

Gözenekli ortamda ikili geçirgenli yapının doğal taşınım ısı ve kütle geçişine etkisi

Sevgi AKBAL*, A. Filiz BAYTAŞ

İTÜ Enerji Enstitüsü, Enerji Bilim ve Teknoloji Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul.

Özet

Bu çalışmanın amacı, içerisinde ısı ve kütle üretimi olan ve geçirgenliğin tektürel olmadığı gözenekli ortamda doğal taşınım ile ısı ve kütle geçişini Darcy-Brinkman modeli kullanarak incelemektir. İki boyutlu akışkana doymuş gözenekli ortamdaki akış için Soret ve Dufour etkisi ihmal edilmiş ve yoğunluk için Boussinesq yaklaşımı kullanılmıştır. Elde edilen boyutsuz korunum denklemleri hücre merkezli sonlu hacimler yöntemi ile ayrıklaştırılmıştır. Boyutsuz akım fonksiyonları "Successive Over Relaxation"; boyutsuz derişiklik, enerji ve çevrinti taşınım denklemleri "Alternating Direction Implicit" yöntemleri ile çözülmüştür. Farklı geçirgenliğe sahip bölgelerin gözenekli ortamdaki ısı ve kütle geçişine etkisini incelemek için iki farklı geçirgenli yapıyı temsil edecek altı farklı model oluşturulmuştur. Bu modellerin geçirgenlik değerleri 10^{-7} ve 10^{-4} olmak üzere iki farklı Darcy sayısı (Da) ile temsil edilmiştir. Yapılan sayısal çalışmalarda gözeneklilik ($\epsilon=0.4$), Prandtl sayısı ($Pr=0.7$), boyut oranı ($A=1$), Lewis sayısı ($Le=10$), yüzdürme oranı ($N=2$) sabit tutulmuştur. Farklı Rayleigh sayıları (Ra) kullanılarak yapılan incelemenin sonuçları, akım fonksiyonu, eşderişiklik ve eşsıcaklık eğrileri kullanılarak sunulmuştur. Sonuçlar, ayrıca Nusselt (Nu), Sherwood (Sh) sayılarının ve normalize edilmiş derişiklik değerlerinin değişimi dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Çalışmada, ikili geçirgenli yapı ile oluşturulan modellerin ısı ve kütle geçişi üzerindeki etkilerinin yüksek Rayleigh sayıları için farklılaştığı sonucuna varılmış. Ayrıca, düşey eksen boyunca oluşturulan ikili geçirgenli yapı, yatay eksen boyunca oluşturulan ikili geçirgenli yapıdan daha etkili olmuştur. Bunun sebebi geçirgen kısmın tamamının yüksek Darcy sayısına sahip olmasıdır.

Anahtar Kelimeler: Doğal taşınım, gözenekli ortam, Darcy-Brinkman modeli, geçirgenlik, Darcy sayısı, Rayleigh sayısı.

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Sevgi AKBAL. sevgi.akbal@taek.gov.tr; Tel: (212) 285 38 90.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Enerji Enstitüsü, Enerji Bilim ve Teknoloji Programı'nda tamamlanmış olan "Tektürel olmayan gözenekli bir ortamda doğal taşınım ile ısı ve kütle geçişinin sonlu hacim yöntemi ile sayısal olarak incelenmesi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 24.12.2007 tarihinde dergiye ulaşmış, 16.04.2008 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.11.2010 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Effect of dual-permeability structure in a porous media on heat and mass transfer by natural convection

Extended abstract

The main objective of this work is to investigate the effect of the structure of double permeability on double diffusive natural convection. The permeability, K , is the measure of the flow conductance of the porous medium. In this study, two main cases are taken into account. In the first main case, the cavity has homogenous permeability in everywhere and in the other main case; the cavity has two regions with different permeability values. The permeability of the porous medium can be represented by Darcy number, since Darcy number depends on the permeability, directly ($Da=K/L^2$). Therefore, Darcy number is used instead of the permeability for all cases. The natural convective flow with heat and mass transfer for porous media, saturated with two dimensional fluid, having heat and mass production in solid phase was investigated by using Darcy-Brinkman model. The fluid is assumed to be a normal Boussinesq fluid that is the density variations upon temperature and concentration at constant pressure. Soret and Dufour effects on heat and mass diffusion were neglected. The cavity is cooled from all the walls, where as the right wall is partially permeable and other boundaries are impermeable.

The double-diffusive natural convection in a porous cavity with partially permeable wall is analyzed by solving mass, momentum, vorticity, energy and concentration balance equations, using the Brinkman extension of the classical Darcy equation. A cell-centered finite volume scheme is applied to solve the governing equations. The stream function field is calculated by using a Successive Over Relaxation method (SOR). The grid layout was arranged by utilizing collocated grid procedure, while the power law-differencing scheme was adopted for heat, mass fluxes and vorticity transfer in the fluid domain. The iterative procedure is performed with the Alternating Direction Implicit method (ADI).

For benchmarking purpose, the accuracy of the numerical code was checked in the case of double diffusive convection within a differentially heating square porous enclosure subject to a concentration difference, ΔC , and a temperature difference, ΔT in

the horizontal direction using the results reported in Goyeau et al. (1996). The results concern mass transfer due to purely thermal natural convection ($N=0$) for Darcy model ($Da=10^{-7}$). When the Darcy number is small enough ($Da \leq 10^{-7}$) the numerical results obtained with the Brinkman model are in agreement with Darcy's law (Bennacer et al., 2001). The average Nu and Sh numbers are in good agreement with those published in the references. The grid was selected as a trade off between numerical accuracy, stability, and computational time. A non-uniform grid (64x64) was used in all calculations.

Heat and mass transfer characteristics as isoconcentration lines, streamlines, isotherms, average Sherwood numbers and Nusselt numbers were studied for different values of Rayleigh number and the structures of double permeability. The main findings of this investigation are as follow:

The concentration gradients in all cases are larger according to the medium with ($Da=10^{-7}$) homogenous permeability. On the other hand, the temperature gradients in all cases are smaller according to the medium with ($Da=10^{-7}$) homogenous permeability.

In case 3 and case 6, the Darcy number of the medium is 10^{-7} in 75 %. Therefore heat and mass transfer characteristics as isoconcentration lines, streamlines, isotherms, average Sherwood numbers and Nusselt numbers were expected to be similar, but not seen any similarities between case 3 and case 6. There are similarities only between case 6 and case 0 for the concentration gradients and the average Sherwood numbers. The average Nusselt numbers for six cases are nearly similar. Also, the average Nusselt number increases as the Rayleigh number increases for all cases. The maximum changing of Nusselt number is seen at case 5, the minimum changing is case 0.

As the Rayleigh number increases, the amount of the leakage from the cavity also increases. As a result, the leakage from the cavity has higher values in the double permeability cases that the Darcy number of the bottom region of the cavity is 10^{-7} in 75 % (case 6).

Keywords: Natural convection, porous medium, permeability, Darcy number, Rayleigh number, Darcy-Brinkman model.

