を問わず参画することが促進される

などが挙げられている。そのような社会を想定した上で、改正教育基本法に新たに加えた文言では

「義務教育として行われる普通教育は、各個人の有する能力を伸ばしつつ社会において自立的に生きる基礎を培い、また、国家及び社会の形成者として必要とされる基本的な資質を養うことを目的として行われるものとする。」（第二章第五条2）

と義務教育を規定し、学校教育法の一部改正では

「生涯にわたり学習する基盤が培われるよう、基礎的な知識及び技能を習得させるとともに、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくみ、主体的に学習に取り組む態度を養うことに、特に意を用いなければならない。」（第四章第三十条②）

と、小・中・高の役割が定められた。これを受けて新学習指導要領解説数学編第1章第1節2改訂の趣旨でも中教審答申における改善の基本方針を引用して、

- ・数量や図形などに関する基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着を図ることの重要性

- ・論理的な思考や知的なコミュニケーションを図るという観点からの思考力、判断力、表現力等の育成の重要性
- ・実感を伴った理解や、学習の広がりや深まり、学んだことを活用することが、学ぶことの意義や有用性を実感することにつながる

があらためて述べられ、「読み・書き・計算」など基礎能力を指すリテラシー、その中の数学的基礎能力を意味する数学的リテラシー(Mathematical Literacy)を養うことが、21世紀に「生きる」上でいかに重要であるか指導要領解説で力説されている。

よくいわれるように文部科学省が「生きる力」をキーワード化した背景には、OECD(経済協力開発機構)のPISA調査などから指摘された

- ① 読解力、記述式問題、知識・技能を活用する問題に課題
- ② 家庭での学習意欲、学習習慣・生活習慣に課題
- ③ 自信の欠如、将来への不安、体力の低下といった課題

が、日本の児童生徒に見られたという危機感があるのであろう。そして、改正教育基本法や学校教育法の一部改正により、「生きる力」を支える「確かな学力」、「豊かな心」、「健やかな体」の調和を重視し、「学力の重要な要素は、①基礎的・基本的な知識・技能の習得、②知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等、③学習意欲、であること」が示され、「社会において自立的に生きるために必要とされる力が「生きる力」である」という理念の共有の重要性が中教審答申により指摘された。

「生きる力」を強調しそのために数学では何をするのかを述べている学習指導要領。これを大学教育にいかにかすか。児童生徒にとって小・中・高等学校の学習体験は一度きりのもので、そのときの教育課程がどの学習指導要領にもとづいて経営されているかなどは知る必要がない。また新課程の方が自分に合うからという理由で再履修することはもちろんない。

「読み・書き・計算などの基礎的・基本的な知識・技能は、…(中略)…発達の段階に応じて徹底して習得させ、学習の基盤を構築していく」

指導要領解説第1章総説にある文章だが、高等学校卒業に続く大学入学は、自分で選択しそして半ば強制された発達の段階を上るときであろう。新入生は緊張感と期待を抱いて新しい学生生活を迎える。「生きる」という当たり前すぎるこの言葉に、たてまえ以上の意義づけが実感できる機会として大学入学時を大学教員の側で準備する。今までに受けた授業がいかなる理念で運営されたかを知り、大学でも知識・技能の習得に努めなければならない、生涯にわたり数学的リテラシーを磨き上げることが必要である、以上の自覚を新入生に抱かせる。そして、大学での学びを通じ、激しい変化が当然となる社会において価値ある生を生き抜くためには、学校という場で身に付けた知識・技能だけで事足れるはずは無く、常に知識の刷新を心がけ革新技術を受け入れられる知力・体力を養わなければならない。この提言が理想的に過ぎると思われるかもしれないが、大学生でも数学技能習得に繰り返し努めなければいけないことを伝える一つの方策としたい。

### 3. 「数学的活動」

筆者らが選んだ2つ目のキーワードである。新指導要領から引用する。

「数学的活動を通して、数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め、事象を数学的に考察し表現する能力を高め、創造性の基礎を培うとともに、数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる。」(第4節数学第1款目標)

