

# Esnek-mafsallı robot kolun yüksek dereceli kayma kipli kontrolü

**Aydemir ARISOY\***, **Metin GÖKAŞAN**, **O. Seta BOĞOSYAN**

*İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul*

## Özet

*Ucunda yük bulunan bir Esnek-Mafsallı Robot Kol (EMRK) hareket kontrolü için Kayma Kipli Kontrol (KKK) ve Yüksek Dereceli Kayma Kipli Kontrol (YDKKK) yöntemleri uygulanmıştır. Esnek kolun istenen bir noktada konumlandırma ve yörünge izleme kontrolü için KKK ve 2nci dereceden YDKKK (2-YDKKK) yöntemleri kullanılarak kontrol algoritmaları türetilmiştir. 1-SD (Serbestlik Dereceli) esnek mafsallı robot kolun hassas hareket kontrolü problemi, özellikle hafif ve esnek yapısı ile matematiksel modelinde yer alan şekil kipleri dikkate alındığında; aşırı doğrusal olmayan ve ayrışmayan dinamik denklemleri ile kontrol alanında oldukça zorlayıcı bir çalışma konusudur. Doğrudan Tahrikli (DT) eklem motoruna sahip EMRK çalışma esnasında oluşan esneme, titreşimler ve farklı kütlelere sahip uç yükü ile birlikte hareket kontrolünün sadece eklem motoruna uygulanabilen kontrol işareti ile sağlandığı düşünülürse yüksek performanslı kontrolör gerektirdiği açıktır. Dayanımlı kontrol yöntemlerinden, sistem belirsizliklerine karşı etkili ve sistem parametre değişimlerinden bağımsız olan KKK yöntemi kullanılmıştır. Yöntemin olumsuzluğu olan çatırtı problemi ise 2-YDKKK yöntemi ile türetilen kontrolör ile giderilmeye çalışılmıştır. Her iki yöntemin deneysel olarak karşılaştırılması ve kontrolörlerin gerçekleşmesi bir Donanımlı Simülatör (Dsim) kullanılarak yapılmıştır. Donanımlı simülatör donanım ve yazılıma sahiptir. Dsim de bulunan donanımlar gerçek sistemin önemli bölümlerini içerir. Bu nedenle doğrudan tahrikli iki motor Dsim de yer almaktadır ve millerinden birbirine akuple bağlanmışlardır. Bu sistemle yapılan deneysel çalışmalara göre 2-YDKKK yönteminin KKK yöntemine göre EMRK hareket kontrolünde daha etkili olduğu görülmüştür. Kontrolörlerin doğrudan tahrikli motor moment salınımlarını bastırmadaki etkinliği harmonik analizi ile karşılaştırılmıştır.*

**Anahtar Kelimeler:** *Kayma Kipli Kontrol, Yüksek Dereceli Kayma Kipli Kontrol, Esnek-Mafsallı Robot kol, donanımlı simülatör, moment salınım analizi.*

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: Aydemir ARISOY. a.arisoy@hho.edu.tr; Tel: (212) 6632490/4344.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı'nda tamamlanmış olan "Eksik tahrikli robot manipülatörlerinin kontrolü ve donanımlı simülatörde gerçekleşmesi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 29.07.2008 tarihinde dergiye ulaşmış, 01.08.2008 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.05.2010 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## High order sliding mode control of a flexible-link robot arm

### Extended abstract

*In this study, Sliding Mode Control (SMC) and High Order Sliding Mode Control (HOSMC) methods are applied to a single Flexible Link Robot Arm (FLA) with payload. A sliding mode and high order sliding mode controllers are designed to achieve set point precision positioning control and trajectory tracking control for a FLA. Flexible robot arms have structural flexibilities and resulting high number of passive degrees-of-freedom. They cannot be decoupled due to the highly nonlinear structure.*

*Since the flexible systems have highly nonlinear structure and coupled dynamics, the sliding mode based control approach is chosen a powerful method to overcome the unmodeled and parametric uncertainties.*

*One of the proposed controllers is 2<sup>nd</sup> order HOSMC method is compared with classical SMC method. Comparison of the methods is experimentally fulfilled using HIL simulator, and additionally torque ripple analysis is made to evaluate of the methods aspect from system harmonics. Direct drive motors are used as actuator in controlled systems. Of all system dynamics affect system harmonics via motor shaft due to the direct drive system that is no gear box. Therefore, harmonics analysis is crucial to investigate of designed controllers effects on system harmonics.*

*To precise set-point and trajectory tracking control of 1-DOF DD FLA has been derived SMC and HOSMC. Sliding Mode Controllers (SMCs) have the robustness properties, while also increasing accuracy by reducing chattering effects. The performance of the designed control methods are tested for the precise position and targeting control of a 1-DOF-DD-FLA system under heavy uncertainties. Comparative results of both methods have been evaluated in real-time using a Hardware-in-the-Loop (HIL) simulator designed for robotics. Especially, HIL simulator for this system includes DD motors and obtained results can be evaluated more realistically according to pure computer simula-*

*tions. Additionally, torque ripples of whole system with HIL simulator have been determined and their eliminations using for both methods are introduced.*

*HIL simulator is used to implement designed controller for a flexible-link arm. Direct drive joint motors are important parts of the direct drive underactuated robot manipulators. Therefore two DD motors take part in HIL simulator and couple through their shaft. One of the motors represents joint actuator, while the other motor is used for generation of the dynamics of the controlled system via the torque applied to the shaft. The two motors acting as “actuator” and “load torque simulator” are driven separately by a high performance controller board. HIL Simulator is expressed briefly as software that is modeled control algorithm and system dynamic model via controller board is integrated with hardware. HIL simulation differs from computer simulation as it involves actual hardware and is not limited with a software-based representation of the system. Main aim is to use HIL Simulator is able to make more realistic analysis about behaviors of the system dynamics in real-time. It is over computer simulation since the simulator incorporates some of the crucial hardware of the actual system that takes part in the loop. For this purpose defined HIL simulation environment is useful to test, analysis and performance evaluation of designed controllers for underactuated robot manipulators.*

*The major contribution of this study is experimental evaluation of 2<sup>nd</sup> order HOSM controller and SMC for tracking accuracy and robustness against internal and external uncertainties of DD flexible-link arm with the consideration of the full system dynamics effects. The HIL experimental results confirm and depict that the 2-HOSMC method has robust and accurate performance as expected from the HOSM controllers. Additionally, torque ripples of whole system with HIL simulator have been determined and their eliminations using for both methods are introduced. According to the HIL experimental results and torque ripple analysis, using 2-HOSMC has advantages an increased accuracy over the SMC.*