Giriş

Gözenekli ortamlarda gaz yayılımı incelemelerinin netlik kazanması günlük yaşamımızda gerçekleşen çoğu doğal oluşumların takibinde ve öngörüsünde bizlere büyük bir kolaylık sağlayacaktır. Örneğin; mikro çatlakların ve ilgili gaz hareketlerinin rolü sismik araştırmalarda; yeraltında gömülü olan radyoaktif atıklardan kaynaklanan yine radyoaktif olan gazların toprak katmanlarındaki yayılımı radyasyondan korunma ile ilgili çalışmalarda; sanayi atığı ve petrol kökenli çoğu zehirli gazların topraktaki yayılımı ve çevre kirliliği ile ilgili çalışmalarda; cevherlerden yayılan gazın yayılımının incelenmesi ile jeolojik keşif çalışmalarında; gözenekli yapıya sahip akciğerlerde gaz geçişi ile ilgili çalışmalarda ve nükleer yakıtların tasarımı ve güvenliğinde fisyon gazı yayılımının incelenmesinde gaz yayılımının mümkün olduğunca gerçeğe yakın modellenmesi önem kazanmaktadır.

Gözenekli bir ortamda gerçekleşen kütle geçişi ısı geçişine katkıda bulunur. Gözenekli ortamda ısı ve kütle geçişi oldukça karışık bir süreçtir. Bu, ısı taşınımının sadece katı değil, gaz ve/veya sıvı fazda da gerçekleşmesindedir ötürüdür. Ortamdaki ısı ve kütle geçişini doğru bir şekilde açıklamak, şekil, büyüklük ve gözeneklerin birbirlerine bağlılıkları gibi çeşitli gözeneklilik özelliklerinden dolayı zordur. Bu nedenle farklı çalışma koşulları altındaki çeşitli gözenekli yapılara uygulamak için genelleştirilebilir bir model ortaya çıkarmak üzere çok sayıda çalışma yapılmıştır.

İlk yıllarda gözenekli ortamda ısı ve kütle geçişini analiz etmek için basitleştirilmiş sabit gözenekli bir model, gözenekli yapıdaki ısı etkisi ve akışkanın doğasını incelemek üzere tasarlanmıştır. Sıvıya doymuş gözenekli ortamda oluşan doğal taşınım ile ısı ve kütle geçişi doğada ve birçok çeşitli endüstriyel ve teknolojik uygulamalarda gerçekleşir. Isıl yalıtım, kimyasal reaktörler, doymun toprakta kirleticilerin taşınımı, lifli yalıtımda nem hareketi ve tahıl depolama donanımları bu uygulamalardan bazılarıdır. Gözenekli ortamda ısı ve kütle geçişi ayrıca jeofiziksel sistemlerde, elektrokimyada ve metalürjide de önemlidir.

1856 yılında Henry Darcy tarafından yapılan bir deneysel çalışma ile ilk kez gözenekli ortamdaki akışın modellenmesi yapılmıştır (Ingham ve Pop, 1998). Darcy yasası düşük hızlı, tek yönlü akışlarda başarıyla uygulanmıştır. Yüksek akış hızlarını da modellemek üzere, Darcy yasası Brinkman tarafından geliştirilmiş ve Darcy-Brinkman bağıntısı oluşturulmuştur. Böylece gözenekli ortamda taşınım olayı modellenirken, akışın doğrusal olmayan etkisi ve katı sınırlarda sürtünme etkisi de hesaba katılmıştır. Gözenekli ortamda taşınım olaylarının incelendiği çalışmalarda, akışın yapısına bağlı olarak Darcy veya Darcy-Brinkman modelleri yaygın olarak kullanılmaktadır.

Sıvıya doymuş gözenekli ortamlarda iletimle ısı ve kütle geçişini araştırmak için önemli deneysel, analitik ve sayısal çalışmalar yapılmıştır. Nield ve Bejan (1999), Ingham ve Pop (1998) ve Pop ve Ingham (2001) kitaplarında gözenekli ortamlarda ısı ve kütle geçişinin temellerini incelemiş ve bu konudaki önemli problemleri ve çözümlerini vermişlerdir.

Goyeau ve Gobin (1999) gözenekli kısmın ısı geçişini incelemek için oluşturdukları matematiksel modeli sayısal yöntemle incelemişlerdir. Sadece sol düşey yönde kısmi gözenekliliğe sahip kabın ikili akışkan içerdiği kabul edilmiştir. Verilen sınır koşullarına bağlı olarak ısı geçişini Darcy sayısına (Da) ve ısı Rayleigh sayısına (Ra_T) bağlı olarak incelemişlerdir.

Bennacer ve diğerleri (2001) eşyönlü olmayan doymuş kare gözenekli ortamda doğal taşınım ile ısı ve kütle geçişini sayısal ve ölçek analizi yöntemiyle incelemişlerdir. Sayısal çalışma sonuçlarını da eşyönlü ortam için karşılaştırma yaparak doğrulamışlardır. Büyük gözenekliliğe sahip eşyönlü olmayan gözenekli ortamın ısı ve kütle geçişini incelemek için genişletilmiş Darcy yasası olarak ifade edilen Darcy-Brinkman yaklaşımını uygulamışlardır. Geçirgenliğin değişimine bağlı olarak üç akış rejiminin olduğu görülmüştür: Geçirgenliğin küçük değerlerinde yayılım oluşmaktadır, Nusselt (Nu) ve Sherwood (Sh) sayılarının geçirgenliğe bağlı olarak değiştiği geçiş rejiminden sonra, Nu ve

Sh sayılarının artık değişmediği ve geçirgenlikten bağımsız hale geldiği rejime ulaşılmaktadır. Son akış rejiminde geçirgenlik yeterince büyük sabit bir değere ulaşmaktadır. Sonuç olarak, gözenekli ortamda-ki eşyönlü olmayan geçirgenliğin ısı taşınımı üzerindeki etkisinin az olduğu görülmüştür.

Singh ve diğerleri (1999) gözenekli tabaka içeren ortamda sıcaklık ve derişiklik değişimlerinin sürdüğü doğal taşınım ile ısı ve kütle geçişini sayısal olarak incelemiştir. Çalışmalarında akışkanın gözenekli bölgeye nüfuz derecesinin, Darcy sayısına, ısıl Rayleigh sayısına, derişiklik Rayleigh sayısına (Ra_c) ve yüz-dürme oranına (N) bağlı olduğunu göstermişlerdir.

Katı iskelet içerisindeki boşlukların büyüklüklerinin ve şekillerinin düzensiz olması, gözenekli ortamın bütün makroskopik özelliklerini etkiler. Özellikle doğal gözenekli ortamlarda bu düzensizlik yaygındır. Bir ortamın makroskopik gözenek yapısı değişkenleri, gözenekli ortamın ortalama özelliklerini temsil eder. En önemli gözenek yapısı değişkenleri; gözeneklilik, geçirgenlik ve akış yatağıdır. Gözeneklilik ve akış yatağı yapısı gözenekli ortamın fiziksel özellikleridir ancak geçirgenlik, gözenekli ortamın kütle geçiş özelliğini temsil eder.

