

# Tel halatların parametrik denklemler ile modellenmesi ve gerilim analizi

**Cengiz ERDÖNMEZ\***, **C. Erdem İMRAK**

*İTÜ Bilişim Enstitüsü, Hesaplamalı Bilim ve Mühendislik Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul*

## Özet

*Tel halat geometrisi imalat tarzından dolayı karmaşık bir yapıdadır. Halatın temel öğelerinden birisi halatın özünü oluşturan Bağımsız Tel Halat Çekirdeği (BTHÇ)'dir. BTHÇ ise ortasında yedi telden oluşan basit düz bir demet ve onu çevreleyen altı adet helisel sarılmış demetten oluşmaktadır. BTHÇ'nin merkez demeti ile dış demetinde yer alan helisel tellerin geometrileri arasında önemli bir fark vardır. Merkez demetin dış telleri tek helisel yapıya sahip iken, dış demeti oluşturan dış teller çift helisel yapıdadır. Bu sebepten ötürü dış demete ait dış çift helisel tellerin modellenmesi özel yöntemlerin kullanılmasını zorunlu kılmaktadır. Bu makalenin amacı, BTHÇ ile tel halatların modellenmesi için yeni bir tekniğin tanıtılması ve bu teknik ile elde edilecek sonuçların literatürde mevcut bulunan sonuçlarla karşılaştırılmasıdır. Öncelikle BTHÇ'nin merkezinde bulunan basit düz tel demetinin modeli oluşturularak modelin doğruluğu kanıtlanmıştır. Ardından BTHÇ'nin dış demetindeki dış tellerin çift helisel geometrisi incelenerek modellenme tekniği üzerinde durulmuştur. Farklı sarım teknikleri ile modellenmesi yapılan BTHÇ'lerin modelleri anlatılmıştır. BTHÇ'nin sonlu elemanlar kullanılarak analizleri sonucunda tel bazında elde edilen sonuçların analitik sonuçlarla mukayesesi yapılmıştır. En son olarak BTHÇ'nin öz olarak kullanıldığı Seale tipi tel halatların modellenmesi ve analizi yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar literatürde bulunan analitik ve test sonuçlarıyla karşılaştırılmış ve iyi uyum sağladıkları görülmüştür. Sonuç olarak tanıtılan yeni modelleme tekniği kullanılarak kolay ve daha efektif bir biçimde sayısal analiz yapma olanağı sağlanmıştır. Aynı zamanda uygulanan yöntem daha basit ve daha pratiktir.*

**Anahtar Kelimeler:** *Tel demet, bağımsız tel halat çekirdeği, çift helisel geometri, Seale tipi halat modelleme.*

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Cengiz ERDÖNMEZ. [cengiz.erdonmez@be.itu.edu.tr](mailto:cengiz.erdonmez@be.itu.edu.tr); Tel: (532) 251 33 66.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Bilişim Enstitüsü, Hesaplamalı Bilim ve Mühendislik Programında tamamlanmış olan "Belirli Koşullar Altında Tel Halatların Matematik Modellenmesi ve Gerilim Analizi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 17.05.2010 tarihinde dergiye ulaşmış, 17.06.2010 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.08.2011 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Bu makaleye "Erdönmez, C., İmrak, C E., (2011) 'Tel halatların parametrik denklemler ile modellenmesi ve gerilim analizi', İTÜ Dergisi/D Mühendislik, 10: 3, 93-104" şeklinde atıf yapabilirsiniz.

## Modeling and stress analysis of wire ropes with parametric equations

### Extended abstract

*Loads and moments over an helical wire geometry is the fundamental starting point of the wire rope theory. The equilibrium equations are derived from the equilibrium of this wire and it has been presented by Love (1944) in his well-known treatise. Solution of the equilibrium equations under axial loading and pure bending is presented by Love (1944). Frictional and contact effects are not included in the theoretical investigations of the problem due to the complicated geometry.*

*Without taking into account the frictional effects, nonlinear problem of wire rope theory is solved using linearization of the equilibrium equations. A simple wire strand is composed by a straight wire which is wrapped by six outer single helical wires. An independent wire rope core (IWRC) is composed by a simple straight strand as a core strand which is wrapped around by six outer helical strands. The outer wires of the core strand is helical shaped wires while the outer wire of the outer strands is double or nested helical wires. Double or nested helical wire geometry is not included in the analytical solution procedures during the development of the theory of wire ropes. Superposition theory is used for the solutions of the IWRC which takes into account core strand as a straight wire while the outer strands as a single helical wire.*

*IWRCs are widely used as a core for more complicated wire ropes at present. Most of the well known structures are Seale and Warrington IWRC. IWRCs are preferred when the wire rope is run under large lateral compressive loads and additional axial loading capacity is required (Velinsky, 1989).*

*During the literature survey, the first analytical analysis are done by Hruska (1951, 1952, 1953). Hruska did not take into account the frictional effects due to contacts while solving the equilibrium equations given by Love (1944). Only geometrical aspects, axial loading and pure bending are discussed during the early studies. Since then Costello (1990), and later, Utting and Jones (1987) have followed a more fundamental approach. They treat each wire of wire rope as a helically curved rod but make differing assumptions relative to the rope geometry or the interwire contacts. The*

*different theories produce results, which remain close to the experimental values presented by Utting and Jones (1987), but the question of the actual relative displacements and forces within a rope is nevertheless still open.*

*Early studies of the wire ropes under axial loading condition obtained by using finite element analysis are given by Jiang and Henshall (1999). Then this study is extended to three layered strand by Jiang et.al. (1999,2000). These analysis are based on a simple sector of 1/12 or 1/6 of the wire rope cross-section, an arc length or a percentage of the pitch length is taken into account generally. Meanwhile during the literature survey, analytical models conducted for IWRC have not mentioned double helical wire geometry until 2004. Most of the analytical analysis rely on homogenization process except theoretical studies of Elata et.al. (2004), Usabiaga and Pagalday (2008).*

*In this article, wire rope geometry is modelled in a more realistic manner taking into account the double or nested helical geometry of the outer wires of the outer strands for IWRC. To accomplish this, a code is generated named Wire Rope Skeleton (WRS) which creates the centerline of the specified wire in a strand, IWRC or Seale IWRC. Proposed modeling scheme considers each wire with its real solid behaviour. Thus analysis over the wire rope with proposed structure gives more realistic results. To model long wire rope models in 3-D is a cumbersome issue due to the irregularities encountered on the surface of the wires while meshing. The proposed modeling scheme solves the meshing problems of long wire ropes. Also the interactions between wires are defined by contact definitions and friction is taken into account. Realistic material properties are defined and analytical results, test results available in the literature and the finite element analysis results are compared simultaneously. It has been concluded that the proposed modeling procedure works for a wire strand and its development to IWRC and Seale IWRC also gives reasonable results. This analysis technique gives more information about the interwire contacts. As this face this modeling scheme and analysis methodology gives opportunity for the future analysis.*

**Keywords:** *Wire strand, independent wire rope core, double helical geometry, Seale type rope modeling.*

## **Giriş**

Helisel bir tel geometrisi üzerine etkiyen yük ve momentlerin denge denklemlerinin analizi üzerinde yapılan çalışmalar günümüze kadar tel halat teorisinin gelmesini sağlamıştır. Love'nin (1944) yılında yazdığı klasik bilimsel eserde, tel halata ait denge denklemlerinin çözümleri irdelenmektedir. Genel olarak yapılan analitik çözümlerde sürtünmenin tesiri geometrik yapının karmaşıklığından ötürü hesaplara dahil edilmemektedir.