**Keywords:** *Sliding Mode Control, High Order Sliding Mode Control, Flexible-Link Robot Arm, Hardware in the Loop simulator, torque ripple analysis.*

## **Giriş**

Son yıllarda, hafif esnek mafsallı robot manipülatörlerin modellenmesi, kontrolü ve performanslarının artırılması ilgi çeken araştırma konularının başında gelmektedir. Robot kolun hafif olma gereği, beraberinde yapısal esneklik problemini de getirmektedir. Hafif ve düşük kütleli yapı öngörüldüğünde, sert, esnemeyen kol yapılarına sınırlama getirmektedir. Bu sınırlama kontrol sistemi tasarımında da esnekliğin hesaplamalarda bulundurulması zorunluluğunu getirir (Eason vd., 1955). Hafif robot manipülatörlerin tasarımı yapısal olarak esnekliğe sahip malzeme kullanımı demektir. Bunun sonucunda esnek yapıya sahip robot kol kontrolünde bu esneklikleri dikkate alma zorunluluğu, bu sistemler için kontrol sistemi tasarlamak problemini daha da zor hale getirmektedir. Bir serbestlik dereceli esnek mafsallı robot kolun hassas hareket kontrolü problemi, özellikle hafif ve esnek yapısı ile matematiksel modelinde yer alan şekil kipleri dikkate alındığında; aşırı doğrusal olmayan ve ayrılmayan dinamik denklemleri ile kontrol alanında oldukça zorlayıcı bir çalışma konusudur. Hafif yapılu uzay robot manipülatörü olarak kullanıldığı öngörülürse; çalışma esnasında oluşan esneme, titreşimler ve farklı kütlelere sahip uç yükü ile birlikte hareket kontrolünün sadece eklem motoruna uygulanabilen kontrol işareti ile sağlandığı düşünülürse yüksek performanslı kontrolör gerektirdiği açıktır.

Esnek robot manipülatörlerinin kararlılığı ve yörünge kontrolü konulu pek çok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalarda ele alınan yöntemler bilgisayar benzetimi veya deneysel olarak geliştirilmiş ve denenmiştir. Son yıllarda yapılan çalışmalardan sıfır kutup atama yöntemine dayanan bir doğrusal yaklaşım Geniele ve diğerleri (1997) tarafından sunulmuştur. EMRK şekil kiplerini bastırmaya ve kaskatı açılma konumunu düzeltmeye dönük ölçme-tabanlı çalışma Tso ve diğerleri (2003) tarafından kullanılmıştır. Bir eklem kontrolörü olarak tekil karşılaştırma teorisine dayanan doğrusal olmayan yaklaşım Sciliano (1989) ile verilmiştir. Khorrami ve diğerleri (1995) giriş-şekillendirme teknikleri geliştirmiştir. Yang ve diğerleri (1997) tarafından adaptif kontrol uygulanmıştır.

Çıkış işaretinin yeniden tanımlandığı yöntemi Yang, Krishnan ve Ang (1999) ile uygulamıştır. Doğan ve diğerleri (2007) tarafından doğrusal olmayan ve dayanıklı kontrolör, katı ve şekil kiplerini dikkate alarak tasarlanmıştır. EMRK uç konum izleme problemi bir gözleyici tabanlı ters dinamiklerle kontrol stratejisi yani giriş-çıkış doğrusallaştırma yaklaşımı ile çözülmesi ve sıfır dinamiklerin kararlı olacak şekilde uç noktası yakınında seçilen noktalarla çıkış tanımlamasının yeniden tanımlanması ile uygulanan yöntem Moallem ve diğerleri (2001) tarafından esnek mafsallı sisteme uygulanmıştır.

Model içerisinde belirsizliklerin ve çok sayıda yapısal esnekliklerin olmaması nedeniyle, esnek sistemlerin kontrolünde dayanıklı kontrol yöntemleri uygulamaları geniş yer tutmaktadır. Kayma Kipli Kontrol (Sliding Mode Kontrol) belirsiz sistemlerin (uncertain systems) kontrolü için geliştirilmiş bir dayanıklı kontrol yöntemidir. Kayma Kipli Kontrol (KKK) yönteminin esnek kol sistemleri için yapılan son uygulamaları arasında eksik tahrikli sistemler için dayanıklı kontrol uygulaması olarak KKK yöntemi Xu ve Ozguner (2007) tarafından sunulmuştur. Hareket kontrol sistemleri için KKK yöntemi çalışması görülmektedir (Şabanoviç, 2007). Kostic (2002), Chen ve Fukuda (2001) çatırtılı (chattering) kayma kipli yaklaşım olarak bilinen klasik KKK yöntemi ile bir tek mafsallı kolun uç konumu kontrolü için algoritma türetilmesi gerçekleştirilmiştir. Bir esnek mafsallı kola gözlemleyici ve kontrolör olarak Chen ve diğerleri (2003) çalışmalarında kayma kipli yöntemin uygulamasını yapmışlardır. Gökaşan ve diğerleri (1998) kayma kipli yöntem, kontrolör ve gözlemci olarak, moment bozucularına karşı bir esnek mafsallı kolun vibrasyon kontrol performanslarını artırmak için kullanarak çalışmalarında göstermişlerdir.

Yüksek Dereceli Kayma Kipli Kontrol (High Order Sliding Mode Control) teorisi sistem çıkışı üzerindeki çatırtı etkilerini düşürmek amaçlı Emelyanov ve diğerleri (1993) ile Fridman (2002) tarafından oluşturulmuştur. Bununla birlikte yüksek dereceli kayma kipli kontrol (YDKKK) yönteminin uygulamaları oldukça

yenidir. Vuilmet (2005) ile YDKKK yönteminin bir torpidonun hareket kontrolü için kontrolör tasarımı yapmıştır.

Bu çalışma, EMRK hareket kontrolü KKK ve 2-YDKKK yöntemleri ile türetilen kontrolörlerle Dsim deneysel ortamında gerçekleşmesi ve iki yöntemin performans karşılaştırmalarını içermesi açısından katkı sağlamaktadır. Hızlı Fourier Dönüşüm ile yapılan sistemin açısal moment salınımlarına ait harmoniklerin analizi ile elde edilen performans değerlendirmesi de makalenin diğer bir katkısıdır.