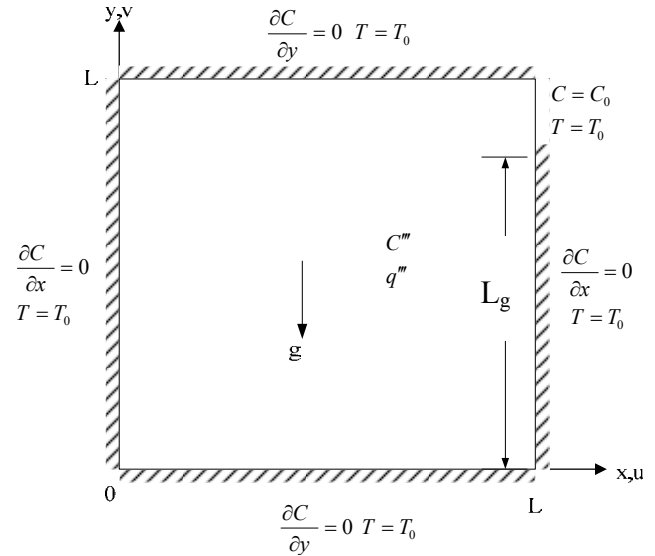
Akbal ve Baytaş (2007) gözenekli ortamdaki doğal taşınım ile ısı ve kütle geçişini ikili gözenekli yapı için Darcy modelini kullanarak sayısal yöntemle incelemiştir. Çalışmada, ikili gözenekli ortamın ısı ve kütle geçiş üzerindeki etkileri tektürel gözenekliliğe sahip ortam ile karşılaştırılmıştır.

Bu çalışmanın amacı, geçirgenliğin tektürel olmadığı içerisinde ısı ve kütle üretimi olan ve bir duvarı kısmi geçirgen olan gözenekli ortamda doğal taşınım ile ısı ve kütle geçişini Darcy-Brinkman modeli kullanarak sayısal yöntemle incelemektir.

Matematik modelleme

Oluşturulan matematiksel model ve koordinat sistemi Şekil 1'de verilmiştir. Kare biçimindeki kap bütün duvarlarından soğutulmaktadır. Sağ

duvar kısmen geçirgen olup diğer sınırlar Şekil 1'de gösterildiği gibi geçirgen değildir. Gözenekli ortamın katı kısmında hem ısı hem derişiklik üretimi vardır.



Şekil 1. Doğal taşınım ile ısı ve kütle geçiş için kullanılan matematiksel model ve koordinat sistemi

İki boyutlu, akışkana doymuş gözenekli ortamdaki akış için Soret ve Dufour etkileri ihmal edilmiştir. Yoğunluğun sabit basınç altında sıcaklık ve derişikliğe bağlı değişimini ifade eden ve aşağıda tanımlanan Boussinesq yaklaşımı kullanılmıştır:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_C (C - C_0)] \quad (1)$$

Denklem (1)'de yer alan ρ , T ve C sırası ile akışkanın yoğunluğunu, sıcaklığını ve derişikliğini ifade etmektedir. ρ_0 , T_0 , C_0 ise sırası ile başlangıç anındaki yoğunluk, sıcaklık ve derişiklik değerleridir. Burada β_T sabit basınç ve derişiklik altında hacimsel sıcaklık genişleme katsayısı; β_C ise sabit basınç ve sıcaklık altında hacimsel derişiklik genişleme katsayısıdır ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P,C}, \beta_C = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{P,T} \quad (2)$$

Matematiksel problemin incelenmesinde kullanılan boyutsuzlaştırılmış akım fonksiyonu (Ψ),

enerji (θ), derişiklik (C^*) ve çevrinti denklemleri (W) aşığıdaki gibidir:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -W \quad (3a)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\frac{Ra Pr \varepsilon^2}{Da} (\Delta T + N \Delta C) \quad (3b)$$

$$\sigma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + (1 - \varepsilon) \quad (4)$$

$$\varepsilon \frac{\partial C^*}{\partial \tau} + U \frac{\partial C^*}{\partial X} + V \frac{\partial C^*}{\partial Y} = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 C^*}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C^*}{\partial Y^2} \right) + \frac{(1 - \varepsilon)}{Le} \quad (5)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} \right) = -\frac{Pr}{Da} W + Pr \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right) + \frac{Ra Pr}{Da} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\beta_C}{\beta_T} \frac{\partial C^*}{\partial X} \right) \quad (6)$$

Yukarıdaki temel denklemler,

$$\Psi = \frac{\psi}{\alpha} \quad X, Y = \frac{x, y}{L} \quad U, V = \frac{u, v}{\alpha/L} \quad \tau = \frac{\alpha}{L^2} t$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad C^* = \frac{C - C_0}{\Delta C}, \quad W = \frac{\omega}{\alpha/L^2} \quad (7)$$

eşitlikleri kullanılarak boyutsuz hale getirilmiştir. Bu denklemlerde x, y kartezyen koordinatları; X, Y boyutsuz kartezyen koordinatları; u, v sırası ile x ve y yönündeki hız bileşenlerini; U, V sırası ile x ve y yönündeki boyutsuz hız bileşenlerini; α ısı yayılım katsayısını; L gözenekli ortamın uzunluğunu; τ boyutsuz zamanı; t zamanı; ε gözenekliliği; Da Darcy sayısını; ω çevrintiyi ifade etmektedir. Denklem (7)'de yer alan ΔC ve ΔT derişiklik ve sıcaklık farklarının açık ifadesi aşığıda verilmiştir:

$$\Delta C = \frac{C^m L^2}{D} \quad \text{ve} \quad \Delta T = \frac{q^m L^2}{k} \quad (8)$$

Denklem (5)'de yer alan Lewis sayısının (Le); Denklem (6)'da yer alan Rayleigh sayısının (Ra), Prandtl sayısının (Pr) ve Darcy sayısının (Da) açık ifadeleri sırası ile $Le = \frac{\alpha}{D}$, $Ra = \frac{Kg \beta_T L \Delta T}{\nu \alpha}$, $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ ve $Da = \frac{K}{L^2}$ 'dır. Yüzdürme oranının (N) açık ifadesi ise $N = \frac{\beta_C \Delta C}{\beta_T \Delta T}$ 'dır.

Denklem (4), (5) ve (6) için boyutsuzlaştırılmış başlangıç ve sınır şartları geçirgen olmayan ve kısmen geçirgen olan duvarlar için şöyledir:

$$\tau=0 \quad \Psi=0, \quad C^*=0, \quad \theta=0 \quad \text{her yerde} \quad (9a)$$

$$\tau>0 \quad \Psi=0, \quad \frac{\partial C^*}{\partial X}=0, \quad \theta=0 \quad X=0 \quad (9b)$$

$$\tau>0 \quad \Psi=0, \quad \frac{\partial C^*}{\partial X}=0, \quad \theta=0 \quad X=1 \quad 0 \leq Y \leq A_g \quad (9c)$$

$$\tau>0 \quad \Psi=0, \quad C^*=0, \quad \theta=0 \quad X=1 \quad A_g < Y < 1 \quad (9d)$$

$$\tau>0 \quad \Psi=0, \quad \frac{\partial C^*}{\partial Y}=0, \quad \theta=0 \quad Y=0 \quad Y=1 \quad (9e)$$

Denklem (9c) ve (9d)'de yer alan A_g , duvarın geçirgen olmayan kısım uzunluğunun duvar uzunluğuna oranıdır: $A_g = L_g/L$ ve değeri de $A_g = 0.75$ 'dir.