工学部で専門科目を習得し卒業するのに必要だから、微積分、線形代数を初年次で履修し専門科目の基礎とする。これが数学教員の学生に対する基本的スタンスであろうと思われるが、活動という語句と数学という語句を組合せたことで、改めて数学が日常生活に深く関われる活動であって単なる基礎科目ではないと積極的な学びの根拠を与えていると感じるのは「数学的活動」という用語にてあかがついていないためであろうか。本数学教室の教員のほとんどが理科学研究科で数学を学ぶ訓練をうけ、各自の分野の研究論文を書くことに自らの活動の意義を見いだしている中、指導要領でこれほど明確に教育・学習における「数学的活動」の重要性を提示されることで、改めて大学数学教育を担う意義を自覚させられる。

小・中の新指導要領にも算数的・数学的活動の言葉が明示されている。中学校指導要領解説数学編に見られる以下の文章は数学的活動に託された意味の深さが窺える。

「数学的活動には、試行錯誤をしたり、資料を収集整理したり、観察したり、操作したり、実験したりすることなどの活動も含まれ得るが、教師の説明を一方的に聞くだけの学習や、単なる計算練習を行うだけの学習などは含まれない。」(第2章第1節1(2)①)

また前高校数学指導要領解説の

「数学的活動については、観察、操作、実験・学習などの外的活動と、直観、類推、帰納、演繹などの内的な活動が考えられる。」(第1章第1節3(1))

という文言も数学的活動の意味を知る上で示唆に富む。

高等学校新指導要領解説では特に重視する数学的活動として

- 「・自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること。
- ・学習した内容を生活と関連付け、具体的な事象の考察に活用すること。
- ・自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること。」(第1章第2節)

を挙げる。いずれも工学部数学教員に深く自省を求める内容に感じるのは少々穿ち過ぎるだろうか。我々が接する学生の「確かな学力」を育成するための、日常に課すレポート、授業中の例題、工学専門学科からの数学的素材の提供など、様々な授業改善の方向性を示唆する文章である。

PISA 調査などの調査結果から、日本の児童生徒には読解力や知識・技能の活用に課題があ

るとされたため、新指導要領では

「生徒の思考力、判断力、表現力等をはぐくむ観点から、基礎的・基本的な知識及び技能の活用を図る学習活動を重視するとともに、言語に対する関心や理解を深め、言語に関する能力の育成を図る上で必要な言語環境を整え、生徒の言語活動を充実すること。」(第1章第5款5(1))

と言語活動の充実が謳われ、各教科でも発表等の言語活動にしばしば触れている。高等学校数学科の目標には

「事象を数学的に考察し表現する能力」

解説ではさらに詳しく

「事象を数学的に表現し、数学的に考察・処理し、その結果を解釈し表現したり、よりよい数学的な表現へ改善したりすること」

と述べられている。本大学レベルの学生にこの文章を読ませても、では何をすればよいのか、と戸惑いを与えるだけかもしれない。しかし、教員が設問に工夫し採点の際に適切な助言を与えることで、学生に少しでも多くの数学的活動を実感してもらえないのではないか。数学以外の専門の授業・講義・演習で実は数学的活動を行っているのだと感じられる瞬間があればと思う。

指導要領解説では、次のような文言もある。

「現在、高等学校には、数学の学習に関心や意欲を見いだせない生徒がいることも事実である。そのような高等学校の現状を踏まえ、数学の学習が単なる問題の解法の記憶にならないよう絶えず数学のよさや数学を学ぶ意義を認識させることに留意し、数学に対する関心と主体的に数学を学ぼうとする意欲を高めることが大切である。」

このためには何をしたらよいのかという感慨を多くの教員が持つであろう。眼前の学生が数学を学習しようとしていることに契機を求め、分かることは何かを探りながら助言を与える、教員のそのように努める自覚が促される。

