

Elektromanyetik dalgaların rezistif yan duvarlı bir oluktan saçılımı

Demet Sevil ARMAĞAN ŞAHİNKAYA*, Eren ERDOĞAN

İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Bu çalışmada, kanal düşey duvarları farklı rezistif yüzeylere sahip, yatay duvarları mükemmel iletken ve bu duvarların arası elektriksel ve manyetik olarak geçirgen malzemelerle doldurulmuş bir oluktan E_z polarize düzlemsel dalgaların kırınımı incelenmektedir. Problem sınır koşulları kullanılarak formüle edilmiş ve Fourier dönüşümü yardımıyla üçüncü türden bir modifiye Wiener-Hopf denkleme indirgenmiştir. Bu denklemin ayrıştırılması sonucunda ortaya, ikinci tipten iki adet Fredholm integral denklemi çıkmıştır. Elde edilen denklemlerdeki integraller asimptotik olarak değerlendirilmiştir ve sonsuz boyutlu cebirsel denklem sisteminin çözümü sayısal olarak yapılmıştır. İncelenen yapıya ilişkin saçılan alanın ayrıntılı analizi semer noktası yönteminden faydalanılarak yapılmıştır. Fiziksel parametrelerin değişiminin kırınım olayına etkisi sayısal verilerle gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Oluk, saçılım, Wiener-Hopf tekniği.

Scattering from a rectangular groove with resistive walls

Abstract

The analysis of electromagnetic wave scattering from rectangular grooves has received much attention recently in connection with the prediction and reduction of the radar cross-section of a target. There have been a number of investigations on the scattering by grooves based on high frequency (ray-based) and low frequency (numerical) techniques as well as a hybrid ray. The Wiener-Hopf technique is one of the powerful rigorous approaches for analyzing wave scattering associated with canonical geometries. In this study plane wave diffraction from a rectangular groove having resistive vertical walls with material loading is analyzed for E_z polarization. The basic procedure adopted in this work is to take the Fourier transform of the reduced wave equation and apply the boundary conditions in the transform domain. This leads to a modified Wiener-Hopf equation (MWHE) of the third kind which can be reduced to a pair of simultaneous Fredholm integral equations of the second kind. The approximate solution of this MWHE involves two sets of infinite number of unknown constants satisfying two infinite systems of linear algebraic equations. The scattered field is evaluated by taking the inverse Fourier transform and applying the saddle point method. Numerical results showing the effects of groove depth, vertical wall resistivity and dielectric loading on scattered field are presented.

Keywords: Scattering, groove, Wiener-Hopf technique.

*Yazışmaların yapılacağı yazar: D. S. ARMAĞAN ŞAHİNKAYA. demet@btae.mam.gov.tr; Tel: (262) 641 23 00 dahili: 4757. Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Elektromanyetik dalgaların rezistif yan duvarlı bir oluktan saçılımı" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 17.04.2003 tarihinde dergiye ulaşmış, 04.06.2003 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.09.2003 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Giriş

Mikrodalga ve milimetre dalga boylarında çalışan donanımların günden güne hızla gelişmesi, haberleşme ve uzaktan algılama sistemlerinde yüksek frekansların kullanımını gündeme getirmektedir. Düşük frekanslı uygulamalarda yani uzun dalga boylarında varlığı tespit edilemeyen veya etkisi kolayca değerlendirilebilen küçük boyutlu engeller, yüksek frekanslı uygulamalarda yani küçük dalga boylarında oldukça karmaşık bir problem oluştururlar.

Elektromanyetik mühendisleri, pratikte karşılaşılan bazı karmaşık geometriler için dalga denkleminin çözümünü bulmakta zaman zaman oldukça zorlanırlar. Dalga denkleminin çözümü analitik ve/veya sayısal yöntemlerle bulunur. Yüksek frekans asimptotik teknikler, dalga denkleminin yaklaşık çözümünü sağlayan analitik yöntemlerdendir. Bu yöntemin temeli optik ışın kavramına dayanır ve enerjinin ışın tüpleri boyunca ilerlediği kabul edilir. Yüksek frekans asimptotik teknikler arasında yer alan geometrik optik (GO) yöntem çözümlerde, gelen, yansıyan ve kırılan alanları göz önünde bulundurmaktadır. Bu yöntemle kırılan alan ya da demetin kırılması gibi olayları incelemek mümkün değildir. Daha sonraları Keller tarafından, klasik GO yaklaşıma kırılan ışınlar da dahil edilerek kırınımın geometrik teorisi (GTD) geliştirilmiştir (Keller, 1962). Kırınımın geometrik teorisi, gelen ve yansıyan alan gölge sınırlarındaki tekliklerin çözümü için geliştirilmiştir ve son zamanlarda birçok araştırmacı tarafından bu yöntem üzerine incelemeler yapılmıştır.

Uygulamada karşılaşılan karmaşık problemlere ait doğru çözümü bulabilmek için analitik yöntemlerin yanında, zaman ve frekans domeninde çalışan birçok sayısal yöntem de geliştirilmiştir. Bunların başlıcaları arasında moment yöntemi (MoM), zaman domeni sonlu farklar yöntemi (FDTD), sonlu elemanlar (FE) yöntemi sayılabilir. Bilgisayar hızları ve depolama yetenekleri arttıkça sayısal ve iteratif yaklaşımların kullanımı da yaygınlaşmaktadır. Ancak özellikle mükemmel iletken olmayan kompozit malzemelerde, dalga boyuna göre çok büyük cisimlerin incelenmesinde ve fiziksel olarak süreksizlik oluşturan yapılarda kırınım olayının etkilerini incelemekte sayısal

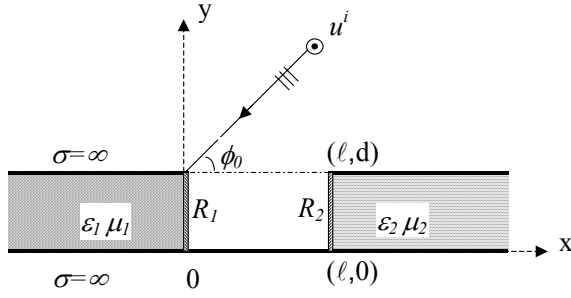
yöntemler yetersiz kalmaktadır. Bu tür problemlerin incelenmesi birçok sivil ve askeri uygulama için büyük önem taşımaktadır. Örneğin, arazi süreksizliklerinden saçılım hesapları, uzaktan algılama, radar ve haberleşme sistemleri için önemlidir. Yine uçak, uydu ve füzelerde kullanılan kompozit yapılardaki kırık ve boşluklar için geliştirilen saçılım hesaplama yöntemleri, radar kesit alanı (RCS) azaltma, elektromanyetik girişim (EMI) ve elektromanyetik uyumluluk (EMC) için büyük önem taşımaktadır (Bhattacharyya, 1995).

Yeryüzünden ya da herhangi bir hedeften yansımaya tahmin etmek veya azaltmak amacıyla geometrik ve fiziksel özelliklerinde süreksizlik bulunan cisimlerin elektromanyetik dalga saçılım analizi birçok araştırmaya konu olmaktadır.