Sonuçta, akım fonksiyonu cinsinden sınırlarda boyutsuz çevrinti değerleri $i, j=1, \dots, n$ ve n izgara boyutu olmak üzere aşığıdaki gibidir.

$$W_{1,j} = \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{1,j}, \quad W_{n,j} = \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{n,j} \quad (10a)$$

sağ duvar sol duvar

$$W_{i,1} = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \Big|_{i,1}, \quad W_{i,n} = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \Big|_{i,n} \quad (10b)$$

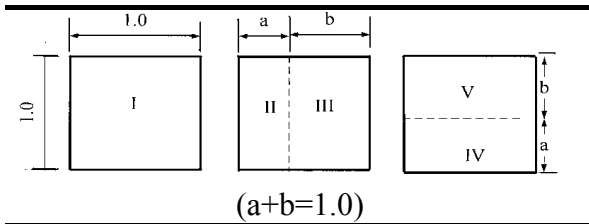
alt duvar üst duvar

Kısmen geçirgen duvardaki bölgesel Sherwood ve Nusselt sayıları sırasıyla sınır boyunca derişiklik ve sıcaklık değışimlerinin ortalaması olarak hesaplanır.

$$Sh_{yer} = \int_{A_g} \frac{\partial C^*}{\partial X} dY, \quad Nu_{yer} = \int_{A_g} \frac{\partial \theta}{\partial X} dY \quad (11)$$

Geçirgenliğin tektürel olmadığı hallerde gözenekli ortamda doğal taşınımın ısı ve kütle geçişinin incelenmesi için ortam geçirgenliğinin bölgesel değışimi Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. İkili geçirgenli yapı modelleri ($\epsilon=0.4$)



Modeller	Bölge	Da	a	b
Model 0	I	1×10^{-7}	-	-
Model 1	II	1×10^{-7}	0.25	-
	III	1×10^{-4}	-	0.75
Model 2	II	1×10^{-7}	0.5	-
	III	1×10^{-4}	-	0.5
Model 3	II	1×10^{-7}	0.75	-
	III	1×10^{-4}	-	0.25
Model 4	IV	1×10^{-7}	0.25	-
	V	1×10^{-4}	-	0.75
Model 5	IV	1×10^{-7}	0.5	-
	V	1×10^{-4}	-	0.5
Model 6	IV	1×10^{-7}	0.75	-
	V	1×10^{-4}	-	0.25

Çeşitli oranlarda oluşturulan iki bölgenin Darcy sayıları 10^{-7} ve 10^{-4} dür. Darcy sayısının tanımından dolayı, bu şekilde bir modelleme ile geçirgenlikleri birbirinden farklı iki bölge elde etmek mümkün olmaktadır. Tablo 1’de verilen

altı modelden model 1, model 2 ve model 3 düşey eksen boyunca oluşturulmuş ikili geçirgenlikli yapıya, model 4, model 5 ve model 6 ise yatay eksen boyunca oluşturulmuş ikili geçirgenli yapıya örnektir.

Geçirgenlikteki bölgesel farklılığın etkisi beş farklı Rayleigh sayısı (100, 500, 1000, 3000 ve 5000) için çalışılmıştır. Yapılan sayısal çalışmalarda gözeneklilik ($\epsilon=0.4$), Prandtl sayısı ($Pr=0.7$), boyut oranı ($A=1$), Lewis sayısı ($Le=10$), yüzdürme oranı ($N=2$) sabit tutulmuştur.

Sayısal yöntem

Bu çalışmada, boyutsuz korunum denklemleri hücre merkezli sonlu hacimler yöntemi ile ayrılaştırılmıştır (Patankar, 1980). Isı, kütle akışı ve çevrinti taşınım denklemleri için “power law-differencing” tasarımı benimsenmiştir. Boyutsuz akım fonksiyonları SOR (Successive Over-Relaxation) ve boyutsuz derişiklik, enerji ve çevrinti taşınım denklemleri ADI (Alternating Direction Implicit) yöntemleri ile çözülmüştür. Tekrarlama hesapları için Denklem (12) kullanılmıştır.

$$\sum_{i,j} |\lambda_{i,j}^n - \lambda_{i,j}^{n-1}| / \sum_{i,j} |\lambda_{i,j}^n| \leq 10^{-5} \quad (12)$$

Denklem (12)’de n iterasyon adımı olmak üzere Ψ , θ , C^* , W değışkenlerinin yerine λ kullanılmıştır. Uygun boyutsuz zaman adımı, $\Delta\tau$, 10^{-3} alınmıştır.

Doğal taşınım ile ısı ve kütle geçişinde, Darcy sayısı Darcy-Brinkman modelinin Darcy modeline yaklaşıp yaklaşmadığını belirleyen bir ölçektir. Literatürlerde Da sayısı sifira yaklaştıkça modelin Darcy modeline yaklaştığı ve $Da \leq 10^{-7}$ için Darcy modeli ile uyumlu olduğu ifade edilmektedir (Goyeau vd., 1996).

Sayısal kodun doğruluğunu göstermek için yatay yönde derişiklik (ΔC) ve sıcaklık farklılıkları (ΔT) olan gözenekli, kare şeklinde bir kap alınmıştır.

Tablo 2’de sunulan sonuçlar Darcy veya Darcy-Brinkman modelinin ($Da=10^{-7}$ için) sadece ısı

doğal taşınımından ($N=0$) kaynaklanan ısı ve kütle geçişi içindir. Tablo 2’de ortalama Sh ve Nu sayılarının literatürde yayınlanmış sonuçlarla iyi bir uyum içinde oldukları görülmektedir. Bu çalışmada boyutsuz zaman ($\Delta\tau$) adımı 10^{-5} ve kafes yapısı 64×64 alınmıştır.