Analitik çözümlerde sürtünme tesiri hesaplamalara yansıtılmazken denge denklemlerinin lineerleştirilerek çözümleri yapılmaktadır. Tel halat geometrisinin karmaşıklığından ötürü geometrinin hesaba katılmasındaki güçlükler göz önüne alındığında merkez demetin dışına sarılan demetlerin çözümlenmesine sıra geldiğinde süperpozisyon yöntemlerine başvurulduğu görülmektedir.

İlk olarak halatların merkezinde yer alan basit düz bir demet geometrisinin analitik incelenmesinin yapıldığı ve daha sonra öngörülen çözüm metodunun daha karmaşık modellere süperpozisyon yöntemiyle uygulanması esası üzerinde yoğun çalışmalar yapılmıştır. Merkezinde bulunan düz bir telin etrafına helisel yapıda altı telin sarılmasıyla basit düz bir demet oluşturulmaktadır. Bu basit düz demet daha karmaşık tel halatların modellenmesinde öz olarak kullanılmaktadır.

Günümüzde yaygın olarak kullanılan halatlardan bir çoğunun öz olarak kullandığı bir halat türünde Bağımsız Tel Halat Çekirdeği (BTHÇ)'dir. BTHÇ karmaşık tel halat yapılarının temel unsurlarından birisidir. Özellikle Seale ve Warrington tipi halatların yapımında öz olarak BTHÇ yaygın olarak kullanılmaktadır. Karmaşık yapısı ve tek başına bir halat özelliği taşıması nedeniyle BTHÇ'nin analizi önem taşımaktadır. BTHÇ'nin geometrik dizaynı incelendiğinde merkezinde bulunan basit düz bir demetin altı tane helisel formda helisel demet tarafından sarılmasıyla elde edilmektedir. BTHÇ halatlar daha çok yanal

sıkıştırıcı yüklere maruz kalınan çalışma alanlarında ve ilave aksenal yüklenme kapasitesine ihtiyaç olan yerlerde kullanım alanı bulmaktadır (Velinsky, 1989).

Literatür incelendiğinde tel demetler konusunda ilk analitik çalışmalar Hruska (1951, 1952, 1953) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmalarda, Love'nin (1944) yer verdiği denge denklemlerinin temas sürtünmeleri hesaba dahil edilmeden geometriye bağlı, gerilme ve sadece aksenal yüklenme altındaki çözümleri göze çarpmaktadır. Daha sonra Phillips ve Costello (1973), Costello ve Phillips (1973), Utting ve Jones (1987) çalışmalarında daha esaslı bir yaklaşımla halattaki her bir teli helisel eğriye sahip bir çubuk olarak farklı kabuller ışığında, geometriye bağlı olarak çözdüler. Yapılan bu çalışmalarda farklı yaklaşımlarla elde edilen sonuçların test sonuçlarıyla karşılaştırmaları Utting ve Jones (1987) tarafından ortaya konuldu. Test ve analiz sonuçlarının uyumlu olmalarına karşın yapılan çalışmalar henüz teller arasındaki ilişki ve kuvvet dağılımları ile ilgili yeterli bilgi vermemekteydi. BTHÇ ile ilgili olarak da literatürde bir çok analitik çalışmaya yer verilmiştir (Costello ve Sinha, 1977; Velinsky vd., 1984; Velinsky, 1985; Jolicoeur ve Cardou, 1991; Phillips ve Costello, 1985). Bu çalışmaların tamamında süperpozisyon metodu kullanılmış, BTHÇ'nin merkez demetini ve dış helisel demetleri birer tel olarak ele alınıp, aralarındaki geometrik ilişkiler kurularak düz bir demete benzer bir çözüm yöntemi ile analitik çözümler elde edilmiştir.

Atıfta bulunulan analitik çalışmalarda gerek geometrinin karmaşık yapısı ve gerek denge denklemlerinin lineer olmayan yapısı sebebiyle problemi basitleştirmeye yönelik kabuller yapılarak tel halat analizi teorik olarak yapılmaya çalışılmıştır. Gelişen teknoloji ve bilgisayarların hesaplama kapasitelerinin artmaya başlamasıyla 90'lı yılların sonlarına doğru sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak halat modelleri üzerinde daha gerçekçi analizlerin yapılmasına başlandığı görülmektedir. Tel demetlerin uç kısımlarındaki tesirlerin sonlan-

dırılmasını göstermeyi amaçlayan ilk sonlu eleman uygulaması ve sürtünme durumunu gösteren çalışma Jiang ve Henshall (1999) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmayı basit bir sektör kısmı üzerinde üç katmanlı düz bir helisel tel halat demetine uygulanması da Jiang ve diğerleri (1999, 2000) tarafından yapılmıştır. Yapılan bu ve benzeri çalışmalar incelendiğinde analizlerin temelinde basit bir sektör kısmının, belirli bir yay uzunluğunun ya da kısa bir halat demetinin modellenerek analizine yer verildiği görülmüştür. Bunun sebebi olarak genelde hesaplama gücüğü neden olarak öne sürülmektedir.

Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde BTHÇ için oluşturulan analitik modellerde çift helisel geometrinin etkisinin hesaplara dahil edilmesinin 2004'e kadar yapılmadığı görülmektedir. BTHÇ üzerinde yapılan teoriye dayalı önceki çalışmaların bir çoğunda homojenleştirme hipotezleri kullanılmakta olup sadece Elata (2004) ile Usabiaga ve Pagalday (2008) tarafından yapılan teorik çalışmalar bunların dışındadır.

Bu makalede, genel olarak halatın analizinde süregelen çalışmalarda yapılan kabullere ek olarak teller arasındaki temas durumları, malzemenin elasto-plastik özellikleri hesaplamalara dahil edilmek suretiyle daha gerçekçi bir model oluşturulması hedeflenmiştir. Ayrıca günümüzün teknik imkan ve kabiliyetlerinin kullanılması sayesinde halatın gerçek davranışını ölçebilecek sayısal model analizlerinin yapılabileceği öngörülmüştür. Bu kapsamda karşılaşılan tek güçlük hesaplama kapasitesi olmaktan çok karmaşık halat geometrisinin sonlu eleman yöntemiyle çözümlenebilecek düzeyde katı modelinin oluşturulabilmesi olarak karşımıza çıkmaktadır. Mevcut ticari yazılımlar kullanılarak yapılmaya çalışılan modellemelerde hatve uzunluğu kadar düz helisel basit bir demetin modellenmesinin yapılması kolaylıkla tamamlanabilmektedir. Ancak BTHÇ gibi çok daha karmaşık helisel yapıları içeren halat modelleri üzerinde sonlu elemanlar analizinin gerçekleştirilebilmesi için önce katı modelin oluşturulması gerekmektedir. Hali hazırda

mevcut bilgisayar destekli tasarım (BDT) yazılımlarında tek helisel geometrilerin çizilebilmesine karşın çift helisel tel geometrisinin çizimi için her hangi bir araca rastlanmamaktadır. Çift helisel tel geometrisinin bu çalışma ile önerilen teknikle yapılması durumunda sonlu eleman analizinde kullanılabilir bir modelin oluşturulmasının mümkün olabileceği görülmüştür. Önerilen yöntemde bir BTHÇ'de yer alan her telin matematiksel denklemleri kullanılarak merkez hattının hesaplanması ve hesaplanan merkez hat kullanılarak tek ve çift helisel tellerin dizayn edilerek halat yapısının kurulmasını öngörülmektedir. Çift helisel geometriye ait genel denklemler literatürde yer almakla birlikte, bu geometrinin avantajını kullanarak modellenmiş ve sayısal olarak çözümlenmiş bir çift helisel geometriye sahip tel halat modeli halihazırda bulunmamaktadır. Bu çalışmanın amacı çift helisel geometri kullanarak BTHÇ ve daha karmaşık yapıların modellenmesi maksadıyla yeni bir şemanın önerilmesidir.