### Esnek mafsallı robot kol matematiksel modeli

Yapılan çalışmalarda kullanılan esnek mafsallı robot kol dinamiği Euler-Bernoulli yöntemi kullanılarak türetilmiştir. Şekil 1’de tek eklemlı esnek-mafsallı robot kolun dinamik denklemlere esas teşkil eden modeli görülmektedir. Dinamik model denklemleri aşağıda verilmektedir.

$$\begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2^T & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} \quad (1)$$

Tek esnek mafsallı robot kol dinamik denklemleri  $n$  serbestlik derecesine sahip bir sistem olarak düşünülürse,  $q \in R^l$ ;  $\theta \in R^m$ ;  $\tau \in R^m$  boyutlu vektörler olarak bölünebilir. Buna göre  $n$  serbestlik dereceli sistemin dinamik denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$M_1 = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix}; M_2 = \begin{bmatrix} m_{13} \\ m_{23} \end{bmatrix}; K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

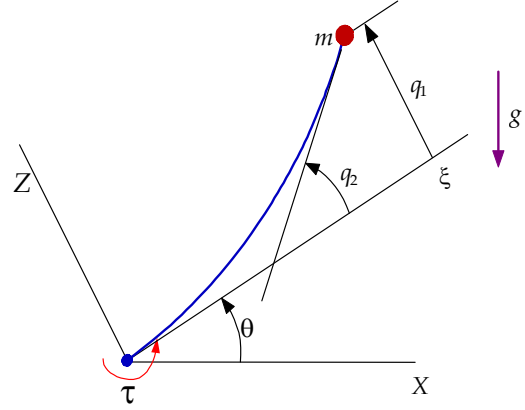
$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}; q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

$$M_1 \ddot{q} + M_2 \ddot{\theta} + Kq + C + G = 0 \quad (3)$$

$$M_2^T \ddot{q} + m_{33} \ddot{\theta} + c_3 + g_3 = \tau \quad (4)$$

Burada  $M(q, \theta)$  simetrik, pozitif tanımlı matrisdir.  $K$  katılık matrisi ve  $K \in R^l$  boyutlu-

dur.  $C(\dot{q}, \dot{\theta})$  Coriolis ve merkezkaç kuvveti terimlerini içerir,  $G(q, \theta)$  yerçekimi ivmesi terimlerini içerir, ve  $\tau \in R^m$  ise esnek mafsallı kol tahrik ünitesi ile üretilen kontrol momentini temsil etmektedir.



Şekil 1. Tek eklemlı esnek mafsallı robot kol

### Kayma kipli kontrol yöntemi ile EMRK hareket kontrolü

Bu bölümde; 1 SD EMRK uç noktasının belirlenen uç konum ve yörünge izleme kontrolü için türetilen bir kayma kipli kontrol (KKK) kuralı anlatılmıştır. Kayma yüzeyi; sistem durum değişkenleri ve dinamikleri arasındaki ilişkiyi tanımlayacak şekilde seçilmiştir. Buna göre durum yörüngelerini kayma yüzeyine çekecek ve orada sınırlandıracak kontrolör tasarlanmıştır. Kontrolör, EMRK durum-uzay dinamik denklemlerine göre tasarlanmıştır. Sistem durum değişkenleri aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$x_1 = [q_1 \quad q_2 \quad \theta]^T; x_2 = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{\theta}]^T \quad (5)$$

Sistem dinamik modeli aktif ve aktif olmayan bileşenlerini kapsayan sistem çıkış ifadesi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$y = \begin{bmatrix} \frac{M_2^T}{m_{33}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$q = [q_1 \quad q_2]^T$$

Sistem durum uzay gösterimi ele alındığında aşağıdaki matematiksel türetme kullanılarak çaratsız (chattering-free) KKK algoritması türetilmiştir. Buna göre;

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f + bu \end{aligned} \quad (7)$$

$f$ ; sistem dinamik denkleminde gelen doğrusal olmayan fonksiyon,  $b$ ; kontrol işareti katsayısı olmak üzere kayma kipli yüzey aşağıdaki gibi seçilebilir.

$$\sigma = Ce + \dot{e} \quad (C > 0) \quad (8)$$

Burada;  $e = x_1^r - x_1$  ve  $\dot{e} = x_2^r - x_2$  olarak kullanılmıştır. Hata dinamiklerinin kararlılığının garanti edilebilmesi için seçilen *Lyapunov* fonksiyonu;

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \sigma^T \sigma > 0 \\ \dot{V} &= \sigma^T \dot{\sigma} \leq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Belirlenen *Lyapunov* fonksiyonunun türevini negatif yapacak kayma yüzeyi fonksiyonunun türevi aşağıdaki gibi seçilir.

$$\dot{\sigma} = -D\sigma \dots\dots\dots(D > 0) \quad (10)$$

(9) denkleminde yerine konur.

$$\dot{V} = \sigma^T \dot{\sigma} = -\sigma^T D\sigma < 0 \quad (11)$$

da her iki tarafta bulunan  $\sigma^T$  terimlerinin yok edilmesi ile (12) bulunur.

$$\dot{\sigma} + D\sigma = 0 \quad (12)$$

eşitliğinin zamana göre türevi alınıp, sistem denklemlerinin yerine konması ile (13) türetilir.

$$\dot{\sigma} = C\dot{e} + \ddot{e} = C\dot{e} + \dot{x}_2^d - f - bu \quad (13)$$

Buna göre aşağıdaki ifadeyi sağlayacak eşdeğer kontrol ifadesi hesaplanır.

$$\dot{\sigma} = 0 \rightarrow u = u_{eş} \Rightarrow u_{eş} = \frac{1}{b} (\dot{x}_2^d - f + Ce) \quad (14)$$

Eşdeğer kontrol (14) olarak bulunur. (13) denkleminde aşağıda verilen  $\dot{\sigma}$  eşitliği bulunur.

$$\dot{\sigma} = b(u_{eş} - u) \quad (15)$$

Seçilen (10) eşitliği de kullanılarak (16) yazılır.

$$b(u_{eş} - u) + D\sigma = 0 \quad (16)$$

(15) ve (16) ifadeleri sırasıyla ayrıştırılırsa;

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(k) - \sigma(k-1)}{T} &= b[u_{eş}(k-1) - u(k-1)] \\ b[u_{eş}(k) - u(k)] + D\sigma(k) &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

(17) eşitlikleri elde edilir. Bu ifadelerden  $u_{eş}(k)$  ve  $u_{eş}(k-1)$ , (17) kullanılarak çözülebilir.