Bir oluktan elektromanyetik saçılma problemi, radar kesit alanı hesaplama ve azaltma çalışmalarında önemli bir yere sahiptir. Çünkü oluk yapıdan kaynaklanan saçılan alan ifadesi, hedefin tüm saçılma alanını etkilemekte ve değiştirmektedir. Diğer taraftan, oluktan saçılım problemi, birbiriyle etkileşen dizi şeklindeki oluklar arasındaki ardışık kırınımı ortaya çıkarmaya olanak veren en basit geometridir. Bu problemin çözümü optik disk tasarımı, dizi anten tasarımı ve diğer birçok mikrodalga ve optik uygulamalar açısından da önemlidir. Farklı fiziksel ve elektriksel özellikteki oluklardan saçılım üzerine incelemeler, yüksek frekans (ray-based), düşük frekans (sayısal) veya karma teknikler kullanılarak sürdürülmektedir (Barkeshli vd., 1991).

Bu çalışmada, kanal düşey duvarları rezistif yüzeylere sahip, yatay duvarları mükemmel iletken ve bu duvarların arası elektriksel ve manyetik geçirgenliğe sahip malzemelerle doldurulmuş bir oluktan E_z polarize düzlemsel dalgaların kırınımı incelenmektedir (Şekil 1).

Problemin uzak alan saçılım analizi yapılmaktadır. Hesaplamalarda toplam kırınım alan ifadesinde, uzak alanda yüzey dalgası kırınımı mekanizmasından gelen katkı, uzay dalgası kırınımı mekanizmasından gelen katkıya göre çok küçük olduğu için ihmal edilmiştir.



Şekil 1. Problemin geometrisi.

Literatürde iletken ve empedans duvarlara sahip oluklardan saçılım problemi farklı teknikler kullanılarak incelenmesine rağmen, elektromanyetik alanın oluğun yan duvarlarından içeri girmesine izin veren bir yapı bugüne kadar ele alınmamıştır. Bu çalışmada incelenen ve geometrisi Şekil 1'de verilen problemin fiziksel yapısı, elektromanyetik alanın oluğun yan duvarlarından içeri girmesine izin vermektedir ve bugüne kadar literatürde incelenmemiştir. Bu problemin irdelenmesi, toprak altına kazılmış tünellerin uzaktan algılanması ve malzeme yüzeyindeki boşluk ve kırıklardan kaynaklanan saçılımın belirlenmesi ve azaltılması konusunda katkı sağlayacaktır. Problem Fourier dönüşümü ve Wiener-Hopf tekniği kullanılarak çözülmüştür. Kullanılan yöntemin doğruluğu, yarım düzlem, dalga kılavuzu, şerit, oyuklar vb. problemler için literatürde birçok yayında sınanmıştır.

Şekil 1'de gösterilen düşey duvarlardaki rezistif yüzeylerin $R_1, R_2=0$ olması durumunda problem mükemmel iletken duvarlara sahip bir oluktan saçılım problemine dönüşmektedir. Bu konu literatürde analitik-sayısal yöntemler kullanılarak ele alınmıştır. Mükemmel iletken düzlem içerisine yerleştirilmiş dar bir oluktan saçılma problemi Barkeshli ve Volakis tarafından incelenmiştir (1991). Problem, integral denklem kuvasi-statik ("quasi-static") yaklaşım kullanılarak analitik olarak çözülmüştür. Bu çalışmada oluk içerisinin bir malzeme ile dolu olması durumu da irdelenmiştir.

Mükemmel iletken düzlem içerisine yerleştirilmiş oluktan saçılım problemi Chumachenko, Karaçuha ve Dumanlı tarafından sayısal bir analiz yöntemi olan "domain product" tekniği kullanılarak incelenmiştir (1999-2000). Bu tekniğe göre,

incelenen bölgenin bazı basit temel bölgelere ait fonksiyonlardan oluştuğu düşünülür. Oluk içerisinde ve dışarısındaki alan ifade edilirken Mathieu fonksiyonu kullanılmaktadır. Sınır değer problemi, sonsuz boyutlu cebirsel denklem sistemine indirgenmektedir ve kesme işlemi uygulanarak çözülmektedir.

Değişik fiziksel özelliklere sahip (mükemmel iletken, empedans, vs.) oluk süreksizliklerinden kırınım, Wiener-Hopf tekniği kullanılarak da elde edilebilmektedir. Empedans özelliği gösteren bir yüzey içerisine yerleştirilmiş bir oluktan saçılım problemi Büyükaksoy, Birbir ve Erdoğan tarafından Wiener-Hopf tekniği kullanılarak incelenmiştir (1995).

Rezistif yüzeylerin $R_1, R_2=\infty$ olması durumunda ise problem iki dalga kılavuzunun birbiriyle etkileşimini modellemektedir. Açık sonlandırmaya sahip dalga kılavuzu problemi, mod uydurma tekniği kullanılarak Mittra ve Lee tarafından incelenmiştir (1971).

Mükemmel iletken bir oluk yapının içersinin elektriksel ve manyetik geçirgen malzemeye dolu olması durumu Fourier dönüşüm tekniği kullanılarak Park ve diğerleri tarafından incelenmiştir (1993).

Rezistif bir şeritle sonlandırılmış iki paralel plakadan kırınım problemi ise Büyükaksoy tarafından Fourier dönüşüm tekniği kullanılarak incelenmiştir (1997).

Bu çalışmanın amacı, önemi yukarıda belirtilmiş olan ve geometrisi Şekil 1'de verilen kırınım problemini analitik yöntemlere dayanarak çözmek ve fiziksel parametrelerin (oluk derinliği, oluk genişliği, farklı rezistiviteye sahip yan duvarlar ve dalga kılavuzunun içersindeki malzemenin farklı elektriksel ve manyetik geçirgenlikleri gibi) kırınım olayına etkisini açığa çıkarmaktır. Bu amaçla, sistemin doğrusal polarizasyona sahip (monokromatik) bir düzlemsel dalga ile aydınlatıldığı düşünülmemektedir. Göz önüne alınan alanlar hep ω (=sabit) açısal frekanslı monokromatik alanlardır. Bunların zamana bağlılıkları ($e^{-i\omega t}$) çarpanı ile ifade edilecek ve bu çarpan hiçbir yerde açıkça yazılmayacaktır.