Bu maksatla Matlab kullanılarak Tel Halat İskeleti (THİ, İngilizcesi "Wire Rope Skeleton, WRS") adı verilen bir kod oluşturulmuştur. Oluşturulan bu kod sayesinde tel halatın istenilen teline ait merkez hattı üzerindeki kontrol noktaları oluşturularak HyperMesh yardımıyla sonlu elemanlara bölünerek katı tel modelinin oluşturulması sağlanmıştır. Daha sonra oluşturulan katı tellerin biraraya getirilmesiyle istenilen yapıdaki halat modeli kurularak sonlu elemanlar yöntemiyle öngörülen sınır koşulları altında çözümleri yapılmıştır.

Önerilen analiz modeli yardımıyla oluşturulan basit düz tel demeti, BTHÇ ve bunun öz olarak kullanıldığı Seale tipi halatlar üzerinde yapılan çözümler ile elde edilen sonuçlarda halat yapısını oluşturan her bir tek ya da çift helisel telin davranışı ile ilgili analiz sonuçlarına ulaşılmıştır. Bu sebeple her bir tele ilişkin ve bu tel ile diğer teller arasındaki temaslara ilişkin bilgilere erişilmesi önemlidir. Yapılan katı model analiz sonuçları literatürde mevcut test ve teorik sonuçlarla karşılaştırılarak elde edilen sonuçların uyumlu olduğu görülmüştür.

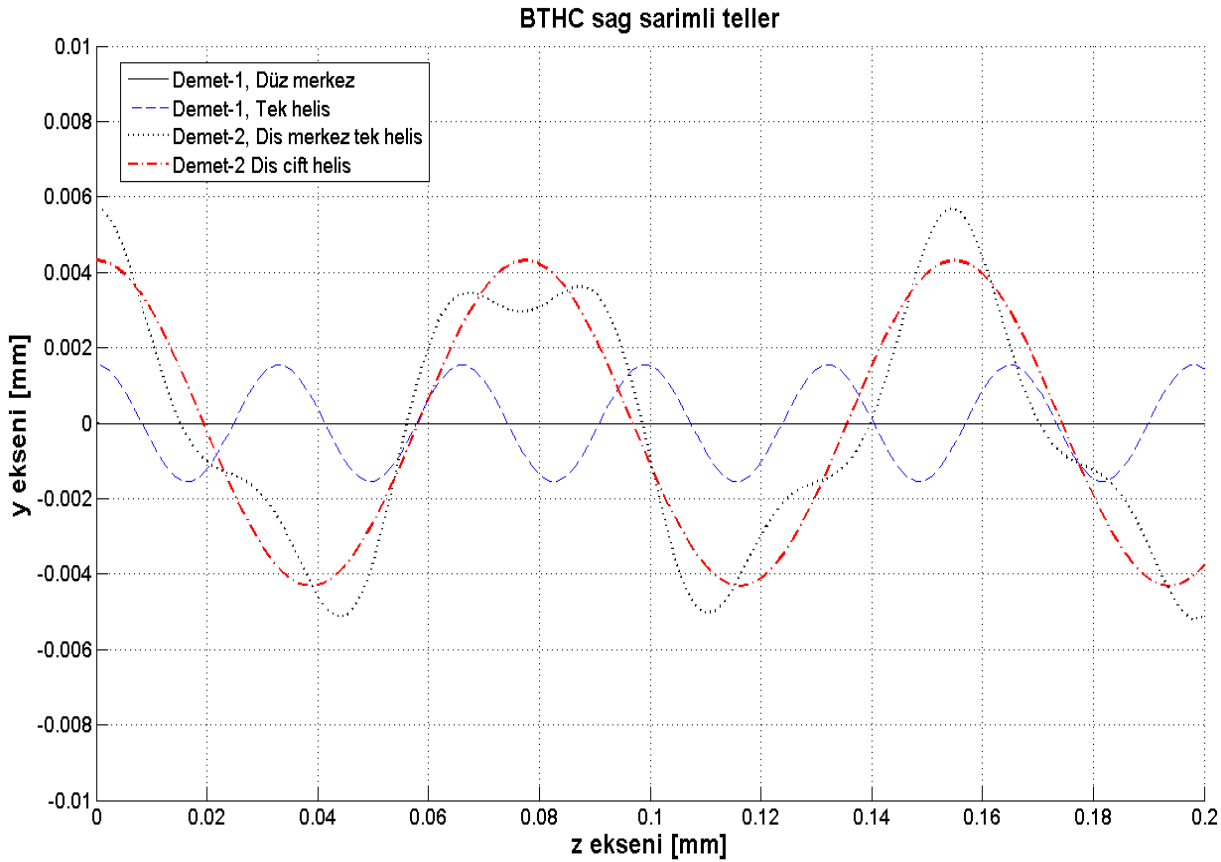
## Tel geometrilerinin yapısı ve modellenmesi

Halatların dizaynında kullanılan teller incelendiğinde karşımıza farklı eğrisel formlarda yapılar çıkmaktadır. Düz bir tel demeti oluşturulurken ortadaki tel düz bir tel iken onu çevreleyen altı telin tek helisel sarımlı olduğu görülmektedir. Düz bir tel demetinde kullanılan bu iki tele nazaran BTHÇ incelendiğinde bunlara ek olarak dış demetin merkez teli tek helisel bir eğriye, dış demetin dışındaki teller ise eğrilikleri göz önüne alındığında çift helisel bir eğriye sahiptir. Şekil 1’de BTHÇ’de yer alan merkez demet ve dış helisel demeti oluşturan dört farklı telin z-ekseni üzerindeki izdüşümü gösterilmektedir. Şekil 2’de ise Seale tipi halatlardaki Seale kısmını oluşturan üçüncü demetteki tellerin z-ekseni üzerindeki izdüşümü gösterilmektedir. Şekil 3’te ise BTHÇ ve Selae BTHÇ’nin arakesit görüntüsü yer almaktadır.