#### 4. 「数学のよさ」

前節に引用した目標の中に現れた文言で、新旧の中高数学指導要領でさまざまところに用いられている。平成11年公示の指導要領第1款目標に見られた「数学的な見方や考え方のよさを認識し」が今回改訂の第1款目標では「数学のよさを認識し」に改められ、数学の価値をより積極的に認識させたい姿勢が感じられる。小学校の算数科の目標でも、「算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさ」という言葉が使われている。工学部専門科目を学ぶには数学・物理学の基礎知識が当然必要で、初年次に数学科目があるのは自明、これが「なぜ数学を学ぶのか」という質問に対する多くの工学部数学教員の答えであろう。これは正論であるが、学生がより深く数学を学びたいという意欲をもっているとするなら、とりあえず必要だから、というのは消極的な答えに聞こえるだろう。また、大学院に進学して工学研究者になる学生より学部・修士課程を修了して一般企業に勤める学生の方が圧倒的に多い中、小中高で算数・数学を学習した

のち大学でも数学を学んだことに、生涯を通して意義があることを伝えたい。学校教育で悪いことを教える理由はないので、わざわざ「\*\*のよさ」と断って強調することをわきまえば、大学の数学教育に携わる教員にとって、教壇に立つより積極的な動機が得られるであろうと語句「数学のよさ」を見て筆者らは感じた。

では「数学のよさ」とは何か。指導要領解説から引用してみる。

「よさについては、数量や図形の知識及び技能に含まれるよさがあるし、数学的な思考、判断、表現等に含まれるよさがある。どのようなよさかといえば、有用性、簡潔性、一般性、正確性、能率性、発展性、美しさなどの諸点があげられる。」

(小学校学習指導要領解説算数編第2章第1節)

「「数学のよさ」を実感できるようにすることは、数学の学習に意欲的に取り組むことができるようにすることに本来のねらいがある。ここで、「数学のよさ」とは、例えば「数量の関係を方程式で表すことができれば、形式的に変形して解を求めることができる」といった数学的な表現や処理のよさや、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則のよさ、数学的な見方や考え方のよさなどを意味する。また、数学が生活に役立つことや数学が科学技術を支え相互にかかわって発展してきたことなどにかかわる知識も含まれる。」(中学校学習指導要領解説数学編第2章第1節)

「高等学校数学ではこれまでも、体系的に組み立てていく数学の考え方を「数学的な見方や考え方のよさ」の一つとして大切にしてきた。今回の改訂では、このことを踏まえつつ、数学が様々な場面で活用されるためには知識を体系的に理解していることが必要であることを強調して、「体系的な理解」とした。」(高等学校学習指導要領解説数学編第2章第2節)

さらに指導要領の目標にある「数学のよさを認識し」は

「関心・意欲・態度にかかわることについてである。小学校では、「算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き」とあり、中学校では、「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し」と示されている。今回の改訂では、中学校と高等学校では「数学的な見方や考え方のよさ」を「数学のよさ」に変更した。「数学のよさ」とは、数学的な見方や考え方のよさ以外に、数学の概念や原理・法則のよさ、数学的な表現や処理の仕方などのよさを含み、さらに高等学校では、数学の実用性や汎用性などの数学の特長、数学的活動や思索することの楽しさなども含んだものである。」

(同上)

と解説されている。最後の引用に「思索することの楽しさ」という語句も見えるが、筆者らは以上の文章が“数学は実生活でも役立つ学問である”ことに力点が置かれたメッセージである