$$\begin{aligned} u_{eş}(k-1) &= u(k-1) + \frac{\sigma(k) - \sigma(k-1)}{bT} \\ u_{eş}(k) &= u(k) - \frac{D}{b} \sigma(k) \end{aligned} \quad (18)$$

$u_{eş}(k)$  ortalama kontrol işareti olarak yani, kontrol işaretinin bir periyotta değişmediği kabul edilebilir.

$$u_{eş}(k-1) = u_{eş}(k) \quad (19)$$

Sonuç olarak;  $u_{eş}(k-1) = u_{eş}(k)$  olduğu kabulüne göre (18) gerekli düzenlemelerle uygulanacak kontrol algoritması (20) bulunur.

$$u(k) = u(k-1) + \frac{1}{bT} [\sigma(k)(1 + DT) - \sigma(k-1)] \quad (20)$$

### Yüksek dereceli kayma kipli kontrol yöntemi ile EMRK hareket kontrolü

Bu bölümde göreceli sistem derecesi 2 ( $r=2$ ) olan EMRK sistemi hareket kontrolü için Yüksek Dereceli Kayma Kipli Kontrol (YDKKK) yöntemi ele alınmıştır. Buna göre uç noktasında

bozucu olarak yük bulunan bir EMRK için hassas konum kontrolü ve yörünge izleme amaçlı kontrol algoritması 2. dereceden YDKKK yöntemi ile türetilmiştir. Bu amaçla, (1) de verilen sistem denklemleri yeniden aşağıdaki gibi düzenlenmiştir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2^T & m_{33} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}}_{\ddot{\mathbf{a}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \underbrace{\begin{bmatrix} q \\ \theta \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}} + \underbrace{\begin{bmatrix} C_1 \\ c_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} + \underbrace{\begin{bmatrix} G_1 \\ g_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ m_{33}(q_1, q_2)\ddot{\theta} \end{bmatrix}}_{\xi} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ B_m \dot{\theta} \end{bmatrix}}_{\tau_{f1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ T_c \text{sign}(\dot{\theta}) + \tau_h \end{bmatrix}}_{\tau_{f2}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix}}_{\tau_i} \quad (21)$$

Dinamik modelde basitleştirme için yapılan düzenlemelerle sistem ileri yol dinamik modeli aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\ddot{\mathbf{a}} = \mathbf{M}^{-1} [-\mathbf{K}\mathbf{a} - \mathbf{C} - \mathbf{G} - \xi - \tau_{f1} - \tau_{f2} + \tau_i] \quad (22)$$

$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{M}^{-1} (-\mathbf{C} - \mathbf{G} - \xi - \tau_{f2})$  tanımlaması ile model biraz daha kısaltılmış olarak yazılabilir.

$$\ddot{\mathbf{a}} = \boldsymbol{\eta} + \mathbf{M}^{-1} [-\mathbf{K}\mathbf{a} - \tau_{f1} + \tau_i] \quad (23)$$

(23) de verilen ifadeler aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} n_3 u &= \mathbf{M}^{-1} \tau_i \\ n_4 \omega &= \mathbf{M}^{-1} \tau_{f1} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1 & 0 \\ \mathbf{N}_2 & 0 \end{bmatrix} &= \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \end{aligned} \quad (24)$$

Bu tanımlamalar kullanılarak (21) denklemi (25) sistem çıkış denklemi ile birlikte aşağıdaki gibi verilebilir.

$$y = y_1 = \frac{\mathbf{M}_2^T}{m_{33}} \mathbf{q} + \theta \quad (25)$$

Model durum-uzay gösterimi ile aşağıdaki eşitliklerle temsil edilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \dot{y} = y_2 \\ \dot{y}_2 = \dot{y}_3 = \dot{y} &= \frac{\mathbf{M}_2^T}{m_{33}} \ddot{q} + \dot{\theta} = -\frac{\mathbf{M}_2^T}{m_{33}} \mathbf{N}_1 \mathbf{q} + \frac{\mathbf{M}_2^T}{m_{33}} \boldsymbol{\eta}_1 - \mathbf{N}_2 \mathbf{q} + \boldsymbol{\eta}_2 - n_4 \dot{\theta} + n_3 u \\ \dot{y}_2 = \dot{y}_3 = \dot{y} &= -\left(\frac{\mathbf{M}_2^T}{m_{33}} \mathbf{N}_1 + \mathbf{N}_2\right) \mathbf{q} + \frac{\mathbf{M}_2^T}{m_{33}} \boldsymbol{\eta}_1 + \boldsymbol{\eta}_2 - n_4 \dot{\theta} + n_3 u \end{aligned} \quad (26)$$

Gerekli düzenlemelerle;  $\dot{y}_2$  eşitliği kısaca (27) de olduğu gibi yazılır.

$$\dot{y}_2 = -\mathbf{P}\mathbf{q} + \boldsymbol{\mu} - K_{bi} \dot{\theta} + K_u u \quad (27)$$

Buradaki kısaltma gösterim açıklamaları aşağıdadır.

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \frac{\mathbf{M}_2^T}{m_{33}} \mathbf{N}_1 + \mathbf{N}_2 \\ K_{bi} &= n_4 \\ \boldsymbol{\mu} &= \frac{\mathbf{M}_2^T}{m_{33}} \boldsymbol{\eta}_1 + \boldsymbol{\eta}_2 \\ K_u &= n_3 \end{aligned} \quad (28)$$

(26) ve (27) matris formda düzenlenip, sistem durum-uzay gösterimi (29) elde edilir.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{P}\mathbf{q} - K_{bi} \dot{\theta} + \boldsymbol{\mu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_u \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

Basitleştirme için;

$$f = -\mathbf{P}\mathbf{q} + K_{bi} \dot{\theta} + \boldsymbol{\mu} \quad (30)$$

tanımı verilebilir.

$$\dot{y}_2 = \dot{y} = f + K_u u \quad (31)$$

Denklemler aşağıda seçilen kayma kiplerine göre EMRK uç konumu ile istenen referans konum arasındaki sapmayı en aza indirecek şekilde yani  $y^r = \theta^r$  olması kontrol amacına göre türetilmiştir. Bu kontrol amacı yapısal esneklikleri de ( $q_1$  ve  $q_2$ ) sıfırlayacak kontrol sistemi tasarımı amaçlıdır. Seçilen kayma yüzeyi (32) de verilmiştir. Bu ifade uç konum,  $\theta^r$  istenen konum arasındaki sapmanın en aza indirilmesi amacını tanımlar. Kayma yüzeyinin ( $\sigma_1 = 0$ ) olması yani kontrol kuralının amaca uygunluğu ise *Lyapunov teorisine* göre araştırılır.