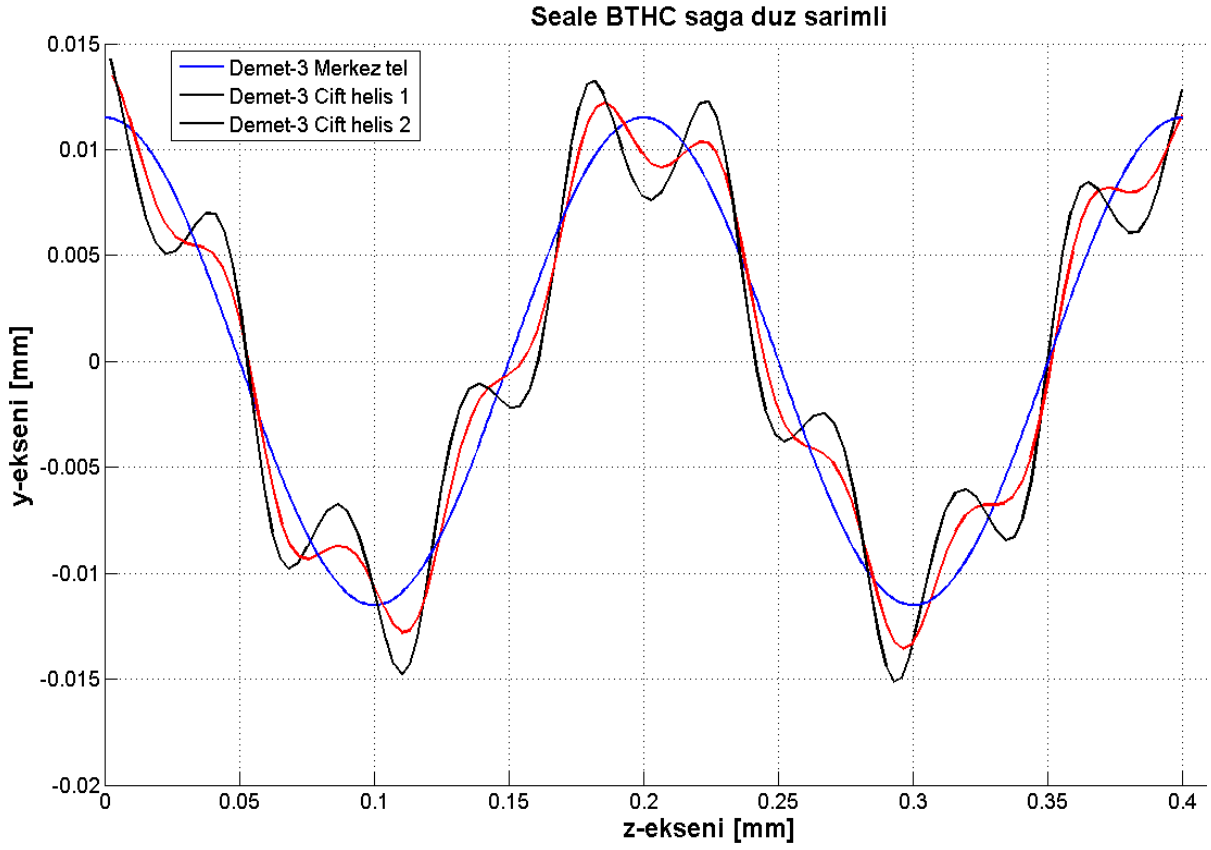
Şekil 1’de yer alan merkez demetin tek helisel tellerine ait helis için genel parametrik denklem,

$$\begin{aligned} x_m &= r_m \cos(\theta_m), \\ y_m &= r_m \sin(\theta_m), \\ z_m &= r_m \theta_m, \end{aligned} \quad (1)$$

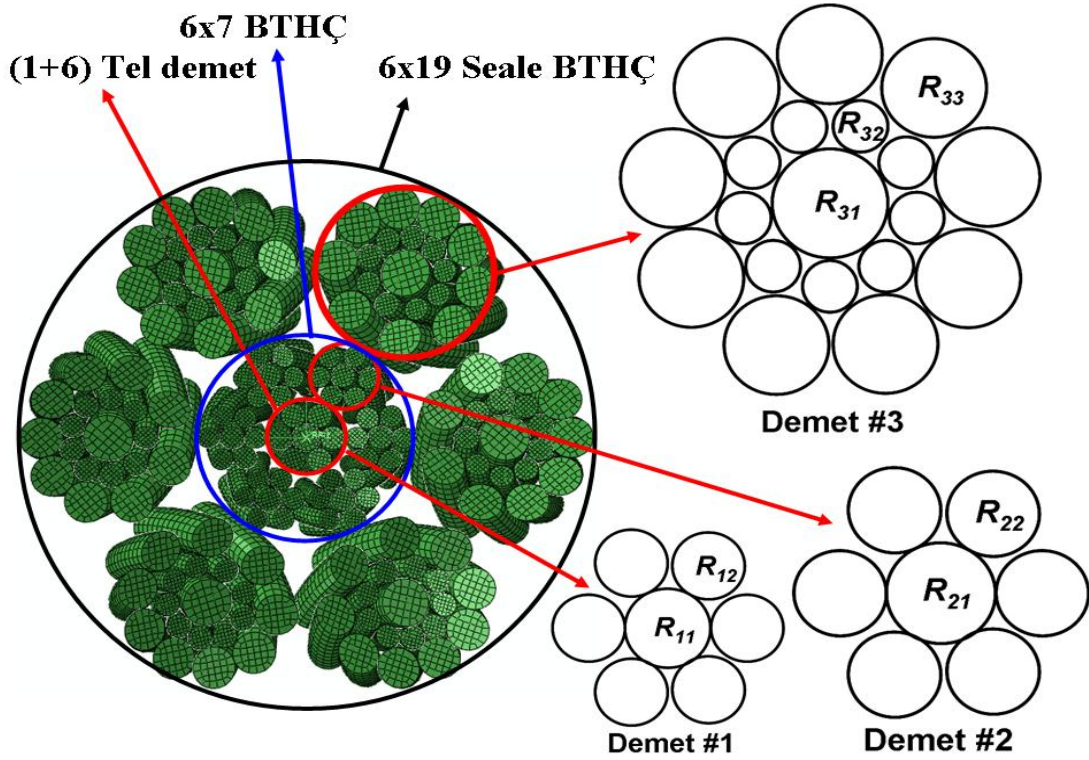
ifadesiyle tanımlanmaktadır. Denklem (1) yardımıyla oluşturulan tek helisel sarımlı telin merkezde yer alan düz tel üzerine sarılması ile basit düz bir demet elde edilmekte olup Şekil 4’te gösterilmiştir. Merkez tel yarıçapı  $R_1$  ve helisel tel yarıçapı  $R_2$  olan demetin hatve uzunluğu  $p_2$ , helis açısı olarak kabul edilen  $\alpha_2$  yardımıyla  $p_2 = (2\pi r_2) \tan \alpha_2$  ifadesi yardımıyla hesaplanmaktadır. Burada  $r_2$  merkez tel ile dış helisel tellerin merkezleri arasındaki uzunluk olup  $r_2 = R_1 + R_2$  dir.