と感じる。「数学のよさ」の共通認識に少しでも近づくため、迂遠と思われる恐れを覚悟で、数学という学問の成立をふりかえてみたい。

数える・測る・量る、大小・多少を比べる、そして獲得した記憶・情報をもとにより良い生をめざす、こうした営みが人類発生時から続けられてきたことは疑いない。これら原初の数学的活動と謂える営為は、有用性という以前の生き延びるための方策であったろう。この時期が人類の歴史でどれだけの期間を占めるかはただ想像する限りでしかないが、4大文明の発生時期まで時間を経ると明らかに次の段階と謂いえる数学的活動が営まれる。古代メソポタミアの粘土板には「楔形文字」で10進法、60進法の数の記述が見られ、古代エジプトの残したパピルスには数・図形に関する「象形文字」の記述がある。ただパピルスに残されているのは数学的事実のみで、それがどうして真実であるかを確かめるすべは記されていない。ピラミッドが方位正しく建設されていることは、すでに約5000年前に三平方の定理にあたる事実が知られていることの傍証とみなされている。またナイル川の氾濫がどのような周期で繰り返されるのかを知るため暦年の計算方法が発達し、氾濫後に残された土地を如何に分割するかで測量技術が発達したことも、有用性に基づく数学的活動であろう。そして迎えた古代ギリシャ文明は有用性のみが数学的活動を促すのではなく、数学それ自体に内在する数学発展の契機が在ることを示した。事実として知られていた三平方の定理にピタゴラスが証明を与えた。紀元前200年頃に成立したユークリッド「原論」は、誰もが正しいとする公理・公準から正しい推論を重ねて図形・数について成り立つ事実を演繹的に導く、この体系を形成することで現代にいたるまで学問体系はこうあるべきという影響を及ぼすこととなった。その一方でアルキメデス（紀元前250年頃）などにより面積・体積計算に微積分萌芽ともなる方法が生み出されたことは、数学の有用性と数学的興味の両方が数学発展の駆動力両輪であることを示している。16世紀イタリアのタルタリア、カルダノ、フェッラーリらによる3次・4次代数方程式解法の発見とその公表を巡る経緯は数学史上で最も有名な逸話のひとつである。知的好奇心が方程式解法の発見に導き、その解法を知的財産として所有する意識まで生まれている。数式も未知数を文字で表すこともなかった時代であるから、これらの公式は文章で表された。解法中に現れる2乗が負になる数は解くためにやむを得ず用いる方便でしかなかったが、すぐあとにボンベリーが「虚数」を導入している。16世紀末にはビエトが文字や演算記号を導入して数式を用いることがはじまった。デカルトは座標を導入して数式で図形を扱う解析幾何学を創始した。17世紀数式の改良を重ねて関数の概念が生まれ、ニュートンとライプニッツの微積分学発見に至る。16、17世紀にはステビン、ガリレイ、ケプラーらにより静力学、加速運動を扱う動力学、天体力学の体系化も同時進行して、ニュートンの力学の完成となる。自然現象を観察し扱う、そこから法則を導く学問体系が、数学・物理学未分化の状態で形成される様子は人類の知的遺産獲得のドラマである。天体観測・航海術のための球面三角法の解法から、10世紀頃より三角関数の公式がインド・イスラム圏で少しずつ知られるようになった。15世紀にヨーロッパに伝えられると微積分の発展により各種展開公式が創出されて、精度の高い三角関数表が作成されるようになった。正の整数の指数法則はすでにアルキメデス、ディオファントスにより知られて

いたが、等差数列と等比数列の間の関係式の研究が続けられ、17世紀対数の発見にいった。20世紀にコンピューターが発明されるまで、対数表は大きな数の計算に不可欠であった。ガリレイによる3個のサイコロの目の出方の研究、パスカルとフェルマーの間の賭け金分配に関する往復書簡は確率論の端緒で、純粹知的遊戯であるのか、賭博に生活がかかっているのか興味深い。

以上18世紀までの自然科学形成史を眺めると、高等学校の数学・力学で扱われる内容がほぼ出揃っていることが判る。新たな概念の発見はそれを表現するための新たな方法を必要とする、新たな表現方法がさらに新しい発見を導く、この両方が交錯して数理科学が形成された。それを促す契機・動機には実用上の需要もあれば純粹知的好奇心もある。テーゼ「個体発生は系統発生を繰り返す」から「個人史は人類史を繰り返す」の転用は危険であるが、中学校・高等学校の数学科目の履修順序は数学形成史にほぼ従っている。算数の学習では、金額の計算、順番を数える、時間を測る、など実生活に出現する行動で「算数のよさ」を体験できる授業が構想できるが、高校レベルの数学でそのよさを体得するひとつの方法としては、教科書のコラムとして掲載されている歴史的事実に関連する記事を観ることが挙げられる。有用性のため直面する問題解決の方法を見いだす、その方法で新しく得られる知見は特に有用性に関係なく知的好奇心による探究を生む。