$$\sigma_1 = \theta^r - y \quad (32)$$

Bu inceleme pozitif belirli bir fonksiyonun seçilmesini gerektirir.

$$V_1 = \frac{1}{2} \sigma_1^2 \quad (33)$$

Seçilen Lyapunov fonksiyonun Lyapunov teorisine göre türevinin negatifliğinin garanti edilmesi gereklidir.

$$\dot{V}_1 = \dot{\sigma}_1 \sigma_1 \leq 0 \quad (34)$$

Bu amaçla (35) seçilmiştir.

$$\dot{V}_1 = -D_1 \sigma_1^2 \quad (35)$$

(34) ve (35) birleştirildiğinde aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\sigma_2 = \dot{\sigma}_1 + D_1 \sigma_1 \quad (36)$$

Buradan elde edilen ikinci kayma yüzeyi,  $\sigma_2$  sıfıra yakınsaması;

$$\sigma_2 = \dot{\sigma}_1 + D_1 \sigma_1 = 0 \quad (37)$$

Lyapunov fonksiyonunun (38) sağlanması ile olur.

$$V_2 = \frac{1}{2} \sigma_2^2 \quad (38)$$

Sonuç olarak,

$$\dot{V}_2 = \dot{\sigma}_2 \sigma_2 \leq 0 \text{ için } \dot{V}_2 = -D_2 \sigma_2^2 \quad (39)$$

(39) ile garanti edilen teorem (40) denkleminin sıfır olmasına yönlendirilmiş olur.

$$\dot{\sigma}_2 + D_2 \sigma_2 = 0 \quad (40)$$

Uygun eşdeğer kontrol ifadesinin belirlenmesi ile yani uygun kontrol işareti girişi ile  $\dot{\sigma}_2 = 0$  ve

buna bağlı olarak  $\sigma_2 = 0$  olur. Bu durumun gerçekleşmesi ile (37) eşitliğinden doğal olarak (41) oluşur.

$$\dot{\sigma}_1 + D_1 \sigma_1 = 0 \quad (41)$$

Bu eşitlik ve uygun kontrol kuralının uygulanması ile  $\sigma_1 \rightarrow 0$  olması garanti edilir.

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \theta^r - y \\ \sigma_2 &= \dot{\sigma}_1 \\ \sigma_2 &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (42)$$

Bu ifadeler göz önüne alınıp aşağıdaki eşitlik yazılır.

$$\dot{\sigma}_2 = \ddot{\sigma}_1 = \ddot{\theta}^r - \ddot{y} \quad (43)$$

Sistem denklemleri (29), (30) ve (31) ile (43) ilişkilendirilebilir.

$$\dot{\sigma}_2 = \ddot{\theta}^r - \ddot{y} = \ddot{\theta}^r - \dot{y}_2 = \ddot{\theta}^r - f - K_u u \quad (43)$$

Eşdeğer kontrol olarak bilinen  $u = u_{eş}$  kontrol işareti ile  $\dot{\sigma}_2 \rightarrow 0$  olması sağlanır.

$$\dot{\sigma}_2 = K_u (u_{eş} - u) \quad (44)$$

Lyapunov türevleri de kullanılarak,

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{\sigma}_2 \sigma_2 \leq 0 \\ \dot{V}_2 &= -D_2 \sigma_2^2 \end{aligned} \quad (45)$$

(40) ve (44) eşitliklerinin birleştirilmesi ile aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$K_u (u_{eş} - u) + D_2 \sigma_2 = 0 \quad (46)$$

Elde edilen denklemler (44) ve (46) ayrıklaştırılırsa;

$$\frac{\sigma_2(k) - \sigma_2(k-1)}{T} = K_u [i_{q-eş}^r(k-1) - i_q^r(k-1)] \quad (47)$$

$$K_u [u_{es}(k) - u(k)] + D_2 \sigma_2(k) = 0 \quad (48)$$

Eşdeğer kontrol işaretinin bir periyot da değişmeyeceği ve ortalama kontrol işareti olacağı kabul edilebilir.

$$u_{es}(k) \cong u_{es}(k-1) \quad (49)$$

Kontrol algoritması (47) ve (48) birleştirilerek aşağıdaki şekilde bulunur.

$$u(k) = u(k-1) + \frac{(1 + D_2 T) \sigma_2(k) - \sigma_2(k-1)}{K_u T} \quad (50)$$

### Türetilen kontrol algoritmalarına ait deneysel sonuçlar

Bu bölümde, *I-SD EMRK* hareket kontrolü için türetilen kontrolörlerin donanımlı simülatör (Dsim) kullanılarak gerçekleştirilmesi ve Dsim ile yapılan deneylerin karşılaştırmalı sonuçları verilmiştir. Dsim aynı eksen üzerinde birbirine akuple bağlanmış iki doğrudan tahrikli motor içermektedir. Motorlardan birisi kontrol edilen sistemin dinamiklerinin üretildiği ve tahrik elemanına yük olarak yansıyan momentlerin üretilmesinde kullanılır ve “yük moment simülatörü” olarak isimlendirilir. Diğer motor ETRM tahrik motorunu temsil etmektedir ve “tahrik motoru” olarak isimlendirilir. Kontrolör tarafından oluşturulan uygun kontrol işareti tahrik motorunda moment olarak üretilir. Motorlar sahip oldukları sürücüler vasıtasıyla, yüksek performanslı kontrol kartı ile kontrol edilirler (Şekil 2).

Kol uç nokta-konum kontrolü için; adım fonksiyonu kullanılmıştır. Referans;  $\theta^{ref} = 1$  radyan alınmıştır. KKK yöntemi ile türetilen kontrolörün yörünge izlemedeki başarımının denemesi için referans yörünge hareketi olarak verilen sinüs fonksiyonu  $\{\pi/2[\sin(t) + (\pi/2)]\}$  ile tanımlıdır. KKK kontrolörü için gerekli kazançlar  $G_1=0.01$ ;  $D_1=0.01$ ;  $G_2=0.01$ ;  $D_2=0.01$ ;  $G_3=18$ ;  $D_3=3$  değerlerine ve 2-YDKKK kontrolörü için gerekli kazançlar  $D_1=0.002$  ve  $D_2=20$  değerlerine gerçek-zamanda yapılan deneylerle ayarlanmıştır.