Tablo 2. Sayısal kodun ısı taşınım için doğrulanması

($N = 0, Le = 10, Pr = 0.7, \varepsilon = 0.4, Da = 10^{-7}$)

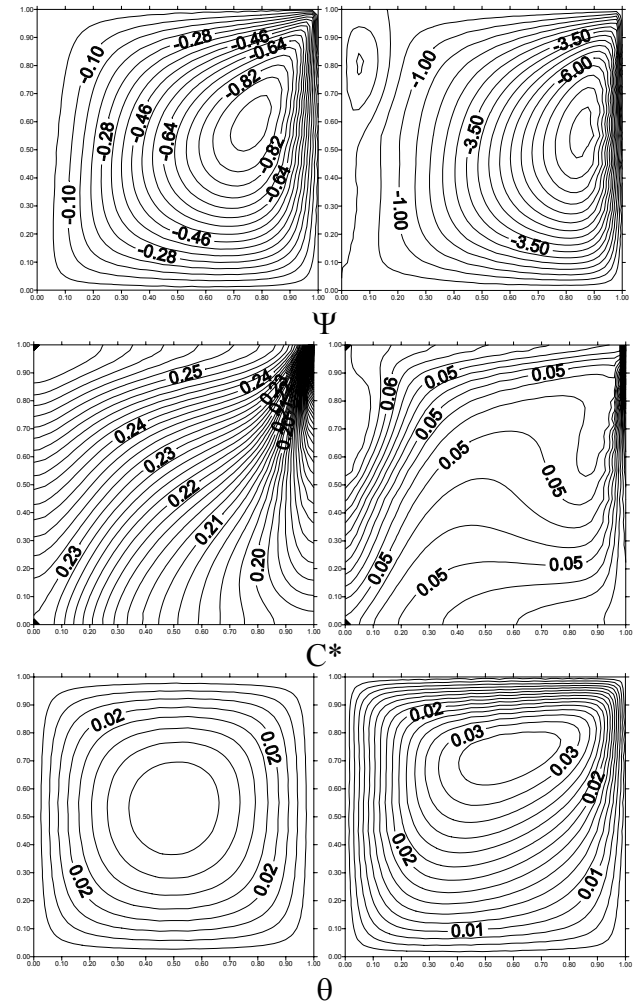
Ra	Nu		Sh	
	Goyeau vd., 1996	Bu çalışma	Goyeau vd., 1996	Bu çalışma
100	3.11	3.04	13.25	12.77
1000	13.47	12.98	48.32	46.36
2000	19.9	19.07	69.29	66.48

Sonuçlar ve tartışma

Geçirgenlik değeri farklı iki bölgeden oluşan kısmen geçirgen gözenekli, kare ortamdaki bölgesel geçirgenlik etkisinden önce tektürel ($Da=10^{-7}$) geçirgenliğe sahip model 0’ın akım fonksiyonu, eşderişiklik ve eşsıcaklık eğrilerinin değişimi $Ra=100$ ve $Ra=5000$ için Şekil 2’de verilmiştir. Şekil 2(a)’da yer alan akım fonksiyonu eğrileri saat yönünün tersinde ve sağ duvardaki geçirgen bölgeye doğru yönelmiştir. Büyük Rayleigh sayısında ($Ra=5000$) sol duvarın üst kısmına yakın bölgede saat yönünde ikinci bir akış hücresi oluşmuştur. İkinci akış hücresi kabın tamamına yayılmış olan büyük akış hücresini sağa doğru sıkıştırdığından hücre merkezi sağ duvara yaklaşmıştır. Rayleigh değeri artarken akım değeri yani akışkanın hızı artmaktadır. Aynı şekilde Rayleigh sayısı artışı ile ortamdaki derişiklik değeri de azalmaktadır. Eşsıcaklık eğrileri incelendiğinde ise düşük Rayleigh sayısında en yüksek sıcaklığın merkezde yer aldığı, Rayleigh sayısının artışı ile merkezde yer alan yüksek sıcaklığın kabın sağ üst duvarına doğru yer değiştirdiği görülmektedir. Bunun sebebi ise yine sağ duvardaki geçirgen kısma doğru akışın kuvvetlenmesidir.

Farklı geçirgenliğe sahip bu altı modelin akım fonksiyonu, eşderişiklik ve eşsıcaklık değişimleri $Ra=1 \times 10^2$ ve $Ra=5 \times 10^3$ için sırası ile yatay eksen boyunca oluşturulan modeller Şekil 3 ve

Şekil 5’de; dikey eksen boyunca oluşturulan modeller de Şekil 4 ve Şekil 6’da verilmiştir.



(a) $Ra=1 \times 10^2$

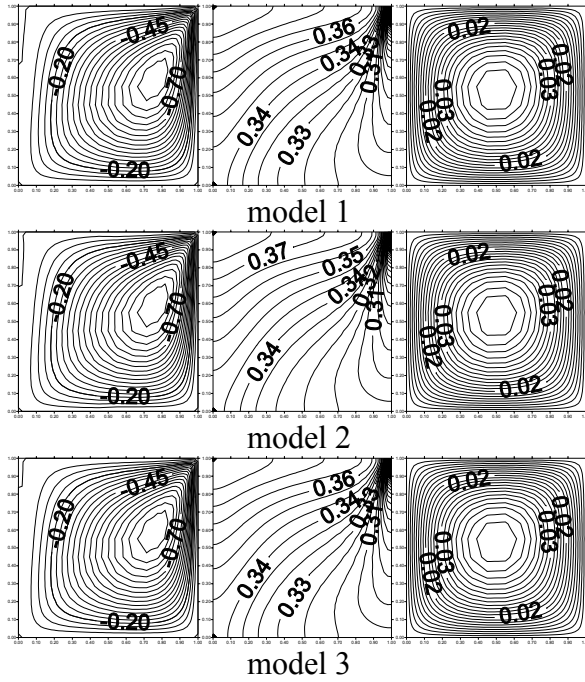
(b) $Ra=5 \times 10^3$

Şekil 2. Model 0 için akım fonksiyonu (üst), eşderişiklik (orta) ve eşsıcaklık eğrileri (alt), ($Le = 10, N = 2, Pr = 0.7, \varepsilon = 0.4, Da = 10^{-7}$)

Şekil 3 ve Şekil 4 incelendiğinde akışın tek hücreli olduğu, modellerin tümünde aynı merkezî sıcaklık dağılımının olduğu görülmektedir. Öte yandan ortamdaki derişiklik model 3 ve model 6 hariç yatay ve dikey modeller için hemen hemen aynı değerdedir. Model 3 için kaptaki derişiklik model 6’dakinden daha büyüktür.

Şekil 5 ve Şekil 6 incelendiğinde ise tüm modellerde kabın sol üst bölgesinde ikinci hücre oluşumu görülmektedir ve aynı zamanda akım çizgileri sağ duvarda yoğunlaşmıştır. Her iki şekilde de görüleceği gibi yatay eksen boyunca ge-

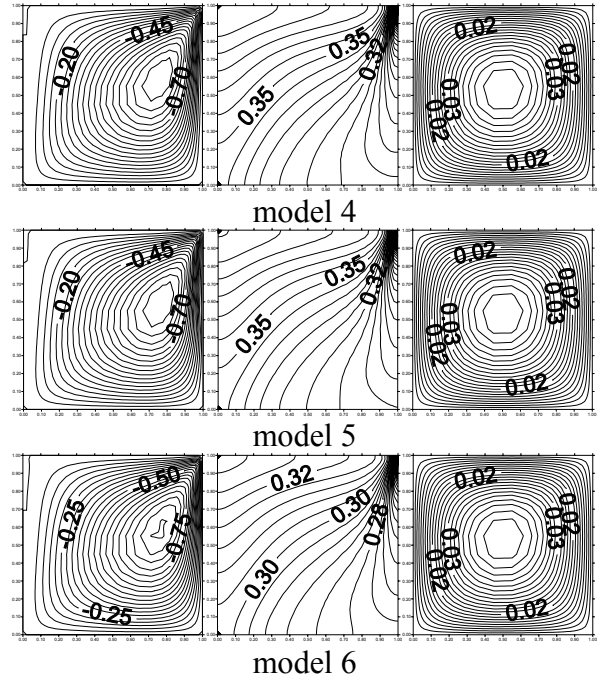
çirgenliği değişen modelde ortamdaki akış daha hızlıdır.



