

Frekans tepki fonksiyonlarından transdüser kütle etkilerinin kaldırılması

Orhan ÇAKAR*, Kenan Yüce ŞANLITÜRK

İTÜ Makina Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 34437, Gümüşsuyu, Taksim, İstanbul

Özet

Frekans Tepki Fonksiyonlarının (FTF) kalitesinin parazit ve sistematik hatalar gibi faktörlerle olumsuz yönde etkilendiği bilinmektedir. FTF'lerini kullanan çeşitli analizlerin doğruluğu ve güvenilirliği de ölçülmüş verilerin kalitesine bağlıdır. Bu çalışma ölçülmüş FTF'lerindeki en önemli sistematik hatalardan biri olan transdüser kütle etkisini kaldırmayı amaçlamaktadır. Bu çalışmada ölçülmüş FTF'lerindeki transdüser kütle etkisinin kaldırılması için Sherman-Morrison eşitliğine dayalı olarak geliştirilen yeni bir yöntem sunulmaktadır. Burada sunulan formülasyon genel amaçlıdır ve hem sabit hem de hareketli transdüser durumlarına uygulanabilmektedir. Transdüserin gezdirildiği test durumunda yardımcı bir kütle kullanımından yararlanılmaktadır. Bununla beraber, yapının transfer FTF'nun ölçümünde yardımcı kütle kullanımına gerek duyulmaması yeni yöntemin üstün özelliklerinden biridir. Bu sayede transfer FTF'nda ilave etkiler oluşturulmamaktadır. Yöntemin uygulanabilirliği sayısal simülasyonlarla ve deneysel veriler kullanılarak incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Frekans Tepki Fonksiyonu (FTF), transdüser kütle etkisi, Sherman-Morrison eşitliği.*

Elimination of transducer mass loading effects from frequency response functions

Abstract

It is well known that the quality of measured Frequency Response Functions (FRFs) is adversely affected by many factors, most significant sources being noise and systematic errors. It is also known that the accuracy and the reliability of various analyses using the measured FRFs depend strongly on the quality of measured data. This paper aims to remove one of the major systematic errors in measured FRFs, namely the mass loading effects of transducers. This paper presents a new method based on the Sherman-Morrison identity for the elimination of mass loading effects of transducers from measured FRFs. The formulation presented here is general in the sense that it can be applied for both fixed and moving transducer cases. In the case of moving transducer type of tests, the use of dummy mass is utilized. However, one of the distinct features of the new method is that it avoids the need for the measurement of cross-FRFs of a structure with a dummy mass attached to the structure, hence avoiding further contamination of cross-FRFs. The applicability of the method is also assessed using experimental as well as simulated data.

Keywords: *Frequency Response Functions (FRFs), transducer mass effect, Sherman-Morrison identity .*

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Orhan ÇAKAR. cakaro@itu.edu.tr; Tel: (212) 293 13 00 dahili: 2585.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Makina Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Titreşim testlerinden elde edilen verilerin kalitesinin iyileştirilmesi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 07.11.2003 tarihinde dergiye ulaşmış, 10.12.2003 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.08.2005 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Giriş

Bir yapı üzerinden ölçülen FTF'larının kalitesi uzun zamandan beri titreşim mühendislerinin ilgisini çekmektedir. Deneysel modal analiz işleminde karşılaşılan hatalar Marudachalam ve Wicks (1991), Wicks (1991), Jung ve Ewins (1992), Mitchell (1994) gibi araştırmacılar tarafından incelenmiştir. FTF'larının kalitesini etkileyen faktörlerden biri ölçüm için kullanılan ivme ölçerlerin kütle etkileridir. İvme ölçerler yapının dinamiğini değiştirerek rezonans frekanslarının gerçek değerlerinden sapmasına neden olabilmektedir (Ewins, 2000; Dossing, 1991; McConnell, 1995). Pratikte bu etki, seviyesine göre, bir çok uygulamada önemli zorluklar ortaya çıkarabileceğinden bu frekans sapmalarının kabul edilebilir derecede küçük olması istenir. Transdüserin yapı üzerinde gezdirilmesiyle ölçülen bir grup veri arasında uyumsuzluklar meydana gelmesi modal testte karşılaşılan tipik bir problem örneğidir. Veri uyumsuzluğu özellikle parametrelerin bulunması için global eğri uydurma yöntemleri kullanıldığı zaman ortaya çıkmaktadır (Dossing, 1991).

Transdüser kütleleri incelenen yapının kütlesine göre küçük olduğu düşünülerek çoğu zaman ihmal edilmektedirler. Ancak hafif yapılar incelendiğinde bu etki önemli olabilir ve analizlerden önce bu verilerdeki transdüser kütle etkilerinin kaldırılması gerekebilir.

Literatürde bu etkilerin kaldırılması ile ilgili yapılmış önemli çalışmalar vardır. Sürüş noktası FTF'larından (driving point FRF) "kütle etkisini kaldırma" tekniği Ewins (2000) tarafından önerilmiştir. Transfer FTF'larındaki kütle etkisinin kaldırılması ile ilgili olarak da birkaç yöntem vardır. Decker ve Witfeld (1995) FTF'larını kullanan yapısal modifikasyon tekniğine dayalı bir yöntem sunmuşlardır ve transdüser konumundaki noktasal FTF'nun bilinmesi durumunda ölçülmüş FTF'larındaki transdüser kütle etkisinin kaldırılabilirliğini göstermişlerdir. Bu noktasal FTF'nun yaklaşık hesabı için yöntemler de önermişlerdir. Silva ve diğerleri (1997) yapıların dinamik olarak birleştirilmesi/ayrılması tekniğine dayalı başka bir yöntem sunmuşlardır. Transdüser kütle etkilerinin kaldırılması için

sürüş noktası ve transfer FTF'larının ölçümü sırasında yapıya bir yardımcı kütle bağlanmasını önermişlerdir. Silva ve diğerleri, (2000) yardımcı kütle kullanılarak ölçülen bir grup FTF'ndan ölçülmeyen FTF'larının elde edilmesi için de bir çalışma yapmışlardır. Ayrıca, Ashory (1998) transdüser kütle etkisinin kaldırılması amacına yönelik olarak farklı kütleli iki ivme ölçer ile bir grup FTF'nun ölçümünü göz önüne almıştır. Bu yaklaşımda sürüş noktası FTF ölçülmeden hesapla bulunabilmektedir. Ancak yöntem ters matris hesabı içerdiğinden parazitlere karşı oldukça duyarlı olmaktadır. Ashory (2002) bir yapıda yardımcı kütle kullanılarak ve kullanılmaksızın yapılacak iki ölçümün karşılaştırılmasıyla transdüser kütle etkisinin derecesinin belirlenebileceğini açıklamıştır.