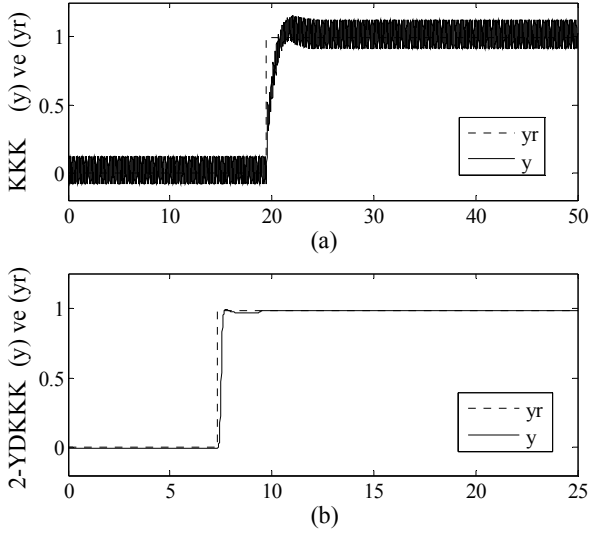
Şekil 2. Dsim deney düzeneği

Sistem parametreleri; kol uç yükü kütlesi; 0.1 kg, kol uzunluğu; 7 m, kul dış çapı; 0.06 m, iç çapı; 0.05 m, çelik çubuk yoğunluğu (orta karbon çelik-1040-);  $78500 \text{ kg/m}^3$ , esneme miktarı;  $2.07 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$  ve yerçekimi ivmesi;  $9.81 \text{ m/s}^2$  olarak alınmıştır.

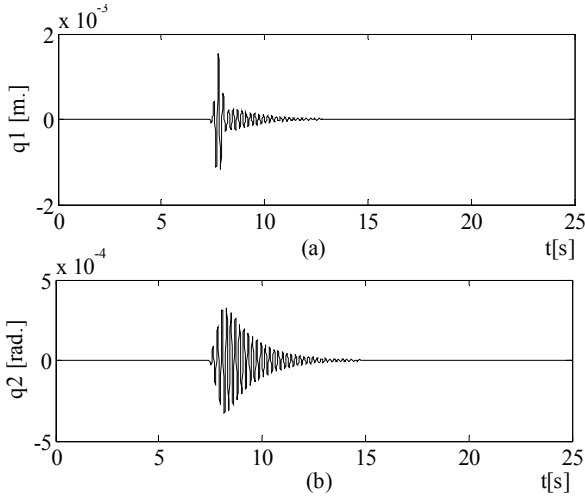
Şekil 3(a)'da kayma kipli kontrol yönteminin belirli bir açıl nokta kontrolü için performansı görülmektedir. Şekil 3(b)'de yüksek dereceli kayma kipli kontrol yönteminin belirli bir açıl nokta kontrolü için performansı görülmektedir. Şekil 4(a) ve Şekil 4(b)'de Şekil kiplerinden  $q_1$  ve  $q_2$  değişimleri 2-YDKKK yöntemi için gösterilmiştir. KKK yöntemi için Şekil kipleri  $q_1$  ve  $q_2$  titreşimleri Şekil 5(a) ve Şekil 5(b)'de gösterilmiştir. Şekil 6(a)'da 2-YDKKK yöntemi ile konum kontrolü için esnek mafsallı kolun uç konum hatası, Şekil 6(b)'de uygulanan kontrol işareti ve Şekil 6(c)'de ise Dsim yük motoruna uygulanan sistemin dinamiğinin yük olarak verildiği moment değişimi görülmektedir. Şekil 7(a)'da KKK yöntemi ile konum kontrolü için esnek mafsallı kolun uç konum hatası, Şekil 7(b)'de uygulanan kontrol işareti ve Şekil 7(c)'de ise Dsim yük motoruna uygulanan sistemin dinamiğinin yük olarak verildiği moment değişimi görülmektedir. Şekil 8(a)'da 2-YDKKK yönteminin belirli bir yörüngeyi izleme kontrolü için performansı görülmektedir. Yörünge izlerken şekil kiplerinin ( $q_1$  ve  $q_2$ ) değişimi ise Şekil 8(b) ve Şekil 8(c)'de gösterilmiştir. Şekil 9(a)'da KKK yönteminin belirli bir yörüngeyi izleme kontrolü için performansı gö-



rılmaktadır. Şekil kiplerinden  $q_1$  ve  $q_2$  titreşimleri KKK yöntemi yörünge izleme kontrolü sırasındaki değişimleri ise Şekil 9(b) ve Şekil 9(c)'de gösterilmiştir.



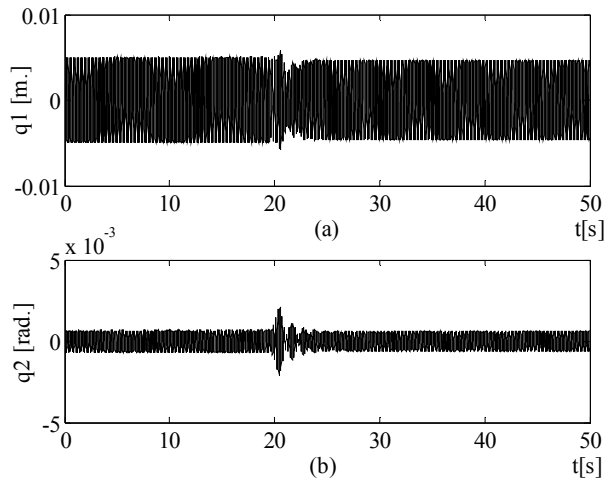
Şekil 3. İstenen ( $y_r$ ) ve gerçek ( $y$ ) uç konumlar a) KKK yöntemi ve b) 2-YDKKK yöntemi



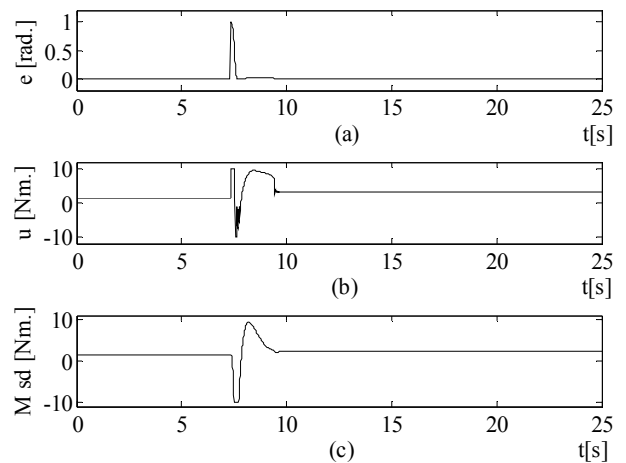
Şekil 4. 2-YDKKK yöntemi ile konum kontrolü şekil kipleri değişimi a)  $q_1$  ve b)  $q_2$