Yan duvarlardaki “rezistif yüzey”, ince dielektrik tabakaları temsil etmek üzere kullanılan bir modeldir. Manyetik geçirgenliği boşluğunkine eşit olan ($\mu=\mu_0$), dielektrik sabiti ε , iletkenliği σ^e ve kalınlığı d ile gösterilen çok ince ($|\sqrt{\omega\mu(\omega\varepsilon + i\sigma)}|d \rightarrow 0$) bir dielektrik tabaka:

$$\vec{n} \times \left[\vec{H}^{(1)} - \vec{H}^{(2)} \right] = -\frac{1}{R_e} \vec{n} \times \left(\vec{n} \times \vec{E}^{(1,2)} \right) \quad (1a)$$

$$\vec{n} \times \left[\vec{E}^{(1)} - \vec{E}^{(2)} \right] = 0 \quad (1b)$$

şeklindeki rezistif sınır koşulları ile modellenir. Burada, \vec{n} yüzey üzerindeki birim normal, ε_0 boşluğun elektriksel geçirgenliğini gösterir. Yüzeyin rezistivitesi

$$R_e = \frac{i}{\omega d \left[(\varepsilon - \varepsilon_0) + i\sigma^e / \omega \right]} \quad (1c)$$

ile tanımlıdır (Senior vd., 1985, 1987). Anizotrop bir tabakayı modelleyen rezistif yüzey yaklaşımı elektrik alanın normal yöndeki bileşeninin sıfır olduğu hallerde oldukça iyi sonuçlar vermektedir. İzotrop tabakaların modellenmesinde ise bu modelin yeterli olduğunu söylemek mümkün değildir

Sadece sınır koşullarını ve radyasyon koşulunu kullanarak bu çalışmanın konusunu oluşturan türden problemleri çözmek mümkün değildir. Çözümün sınır koşulları ile belirlenen ifadesinde birtakım belirsiz sabitler yer alır (Noble, 1958). Bu sabitleri bulmak için alanın ayırıt civarındaki asimptotik davranışını da belirlemek gerekir. Mükemmel iletken yüzeyler için ayırıt koşulları ilk kez Meixner tarafından incelenmiştir (1954). Ayırıt koşulları alan denklemlerine olduğu kadar sınır koşullarına da bağlıdır. Problemin formülasyonu içerisinde ayırıt koşulları da incelenmektedir.

Şekil 1'de gösterilen yapıyı aydınlatan kaynağın doğurduğu alan, regüler noktalarda yansımaya, geometrik ve fiziksel özelliklerde süreksizliğin olduğu yerlerde ise kırınımına uğrar. Bu çalışmadaki kırınım problemine ilişkin sınır değer problemi Fourier dönüşümü kullanılarak üçüncü türden

bir modifiye Wiener-Hopf denklemine indirgenir. Bu denklemlerin çözümü ise sonsuz boyutlu cebirsel denklem sistemi ile kesim çizgisi üzerinde yazılmış integrallerin değerlendirilmesini gerektirir.

İkinci bölümde problem formüle edilmiş ve Fourier dönüşümü yardımıyla önce bir üçüncü tür modifiye Wiener-Hopf denklem sistemine indirgenmiştir. Bu sistemin ayrıştırılması sonucunda ortaya ikinci tipten iki adet Fredholm integral denklemi çıkmıştır. Elde edilen denklemlerde kesim çizgisi üzerindeki integraller asimptotik olarak değerlendirilmiş ve sonsuz boyutlu cebirsel denklem sistemine ulaşılmıştır. Bulunan çözüme dayanılarak saçılan alanın ayrıntılı bir analizi yapılmıştır. Semer noktası yönteminden faydalanılarak yapılan bu analiz, gözlem bölgesinde yansıyan ve kırılan alan terimlerinin açık ifadelerinin ortaya çıkarılmasını sağlamıştır.

İkinci bölümde karşımıza çıkan sonsuz boyutlu cebirsel denklem sisteminin sayısal çözümü ve saçılan alanın sayısal analizi Sonuç bölümünde ele alınmıştır. Bu bölümde, oluk derinliği, farklı yan duvar rezistivite değerleri ve dolgu malzemesi özellikleri için geri saçılımı gösteren grafikler verilmiştir. Ayrıca bu bölümde, incelenen problem bazı fiziksel parametrelerin limit durumunda literatürde daha önceden çözülmüş problemlere indirgenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Değerlendirme bölümünde, analitik ve sayısal sonuçlara dayanarak yapılan incelemeler değerlendirilmiş ve gelecek çalışmaların ne yönde olması gerektiği ifade edilmiştir.

Problemin formülasyonu

Şekil 1'de gösterilen dikdörtgen kesitli oluk:

$$u^i(x, y) = e^{-ik(x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0)} \quad (2)$$

ile ifade edilen z-eksenine paralel bir düzlemsel kaynak tarafından aydınlatılmış olsun. Burada, $k = 2\pi / \lambda$, boş uzay dalga sayısı ve ϕ_0 , elektromanyetik dalganın geliş açısıdır. Bundan

sonra yapılacak bazı matematik işlemlere berraklık kazandırmak amacıyla uzayın küçük bir iletkenliğe sahip olduğu varsayılacak ve k 'nın pozitif bir sanal kısmının olduğu düşünülecektir. Kayıpsız ortama ilişkin sonuçlar $\text{Im } k \rightarrow 0$ yapmak suretiyle elde edilebilir. Oluğun yatay duvarlarının mükemmel iletken, düşey duvarlarının ise $x=0, y \in (0,d)$ ve $x=\ell, y \in (0,d)$ için sırasıyla R_1 ve R_2 yüzey direncine sahip olduğu kabul edilmektedir. Dalga kılavuzunun içerisinde $x \in (-\infty, 0) \cup y \in (0,d)$ ve $x \in (\ell, \infty) \cup y \in (0,d)$ bölgeleri sırasıyla elektriksel geçirgenliği $\epsilon_{1,2}$ ve manyetik geçirgenliği $\mu_{1,2}$ ile karakterize edilen basit malzemelerle yüklenmiştir.

Analiz etmek amacıyla toplam $u^T(x,y)$ alanı değişik bölgelerde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u^T = \begin{cases} u^i(x,y) + u^r(x,y) + u_1(x,y) & y > d \\ u_2^{(1)}(x,y)H(-x) + u_2^{(2)}(x,y) \\ \times H(\ell - x) - H(-x) & 0 < y < d \\ + u_2^{(3)}(x,y)H(x - \ell) & \end{cases} \quad (3a)$$

Burada $H(x)$, Heaviside birim basamak fonksiyonudur. $u^i(x,y)$ (2) bağıntısı ile verilen gelen alanı, $u^r(x,y)$ ise, $y=d$ düzlemine yerleştirilmiş gibi rol oynayan mükemmel iletken bir levhadan yansıyan alanı göstermektedir:

$$u^r(x,y) = -e^{-ik[x \cos \phi_0 - (y-2d) \sin \phi_0]} \quad (3b)$$

$y > d$ bölgesinde $u_1(x,y)$ saçılan alan Helmholtz denklemini sağlar:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right] u_1(x,y) = 0 \quad (4)$$

$u_1(x,y)$ 'nin x 'e göre Fourier dönüşümü $F(\alpha,y)$ olmak üzere:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + K^2 \right] F(\alpha,y) = 0 \quad (5)$$

dır. Burada, $K(\alpha) = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$ karekök fonksiyonu, kompleks α -düzleminde $K(0)=k$

olacak şekilde tanımlanmıştır. $F(\alpha,y)$ 'yi aşağıdaki gibi yazmak mümkündür:

$$F(\alpha,y) = F_-(\alpha,y) + F_1(\alpha,y) + e^{i\alpha d} F_+(\alpha,y) \quad (6)$$