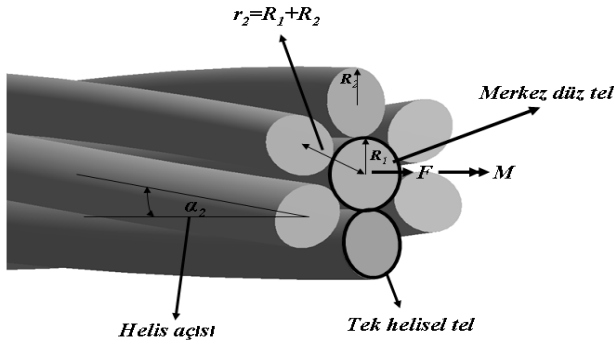
Şekil 1. BTHÇ’ni oluşturan tellerin z-ekseni üzerindeki aksenal izdüşümü



Şekil 2. Seale BTHÇ'ni oluşturan 3'üncü demete ait tellerin z-ekseni üzerindeki aksenal izdüşümü



Şekil 3. Tel demet, BTHÇ ve Seale BTHÇ ara kesitleri



Şekil 4. Basit tel demet arakesiti

Merkezde bulunan bu düz demetin üzerine helisel altı demetin sarılmasıyla Şekil 3’de arakesiti verilen 6x7 BTHÇ elde edilmiştir. BTHÇ’nin dış demetinde iki yeni tel sarımı mevcut olup bunlardan dış demetin merkezini oluşturan tel tek helisel yapıya sahip iken dışına sarılan son tel ise çift helisel yapıdadır. BTHÇ’ni oluştururken kullanılan bu çift helisel tel yapısı Elata ve diğerleri (2004) tarafından da analitik çözüm sırasında kullanılmıştır. Çift helisel tel geometrisi tek helisel bir tel üzerine sarılan çift helisel bir geometridir. Bu geometrinin dayandığı merkez tek helisel telin parametrik denklemi ise şu şekildedir;

$$\begin{aligned} x_{m2} &= r_{m2} \cos(\theta_{m2}), \\ y_{m2} &= r_{m2} \sin(\theta_{m2}), \\ z_{m2} &= r_{m2} \tan(\alpha_{m2})\theta_{m2}. \end{aligned} \quad (2)$$

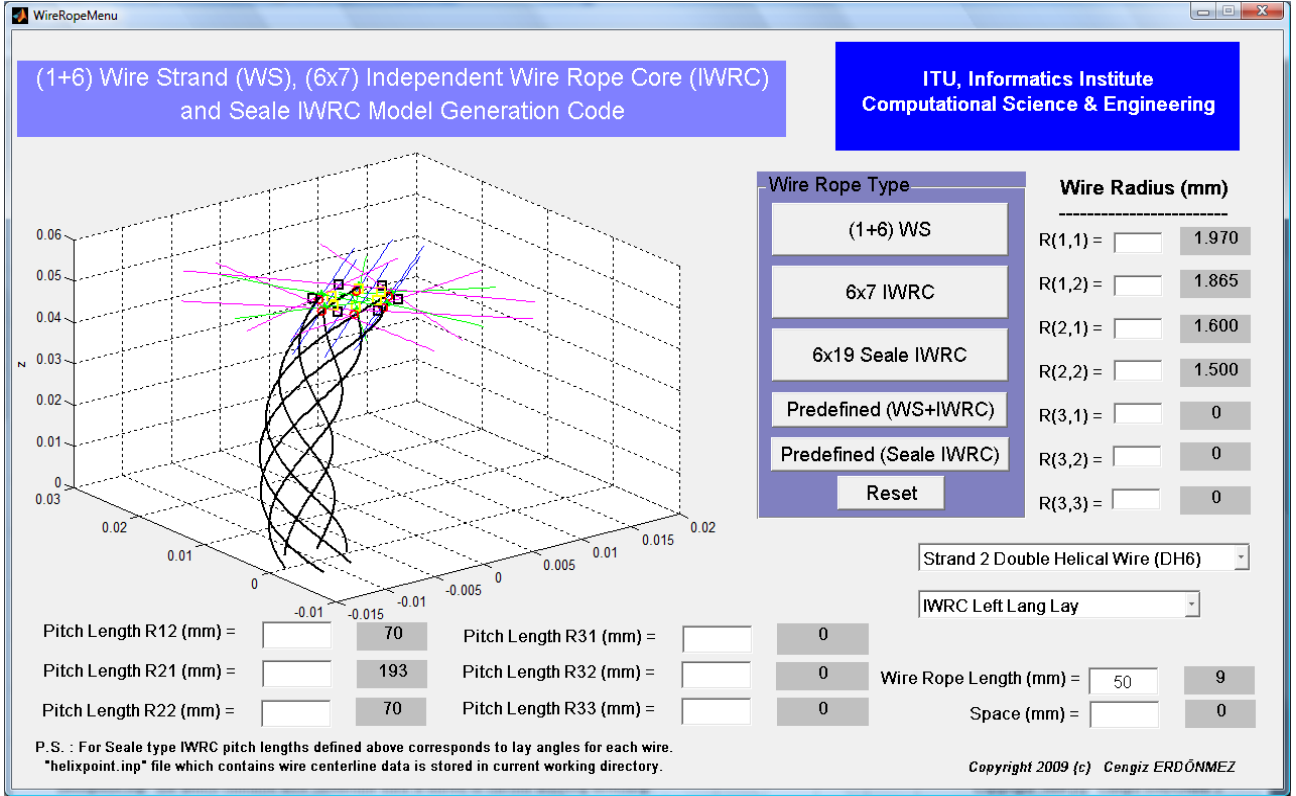
Buradaki parametreler 2 nolu demete ait olduklarından,  $r_{m2}$  merkez tek helisel tel yarıçapını,  $\alpha_{m2}$  tek helisel sarım açısını ve  $\theta_{m2}$  ise merkez helisel telin demet içindeki konumunu belirlemek için kullanılmaktadır. BTHÇ’nin dış demetini oluşturan 2 nolu demetin dışındaki çift helisel tellerin merkez hattı denlem 2 ile belirtilen tek helisel teli merkez olarak almakta olup parametrik denklemi (Elata vd., 2004),

$$\begin{aligned} x_{dh} &= x_{m2}(\theta_{m2}) + r_{dh} \cos(\theta_{dh}) \cos(\theta_{m2}) \\ &\quad - r_{dh} \sin(\theta_{dh}) \sin(\theta_{m2}) \sin(\alpha_{m2}), \\ y_{dh} &= y_{m2}(\theta_{m2}) + r_{dh} \cos(\theta_{dh}) \sin(\theta_{m2}) \\ &\quad + r_{dh} \sin(\theta_{dh}) \cos(\theta_{m2}) \sin(\alpha_{m2}), \\ z_{dh} &= z_{m2} - r_{dh} \sin(\theta_{dh}) \cos(\alpha_{m2}), \end{aligned} \quad (3)$$

şekindedir. Burada “dh” indisi dış helisel teli temsil etmektedir. Bu denklemdaki  $r_{dh}$  dış demeti oluşturan çift helisel tel ile tek helisel tel merkezleri arasındaki uzaklığı,  $\theta_{dh}$  çift helisel telin tek helisel tel etrafındaki dönüşünü göstermekte olup  $\theta_{dh} = \eta\theta_{m2} + \theta_{dh0}$  ile tanımlanır. Çift helisel telin tek helisel tel etrafındaki dönmesi  $\eta$  parametresi ile kontrol edilmektedir. Bu parametre çift helisel telin dönme açısının tek helisel demetin dönme açısına oranlanması ile hesaplanmaktadır ve  $\eta = \frac{\theta_{dh}}{\theta_{mh}}$  ifadesi ile tanımlanır (İmrak ve Erdönmez, 2010).