KKK ve 2-YDKKK yöntemleri ile EMRK hareket kontrolü için türetilen kontrolörlerin doğrudan tahrikli motor dinamiklerinde oluşan moment salınımlarını bastırma başarımlarının incelenmesi sistemin hareketi esnasında alınan açısız konum bilgisi kullanılarak Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform-FFT-) yöntemi ile elde edilmiştir. Harmonik analizi ile

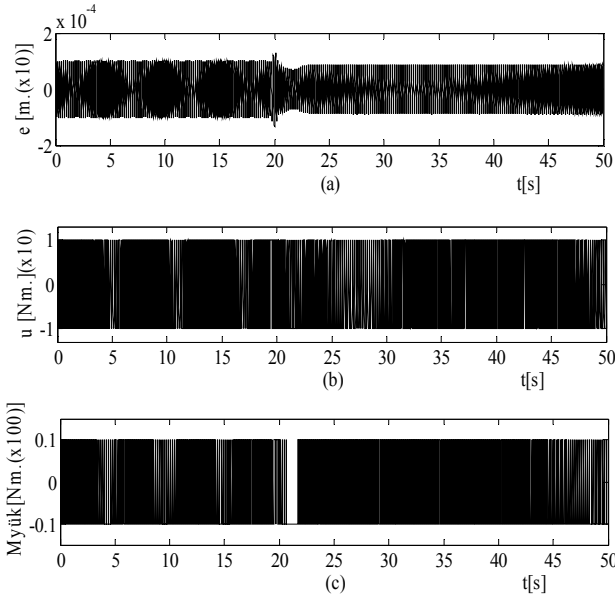
doğrudan tahrikli motor dinamikleri üzerindeki kontrolörlerin azaltıcı etkisi incelenmektedir. Doğrudan tahrikli bir sistem olarak modellenen esnek mafsallı robot kolun hassas hareket kontrolü hedeflenmesi nedeniyle motorların doğrudan tahrikli olması zorunludur. Bununla birlikte doğrudan tahrikli motorlar senkron motor olmaları nedeniyle yük motor dinamik etkileşimleri sonucu motor milin salınımlarına neden olacak moment harmoniklerinin de tasarlanan kontrolörlerle bastırılması hatta giderilmesi gerekmektedir. Karşılaştırmalı harmonik analizi sonuçları Şekil 10'da verilmiştir.



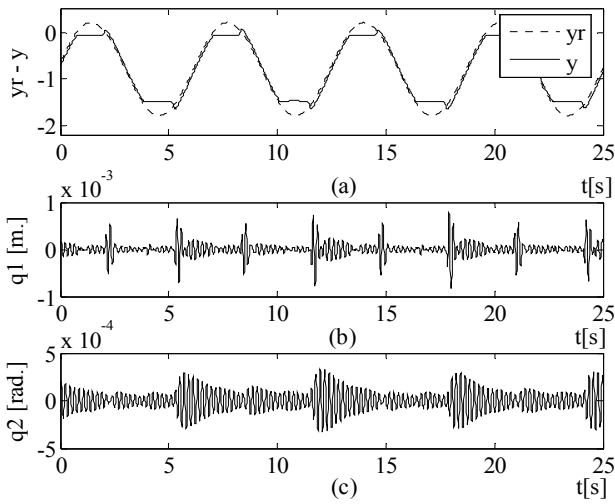
Şekil 5. KKK yöntemi ile konum kontrolü şekil kipleri değişimi a)  $q_1$  ve b)  $q_2$



Şekil 6. 2-YDKKK yöntemi ile konum kontrolü a) uç konum hatası b) kontrol işareti c) yük momenti olarak sistem dinamiği



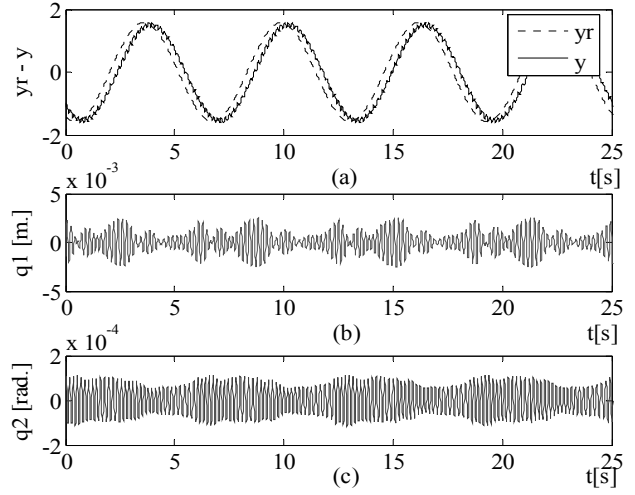
Şekil 7. KKK yöntemi ile konum kontrolü a) uç konum hatası b) kontrol işareti c) yük momenti olarak sistem dinamiği



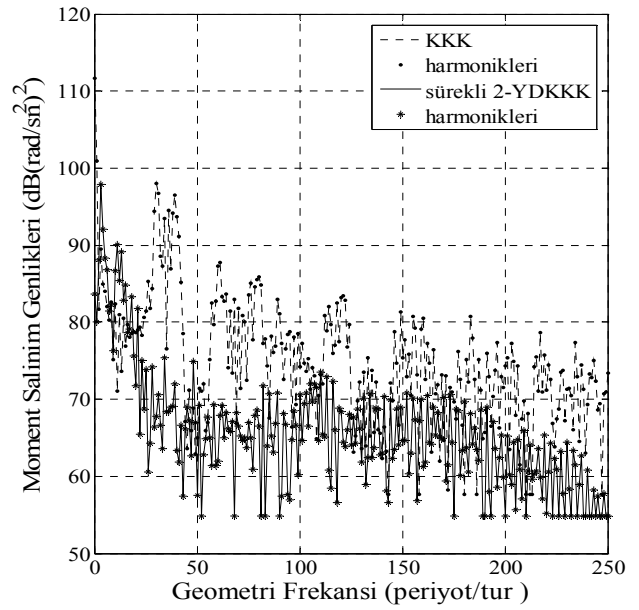
Şekil 8. 2-YDKKK yöntemi ile yörünge izleme kontrolü a) istenen uç konumu " $y_r$ " ve gerçekleşen uç konumu " $y$ " b)  $q_1$  şekil kipi değişimi c)  $q_2$  şekil kipi değişimi