当面の有用性のために数学を勉強する、さらに数学学習で鍛えられた論理的思考は実生活にも活用できる、人間としての幅を広げるため自らの知的動機で数学を習得する、数学を学ぶ学生に期待することを挙げてみた。そのために人類の数学形成の歴史とその動機に触れる、大学の数学の授業でどれだけ踏み込めるか、教室での試行錯誤でどのような成果報告が上がるか期待する。

「数学的な見方や考え方のよさ」の文言が学習指導要領にとりいれられると同時に、算数・数学教育でそのよさをどのように児童・生徒に体得させそのための教材・教科内容の選択についての研究論文が、教育関係学術誌に数多く掲載されるようになった。この教科のよさの定め方、位置づけ方の模索は続くであろう。この節前半の引用で見た「数学のよさ」の語句がはらむ問題として、次でこの節を締めくくることとする。

学習者に「数学のよさ」を実感してもらえらる授業をする、または、授業にしる自学自習にしる数学を理解した学習者が「数学のよさ」を実感する、このディレンマを教員は常に心に留めて置かねばならない。

## 5. 「目標」

この節では、高等学校学習指導要領で述べられている数学科の「目標」についてあらためて注目してみる。平成20年中教審答申で述べられている

「学力の重要な要素は、

- ① 基礎的・基本的な知識・技能の習得
- ② 知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等

### ③ 学習意欲

である」

ことをふまえて、高等学校学習指導要領解説では数学科の目標を六つの部分に分けて解説している。例えば、「数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め」は知識・理解にかかわること、「事象を数学的に考察し表現する能力を高め」は数学的な思考力や表現力にかかわること、「数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる」は関心・意欲・態度にかかわること、のように述べている。このような教科の教育目標における「観点」や「観点別評価」に筆者らはなじみが薄いのが、観点別評価の領域：ア. 知識・理解、イ. 思考・判断・技能・表現、ウ. 関心・意欲・態度、は大学生に対する評価の観点としてだけでなく、大学における数学教育自身を検討する観点としても優れているものと考えた。そこで、「観点」を用いて大学の講義の状況とそれを受講する大学生を考察してみようと思う。

#### ア. 知識・理解

大学における講義は、基本的に週1コマ(90分)のペースで行なわれ、高等学校までのように学習の範囲が全て定められているわけではなく、教員はできるだけ多くのことを学生へ伝えようとするため、いわゆる“詰め込み”になりがちであり、実際学生に「知識・理解」を第一に要求してしまうことが多いのではないだろうか。しかしこのような姿勢に偏りすぎると、学生からは「大学の教員は黒板に向かって講義をしている」と非難されることにもなりかねない。学生の理解あってこそその講義であることはあらためて謂うまでもないことだろう。その一方で学生には、講義の内容は90分間だけで全て理解できるようなものばかりではないこと、よって予習・復習などのさらなる努力が必要であること、また世間では“知識偏重”という言葉による批判はあるが、知識のないところには創造はありえないことなどの理解を望みたい。後半の部分は、後に述べる「関心・意欲・態度」とも関連する。中教審答申でも学習指導要領の理念を実現するための具体的な手立ての中で、「基礎的・基本的な知識・技能の習得とこれらを活用する思考力・判断力・表現力等をいわば車の両輪として相互に関連させながら伸ばしていくことが求められている」と述べられていることを強調しておきたい。