Burada şunu da belirtmek gerekir ki, transdüserin sadece kütle ataleti değil aynı zamanda kütsel atalet momenti de yapıyı etkilemektedir. Gerçekte FTF'larının %75'i açısız koordinatları içermektedir. Bu nedenle transdüserlerin dönme etkileri oldukça önemli olabilmektedir. Bu konu McConnell ve Cappa (2000) tarafından incelenmiştir. Ancak pratikte açısız FTF'larının ölçülmesindeki sınırlamalar nedeniyle transdüserlerin dönme etkilerinin kaldırılması oldukça zor görünmektedir (Ewins, 2000).

Bu olumsuz etkilerin FTF'larından kaldırılması ile ilgili olarak literatürde önemli miktarda çalışma olmasına rağmen hala pratikte kullanılacak güçlü ve etkili bir yonteme ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışmada FTF'larındaki transdüser kütle etkisinin kaldırılması için alternatif olarak yeni ve etkili bir yöntem sunulmaktadır. Bu çalışma yazarların önceki çalışmalarının (Çakar ve Şanlıtürk, 2002) geliştirilmiş bir devamıdır ve mevcut yöntemlere bazı avantajlar getirmektedir: (i) Çok basit bir formülasyonu vardır ve daha da önemlisi (ii) transfer FTF ölçümü sırasında yardımcı kütle kullanımına ihtiyaç duyulmamaktadır ve bu nedenle veriye ilave etkiler getirilmemektedir. Burada, transdüser kütlesi bir yapısal modifikasyon problemi gibi göz önüne alınarak sabit ve hareketli ivme ölçer durumları için geçerli genel bir formülasyon türetilmiş ve sonra

sunulan yöntemin geçerliliği hem sayısal simülasyonlarla hem de deneysel uygulamalarla gösterilmeye çalışılmıştır. Yöntemin sabit ivme ölçer durumunda oldukça başarılı olduğu görülmüştür. Hareketli ivme ölçer durumunda ise yöntem parazitlere karşı duyarlı olmaktadır ve bu nedenle yöntem uygulanmadan önce veriler bir ön incelemeye tabi tutulmalıdır.

Transdüser kütle etkisi ve yapısal modifikasyon

Bu çalışmada sunulan yöntem, matris teorisinden bilinen Sherman-Morrison (SM) eşitliğine dayanmaktadır. Bu eşitlik bir matriste yapılan bir değişiklik ile elde edilen yeni matrisin tersini, ilk matrisin tersini ve değişim verilerini kullanarak doğrudan hesaplamaktadır. Tekil olmayan bir $[A]$ kare matrisi göz önüne alınırsa, bu matriste $\Delta = \{u\} \{v\}^T$ gibi iki vektörün çarpımı şeklinde ifade edilebilen bir değişiklik yapılması sonucu elde edilen modifiye edilmiş yeni $[A^*]$ matrisi,

$$[A^*] = [A] + \{u\} \{v\}^T \quad (1)$$

biçiminde yazılabilir. Bu değişiklikten sonra elde edilen yeni matrisin tersi $[A^*]^{-1}$,

$$[A^*]^{-1} = [A]^{-1} - \frac{([A]^{-1} \{u\}) (\{v\}^T [A]^{-1})}{1 + \{v\}^T [A]^{-1} \{u\}} \quad (2)$$

biçiminde verilen SM eşitliği ile herhangi bir ters alma işlemine ihtiyaç duyulmaksızın doğrudan ilk matrisin tersi ve yapılan değişiklikler kullanılarak hesaplanabilmektedir (Sherman ve Morrison, 1950).

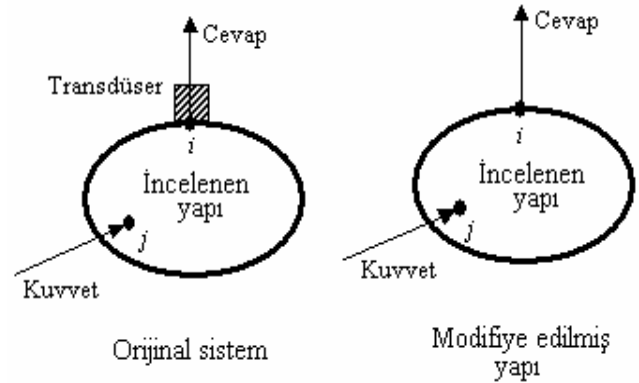
Denklemler (1) ve (2) ile verilen SM formülü istatistik, ağ sistemleri, yapısal analiz, optimizasyon ve kısmi diferansiyel denklemler gibi bir çok alanda kullanılmıştır (Hager, 1989; Akgün vd., 2001). Yapısal dinamikte, Level ve diğerleri (1996) modifiye edilmiş bir yapının frekans cevaplarını SM formülü ve reseptans stratejisini birlikte kullanarak hesaplayan bir yöntem sunmuşlardır. Sanlitürk ve diğerleri (2001a) lineer olmayan yapıların analizinde, Sanlitürk ve diğerleri (2001b) türbin kanatlarında kullanılan

sürtünmeli sönüm elemanlarının modellenmesinde bu eşitlikten yararlanılmışlardır. Sanlitürk (2002) lineer ve lineer olmayan yapısal modifikasyonda kullanılmasıyla ilgili bir çalışma sunmuştur. Bu çalışmadaki amaç ise diğerlerinden farklı olarak bu yöntemi FTF'larındaki transdüser kütle etkilerinin kaldırılması için uyarlamaktır. Buradaki ana fikir, orijinal yapı ile yapıya bağlı transdüser modifiye edilmiş yapı olarak düşünüldüğünde negatif bir modifikasyonla bu kütlelerin yapıdan çıkarılabileceğine dayanmaktadır. Bir başka deyişle, gerçek FTF'nu elde etmek için yapıya negatif bir kütle eklenir.