Parametrik denklemler yardımıyla oluşturulan helisel yapıdaki tellerin merkez hatları Matlab kullanılarak geliştirilen ve tel halat iskeleti (WRS) adı verilen yazılım aracılığıyla elde edilerek bir dosyaya yazdırılmaktadır. WRS kodunun arayüzü Şekil 5’te verilmiştir. Tellere ilişkin katı modelin oluşturulması maksadıyla tellerin merkez hattını oluşturan kontrol noktalarının bulunmasına ihtiyaç vardır. Bu noktalar geliştirilen WRS kodu aracılığıyla elde edildikten sonra HyperMesh yazılımı ile okunarak telin katı modeli oluşturulmuştur. Her bir telin katı modeli oluşturulduktan sonra bu katı tel modelleri Abaqus/CAE analiz programı kullanılarak bir araya getirilerek halat geometrisi oluşturulur. Elde edilen bu karmaşık geometri incelendiğinde BTHÇ’nin düz tel, tek helisel tel ve çift helisel tel geometrilerini ihtiva ettiği görülmektedir.

Önerilen halat modelleme tekniğinin geliştirilmesinin iki önemli nedeni vardır. Bunlardan ilki mevcut bilgisayar destekli tasarım (BDT) yazılımlarında çift helisel telin çizimine ilişkin bir aracın kullanıma sunulmamış olması ve ikinci önemli sebep ise mevcut BDT yazılımları ile oluşturulan helisel yapıların uzunluğu arttıkça sonlu elemanlara bölünmesinin güçleşmesi ve analizinin yapılamamasıdır. Sonlu elemanlara parçalama işlemi halat modeli yapısının tek ve çift helisel eğrilerden oluşan karmaşık bir yapıya dayanmasından ötürü zordur. Önerilen modelleme



Şekil 5. Tel halat iskelet yazılımı (WRS)

teknîği katı modelin sonlu elemanlara bölünmesine kadar bizim kontrolümüz altında modellenmesini öngörmekte olup hatasız bir şekilde sonlu elemanlara bölme işlemi başarılmıştır.

Ayrıca oluşturulan yapıda uzunluk kısıtlamasıda bulunmamaktadır. Zira mevcut BDT yazılımları kullanarak oluşturulan tek helisel yapıya sahip demetlerde bile belirli bir uzunluktan sonra modelin sonlu elemanlara bölünmesi başarılamayarak modelin analizi mümkün olamamaktadır. Bu iki önemli çözüm tekniğinin uygulanması elde edilen katı modelin analiz aşamasına sorunsuz bir şekilde taşınmasında kilit rol oynamaktadır. Bundan sonraki aşama halatı oluşturan tel malzeme özellikleri ve sınır koşullarının tanımlanmasıdır.

#### Malzeme özellikleri ve sınır koşulları

Sonlu elemanlar analizi (SEA) için telin malzeme özellikleri tanımlanmıştır. Önerilen halat modelinin doğruluğunu sınamak için öncelikle Jiang ve Henshall (1999) tarafından kullanılan malzeme özellikleri kullanarak düz

bir demetin aksenal yük altındaki davranışı analiz edilmiştir. Young modülü  $E=188000 \text{ N/mm}^2$ , plastiklik modülü  $E_p=24600 \text{ N/mm}^2$ , akma gerilimi  $R_{p0.2}=1540 \text{ N/mm}^2$ , kopma dayanımı  $R_m=1800 \text{ N/mm}^2$ , Poisson oranı  $\nu=0.3$  ve sürtünme katsayısı  $\mu=0.115$  olarak alınmıştır. Yapılan çalışmada  $\varepsilon=0.015$  birimlik uzama  $\varepsilon=0.001$  birimlik artırımlarla elde edilmiştir. Uzama değerlerine karşılık gelen aksenal yükler hesaplanmıştır. Sınır koşulları olarak demet ya da halat katı modelinin bir ucu ankastre sınır koşulları ile  $u_x = u_y = u_z = u_{rx} = u_{ry} = u_{rz} = 0$  sabitlenmiş diğer ucu ise  $u_{rz} = 0$  ile z eksenine boyunca dönmeye karşı kısıtlanmıştır. Izgara yapısını teşkil eden elemanlarda C3D8R tuğla tipi elemanlar (brick) kullanılmış ve analiz işlemi Abaqus/Explicit çözücüsü kullanılarak yürütülmüştür.

#### Basit tel demetinin SEA

Basit düz tel demetinin modellenmesi belirtilen malzeme özellikleri ve sınır koşulları kullanılarak yapılmıştır. Demete ait hatve uzunluğu  $115 \text{ mm}$  olarak alınmış olup analiz için



kullanılan demet kesitinin uzunluğu ise 14mm dir. Oluşturulan katı modelin analizi SEA ile yapılmıştır. Elde edilen sayısal sonuçlar Costello'nun (1990) analitik çözümleri, Utting ve Jones'un (1973) test sonuçları ve Jiang ve Henshall'ın (1999) analiz sonuçları ile mukayese edilmiştir.

Analizlere ait karşılaştırmalar Tablo 1'de verilmiştir. Sonuçlar mukayese edildiğinde elde edilen SEA sonuçlarının teori ve test verileriyle uyumlu olduğu ve daha duyarlı sonuçlara ulaşıldığı görülmüştür. Bu karşılaştırma sonuçlarından hareketle oluşturulan analiz modelinin doğru olduğu sonucuna varılmıştır.

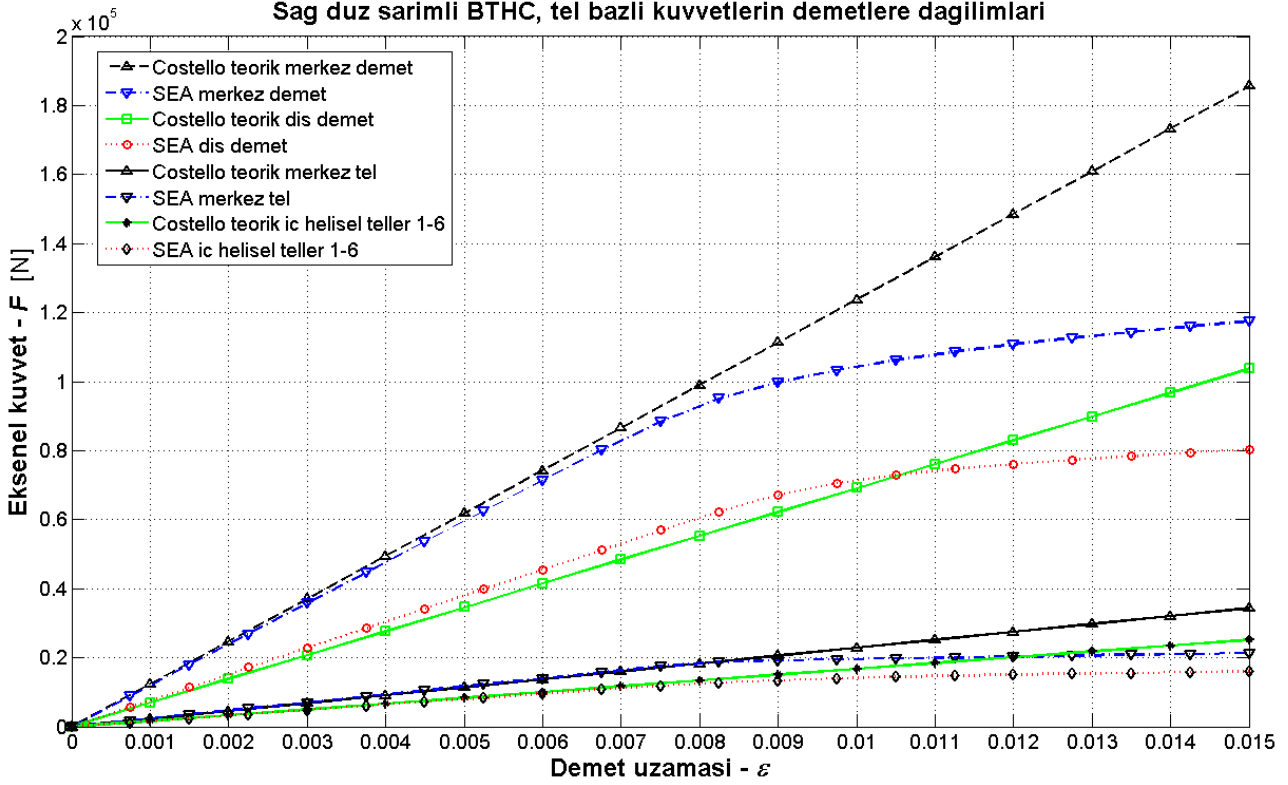
#### **Tel bazında SEA sonuçlarının mukayesesi**