$F_-(\alpha,y)$ ve $F_+(\alpha,y)$ fonksiyonları sırasıyla $\text{Im}\{\alpha\} < \text{Im}\{k\}$ ve $\text{Im}\{\alpha\} > \text{Im}\{-k\}$ yarı düzlemlerinde regülerdir. $F_1(\alpha,y)$ ise tam fonksiyondur. (5)'in, $y \rightarrow \pm\infty$ için radyasyon koşulunu sağlayan genel çözümü:

$$F_-(\alpha,y) + F_1(\alpha,y) + e^{i\alpha d} F_+(\alpha,y) = A(\alpha) e^{i\alpha k(\alpha)[y-d]} \quad (7)$$

dir. Sınır koşulları kullanılarak:

$$A(\alpha) = F_1(\alpha,d) \quad (8)$$

bulunur. $0 < y < d$ bölgesinde, $u_2^{(1)}(x,y)$, $u_2^{(2)}(x,y)$ ve $u_2^{(3)}(x,y)$ fonksiyonları, $k_r = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$, $r=1,2$ olmak üzere yüklü ve yüksüz bölgelerde Helmholtz denklemini sırasıyla $x \in (-\infty, 0)$, $x \in (0, \ell)$ ve $x \in (\ell, \infty)$ aralığında sağlarlar. Denklemlerin çözümünde regülerlik $\alpha = -\alpha_m$ ve $\alpha = \alpha_m$ 'deki kutuplardan dolayı bozulabilir,

$$\alpha_{1m} = -k_1 \sqrt{1 - \left(\frac{m\pi}{k_1 d} \right)^2} \quad \alpha_m = k \sqrt{1 - \left(\frac{m\pi}{kd} \right)^2} \\ \alpha_{2m} = k_2 \sqrt{1 - \left(\frac{m\pi}{k_2 d} \right)^2} \quad (9a,b,c)$$

Bu kutuplar

$$F_1(\pm \alpha_m, d) = (-1)^m \frac{d^2}{2m\pi} \\ \times \left\{ f_m \mp \alpha_m g_m - [h_m \mp \alpha_m j_m] e^{\pm i\alpha_m \ell} \right\} \quad (10a)$$

ve

$$f_m = \left(-\frac{k}{\zeta_1} - \frac{\alpha_{1m}}{\mu_1} \right) g_m, \quad h_m = \left(-\frac{k}{\zeta_2} + \frac{\alpha_{2m}}{\mu_2} \right) j_m \quad (10b,c)$$

koşulu sağlandığında ortadan kalkacaktır. Burada $\zeta_n = R_n / Z_0$ $n=1,2$ normalize rezistivitedir ve

$$\begin{bmatrix} f_m \\ g_m \\ h_m \\ j_m \end{bmatrix} = \frac{2}{d} \int_0^d \begin{bmatrix} g(t) \\ h(t) \\ j(t) \end{bmatrix} \sin\left[\frac{m\pi}{d}t\right] dt \quad (11)$$

olarak verilir. Son olarak süreklilik bağıntısı ele alınır ve (7)'nin türevi alınarak birleştirilirse,

$$\begin{aligned} \dot{G}_1(\alpha, d) &= iK(\alpha)F_1(\alpha, d) \\ &- \dot{F}_-(\alpha, d) - e^{i\alpha d} \dot{F}_+(\alpha, d) \\ &+ \frac{k \sin \phi_0 e^{-ikd \sin \phi_0}}{\pi(\alpha - k \cos \phi_0)} \left[1 - e^{i\ell(\alpha - k \cos \phi_0)} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

elde edilir. (11) bağıntısı, $f(t)$, $g(t)$, $h(t)$ ve $j(t)$ 'nin Fourier serisine açılacağını gösterir.

$$\begin{bmatrix} f(t) \\ g(t) \\ h(t) \\ j(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} f_m \\ g_m \\ h_m \\ j_m \end{bmatrix} \sin\left[\frac{m\pi}{d}t\right] \quad (13)$$

(13), (12)'ye konularak terim terime integrasyon yapılmasıyla üçüncü türden bir modifiye Wiener-Hopf denklemi elde edilir:

$$\begin{aligned} F_1(\alpha, d) \left[\frac{1}{dN(\alpha)} \right] &+ \dot{F}_-(\alpha, d) + e^{i\alpha d} \dot{F}_+(\alpha, d) \\ &= \frac{k \sin \phi_0 e^{-ikd \sin \phi_0}}{\pi(\alpha - k \cos \phi_0)} \left[1 - e^{i\ell(\alpha - k \cos \phi_0)} \right] \\ &+ \frac{\pi}{d} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m m}{\alpha^2 - \alpha_m^2} \left\{ f_m - \alpha g_m - [h_m - \alpha j_m] e^{i\alpha \ell} \right\} \end{aligned} \quad (14a)$$

Burada:

$$N(\alpha) = \frac{e^{iKd} \sin[Kd]}{K(\alpha)d} \quad (14b)$$

dir. (14a) denklemini çözmek için $N(\alpha)$ fonksiyonunu:

$$N(\alpha) = N_+(\alpha)N_-(\alpha) \quad (15)$$

şeklinde ayrıştırmak gerekir. $N_+(\alpha)$ fonksiyonu $\text{Im}\{\alpha\} > \text{Im}\{-k\}$ üst yarı-düzlemde, $N_-(\alpha)$ fonksiyonu ise $\text{Im}\{\alpha\} < \text{Im}\{k\}$ alt yarı-düzlemde regülerdir.

Şimdi (14a) ifadesinin her iki tarafını $N_-(\alpha)$ ile çarpalım. Wiener-Hopf dekompozisyonu ve Liouville teoremi uygulanarak:

$$\begin{aligned} N_-(\alpha)L(\alpha) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{L^-} e^{i\tau \ell} M(\tau)N_-(\tau) \frac{d\tau}{\tau - \alpha} \\ &- \frac{k \sin \phi_0 e^{-ikd \sin \phi_0}}{\pi(\alpha - k \cos \phi_0)} N_-(k \cos \phi_0) \\ &+ \frac{\pi}{d} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m m}{\alpha_m(\alpha + \alpha_m)} [f_m + \alpha_m g_m] N_+(\alpha_m) \end{aligned} \quad (16a)$$

elde edilir. Burada:

$$\begin{aligned} L(\alpha) &= \dot{F}_-(\alpha, d) - \frac{k \sin \phi_0 e^{-ikd \sin \phi_0}}{\pi(\alpha - k \cos \phi_0)} \\ &- \frac{\pi}{d} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m m}{\alpha^2 - \alpha_m^2} [f_m - \alpha g_m] \end{aligned} \quad (16b)$$

$$\begin{aligned} M(\alpha) &= \dot{F}_+(\alpha, d) + \frac{k \sin \phi_0 e^{-ik(d \sin \phi_0 + \ell \cos \phi_0)}}{\pi(\alpha - k \cos \phi_0)} \\ &+ \frac{\pi}{d} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m m}{\alpha^2 - \alpha_m^2} [h_m - \alpha j_m] \end{aligned} \quad (16c)$$

dır. $M(\alpha)$ and $L(\alpha)$ fonksiyonlarının rolleri değişmek koşulu ile, (14a) denkleminin her iki tarafının $e^{-i\alpha \ell} N_+(\alpha)$ ile çarpılması sonucunda,