Sunulan bu yöntem şematik olarak Şekil 1'de gösterilmiştir. Orijinal sistemin dinamik direngenliği aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$[Z] = [K] - \omega^2 [M] + j\omega [C] \quad (3)$$

Burada $[K]$, $[M]$, $[C]$ katılık, kütle ve sönüm matrisleri, ω açısal frekans ve $j = \sqrt{-1}$ 'dir.



Şekil 1. Orijinal sistem (transdüser ile) ve modifiye edilmiş sistem (transdüser kütle kaldırılmış)

$[\Delta Z]$, dinamik direngenlik matrisindeki transdüser kütlelerini veya kütlelerini ($[\Delta M]$) kaldırmak için kullanılacak modifikasyon matrisi olsun. Reseptans ve dinamik direngenlik arasında bilinen $[Z]^{-1} = [\alpha]$ bağıntısı kullanılarak ve modifiye edilmiş sistem $[Z^*] = [Z] + [\Delta Z]$ biçiminde ifade edilerek modifiye edilmiş sistemin FTF'ları (2) denklemindeki SM formülü ile aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$[\alpha^*] = [Z^*]^{-1} = [\alpha] - \frac{([\alpha]\{u\})(\{v\}^T[\alpha])}{1 + \{v\}^T[\alpha]\{u\}} \quad (4)$$

Burada, $[\alpha^*]$ matrisi transdüser kütlesi kaldırılmış FTF'lerini içermektedir. Ayrıca, transdüser kütlesini kaldırmak için yapılan modifikasyonda herhangi bir ters matris işleminin kullanılmadığını belirtmek gerekir. Sadece k koordinatında bir transdüser kütle modifikasyonu, m , göz önüne alındığında modifikasyon matrisi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$[\Delta Z] = -\omega^2(-[\Delta M]) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ u_k \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ v_k \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}^T = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \omega^2 m \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Modifikasyon koordinatı k açısıl bir koordinat ise (5) ifadesindeki m , transdüserin k yönü boyunca kütle atalet momenti olarak yorumlanabilir. Test esnasında bir veya daha çok transdüser kullanıldığında bu kütlelerin FTF'leri üzerindeki etkisini kaldırmak için (4) denkleminde yapının tüm FTF'lerine ihtiyaç duyulmaktadır. Ancak sadece kuvvet, cevap ve modifikasyon koordinatları (aktif koordinatlar) kullanılarak transdüser kütle etkileri daha pratik bir şekilde kaldırılabilir (Sanlitürk, 2002). Bu yak-

laşımaya göre reseptans matrisi aşağıdaki gibi alt matrislere ayrılabilir:

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} [\alpha_{mm}] & [\alpha_{na}] \\ [\alpha_{an}] & [\alpha_{aa}] \end{bmatrix} \quad (6)$$

Burada a ve n alt-indisleri aktif ve pasif koordinatları temsil etmektedir. Eğer $\{u\}$ ve $\{v\}$ vektörleri de parçalara ayrılarak (4) denkleminde kullanılırsa,

$$[\alpha_{aa}^*] = [\alpha_{aa}] - \frac{([\alpha_{aa}]\{u_a\})(\{v_a\}^T[\alpha_{aa}])}{1 + \{v_a\}^T[\alpha_{aa}]\{u_a\}} \quad (7)$$

denkleminde ulaşılır. Tipik bir testte modifikasyon koordinatının cevap ölçüm koordinatı ile aynı olduğu düşünülürse, (7) denkleminde kuvvet ve cevap koordinatları ile ilgili FTF'lerini içermektedir.

Genel bir yöntemin geliştirilmesi

Herhangi bir FTF'ndeki transdüser kütle etkisinin kaldırılması için k koordinatında bir kütle (m) modifikasyonu göz önüne alınarak genel bir formülasyon türetilebilir. Bunun için herhangi bir FTF'nun $\alpha_{ij}^{(k)}$ biçiminde ifade edilmesi uygun olacaktır. Burada i, j ve k sırasıyla cevap, tahrik ve modifikasyon koordinatlarını göstermektedir. Bu koordinatlar aktif koordinatlar olarak düşünülüp (7) denkleminde kullanılırsa aşağıdaki denkleme ulaşılabilir:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{ii}^* & \alpha_{ij}^* & \alpha_{ik}^* \\ & \alpha_{jj}^* & \alpha_{jk}^* \\ Sym. & & \alpha_{kk}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{ii}^{(k)} & \alpha_{ij}^{(k)} & \alpha_{ik}^{(k)} \\ & \alpha_{jj}^{(k)} & \alpha_{jk}^{(k)} \\ Sym. & & \alpha_{kk}^{(k)} \end{bmatrix} - \frac{\left(\begin{bmatrix} \alpha_{ii}^{(k)} & \alpha_{ij}^{(k)} & \alpha_{ik}^{(k)} \\ & \alpha_{jj}^{(k)} & \alpha_{jk}^{(k)} \\ Sym. & & \alpha_{kk}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \right) \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega^2 m \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{ii}^{(k)} & \alpha_{ij}^{(k)} & \alpha_{ik}^{(k)} \\ \alpha_{ji}^{(k)} & \alpha_{jj}^{(k)} & \alpha_{jk}^{(k)} \\ \alpha_{ki}^{(k)} & \alpha_{kj}^{(k)} & \alpha_{kk}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \right)}{1 + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega^2 m \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{ii}^{(k)} & \alpha_{ij}^{(k)} & \alpha_{ik}^{(k)} \\ & \alpha_{jj}^{(k)} & \alpha_{jk}^{(k)} \\ Sym. & & \alpha_{kk}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}} \quad (8)$$