#### イ. 思考・判断・技能・表現

工学部においては、学生のみならず数学を専門としない教員も“数学は道具である”と考えられがちであり、講義も、三角関数や指数・対数関数が扱える、微分・積分の計算できる、というような「技能」を身につけさせることが中心になる傾向がある。“道具”としてきちんと使えるのであれば問題はないのかもしれないが、これも過ぎると数学が単なる“操作”になってしまい、何をやっているのかわからなくなる原因の1つとなるようである。“数学は暗記ものである”という話も耳にするが、“操作”を覚えるだけでは1回のテストはごまかせても次の学習のための基礎にはなりえないのではないか。そう考える一方で、“道具”は使っているうちに慣れ、「理解」が進むこともまた事実ではないか。ア. 知識・理解において引用した中教審答申のように、教員には知識・技能と理解のバランスのよい講義を行えることが要求されている。「表現」については、学生が苦手とする記述式問題をうまく利用することが、「表現

力」のみならず、「思考力」の育成の一般的な方法であることは記すまでもないことだろう。

学生の「知識・理解」と「技能」が相互に影響し合い伸びてくると、数学的な「思考・判断」がだんだん自然にできるようになってくる。教員は学生が応用問題に取り組むことでそれをさらに伸ばそうとすることが多い。工学部では、専門学科の講義内容が直接、それまでに学んできた数学の応用問題になっていることが多いはずであるが、「数学の理解が足りない」という工学部専門学科の先生方からの耳の痛い話もある。数学の教員は、工学部専門学科の教員とのコミュニケーションを積極的に図ることや数学の工学への応用事例を勉強することにより、よりよい“応用問題”を学生に提示することが可能になる。そのような応用問題に取り組むことは学生の「知識・理解」と「技能・表現」、そして「関心・意欲・態度」の育成へとつながるであろう。また学生には、専門の講義を受けるときに、今までに学んできた数学的な事項が何か使えないか、関連してはいないかと考えることを常に心掛けて欲しいと思う。

#### ウ. 関心・意欲・態度

大学での教育は義務教育ではないため、「学生は自ら勉強するものである」と大学の教員は考えてしまう。しかし、ゆとり教育、推薦入試・AO入試等選抜の多様化、大学進学率が50%を超え、大学全入時代と謂われる昨今、学習意欲が不足しているのではないかと思われる学生が多くなってきていることも感じられる。このような現実においては、旧態依然とした考え方を教員は捨てなくてはならないであろう。そして具体的には、講義に対する臨み方—講義はサボらない、遅刻をしない、講義中は私語をしない、ノートは板書を写すだけではなく、教員の話をよく聴きメモをとる、レポートは単に提出すればよいというものではなく、時間をかけてきちんとしたものをつくることを心掛けるなどを繰り返し指導し、さらに数学を学ぶ意義を機会を見つけて話すこと、などが必要であろう。また学生には、数学に限らず、常に知的好奇心が旺盛であることを望みたい。それは「関心・意欲・態度」だけでなく、「生きる力」のものであると思うからである。教員として、学生の好奇心を刺激するような講義ができるようになりたいものである。

教育課程部会 児童生徒の学習評価の在り方に関するワーキンググループ（第6回）配付資料にある指導要録（参考形式）（小学校、中学校、高等学校（全日制の課程・定時制の課程））では、小・中学校の指導要録は観点別評価を記入するものが例示されている。高等学校の指導要録には観点別評価の欄は設定されていないが、指導要領において観点という評価のポイントをはっきりさせたこと自身に大変意義があると思われる。そして大学における講義のチェックポイントとしてもこの観点を大いに活用できるのではないかと考えている。

## 6. 高大接続

この節では、現行課程から新課程への変更について簡単に触れたのち、大学入学までに学習する微積分に関連する内容を概観し、高校から大学への教育課程の接続について、微積分を中心に、観てみることにする。

数学基礎または数学Ⅰのどちらかを必修とする現行課程は、数学Ⅰのみを必修とする課程に移行する。数学基礎はなくなり数学活用が新設された。今回の改訂ではゆとり教育批判を受けて、時間数が漸増されいくつかの内容が中学校に戻されることになった。例えば数学Ⅰから移行したものを挙げてみる。