$$\begin{aligned} N_+(\alpha)M(\alpha) &= -\frac{1}{2\pi i} \int_{L^+} e^{-i\tau \ell} L(\tau)N_+(\tau) \frac{d\tau}{\tau - \alpha} \\ &- \frac{1}{2\pi i} \frac{e^{-ik\ell \cos \phi_0}}{(\alpha - k \cos \phi_0)} N_+(k \cos \phi_0) \\ &- \frac{\pi}{d} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m m}{\alpha_m(\alpha - \alpha_m)} [h_m - \alpha_m j_m] N_+(\alpha_m) \end{aligned} \quad (16d)$$

elde edilir. Bu integral denklemler, iterasyon ile çözülmeye elverişli bir yapıdadır. $k\ell$ yeterince büyük olduğunda, bu denklemlerin sağ tarafında gözüken serbest terimler birinci mertebeden çözümlere karşı gelirler. İkinci mertebeden çözümler, birinci mertebeden çözümleri (16a) ve (16d)'nin sağ taraflarında yerine konarak elde edilir. $F_1(\alpha, d)$ ifadesi, (10)'da verilen $F_1(\pm\alpha_m, d)$ katsayıları cinsinden yazılabilen f_m , g_m , h_m ve j_m bilinmeyen katsayılarını içerir. (10) kullanılarak, sonsuz bilinmeyenli sonsuz denklem içeren iki denklem sistemi elde edilir:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{2m\pi} \frac{(-1)^m}{N_+(\alpha_m)} (g_m \mp j_m) \\ &= \frac{B_1 C_{1m}}{\alpha_m - k \cos \phi_0} \mp \frac{A_1 C_{2m}}{\alpha_m + k \cos \phi_0} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_{3n}}{\alpha_n + \alpha_m} [C_{1m} C_{3n} g_n \pm C_{2m} C_{4n} j_n] \\ &+ \frac{A_1 A_2 C_{1m}}{\alpha_m - k \cos \phi_0} D_{1m} \mp \frac{B_1 A_2 C_{2m}}{\alpha_m + k \cos \phi_0} D_{2m} \\ &+ A_2 D_{3m} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_{3n}}{k - \alpha_n} [C_{1m} C_{4n} j_n \pm C_{2m} C_{3n} g_n] \end{aligned} \quad (17)$$

burada, $A_1, A_2, A_{3n}, B_1, C_{1m}, C_{2m}, C_{3n}, C_{4n}, D_{1m}, D_{2m}$ ve D_{3m} katsayıları bilinmektedir ve

$$A_1 = -\frac{e^{-ik\ell \cos \phi}}{2\pi i} N_+(k \cos \phi_0) \quad (18a)$$

$$A_2 = e^{-i\pi/4} \frac{dk}{\pi} \sqrt{2\pi} \frac{1}{[N_+(k)]^2} \frac{e^{ik\ell}}{(k\ell)^{1/2}} \quad (18b)$$

$$A_{3n} = -\frac{\pi (-1)^n n}{d \alpha_n} N_+(\alpha_n) \quad (18c)$$

$$B_1 = -\frac{k \sin \phi_0 e^{-ikd \sin \phi}}{\pi} N_-(k \cos \phi_0) \quad (18d)$$

$$C_{1m} = \frac{1}{k/\zeta_1 + \alpha_{1m}/\mu_1 + \alpha_m} \quad (18e)$$

$$C_{2m} = \frac{1}{k/\zeta_2 - \alpha_{2m}/\mu_2 - \alpha_m} \quad (18f)$$

$$C_{3n} = k/\zeta_1 + \alpha_{1m}/\mu_1 - \alpha_n \quad (18g)$$

$$C_{4n} = k/\zeta_2 - \alpha_{2m}/\mu_2 + \alpha_n \quad (18h)$$

$$D_{1m} = F \left[k\ell \left(1 - \frac{\alpha_m}{k} \right) \right] + F [k\ell(1 - \cos \phi_0)] \quad (18i)$$

$$D_{2m} = F \left[k\ell \left(1 - \frac{\alpha_m}{k} \right) \right] + F [k\ell(1 + \cos \phi_0)] \quad (18j)$$

$$D_{3m} = 1 - F \left[k\ell \left(1 - \frac{\alpha_m}{k} \right) \right] \quad (18k)$$

olarak verilir.

$u_1(x, y)$ saçılan alanı, $A(\alpha)$ spektral katsayının ters Fourier dönüşümü alınarak elde edilir. $y > d$ bölgesinde saçılan alan:

$$u_1(x, y) = \int_L F_1(\alpha, d) e^{iK(\alpha)(y-d) - i\alpha x} d\alpha \quad (19)$$

şeklinde yazılır. Burada $L, \text{Im}\{k \cos \phi_0\} < \text{Im}\{\alpha\} < \text{Im}\{k\}$ şeridi içinde gerçel α -eksenine paralel bir düzgün doğrudur. (19) integralini semer noktası yöntemi ile değerlendirerek saçılan alanın asimptotik ifadeleri analitik olarak elde edilir.

Sonuçlar

Elektromanyetik düzlemsel dalgaların, yan duvarları farklı rezistif yüzeylere sahip, yatay duvarları ise mükemmel iletken ve bu duvarların arası elektriksel ve manyetik olarak geçirgen farklı malzemelerle doldurulmuş bir oluktan saçılımı, analitik olarak incelenmiştir. Bu bölümde incelenen problem, bazı fiziksel parametrelerinin limit durumları için literatürde daha önce yapılmış çalışmalara indirgenmekte ve karşılaştırılmaktadır. Daha sonra fiziksel ve geometrik parametrelerin değişimi ile kırınan alanın değişimi incelenecektir. Sayısal sonuçlar sunulurken kullanılan geri saçılım yankı genişliği, σ :

$$\sigma = \lim_{\rho \rightarrow \infty} 2\pi\rho \left| \frac{u^s(\rho, \phi)}{u^i(\rho, \phi)} \right|^2 \quad (20)$$

ile verilmektedir.

Çözümün geçerliliği

Şekil 1'de verilen ve analitik olarak incelenen problem kullanılan parametrelerin özel değerleri için literatürde daha önce incelenmiş olan problemlere indirgenebilir. Bu özel durumlardan birisi oluk genişliğinin sonsuza uzatıldığı $\ell \rightarrow \infty$ durumudur. Bu koşulda problem, iki paralel mükemmel iletken plakanın (birisini sonsuz, diğeri yarı sonsuz uzunlukta), rezistif bir şeritle basamak şeklinde birleştirilmesi ile oluşturulan probleme dönüşür. Bu problem literatürde çözülmüştür (Büyükaksoy vd., 1997). $\ell \rightarrow \infty$ yapılmasıyla $u(\rho, \phi)$ kırınan alan ifadesi,

$$\begin{aligned} u(\rho, \phi) = & \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} \left[-e^{-i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} kdN_-(k \cos \phi_0) \right. \\ & \times N_-(k \cos \phi) \frac{\sin \phi_0 \sin \phi}{\cos \phi_0 + \cos \phi} e^{-ikd \sin \phi_0} \\ & - e^{-i\pi/4} \sqrt{2\pi} k^2 \sin \phi \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{m\pi}{d} \right)^2 \frac{F_1(\alpha_m, d)}{(k + 2\zeta_1 \alpha_m) \alpha_m} \\ & \left. \times \frac{N_+(\alpha_m) N_-(k \cos \phi_0)}{(\alpha_m - k \cos \phi_0)} \right] \quad (21) \end{aligned}$$