BTHÇ modeli önerilen modelleme şeması ile modellenerek elde edilen katı model SEA

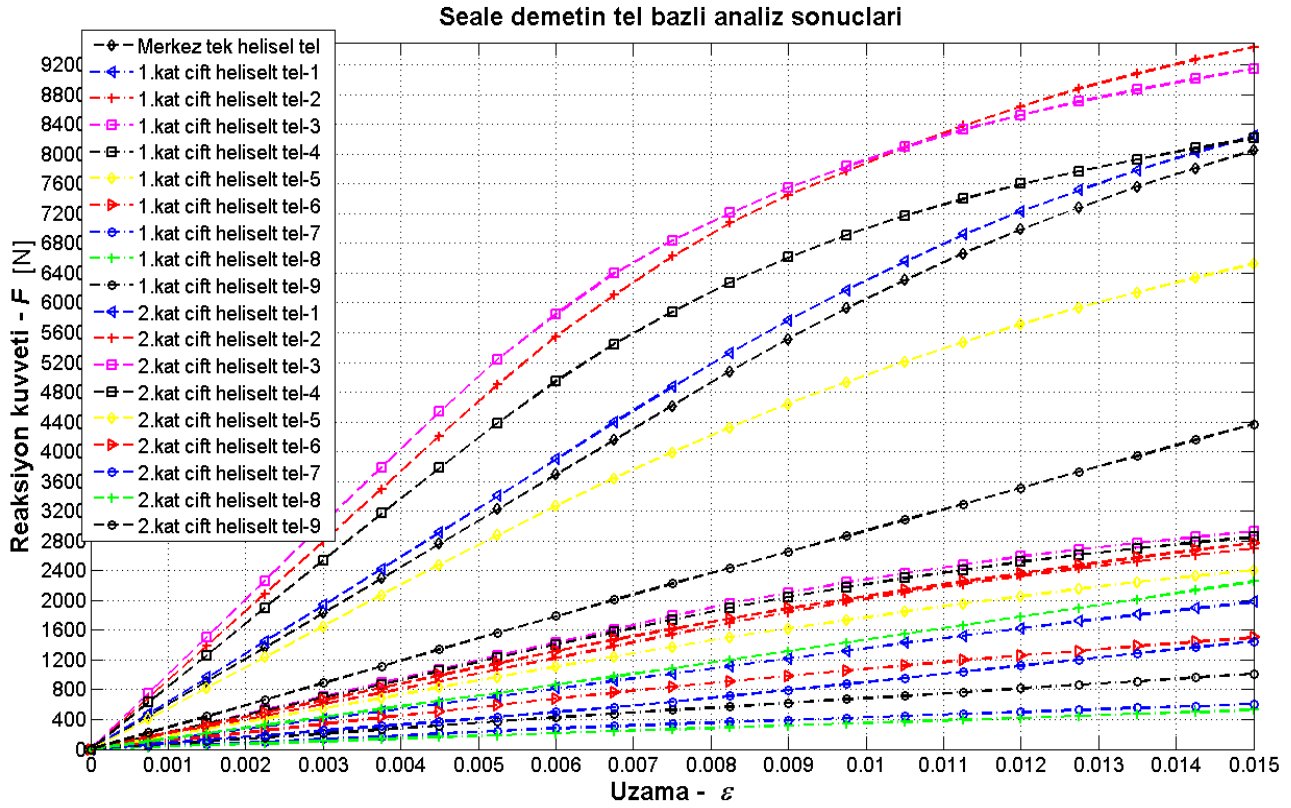
kullanılarak çözülmüştür (İmrak ve Erdönmez 2010). Tanımlanan sınır koşulları ve malzeme özellikleri ile yapılan SEA çözümü sonucunda elde edilen sonuçlar Şekil 6'da verilmiştir. Malzeme özellikleri analize dahil edilmiş olduğundan analiz sonuçları incelendiğinde sonuçların lineer ve lineer olmayan malzeme özelliklerini gösterdiği rahatlıkla gözlemlenebilmektedir. Malzemenin plastik davranışı  $\varepsilon = 0.008$  uzama değeri aşıldığında başlamaktadır. Analiz sonuçları karşılaştırıldığında Costello'nun (1990) analitik modeli ile lineer bölgede uyumlu sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Daha sonra ise malzemenin plastik davranışı devreye girmektedir. Mevcut modelleme yardımıyla oluşturulan analiz modeli ile elde edilen demet ve tel bazında yük-uzama grafiği Şekil 6'da gösterilmiştir.

*Tablo 1. Basit düz bir telin SEA sonuçlarının karşılaştırılması*

| Uzama $\varepsilon$ | Costello'nun teorisi | Sürtünmesiz Elastik SEA | Utting ve Jones'un testi | Jiang ve Henshall'ın SEA | Sürtünmeli Elastik-Plastik SEA |
|---------------------|----------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------------|
| 0.000               | 0.00                 | 0.00                    | 0.00                     | 0.00                     | 0.00                           |
| 0.001               | 13.70                | 13.87                   | 13.33                    | 13.33                    | 13.17                          |
| 0.002               | 27.40                | 27.70                   | 26.67                    | 26.67                    | 26.32                          |
| 0.003               | 41.11                | 41.52                   | 40.00                    | 41.67                    | 39.44                          |
| 0.004               | 54.81                | 55.31                   | 53.33                    | 55.00                    | 52.54                          |
| 0.005               | 68.51                | 69.06                   | 66.67                    | 68.33                    | 65.61                          |
| 0.006               | 82.21                | 82.79                   | 80.00                    | 80.00                    | 78.65                          |
| 0.007               | 95.92                | 96.50                   | 93.33                    | 93.33                    | 91.67                          |
| 0.008               | 109.62               | 110.18                  | 103.68                   | 107.00                   | 104.29                         |
| 0.009               | 123.32               | 123.82                  | 111.30                   | 113.33                   | 110.16                         |
| 0.010               | 137.02               | 137.45                  | 115.45                   | 116.00                   | 114.06                         |
| 0.011               | 150.73               | 151.04                  | 116.85                   | 118.00                   | 115.28                         |
| 0.012               | 164.43               | 164.60                  | 118.30                   | 120.00                   | 117.36                         |
| 0.013               | 178.13               | 178.15                  | 119.05                   | 121.10                   | 119.38                         |
| 0.014               | 191.83               | 191.66                  | 120.76                   | 122.20                   | 121.35                         |
| 0.015               | 205.54               | 205.15                  | 122.21                   | 123.67                   | 123.29                         |