Matris çarpım işlemleri yapıldığında,

$$\begin{bmatrix} \alpha_{ii}^* & \alpha_{ij}^* & \alpha_{ik}^* \\ & \alpha_{jj}^* & \alpha_{jk}^* \\ Sym. & & \alpha_{kk}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{ii}^{(k)} & \alpha_{ij}^{(k)} & \alpha_{ik}^{(k)} \\ & \alpha_{jj}^{(k)} & \alpha_{jk}^{(k)} \\ Sym. & & \alpha_{kk}^{(k)} \end{bmatrix} - \frac{\omega^2 m \begin{Bmatrix} \alpha_{ik}^{(k)} \\ \alpha_{jk}^{(k)} \\ \alpha_{kk}^{(k)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{ki}^{(k)} \\ \alpha_{kj}^{(k)} \\ \alpha_{kk}^{(k)} \end{Bmatrix}^T}{1 + \omega^2 m \alpha_{kk}^{(k)}} \quad (9)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem de istenilen FTF'larından herhangi biri α_{ij}^* açık olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\alpha_{ij}^* = \frac{\alpha_{ij}^{(k)} + \omega^2 m (\alpha_{kk}^{(k)} \alpha_{ij}^{(k)} - \alpha_{ik}^{(k)} \alpha_{kj}^{(k)})}{1 + \omega^2 m \alpha_{kk}^{(k)}} \quad (10)$$

Bu denklem genel bir ifadedir ve modifikasyon koordinatı k iken modifikasyon ve ölçülmüş resaptansları kullanarak modifiye edilmiş reseptansı (α_{ij}^*) hesaplamaktadır. Reseptans ve ivme tipindeki FTF (accelerance-inertance) arasındaki ($A = -\omega^2 \alpha$) bağıntısı kullanılarak denklem (10) ivme tipindeki FTF'ları ile aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$A_{ij}^* = \frac{A_{ij}^{(k)} - m (A_{kk}^{(k)} A_{ij}^{(k)} - A_{ik}^{(k)} A_{kj}^{(k)})}{1 - m A_{kk}^{(k)}} \quad (11)$$

Buradaki m sembolünün, modifikasyon koordinatı dönme tipinde olduğu zaman kütle atalet momenti olarak yorumlandığı tekrar hatırlatılacak olursa (10) ve (11) denklemleri öteleme ve dönme yönlerindeki transdüser kütle etkilerinin kaldırılmasında da geçerlidir. Yani i , j ve k öteleme veya dönme koordinatlarından herhangi biri olabilir. Bir yapıya bağlanan bir transdüserin bu yapıyı 6 yönde de (3 öteleme 3 dönme) etkileyeceği göz önüne alınırsa yukarıdaki denklem tüm yönlerdeki etkilerin kaldırılmasına kolayca uyarlanabilir. Bu işlem (10) veya (11) denklemleri ardışık olarak uygulanarak gerçekleştirilebilir. Transdüserin önce bir koordinattaki kütle etkisi kaldırılır ve sonra elde edilen FTF'ndan diğer yöndeki etki kaldırılır. Tüm 6 yöndeki etkiler kaldırılıncaya kadar bu işleme devam edilir. Birden fazla yöndeki kütle etkisinin kaldırılmasında ilave olarak k koordinatındaki noktasal FTF ile i , j ve k koordinatları arasındaki çapraz (cross) FTF ölçümlerine ihtiyaç duyulacağını belirtmek gerekir. Ancak pratikte özellikle dönme koordinatları ile ilgili FTF'larının ölçülmesindeki ciddi sıkıntılar 6 yöndeki kütle etkilerinin tümünün kaldırılmasını zorlaştırmaktadır.

(11) denkleminde $i=j=k$ yazıldığında Ewins (2000) tarafından verilen sürüş noktası FTF'larından

“kütle etkisini kaldırma” denkleminin elde edilebileceği açıktır:

$$A_{jj}^* = \frac{A_{jj}^{(j)}}{1 - m A_{jj}^{(j)}} \quad (12)$$

Denklem (10) ve (11) modifikasyon koordinatının tahrik veya cevap koordinatlarına benzetmesine bakılmaksızın geçerlidir. Burada pratikteki iki FTF ölçüm tekniği ile ilgilenilecektir. Bunlardan biri “çekiç testi” olarak adlandırılmaktadır. Bu tip bir testte ivme ölçer yapı üzerinde bir noktaya sabitlenir ve çekiç yapı üzerinde istenilen noktalara taşınarak kuvvet uygulanır. Bu ölçümlerden FTF matrisinin bir satırı oluşturulabilir. İkinci tip test ise “sarsıcı testidir”. Bu tür ölçümlerde, sarsıcı yapı üzerinde bir noktaya sabitlenir ve ivme ölçer yapı üzerinde çeşitli noktalara taşınarak ölçümler yapılır. Bu test yöntemi kullanılarak FTF matrisinin bir kolonu oluşturulabilir. Her iki durumda ivme ölçerlerin etkisinin farklı olduğu açıktır. Yöntemin her iki durum için uygulanması aşağıdaki bölümlerde ayrı ayrı açıklanmaktadır.