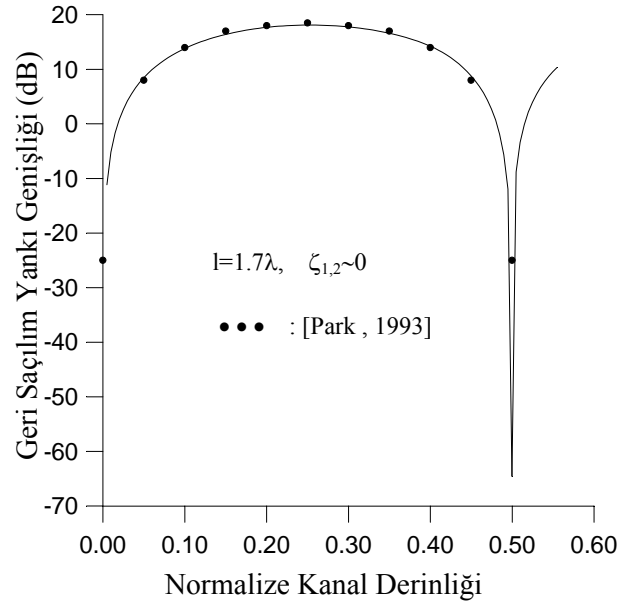
şekline dönüşür. Bu sonuç Büyükaksoy ve diğerlerinin yaptığı çalışmada (1997) denklem (72)'de verilen kırınan alan ifadesi ile aynıdır.

Yine $\zeta_1 = \zeta_2 = 0$ durumunda incelenen problem, mükemmel iletken duvarlara sahip bir oluktan saçılım ifadesine dönüşür. Bu problem literatürde Park ve Eom tarafından çözülmüş ve sayısal bazı sonuçlar sunulmuştur (Park vd., 1993). Bu çalışmada incelenen geometrinin orijininin, x yönünde $-\ell/2$, y yönünde ise d kadar ötelenmesi ve geometriyi aydınlatan elektromanyetik düzlemsel dalganın geliş açısının $\pi/2$ kaydırılması durumunda, Park ve diğerleri tarafından (1993) tanımlanan geometriye ulaşılacaktır. Bu çalışmada verilen normalize

kanal derinliği (d/λ) değişimine karşı, normalize geri saçılım yankı genişliği (σ/λ) değişimi Şekil 2'de siyah nokta ile gösterilmiştir. Diğer taraftan orijin ve geliş açısı için gerekli düzenlemelerin ardından, $\zeta_1 = \zeta_2 = 0$ durumunda önceki bölümde analitik olarak incelenen problemde elde edilen sayısal sonuçlar Şekil 2'de düz çizgi ile verilmiştir. Bu grafik elde edilirken $\ell = 1.7\lambda$ ve $\phi_0 = 0^\circ$ (Şekil 1'e göre $\phi_0 = 90^\circ$) alınmıştır. Şekil 2 göstermektedir ki kullanılan algoritma ve daha önce çözülmüş problemde elde edilen veriler üst üste çakışmaktadır. Bu da, limit durumlarında çözümün daha önce literatürde yer alan çözümlerle uyumlu olduğunu göstermektedir.

Sayısal sonuçlar

İncelenen probleme ilişkin sayısal verilerin elde edilebilmesi için Wiener-Hopf denkleminin çözümü bulunur. Bunun için sonsuz boyutlu cebirsel denklem takımında (Denklem (17)) yer alan g_m ve j_m katsayılarının belirlenmesi gereklidir. Denklem (17)'deki seri toplamaları belirli bir N değerinde kesilerek hesaplanmıştır.

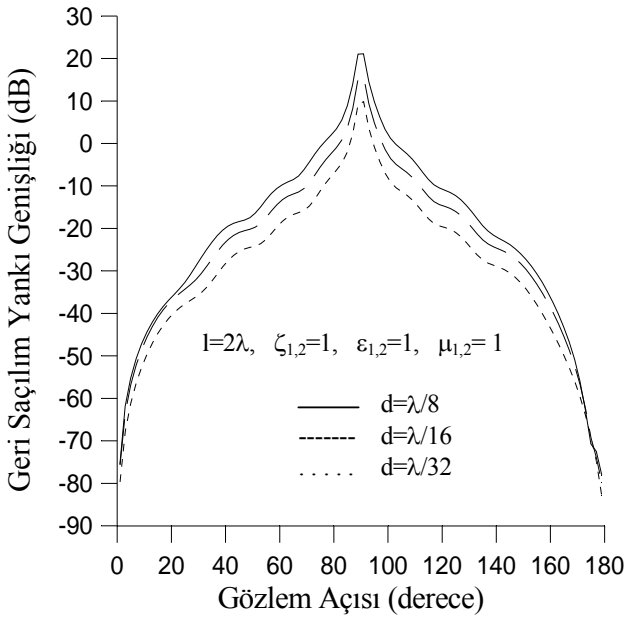


Şekil 2. Normalize kanal derinliğine karşı geri saçılım yankı genişliği değişimi.

Bu N değerini saptamak için sonsuz serideki terim sayısı adım adım artırılmış ve çözümün alınan terim sayısına duyarsızlaşmaya başladığı değer N sayısı olarak seçilmiştir. Daha sonra Gauss Eliminasyon yöntemi kullanılarak denklem

takımından katsayıların değeri belirlenmiştir. Sonraki adımda ise bulunan katsayılar kullanılarak, saçılan alan analizi yapılmaktadır. Sayısal sonuçlara örnek olarak, değişik rezistif yüzey değerleri, oluk derinlikleri ve elektriksel ve manyetik geçirgenlikler için normalize geri saçılım yankı genişliği grafikleri çıkarılmıştır.

Şekil 3'te, oluk derinliği d 'nin farklı değerleri için çıkarılan normalize geri saçılım yankı genişliği (σ/λ) görülmektedir. Bu grafik elde edilirken elektromanyetik dalganın geliş açısı ile gözlem açısı birbirine eşit alınmıştır, yani $\phi_0=\phi$ durumu söz konusudur ve geliş ve gözlem açısı 0 ile 180 derece arasında değiştirilmiştir. Oluk genişliği $\ell=2\lambda$, yan duvarların rezistif değerleri $\zeta_{1,2}=1$, oluğun yanındaki dalga kılavuzları içerisindeki malzemenin elektriksel ve manyetik geçirgenliği $\epsilon_{1,2}=1$ ve $\mu_{1,2}=1$ olarak alınmıştır. Oluk derinliği $d=\lambda/8$, $\lambda/16$ ve $\lambda/32$ alınarak geri saçılım grafiği çizilmiştir.