Şekil 6. BTHC üzerindeki demetlerin ve tellerin karşılaştırmalı yük-uzama grafiği



Şekil 7. Seale demeti üzerindeki teller üzerindeki yük-uzama dağılımları

### 6x19 Seale BTHÇ analizi

Seale tipi halatların modellenmesi sırasında daha önce bahsedilen BTHÇ'nin öz olarak kullanıldığı bir yapı esas alınmaktadır. Dolayısıyla BTHÇ'ne göre çok daha karmaşık bir yapıya sahiptir. En dışta yer alan Seale demeti BTHÇ etrafında helisel bir biçimde sarılarak elde edilen bu halat tipi çelik özlü halatlarda sıklıkla kullanılmaktadır. Bu yapıda yer alan ve halata ismini veren Seale demetinde 19 adet tel bulunmakta olup Şekil 3'te sonlu elemanlara bölünmüş arakesiti verilmiştir. Merkezde tek helisel tel ve onun etrafına çift helisel olarak sarılan ve iki katmanda 9'ar tane telin sarılması ile elde edilmiş bir yapı olan Seale demeti Şekil 3'te demet #3 olarak gösterilmektedir. Bu modelde benzer sınır koşulları uygulanarak yük-uzama grafikleri tel bazında elde edilmiştir. Elde edilen tel bazlı yüz-uzama dağılımları Şekil 7'de gösterilmektedir.

### Sonuç ve öneriler

Günümüzde erişilen teknolojinin kullanılması ile halatların davranışları hakkında daha fazla ve ayrıntılı bilgi edinme imkanı doğmuştur. Bu imkanın kullanılabilmesi için doğru model ve analiz tekniklerinin kullanılmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu makalede, bu amaç doğrultusunda öncelikle düz bir demetten başlayarak, BTHÇ ve Seale BTHÇ halatlarının modellenmesi anlatılmıştır. Yapılan modelleme sırasında halat yapısının içerdiği tek ve çift helisel tel geometrileri göz önünde bulundurulmuştur. Analitik modellere göre çok daha gerçekçi bir model kurularak SEA ile analizler gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak tel bazında her tele binen yüz uzama eğrileri elde edilmiştir. Elde edilen veriler analitik ve test sonuçları ile karşılaştırılmış aralarındaki uyum ortaya konulmuştur. Ayrıca analitik sonuçlardan ayrı olarak malzeme özelliklerinde sonuçlara olan etkisi grafiklerde görülmektedir.

Elde edilen bu çalışma sonuçlarından hareketle halatlara ait yapılacak bundan sonraki çalışmalarda halatların kopma modellemelerinin ve kaza analizlerinin yapılmasının yararlı olacağı düşünülmektedir. Mevcut modelleme şeması ile istenilen cins ve türde halat yada ipin

modellenmesi yapılarak analizleri sonucunda elde edilen bilgiler optimizasyon amaçlı olarak üretici firmalar tarafından değerlendirilebilir.

### Kaynaklar

- Costello, G. A., (1990). *Theory of wire rope*. Berlin: Springer.
- Costello, G. A. ve Phillips, J. W., (1973). Contact Stresses in Thin Twisted Rods, *Journal of Applied Mechanics*; **40**, 629-630.
- Costello, G. A. ve Sinha, S. K., (1977). Static Behaviour of Wire Rope, *Proceedings ASCE, Journal of Engineering Mechanical Division*, **103** (No.EM6), 1011-1022.
- Elata, D., Eshkenazy, R. ve Weiss M.P., (2004). The mechanical behavior of a wire rope with an independent wire rope core. *International Journal of Solids and Structures* **41**, 1157-1172.
- Hruska, F. H., (1951). Calculation of stresses in wire ropes, *Wire and wire products*; **26** (9):766-767.
- Hruska, F. H., (1952). Radial forces in wire ropes, *Wire and wire products*; **25** (5):459-463.
- Hruska, F. H., (1953). Tangential forces in wire ropes, *Wire and wire products*; **28** (5):455-460.
- İmrak, C.E., Erdönmez, C., (2010). On the problem of wire rope model generation, *Mathematical and Computational Applications*, **15** (2):259-268.
- Jiang, W. G. ve Henshall, J. L., (1999). The analysis of termination effects in wire strand using finite element method. *Journal of Strain Analysis* **34** (1), 31-38.
- Jiang, W. G., Yao, M. S. ve Walton, J. M., (1999). A concise finite element model for simple straight wire rope strand. *Int. Journal of Mechanical Sciences*, **41**, 143-61.
- Jiang, W. G. ve diğerleri, (2000). A concise finite element model for three-layered straight wire rope strand. *International Journal of Mechanical Sciences*, **42**, 63-86.
- Jolicoeur, C. ve Cardou, A., (1991). A numerical Comparison of current mathematical models of Twisted wire cables under axisymmetric loads, *Journal of Energy Resources Technology*, **113**, 241-249.
- Love, A. E. H., (1944). *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. 4th ed., New York: Dover Publications, Chapter XVIII-XIX, pp. 381-426.
- Phillips, J. W. ve Costello, G. A., (1973). Contact stresses in twisted wire cables, *Journal of engineering mechanics*, ASCE, **99** (EM2), 331-341.

- Phillips, J.W. ve Costello, G. A., (1985). Analysis of wire ropes with internal-wire-rope cores, *Transactions of the ASME*, **52**, 510-516.
- Usabiaga, H. ve Pagalday, J. M., (2008). Analytical procedure for modelling recursively and wire by wire stranded ropes subjected to traction and torsion loads, *International Journal of Solids and Structures*, **45** (21):5503-5520
- Utting, W. S. ve Jones, N., (1987). The response of wire rope strands to axial tensile loads: Part I. Experimental results and theoretical predictions. *International Journal of Mechanical Science*, **29** (9): 605-619.
- Utting, W. S. ve Jones, N., (1987). The response of wire rope strands to axial tensile loads: Part II. Experimental results and theoretical predictions, *International Journal of Mechanical Science*, **29** (9):621-636.
- Velinsky, S. A., Anderson, G. L. ve Costello, G. A., (1984). Wire rope with complex cross sections, *Journal of Engineering Mechanics*, **110** (3):380-391.
- Velinsky, S. A., (1985). General nonlinear theory for complex wire ropes, *International Journal of Mechanical Science*, **27**, 497-507.
- Velinsky, S. A., (1989). On the design of wire rope, *Transactions of the ASME, Journal of Mechanics, Transmissions, and Automation in Design*, **111**, 382-388.