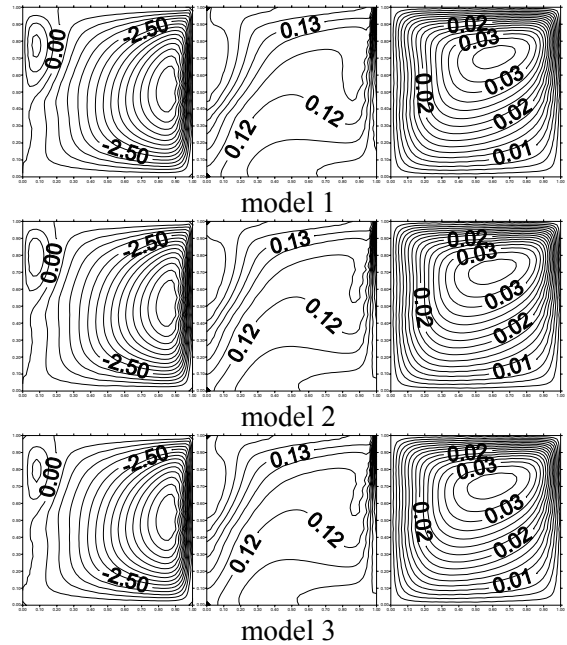
Şekil 3. Yatay eksen boyunca oluşturulmuş ikili geçirgenli yapı modellerinin akım fonksiyonu (sol), eşderişiklik (orta) ve eşsıcaklık (sağ) eğrilerinin değişimi
($Le = 10$, $N = 2$, $Ra = 1 \times 10^2$, $Pr = 0.7$)

Sıcaklık dağılımı tüm modeller için benzer yapıya sahiptir. $Ra=100$ için merkezde yer alan maksimum eşsıcaklık eğrileri, $Ra=5000$ 'de geçirgen kısma doğru yer değiştirirken kabın üst kısmına doğru yoğunlaşmıştır. Şekil 5 ve Şekil 6'dan görüleceği gibi düşey eksen boyunca geçirgenliği değişen modellerde diğer modele göre derişiklik değeri daha yüksektir. Kapta derişiklik değişiminin en yüksek olduğu bölgeler tüm modeller için geçirgen bölge, kabın sol orta ve üst kısmıdır. Öte yandan Şekil 3'den Şekil 6'ya kadarki şekiller incelendiğinde, modeller arasındaki farklılaşmanın yüksek Rayleigh sayısında daha fazla olduğu anlaşılmaktadır.

Şekil 7(a), ikili geçirgen yapı modellerinin kısmi geçirgen duvar boyunca ortalama derişiklik değişimini veren Sherwood sayısının değişim grafiğini göstermektedir. Şekil 7(b) ise ortalama sıcaklık değişimini veren Nusselt sayısının değişim grafiğini vermektedir. Şekil 7(a)'dan

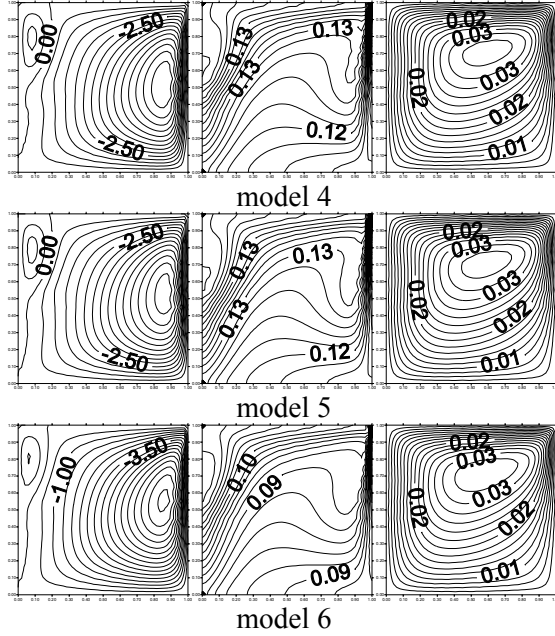


Şekil 4. Düşey eksen boyunca oluşturulmuş ikili geçirgenli yapı modellerinin akım fonksiyonu (sol), eşderişiklik (orta) ve eşsıcaklık (sağ) eğrilerinin değişimi
($Le = 10$, $N = 2$, $Ra = 1 \times 10^2$, $Pr = 0.7$)



Şekil 5. Yatay eksen boyunca oluşturulmuş ikili geçirgenli yapı modellerinin akım fonksiyonu (sol), eşderişiklik (orta) ve eşsıcaklık (sağ) eğrilerinin değişimi
($Le = 10$, $N = 2$, $Ra = 5 \times 10^3$, $Pr = 0.7$)

görülebileceği gibi en büyük Sherwood sayısı model 0'dadır, fakat ikili yapı modellerinden model 6'nın değeri model 0'a en yakın olanıdır. Diğer modellerde Sherwood sayısı düşük değerdedir ve bu modeller için Sherwood sayıları birbirine çok yakındır.



Şekil 6. Düşey eksen boyunca oluşturulmuş ikili geçirgenli yapı modellerinin akım fonksiyonu (sol), eşderişiklik (orta) ve eşsıcaklık (sağ) eğrilerinin değişimi
($Le = 10$, $N = 2$, $Ra = 5 \times 10^3$, $Pr = 0.7$)

Şekil 7(a), ikili geçirgen yapı modellerinin kısmi geçirgen duvar boyunca ortalama derişiklik değişimini veren Sherwood sayısının değişim grafiğini göstermektedir. Şekil 7(b) ise ortalama sıcaklık değişimini veren Nusselt sayısının değişim grafiğini vermektedir. Şekil 7(a)'dan görülebileceği gibi en büyük Sherwood sayısı model 0'dadır, fakat ikili yapı modellerinden model 6'nın değeri model 0'a en yakın olanıdır. Diğer modellerde Sherwood sayısı düşük değerdedir ve bu modeller için Sherwood sayıları birbirine çok yakındır.

Şekil 7(b)'de ise Nusselt sayısının model 0 hariç tüm modeller için hemen hemen aynı değerde olduğu görülmektedir. Hatırlanacağı gibi bundan önce incelenen eşsıcaklık eğrilerinde de modellere bağlı büyük bir değişim gözlenmemiştir.

Normalize edilmiş derişiklik; herhangi bir modelde kaptaki maksimum derişikliğin, model 0 için kaptaki maksimum derişikliğe oranı şeklinde tanımlanmıştır. Normalize edilmiş derişikliğin Rayleigh sayısına bağlı değişimi Şekil 7(c)'de verilmiştir. Bu şekilden görülebileceği gibi, model 6 hariç diğer tüm modellerde normalize edilmiş derişiklik değeri hemen hemen aynıdır ve model 6 için normalize derişiklik değeri daha küçüktür. Yani sağ duvardaki sızıntı model 6'nın dışındaki modellerde daha azdır.