Sabit transdüser durumu

Bu testlerde ivme ölçer sabit iken tahrik ölçümden ölçüme değişmektedir. Örnek olarak, N tane FTF ölçülecekse ivme ölçer i koordinatına sabitlenir ve kuvvet j ($j=1, \dots, N$) koordinatlarına uygulanır. Bu durumda modifikasyon koordinatı cevap koordinatı ile aynıdır, yani, $k=i$. Böylece (11) denkleminde aktif koordinatlar i ve j olur ve aşağıdaki çok basit denklem elde edilebilir:

$$A_{ij}^* = \frac{A_{ij}^{(i)}}{1 - m A_{ii}^{(i)}} \quad , \quad (j=1, \dots, N) \quad (13)$$

(13) denklemini herhangi bir FTF $A_{ij}^{(i)}$ 'den transdüser kütle etkisinin sürüş noktası FTF'nun ($A_{ii}^{(i)}$) mevcut olması durumunda kaldırılabileceğini göstermektedir. Başka kelimelerle, FTF matrisinin bir satırı ölçülmüş ise tüm FTF'larından kütle etkisi kaldırılabilir. Denklem (13)'ün Decker ve Witfeld (1995) ve Ashory (1988)

tarafından verilen formülasyona benzemesi şartıdır. Bu şartı karşılamaz.

İvme ölçerin gezdirilmesi durumu

Sabit ivme ölçer durumundan farklı olarak sarsıcı testi daha karmaşıktır. Çünkü her FTF ölçümünde ivme ölçer farklı bir konuma taşınmaktadır. Böylece her FTF’nda modifikasyon koordinatı farklı olmaktadır. Örnek olarak sarsıcı bir yapı üzerinde 1 koordinatına bağlanmış ise sürüş noktası FTF A_{11} ’i ölçmek için ivme ölçer aynı koordinata bağlanır. Ancak transfer FTF A_{21} ölçüleceği zaman ivme ölçer 2 koordinatına taşınacaktır.

Transfer FTF ölçümünde modifikasyon koordinatının ölçüm koordinatı ile aynı olduğu ($k=i$) göz önüne alınırsa bu durum için (11) denklemi yeniden aşağıdaki gibi basit formda yazılabilir:

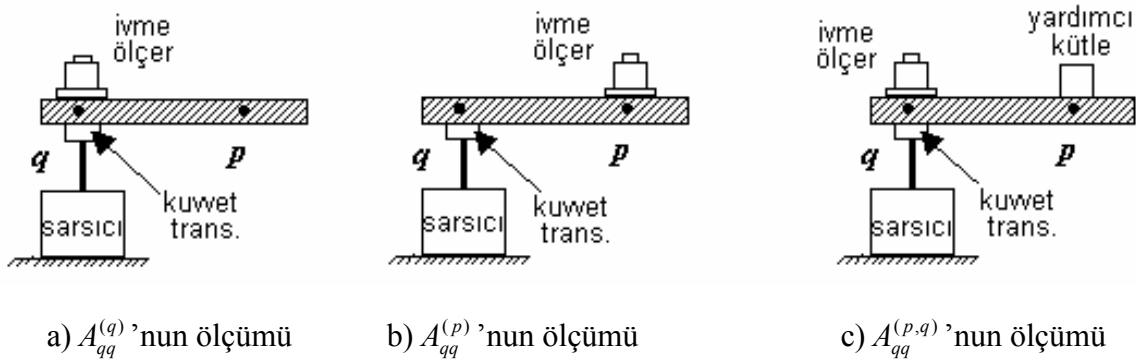
$$A_{ij}^* = \frac{A_{ij}^{(i)}}{1 - mA_{ii}^{(i)}} \quad (14)$$

Görüldüğü gibi $A_{ij}^{(i)}$ ’den transdüser kütle etkisinin kaldırılması için i cevap koordinatındaki noktasal FTF’na ihtiyaç duyulmaktadır. Cevap koordinatı ile sarsıcı koordinatı aynı olduğunda ($i=j$) bu problem değildir. Ancak $i \neq j$ olduğunda noktasal FTF $A_{ii}^{(i)}$ ’yi ölçmek için sarsıcının j konumundan i konumuna taşınması gerekir. Ancak bu tip bir ölçümde sarsıcıyı bağlı bulunduğu yerden ivme ölçerin bulunduğu yere taşımak pratikte oldukça zor ve çoğunlukla

mümkün değildir. Burada bu zorluktan kurtulmak için yardımcı bir kütle veya ikinci bir ivme ölçer kullanılarak ilave bir ölçümün yapılması önerilmektedir. Bu ilave ölçüm daha sonra transfer FTF’ndan transdüser kütle etkisinin çıkarılması için kullanılabilir. Bu çalışmada, tipik bir sarsıcı testinde ivme ölçer gezdirilerek ölçülen FTF matrisinin bir koluna ilave olarak sarsıcı j koordinatında iken i cevap koordinatına yardımcı bir kütle yerleştirilerek sürüş noktası FTF’nun tekrar ölçülmesi önerilmektedir. Bu işlemlerin hepsi Şekil 2’de şematik olarak gösterilmiştir. Şekil 2c yardımcı kütle kullanılarak yapılan ilave ölçümü göstermektedir. Önerilen bu ölçüm şemasının amacı, ölçülen FTF’larını ($A_{jj}^{(j)}$, $A_{jj}^{(i,j)}$ ve $A_{ij}^{(i)}$) kullanarak $A_{jj}^{(j)}$ ve $A_{ij}^{(i)}$ ’den transdüser kütle etkisini kaldırmaktır.