## Sonuç

Bu çalışmada; uç noktasında yük bulunan  $I$ -SD EMRK hareket kontrolü için KKK ve YDKKK yöntemleri ile türetilen kontrolörlerin deneysel değerlendirmesi gerçekleştirilmiştir ve referans işareti izleme hassasiyetine ait karşılaştırmalı sonuçların elde edilmesi amaçlanmıştır. Kontrolörler deneysel olarak Dsim kullanılarak gerçekleştirilmiş ve esnek-mafsallı kolun hareket kontrolü için kontrol performansları ortamlarının bir arada bulunduğu deneysel bir değerlendirilmiştir. Dsim donanım ve yazılım düzenektir. Yüksek performanslı doğrudan tahrikli esnek robotik kontrol sistemleri için tahrik elemanlarının dinamikleri önem arz ettiği için, bu sistem için



Şekil 9. KKK yöntemi ile yörünge izleme kontrolü a) istenen uç konumu " $y_r$ " ve gerçekleşen uç konumu " $y$ " b)  $q_1$  şekil kipi değişimi c)  $q_2$  şekil kipi değişimi



Şekil 10. KKK ve 2-YDKKK yöntemleri karşılaştırmalı harmonik analizi

oluşturulan Dsim özellikle DT motorlar içermektedir. Dsim oluşturulma amacı; farklı kontrol yöntemleri kullanılarak esnek robot kolu etkileyen çeşitli dinamikler altında istenen referans yörüngeler için gerçek-zamanda yapılan deneylerle türetilen yöntemlerin etkinliğini denemektir.

Sistem uç noktasında titreşimlere sebep olan ve çatırtı olarak adlandırılan kayma kipli kontrol yöntemlerinin olumsuzluğu olarak nitelenebilecek işaretleri azaltmak ve hatta yok etmek için geliştirilen 2-YDKKK yöntemi kullanılmıştır. 2-YDKKK yöntemi, yüksek dereceli kayma kipli kontrolörlerden beklendiği gibi kontrol sistemi olarak dayanıklı ve kesin performans gösterdikleri Dsim deneysel sonuçları ile doğrulanmaktadır. Dsim deneysel sonuçlarına bakıldığında ve yapılan harmonik analizlerine göre, 2-YDKKK yöntemi hassas konumlandırma ve yörünge takibi kontrolünde hassasiyetin artırılabilmesi ve sistem harmoniklerinin bastırılması açısından KKK yönteminin üzerinde performansa sahiptir.

## Kaynaklar

- Eason, G., Noble, B. ve I. Sneddon, N., (1955). On certain integrals of Lipschitz-Hankel type involving products of Bessel functions, *Philosophical Transaction of the Royal Society, London*, **A247**, April, 529-551.
- Spong, M.W., (1994). Partial feedback linearization of underactuated mechanical systems, *IROS'94, Munich, Germany*, 314-321, September.
- Spong, M.W., (1995). The swing up control problem for the Acrobot, *Control Systems Magazine, IEEE*, **15**, 1, February, 49-55.
- Geniele, H., Patel, R.V. ve Khorasani, K., (1997). End-point control of a flexible-link manipulator: An experimental study, *IEEE Transaction Control System Technology*, **5**, November, 556-570.
- Tso, S.K., Yang, T.W., Xu, W.L. ve Sun, Z.Q., (2003). Vibration control for a flexible-link robot arm with deflection feedback, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **38**, 51-62.
- Sciliano, B. ve Book, W., (1989). A singular perturbation approach to control of lightweight flexible manipulator, *International Journal of Robot*, **7**, 4, 79-89.
- Khorrami, F., Jain, S. ve Tzes, A., (1995). Experimental results on adaptive nonlinear control and input pre-shaping for multi-link flexible manipulators, *Automatica*, **31**, 1, 83-97.
- Yang, J.H., Lian F.L. ve Fu L. C., (1997). Nonlinear adaptive control for flexible link manipulators, *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, **13**, February, 1.
- Yang, H., Krishnan, H. ve M.H. Ang, (1999). Tip-trajectory tracking control of single link flexible robots via output redefinition, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1002-1107.
- Dogan, M., Istefanopulos, Y. ve Khorasani, K., (2007). Optimal nonlinear controller design for flexible robot manipulators with adaptive internal model, *IET Control Theory Applications*, **1**, 3, 770-778.
- Moallem, M., Patel, R.V. ve Khorasani, K., (2001). Non-linear tip position tracking control of a flexible-link manipulator: theory and experiments, *Automatica*, **37**, 1, 1825-1834.
- Xu, R. ve Ozguner, U., (2008). Sliding mode control of a class of underactuated systems, *Automatica*, **44**, 1, January, 233-241.
- Sabanovic, A., (2007). SMC framework in motion control systems, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, **21**, 9, October/November, 731-744.
- Kostic, D., Jager, B. de ve Steinbuch, M., (2002). Robust attenuation of direct-drive robot-tip vibrations, *Proceedings 2002 IEEE/RSJ, International Conference on Intelligent Robots and Systems, EPFL, Lausanne, Switzerland*, 2206-2212.
- Chen, X. ve Fukuda, T., (2001). Robust sliding-mode tip position control for flexible arms, *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, **48**, 6, 1048-1056.
- Chen, X., Sue, C.-Yi ve Fukuda, T., (2003). Robust vibration control for flexible arms using the sliding mode method, *Asian Journal of Control*, **5**, 4, 594-604.
- Gökasan, M., Bogosyan, S. ve Sabanovic, A., (1998). A sliding mode observer and for a single link arm, *Conference on Decision and Control, CDC'98, Tampa, Florida*, 3625-3626.
- Fridman, L., (2002). Singularly perturbed analysis of chattering in relay control systems, *IEEE Transaction Automatic Control*, **47**, 12, 2079-2084.
- Emelyanov, S.V., Krovin, S.K. ve Levant, A., (1993). Higher-order sliding modes in control systems, *Differential Equations*, **29**, 11, 1627-1647.
- Vuilmet, C., (2005). High order sliding mode control applied to a heavyweight torpedo, *in Proceedings 2005 IEEE Conference on Control Applications, CCA'05, Toronto, Canada, August*, 61-66.