Merkezi yatay kesit boyunca boyutsuz derişiklik ve sıcaklık değişimleri Şekil 8'de verilmiştir. Merkezi yatay kesit boyunca boyutsuz sıcaklığın değişim grafiğinde altı farklı model için eğrilerin tepe noktaları hemen hemen aynıdır. Fakat merkezi yatay eksen boyunca derişiklik değişimini veren grafikte, model 0'ın en az derişiklik değerine sahip olduğu görülmektedir.

Çalışmada, ikili geçirgenli yapı ile oluşturulan modellerin ısı ve kütle geçişi üzerindeki etkilerinin yüksek Rayleigh sayıları için farklılaştığı sonucuna varılmıştır. Ayrıca, ikili geçirgenli yapının büyüklüklerinden ziyade ikili yapının sıralanmasının doğal taşınım ile ısı ve kütle geçişinde önem kazandığı görülmüştür. Sonuç olarak düşey eksen boyunca oluşturulan ikili geçirgenli yapı, yatay eksen boyunca oluşturulan ikili geçirgenli yapıdan daha etkili olmuştur. Bunun sebebi geçirgen kısmın tamamının yüksek Darcy sayısına sahip olmasıdır.

Semboller

- A : Boyut oranı
- C : Derişiklik,
- C^* : Boyutsuz derişiklik
- D : Kütle yayılım katsayısı, ($m^2 s^{-1}$)
- Da : Darcy sayısı
- g : Yerçekimi ivmesi, (ms^{-2})
- K : Geçirgenlik, (m^2)
- L : Gözenekli ortamın uzunluğu (m)
- Le : Lewis sayısı
- N : Yüzdürme oranı
- Nu : Nusselt sayısı
- P : Basınç, (Nm^{-2})
- Pr : Prandtl sayısı
- Ra : Rayleigh sayısı
- q'' : Isı akısı, ($Jm^{-2}s^{-1}$)

q''' : Isı üretim hızı, ($Jm^{-3}s^{-1}$)

Sh : Sherwood sayısı

T : Sıcaklık, (K)

u, v : x ve y yönündeki hız bileşenleri, (ms^{-1})

U, V : x ve y yönündeki boyutsuz hız bileşenleri

W : Boyutsuz çevrinti

x, y : Kartezyen koordinatlar

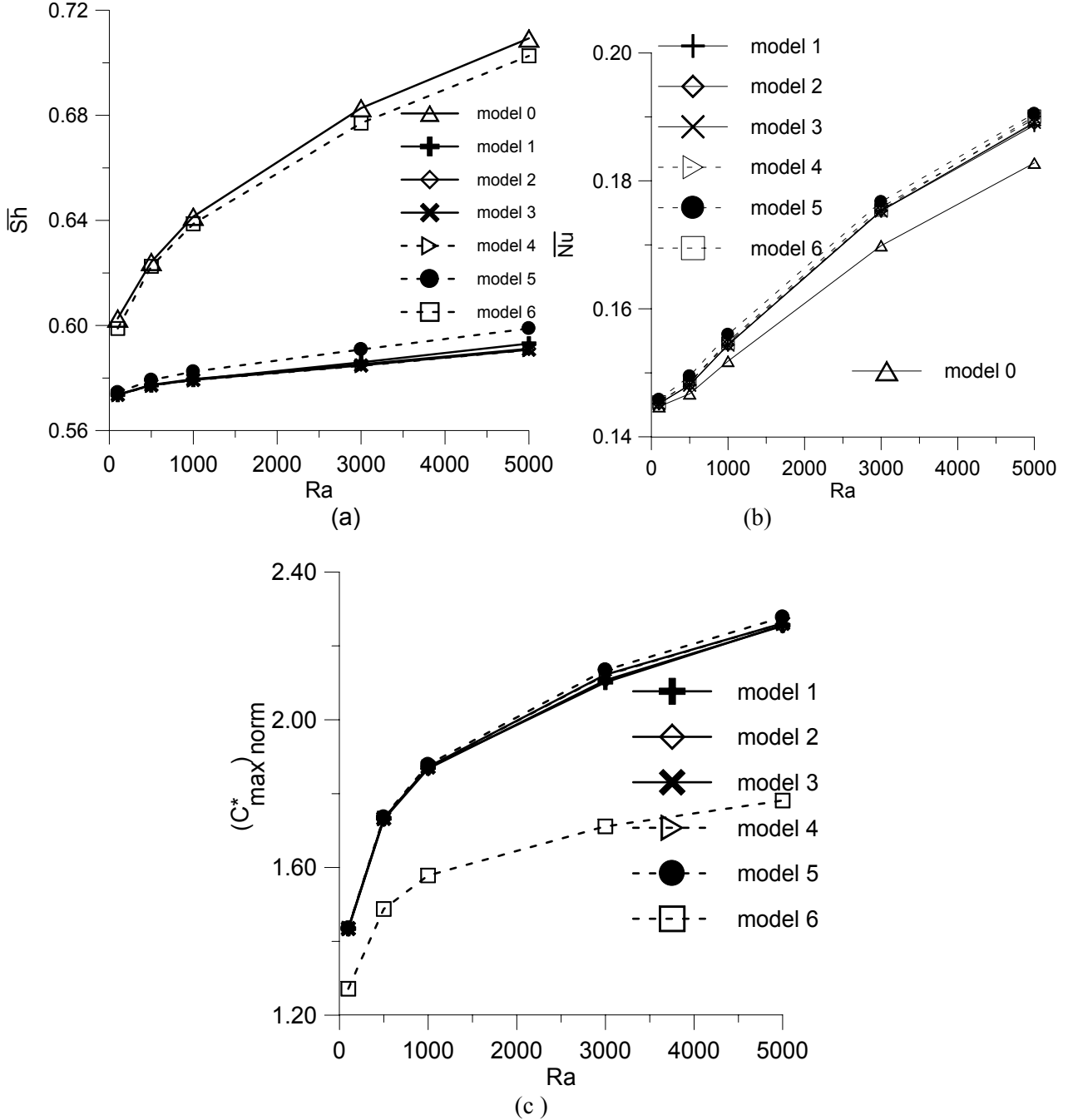
X, Y : Boyutsuz Kartezyen koordinatlar

α : Isıl yayılım katsayısı, (m^2s^{-1})

β_T : Hacimsel ısı genleşme katsayısı, (K^{-1})