現行課程		新課程	
科目名	単位数	科目名	単位数
数学基礎	2	数学Ⅰ	3 (2とできる)
数学Ⅰ	3		
数学Ⅱ	4	数学Ⅱ	4
数学Ⅲ	3	数学Ⅲ	5
数学A	2	数学A	2
数学B	2	数学B	2
数学C	2	数学活用	2

- 中学1年 数の集合と四則計算の可能性  
 大小関係を不等式を用いて表すこと  
 球の表面積と体積
- 中学3年 有理数と無理数  
 二次方程式の解の公式  
 相似な図形の面積比と体積比  
 円周角と中心角の関係  
 いろいろな事象と関数

数学Cという科目は無くなったが「式と曲線」は新数学Ⅲに移行、「確率分布」「統計処理」は新数学A「場合の数と確率」、新数学B「確率分布と統計的推測」に移行した。行列は数学活用の数学的な表現の工夫において「数学化した事象を、図、表、行列及び離散グラフなどを用いて表現し、考察する」(指導要領解説)として触れられるだけになった。数学活用は選択科目なので多くの高等学校では行列を扱うことが無くなることになる。新数学Ⅲでは、複素数平面が復活し積分法の応用で曲線の長さも取り入れられる。「整数の性質」が新数学Aに加えられユークリッドの互除法なども扱われる。

以上がおもな変更点であるが、この改訂の目立つ特徴としては高校数学科の内容の一部が中学校に移行される箇所であろう。全体として入学までの数学科教科内容としてはほぼ変更は無く、新数学Ⅱ、Ⅲを履修しない学生の割合を把握することが肝要であることは、現状と同様である。

ここで「微積分」に話題を絞り、新課程で大学入学以前に関数について学習する内容をふり

かえてみる。

- 中学1年 C 関数 関数関係(一方の値を決めれば他方の値が一意に決まる数量関係)  
座標平面にグラフを表す(比例、反比例など)  
変数の変域は、正の数、0、負の数まで拡張
- 中学2年 C 関数 1次関数の表、式、グラフの相互関係  
2元連立1次方程式との関係
- 中学3年 C 関数 関数  $y = ax^2$  の表、式、グラフ  
従属変数の変化の割合が  $x$  に依ること  
等加速度運動などの事象との関連

中学校で、座標平面、直線の傾き、2次関数の値の変化率などを学ぶが、大学入学時点でこれらをどの程度理解してグラフが描けるかどうか確かめておく必要がある。

- 高校1年 数学I 2次関数  $y = ax^2 + bx + c$   
 $y = a(x-p)^2 + q$  としてグラフの平行移動になれる  
値の変化の様子、最大値・最小値の求め方  
記号  $f(x)$  の使用  
2次方程式、2次不等式との関連

1次関数のグラフとの交点の関連で、グラフの凹凸、接線概念も学ぶ。

- 高校2年 数学II 数と式 3次式の因数分解、2項定理、分数式(分母が2次ほど)  
高次方程式 因数定理を学ぶ  
指数関数・対数関数 底は2、10など、基本公式、グラフが描ける  
三角関数 弧度法の導入、周期関数のグラフ、加法定理(合成まで)  
微分・積分 3次関数までの微分、2次関数までの積分

ここで初めて微積分が登場する。極限  $\lim$  は直観で理解し、面積を通じて微積分の基本定理を理解する。

- 高校3年 数学III 関数とその極限 分数関数・無理関数とそのグラフ、合成関数、逆関数  
微分法・積分法 積・商・合成関数の微分  
 $n$ 次多項式・三角関数・指数関数・対数関数の微積分  
第2次導関数と曲線の凹凸  
部分積分・置換積分  
面積・体積・曲線の長さ

新指導要領解説では、ネピアの数  $e$  については、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$  または  $\lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}}$  の存在について納得させることとあり、そのためにはコンピューターなどを利用するとなっている。新課程の教科書でどう扱われるのか待たねばならない。ここまでの教育課程を観ると、1変数関数については、多くの大学で微積分関係科目の扱っている内容がテーラー展開を除いてほぼ出揃っていると謂える。工学部各専門学科教員の方々から「高校レベルの数学が使えれば自分の専