Daha önce de ifade edildiği gibi (12) denklemi ile sürüş noktası FTF $A_{jj}^{(j)}$ ’den kütle etkisi kaldırılarak A_{jj}^* elde edilebilir. Ancak, denklem (14) ölçülmeyen noktasal FTF $A_{ii}^{(i)}$ ’ye ihtiyaç duyduğundan transfer FTF $A_{ij}^{(i)}$ ’den kütle etkisi hemen kaldırılamaz. Ancak bu zorluk aşağıdaki gibi aşılabilmektedir. İlk olarak noktasal FTF $A_{jj}^{(i,j)}$ ’den j koordinatındaki yardımcı kütle etkisi aşağıdaki gibi kaldırılabilir:

$$A_{jj}^{(i)} = \frac{A_{jj}^{(i,j)}}{1 - mA_{jj}^{(i,j)}} \quad (15)$$



Şekil 2. Sarsıcı testlerinde transdüser kütle etkisini kaldırmak için önerilen FTF ölçüm şeması

Sonra, (11) denkleminde önce $i=j$ ve sonra $k=i$ yazılarak ölçülmeyen noktasal FTF ve mevcut FTF'ları arasında bir bağıntı kurulabilir. Bu işlem j koordinatındaki düzeltilmiş noktasal FTF'nu verir.

$$A_{jj}^* = \frac{A_{jj}^{(i)} - m(A_{ii}^{(i)} A_{ij}^{(i)} - A_{ji}^{(i)} A_{ij}^{(i)})}{1 - mA_{ii}^{(i)}} \quad (16)$$

Burada A_{jj}^* ve $A_{jj}^{(i)}$, (12) ve (15) denklemleri ile zaten hesaplanmıştır. $A_{ij}^{(i)}$ ise ölçülen FTF'larından biridir (Şekil 2c). (16) denkleminde ($A_{ij}^{(i)} = A_{ji}^{(i)}$) eşitliği de kullanılarak i koordinatındaki noktasal FTF $A_{ii}^{(i)}$ diğer parametrelere bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$A_{ii}^{(i)} = \frac{1}{m} + \frac{(A_{ij}^{(i)})^2}{(A_{jj}^{(i)} - A_{jj}^*)} \quad (17)$$

Bu denklem ile hesaplanan i koordinatındaki noktasal FTF $A_{ii}^{(i)}$ (14) denkleminde kullanılarak herhangi bir transfer FTF'ndan transdüser kütle etkisi kaldırılabilir. Not olarak belirtmek gerekirse (17) denklemleri ile ölçülmeden hesaplanan noktasal FTF $A_{ii}^{(i)}$ 'den i koordinatındaki kütle etkisi kaldırılarak ilave bir FTF elde edilmiş olur:

$$A_{ii}^* = \frac{A_{ii}^{(i)}}{1 - mA_{ii}^{(i)}} \quad (18)$$

Ölçümlerde yardımcı kütle kullanımı ve ölçülmeyen FTF'larının hesabının Silva ve diğerleri (1997) gibi başka araştırmacılar tarafından da önerildiğini belirtmek gerekir. Ancak burada önerilen ölçüm şeması ve ölçülmeyen FTF'nun hesap biçimi tamamen farklıdır. Ayrıca diğerlerinin göre daha avantajlıdır. Silva ve diğerleri (1997) ilave kütleleri kullanarak hem sürüş noktası hem de transfer FTF'nu ölçerken burada sunulan teknikte ilave kütle kullanılarak sadece sürüş noktası FTF ölçülmektedir. Bu sayede transfer FTF'ları üzerinde ilave etkiler oluşmamasıdır. Kütlelerin tüm 6 yönlerde etkilendiği ve bu etkilerden özellikle dönme ile ilgili

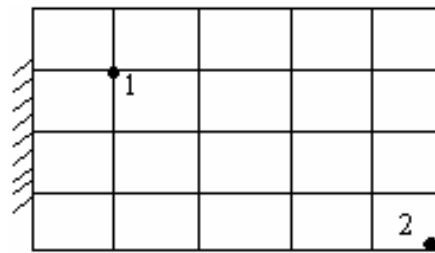
etkilerin kaldırılmasındaki zorluklar göz önüne alınırsa bu önemli bir avantajdır.

Yöntemin geçerliliği

Burada sunulan yöntemin geçerliliği hem sabit hem de hareketli ivme ölçer durumları için incelenecektir. Önce sabit ivme ölçer durumu için bir deneysel çalışma ile yöntemin performansı gösterilecektir. Sonra da hareketli ivme ölçer durumu için simülasyon yapılacak ve yöntemin parazitlere karşı duyarlılığı da incelenecektir.

Deneysel çalışma: sabit ivme ölçer durumu

Burada sunulmamasına rağmen sabit ivme ölçer durumu için yapılan sayısal simülasyonlarda yöntemin başarılı olduğu görülmüştür. Bu nedenle, kısalık olması bakımından, yöntemin uygulanabilirliği doğrudan deneysel verilerle gösterilecektir. İncelenen yapı Şekil 3'te gösterilen bir kenarı ankastre diğer kenarları serbest olan bir plaktır. Plakın boyutları $50 \times 21 \times 0.3$ cm³ ve kütlesi 2.44 kg'dır. Plak yüzeyine dik doğrultuda iki grup FTF ölçümü yapılmıştır. Her grubun ölçümünde sırasıyla kütleleri 29.4 g (manyetik tabla ile beraber) ve 3.55 g olan farklı iki ivme ölçer kullanılmıştır. Bunlardan ikinci grup FTF hedef FTF'larıdır. Birinci grup FTF'larından iki transdüser kütlelerinin farkı kadar ($29.4 \text{ g} - 3.55 \text{ g} = 25.85 \text{ g}$) etki kaldırıldığında ikinci grup FTF'larının elde edilmesi beklenmektedir. Burada ikinci grup FTF'larında transdüser kütlelerinin diğer yönlerdeki etkisinin küçük olduğu kabul edilmektedir. Önceden de belirtildiği gibi dönme ile ilgili FTF'larının olması durumunda dönme etkileriyle de ilgilenilebilir. Ancak gerekli donanımlar olmadığından bu çalışmada bunlar ölçülemediği.