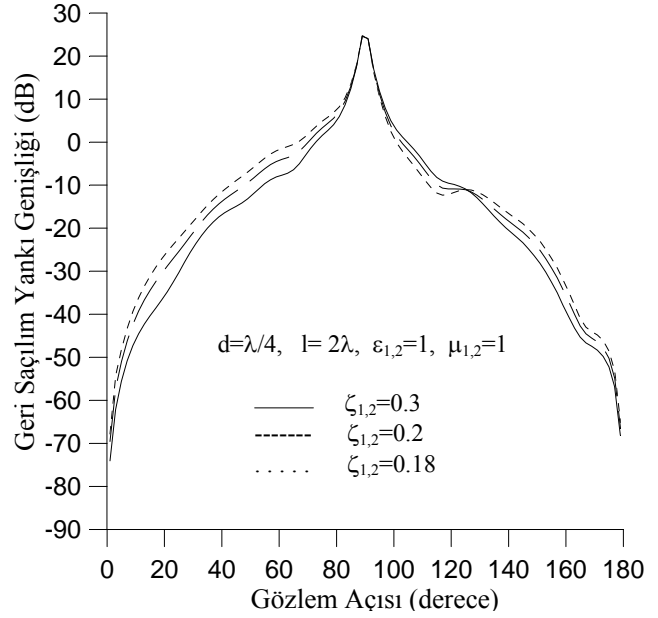


Şekil 3. Farklı d değerleri için normalize geri saçılım yankı genişliği.

Bu grafiğe göre oluk derinliği arttıkça kırınan alanın genliği de artmaktadır. Bu sonuç Şekil 2'de elde edilen sonuçla aynıdır.

Oluk yapının yan duvarlarının rezistif değerinin değişimine karşılık normalize geri saçılım yankı genişliğinin değişimi Şekil 4'te verilmektedir.

Bu grafikte oluk yapıyı aydınlatan düzlemsel elektromanyetik dalganın geliş açısı ve gözlem açısı $\phi_0=\phi$ dir ve gözlem aralığı $0^\circ < \phi < 180^\circ$ arasında değişmektedir.

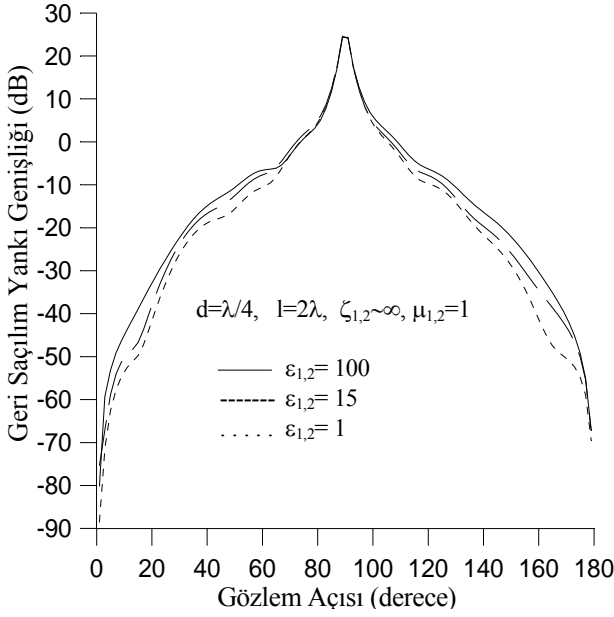


Şekil 4. Farklı ζ değerleri için normalize geri saçılım yankı genişliği.

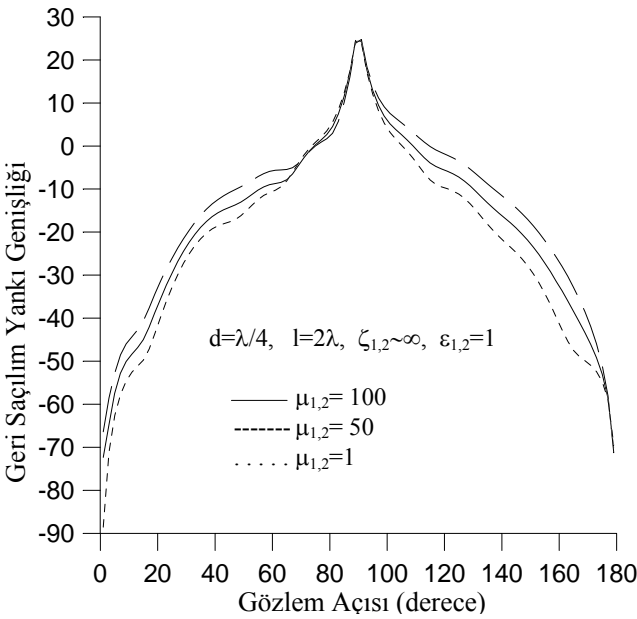
Oluk derinliği $d=\lambda/4$, oluk genişliği $\ell=2\lambda$ ve oluğun yanındaki dalga kılavuzlarının içerisindeki boş ($\epsilon_{1,2}=1$ ve $\mu_{1,2}=1$) olduğu kabul edilmiştir. Oluk yan duvarlarının rezistif değeri $\zeta=0.18$, 0.2 ve 0.3 değerleri için, geri saçılım eğrileri çizdirilmiştir. Yan duvarların rezistif değeri ζ 'nin artması ile normalize geri saçılım yankı genişliğinin azaldığı gözlenmektedir.

Şekil 5 ve Şekil 6'da, oluk yan duvarlarında yer alan dalga kılavuzları içerisindeki malzemenin elektriksel ve manyetik geçirgenliklerindeki değişimin geri saçılmaya olan etkisi gözlenmektedir. Bu amaçla her iki grafik elde edilirken oluk yan duvarlarındaki rezistif şartların değeri yaklaşık sonsuz alınmıştır. Böylece bu şartların açık devre gibi davranması sağlanmıştır. Şekil 5'te oluk derinliği $d=\lambda/4$, oluk genişliği $\ell=2\lambda$ ve oluğun yanındaki dalga kılavuzlarının içerisinde bulunan malzemenin manyetik geçirgenliği $\mu_{1,2}=1$ alınmıştır. Malzemenin elektriksel geçirgenliği $\epsilon_{1,2}=1$, 15 ve 100 değerleri alınarak geri saçılım grafiği

çıkarılmıştır. Bu grafikten ε 'nın değeri 1 ile 100 arasında artarken normalize geri saçılım yankı genişliğinin arttığı gözlenmektedir.



Şekil 5. Farklı ε değerleri için normalize geri saçılım yankı genişliği.



Şekil 6. Farklı μ değerleri için normalize geri saçılım yankı genişliği.

Şekil 6'da, oluk derinliği $d=\lambda/4$, oluk genişliği $l=2\lambda$ ve oluğun yanındaki dalga kılavuzlarının içerisinde bulunan malzemenin elektriksel geçirgenliği $\varepsilon_{1,2}=1$ alınmıştır. Malzemenin

manyetik geçirgenliği $\mu_{1,2}=1, 50$ ve 100 değerleri alınarak normalize geri saçılım yankı genişliği grafiği çıkarılmıştır. Bu grafikten μ değeri arttıkça geri saçılımın arttığı söylenebilir.