門では十分」という言葉を時折聞くが、それは数学Ⅲまで履修し十分に理解した入学生を想定してのことであろう。また、1997年頃筆者のひとりには神戸大学教授（当時）と名古屋大学助教授（当時）の間で交わされた次のような会話を耳にした。

「微積分は、一度不合格になると落ちる癖がついてしまうことが多い」

「高校で勉強した記憶が残っているうちに何とか合格してくれと思う」

私的なことを記して恐縮するが、科目「微積分」の持つ性格と履修の困難さが感じられると思いを紹介した。

1変数関数の微積分を修了し2変数以上の関数を扱うコースに進んだときには、どの程度の空間図形の知識を学んでいるかも問題になる。 $z = ax + by + c$ が空間内の平面を表すことは現行課程で扱われていない。新数学Bではベクトル「空間座標とベクトル」の中で、「座標及びベクトルの考えが平面から空間に拡張できることを知ること」とあるが、これで、平面の方程式、法線ベクトルまで取り扱えるかは問題が残り、線形代数において初めて導入されることになることも考えられるであろう。また数学Iから中学1年に移行された「球の表面積・体積」であるが、中学校指導要領では、「模型を用いたり実験による測定を行ったりして確かめるなど、実感を伴って理解できるようにする」となっている。それを改めて重積分などで求めるときの違和感について微妙な注意を要するであろう。同様の事例は、錐体の体積が同型の底面を持つ柱体の体積の $\frac{1}{3}$ になることの説明にも現れるだろう。

高大接続について、15年前に出版された教科書の数学書の「まえがき」から引用する。

「世界的にみても、我国は高校の微積分が最も普及している国であり、とくに大学入試を経て進学したであろう読者は、微積分法の運用に関しては相当なレベルに達しているはずである。基礎が厳密でないとか、問題解法に流れるとかのそしりはあっても、高校で身に付けた微積分の知識と自信を大学レベルでの解析の学習に活かさない手はない。」（岩波講座 応用数学 基礎解析I）

この頃にはすでに多くの大学理系学部で微積分の授業をどうするか議論が始まっていたことは間違いない。

現在、数学Iのみ履修して入学してくる学生も少なからず見受けられ、数学II、数学IIIを履修したといってもその理解度は様々である。関西の某私立大学の教員に5年前聞いた話を紹介する。数学不振の学生が、「高校で数IIIまで受けた」と言い張るが信じられないので、数IIIの授業の中味を聴くと数Iの復習であった、という。

直線の傾きの意味を確認し、極限

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

を多項式レベルで具体的に計算できる、三角関数、指数・対数関数の微積分が自在に計算できる、様々に微積分の入り口と到達レベルが想定できる。大学初年次の微積分教育としては、40人弱の少人数クラス分けを習熟度別により確保し、学習困難な学生には問題点を見つけて反復学習を促す、その上で、大学だから学べる数学を履修できた実感を味わってもらう、理想にしか過ぎないと誹りをうけるのを覚悟でこの節の結びとする。

## 7. 結び

「1. はじめに」でも少し触れたように、学習指導要領にしたがって中学校、高等学校の数学教育の理念や内容を学ぶことは大学に身を置く筆者らにとって多くのあらたな知見を得ることになった。学習指導要領で謳われている「生きる力」をはぐくむという教育理念はその文言だけでは理解が難しいのかもしれないが、「生きる力」は「確かな学力」、「豊かな心」、「健やかな体」の調和により支えられ、学力の重要な要素は、①基礎的・基本的な知識・技能の習得、②知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等、③学習意欲、であるとの中教審答申が示されれば、大学の教員が大学教育に対してもともと抱いていた教育理念と変わらないことに気が付くことだろう。この理念の実現のため我々数学教員は、常によりよい「数学的活動」を模索し、学生が「数学のよさ」を実感できるような講義を行えるよう努力していかなければならない。その中で困難を感じたときには「観点」が進むべき方向を示す“しるべ”となることと思う。