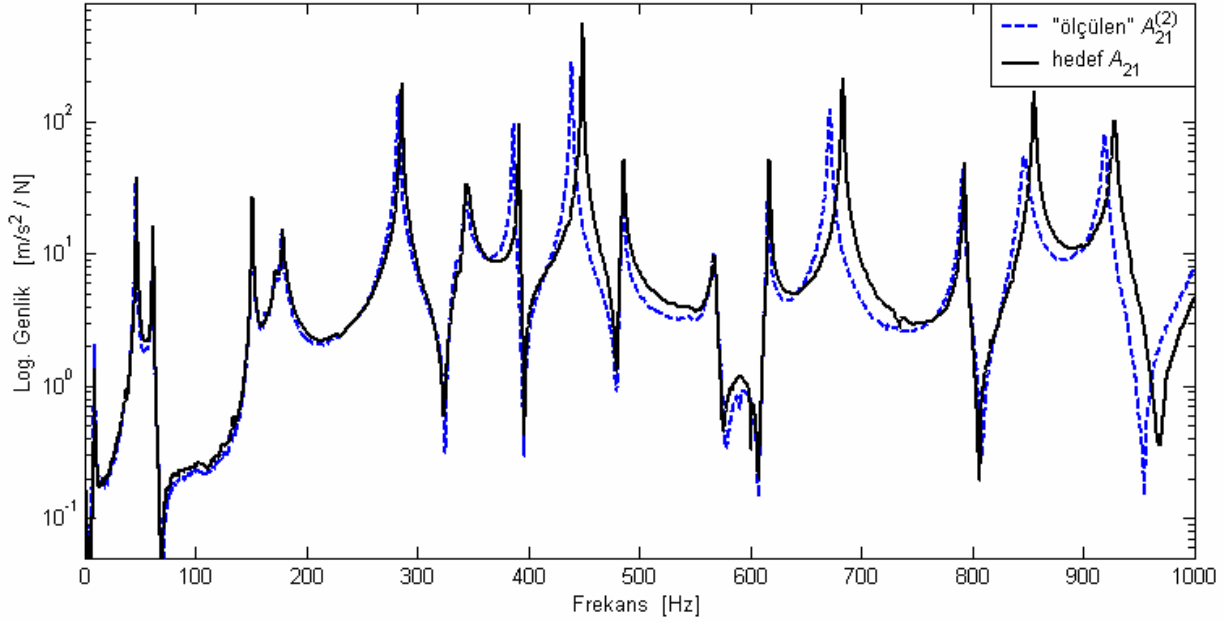


Şekil 3. Bir kenarı ankastre diğer kenarları serbest plak

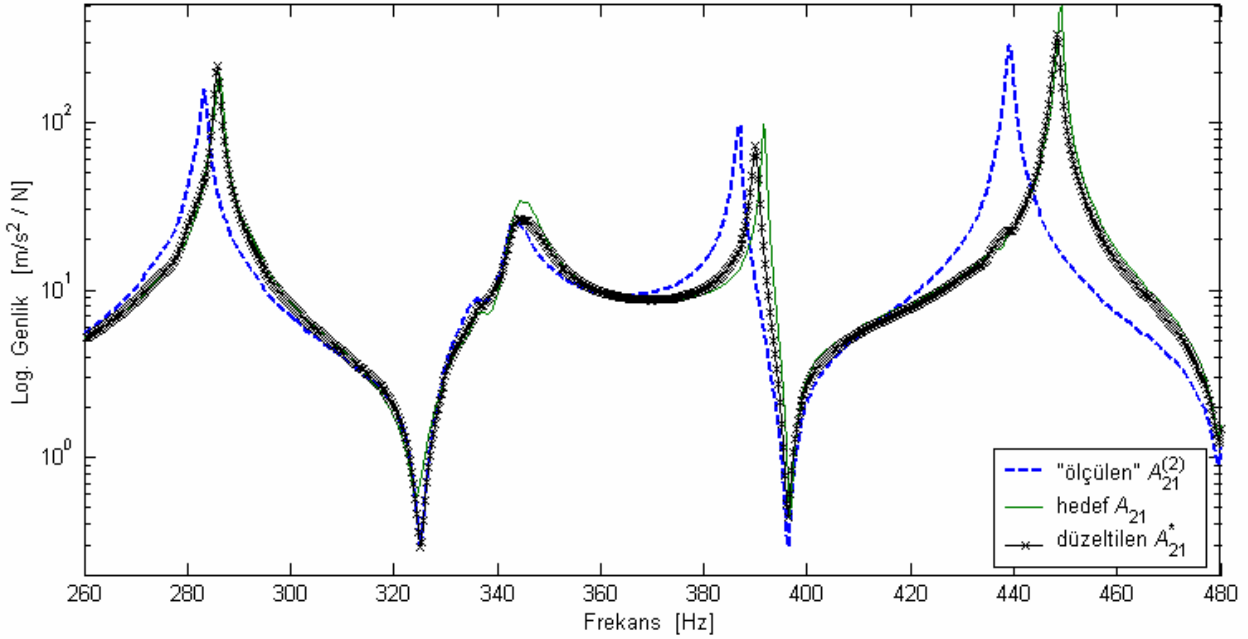
Şekil 4'te "Ölçülen" (birinci grup) ve "hedef" (ikinci grup) FTF'larından A_{21} karşılaştırılmıştır. Burada büyük ivme ölçerle ölçülen FTF'ndaki rezonans frekanslarının küçük ivme ölçerle ölçülenlerden daha düşük olduğu görülmektedir.

Ancak her iki ivme ölçer arasındaki fark kadar kütle etkisi birinci grup FTF'larından çıkarıldıktan sonra elde edilen "düzeltilen" FTF'larının