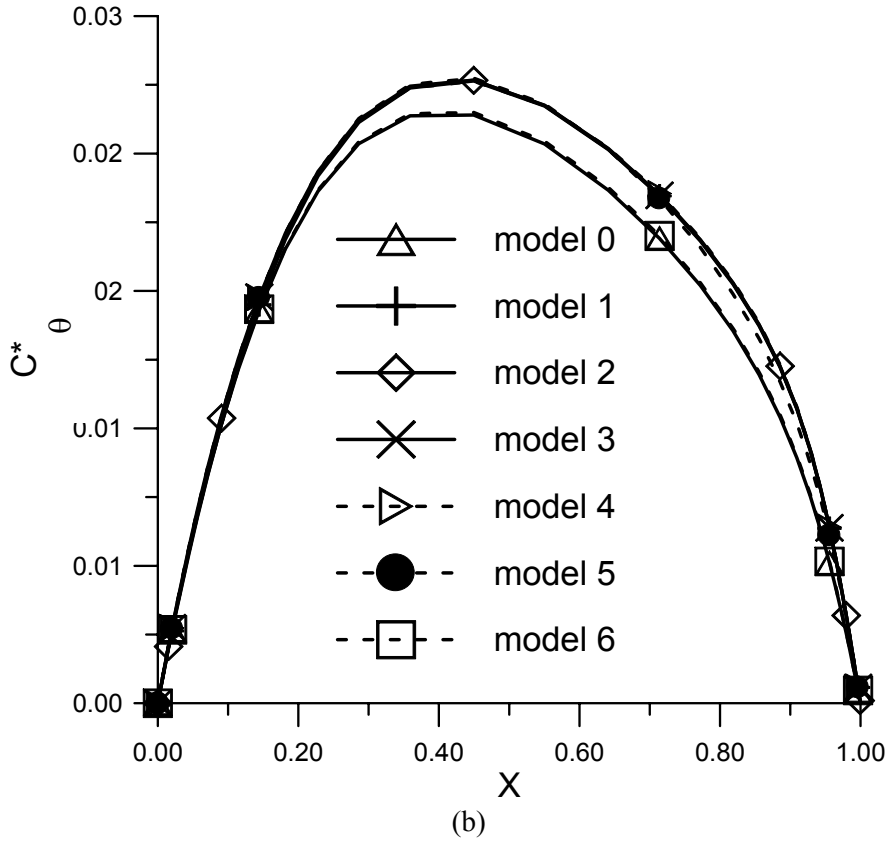
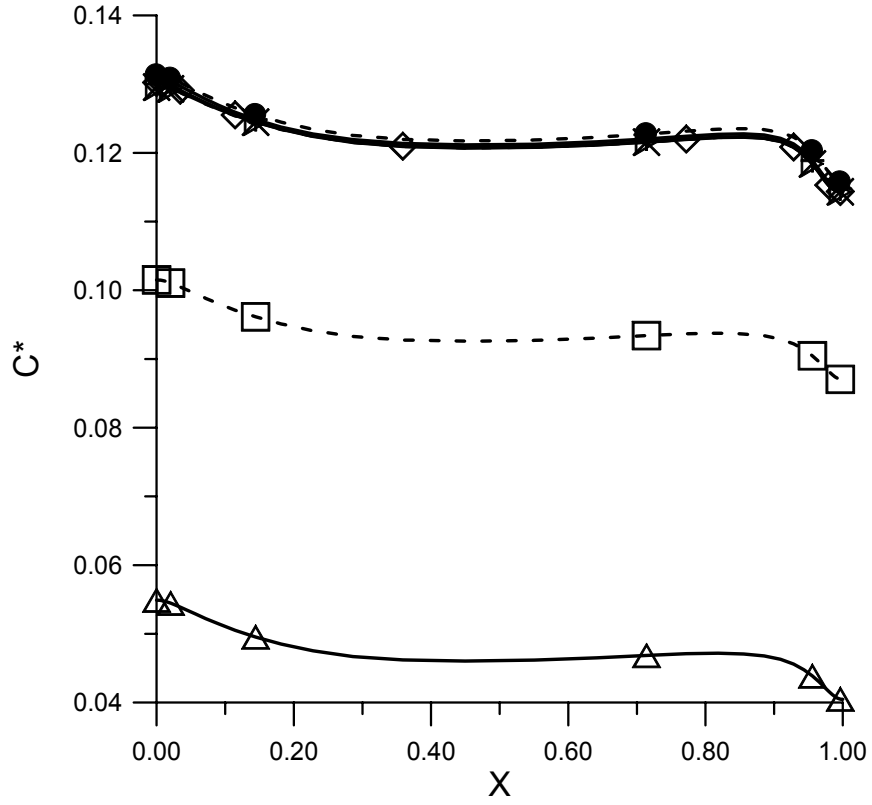
β_C : Hacimsel derişiklik genleşme katsayısı, (m^3/kg)

ε : Gözeneklilik



Şekil 7. İkili geçirgenli yapı modelleri için (a) ortalama Sherwood sayısı (b) ortalama Nusselt sayısı ve (c) normalize edilmiş derişiklik değışimleri

$$(C^*_{max})_{norm} = C^*_{max} / (C^*_{max})_{model\ 0}$$



Şekil 8. İkili geçirgenli yapı modellerinin merkezi yatay kesit boyunca (a) boyutsuz derişiklik ve (b) boyutsuz sıcaklık eğrileri ($Ra=5 \times 10^3$)

θ	: Boyutsuz sıcaklık
μ	: Kinematik viskozite, (m^2s^{-1})
ν	: Dinamik viskozite, ($kgm^{-1}s^{-1}$)
σ	: Isı iletim katsayısı ($Wm^{-1}K^{-1}$)
τ	: Boyutsuz zaman
Ψ	: Boyutsuz akım fonksiyonu

Alt İndisler

C	: Derişiklik
g	: Geçirgen olmayan kısım
T	: Isıl

Kaynaklar

- Akbal, S., ve Baytaş, A.F., (2007). Effects of non-uniform porosity on double diffusive natural convection in a porous cavity with partially permeable wall, *International Journal of Thermal Sciences*, (yayınlanmak üzere kabul edilmiştir).
- Bennacer, R., Tobbal, A., Beji, H. ve Vasseur, P., (2001). Double diffusive convection in a vertical enclosure filled with anisotropic porous media, *International Journal of Thermal Sciences*, **40**, 30-41.
- Goyeau, B., Songbe, J. -P. ve Gobin, D., (1996). Numerical study of double-diffusive natural convection in a porous cavity using the Darcy-Brinkman formulation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **39**, 1363-1378.
- Goyeau, B. ve Gobin, D., (1999). Heat transfer by thermosolutal natural convection in a vertical composite fluid-porous, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **6**, 1115-1126.
- Ingham, D.B. ve Pop, I., eds, (1998). *Transport phenomena in porous media*, Pergamon, Oxford.
- Nield, A. ve Bejan, A., (1999). *Convection in Porous Media*, 2nd ed., Springer, Berlin.
- Patankar, S.V., (1980). *Numerical transfer and fluid flow*, Hemisphere, New York.
- Pop, I. ve Ingham, D.B., (2001). *Convective heat transfer: mathematical and computational modelling of viscous fluids and porous media*, Pergamon, Oxford.
- Singh, A.K., Paul, T. ve Thorpe, G.R., (1999). Natural convection due to heat and mass transfer in a composite system, *Heat and Mass Transfer*, **35**, 39-48.