Değerlendirme

Bu çalışmada, kanal yan duvarları farklı rezistif yüzeylere sahip, yatay duvarları mükemmel iletken ve bu duvarların arası elektriksel ve manyetik olarak geçirgen farklı malzemelerle doldurulmuş bir oluktan E_z polarize düzlemsel dalgaların kırınımı incelenmiştir.

Problem sınır ve süreklilik bağıntıları göz önünde tutularak formüle edilmiş ve Fourier dönüşümü yardımıyla bir üçüncü tür modifiye Wiener-Hopf denklem sistemine indirgenmiştir. Bu sistemin ayrıştırılması sonucunda ikinci tipten iki adet Fredholm integral denklemi ortaya çıkmıştır. Elde edilen denklemlerde kesim çizgisi üzerindeki integraller asimptotik olarak değerlendirilmiş, sonsuz boyutlu cebirsel denklem sisteminin çözümü sayısal olarak yapılmıştır. Bulunan çözüme dayanılarak saçılan alanın ayrıntılı bir analizi yapılmıştır.

Fredholm integral denklemlerinde kesim çizgisi üzerindeki integraller ve saçılan alanın analizi, Fresnell integralinin sayısal çözümüyle değerlendirilmiştir. Çözüm geometrinin dalga boyuna göre büyük ve küçük olması durumlarında geçerlidir.

İncelenen problem, bazı fiziksel parametrelerin limit durumunda, literatürde daha önceden çözülmüş problemlere indirgenmiştir. Analitik ve sayısal olarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Oluk derinliğinin, oluk yan duvar rezistif değerinin değişiminin ve farklı malzemelerle yüklenmiş yapının kırınım olayına etkisini gösteren grafikler çıkarılmıştır.

Bu incelemelere dayanarak şu sonuçları çıkarmak mümkündür:

- Geri saçılım yankı genişliği, oluk derinliği değişirken salınım (rezonans) yapar,

- Yan duvarların rezistif değeri arttıkça kırınan alan genliği azalmaktadır,
- Dielektrik sabiti arttıkça kırınan alan genliği artmaktadır,
- Manyetik geçirgenlik arttıkça kırınan alan genliği artmaktadır.

Bu çalışmada ortaya çıkan önemli bir sonuç, oluk yapının yan duvarlarının rezistif değeri artırılarak ve yan dalga kılavuzlarının içerisi uygun malzemelerle doldurularak, radar kesit alanının küçültülmesinin mümkün olduğunun anlaşılmasıdır.

Bu problemin çözümü, arazide yer alan oyuk, tüneller ve yeraltı kaynaklarının uzaktan algılanmasına ve uçak, uydu ve füzelerin üzerindeki süreksizliklerin radar kesit alanlarının küçültülmesine katkı sağlamaktadır. Oluk yapının yan duvarlarının ve/veya içerisinin meta malzemelerle (elektriksel ve manyetik geçirgenliğin negatif olması durumu) doldurulmasıyla radar kesit alanındaki değişimin incelenmesi ve klasik malzemelerle karşılaştırılması gelecekte yapılabilecek çalışmalardandır. Böyle bir çalışma radara duyarız teknolojilerin geliştirilmesi konusunda büyük katkı sağlayacaktır. Bu problem baz alınarak ileride ele alınabilecek bir başka problem de, periyodik olarak sıralanmış dikdörtgen kesitli oluklar dizisinden kırınımın incelenmesidir. Böyle bir inceleme de dizi anten analizine katkı sağlayacaktır.

Teşekkür

Bu çalışma süresince yardımlarını esirgemeyen Sayın Prof. Dr. Alınur Büyükaksoy'a teşekkürlerimi sunarım.

Semboller

d	: Derinlik
dB	: Desibel
E_z	: Elektrik alanın z bileşeni
ϵ	: Dielektrik sabiti
$H(x)$: Heaviside birim basamak fonksiyonu
k	: Boş uzay dalga sayısı
ℓ	: Uzunluk
λ	: Dalga boyu
μ	: Manyetik geçirgenlik
n	: Birim normal

ϕ_0	: Elektromanyetik dalganın geliş açısı
R_n	: Yüzey direnci
σ	: Elektriksel iletkenlik
σ	: Geri saçılım yankı genişliği
u^d	: Kırınan alan
u^i	: Gelen alan
u^r	: Yansıyan alan
u^T	: Toplam alan
ω	: Açısal frekans
Z_0	: Boşluğun karakteristik empedansı
ζ_n	: Normalize yüzey direnci

Kaynaklar

- Anderson, I., (1979). Plane Wave Diffraction by a Thin Dielectric Half Pane, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 27, 584-589.
- Barkeshli, K. ve Volakis, J. L., (1991). Scattering from Narrow Rectangular Filled Grooves, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 39, 804-810.
- Bhattacharyya, A. K., (1995). *High-Frequency Electromagnetic Techniques: Recent Advances and Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Büyükaksoy, A., Birbir F. ve Erdoğan E., (1995). Scattering Characteristics of a Rectangular Groove in a Reactive Surface, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 43, 1450-1458.
- Büyükaksoy, A., Çevik, M. ve Uzgören, G., (1997). Scattering of Plane Waves by a Thick Half-Plane with Resistive Vertical Walls, *AEÜ International Journal of Electronics and Communications*, 51, 97-102.
- Büyükaksoy, A. ve Uzgören G., (1999). *Kırınım Problemleri*, GYTE Yayınları, Gebze.
- Chumachenko, V. P., Karaçuha E. ve Dumanlı, M., (1999). An analysis of TE-Scattering From Multiangular Groove in a Ground Plane, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 13, 381-396.
- Chumachenko, V. P., Karaçuha E. ve Dumanlı, M., (2000). TM-Scattering From Multiangular Groove in a Ground Plane, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 14, 329-347.
- Keller, J. B., (1962). Geometrical Theory of Diffraction, *The Journal of the Optical Society of America*, 52, 116-130.
- Meixner, J., (1954). The Behaviour of Electromagnetic Fields at Edges, *New York University Research Report*, No. EM-72.
- Mitra, R. ve Lee, S. W., (1971). *Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves*, The MacMillan Company, New York.

- Noble, B., (1958). *The Wiener-Hopf Techniques*, Pergamon, London.
- Park, T. J., Eom, H. J. ve Yoshitomi, K., (1993). An Analysis of Transverse Electric Scattering from a Rectangular Channel in a Conducting Plane, *Radio Science*, 28, 663-673.
- Senior, T. B. A., (1979). Scattering by Resistive Strips, *Radio Science*, 14, 911-924.
- Senior, T. B. A., (1985). Combined Resistive and Conductive Sheets, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 33, 577-579.
- Senior, T. B. A. ve Liepa, V. V., (1984). Backscattering from Tapered Resistive Strips, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 32, 747-751.
- Senior, T. B. A. ve Volakis, J. L., (1987). Sheet Simulation of a Thin Dielectric Layer, *Radio Science*, 22, 1261-1272.
- Yoshidomi, K., (1984). Scattering of an Electromagnetic Beam Wave by Rectangular Grooves on a Perfect Conductor, *Transaction of Institute of Electronics Information and Communication Engineers in Japan*, E67, 447-448.