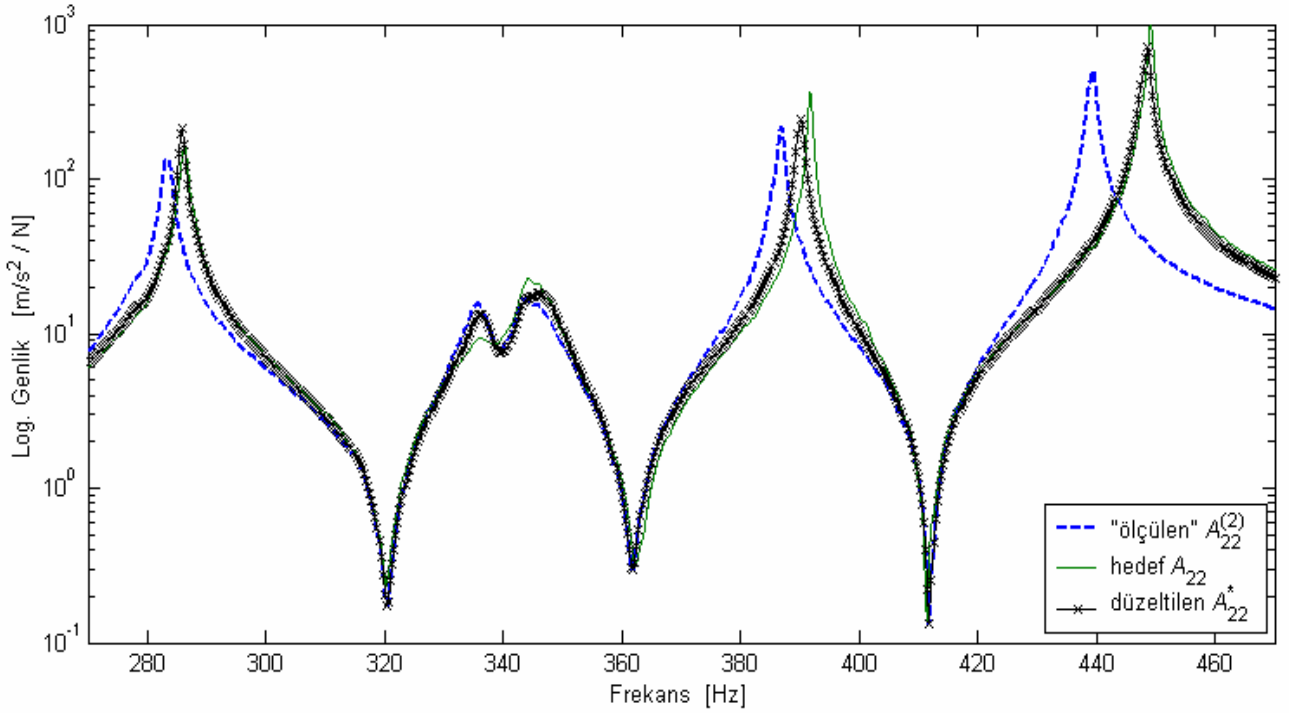
"hedef" FTF'ları ile uyum içerisinde olduğu Şekil 5'de görülmektedir. Benzer sonuçların noktasal FTF için de elde edildiği Şekil 6'da görülmektedir. Ancak burada FTF'ları arasındaki uyumun moddan moda değiştiğini, bazı modlar civarında mükemmel bir uyum varken bazı modlarda daha az bir uyum sağlandığını belirtmek gerekir.



Şekil 4. "Ölçülen" (büyük ivme ölçer ile) ve hedef (küçük ivme ölçer ile ölçülen) transfer FTF'lerinin karşılaştırılması, (A_{21})



Şekil 5. Ölçülen, hedef ve düzeltilen transfer FTF'lerinin karşılaştırılması (A_{21} , 260-480 Hz frekans aralığı)



Şekil 6. "Ölçülen", hedef ve düzeltilen noktasal FTF'lerinin karşılaştırılması (A_{22} , 270-470 Hz frekans aralığı)

Burada yapılan testin yapısı nedeniyle öteleme yönlerinin karşılıklı etkileşiminin (coupling) ihmal edilebilir olduğu düşünülmüştür. Bu da ölçülen ve hedef FTF'ları arasındaki farklılıkların transdüser ataletinin açılmalardan kaynaklandığı sonucunu çıkarmaktadır ve bu etkinin derecesi moda bağlıdır.

Sayısal simülasyon: Hareketli ivme ölçer durumu

Önerilen yöntemin geçerliliğini göstermek için Şekil 7'de gösterilen iki serbestlik dereceli mekanik bir sistem ele alınmıştır. Burada m_t transdüser kütesini temsil etmektedir. Transdüser kütesi yapı kütesi yanında ihmal edilemeyecek şekilde yeterince büyük seçilmiştir.

İlk olarak, transdüzersiz sistemin FTF'ları hesaplanmış ve bunlar gerçek FTF'ları olarak adlandırılmıştır. Sonra da sarsıcı testleri için önerilen ölçüm şemasına uygun olarak (i) transdüser kütesi sırasıyla 1 ve 2 koordinatlarında iken $A_{11}^{(1)}$ ve $A_{21}^{(2)}$ sayısal olarak hesaplanmıştır ve (ii) transdüser 1 koordinatında ve

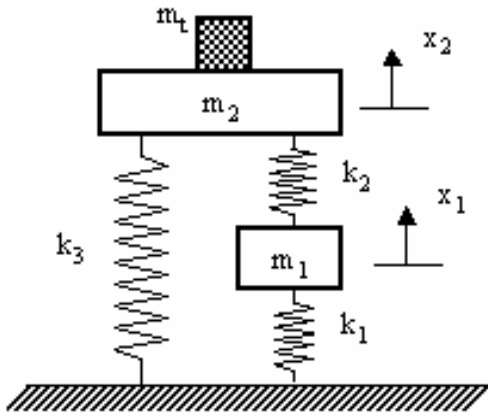
aynı anda yardımcı kütle (transdüser ile aynı kütlede) 2 koordinatında iken $A_{11}^{(1,2)}$ hesaplanmıştır.

Daha sonra hareketli transdüser durumu için geliştirilen yöntem "ölçülen" bu FTF'larına uygulanarak transdüser ve yardımcı kütle etkileri kaldırılmaya çalışılmıştır. A_{21} için "ölçülen", gerçek ve düzeltilen FTF'ları Şekil 8'de verilmiştir. Beklendiği gibi yöntem sistematik hataları düzeltmektedir ve düzeltilen FTF ile gerçek FTF tamamen birbiriyle uyumaktadır. Ölçülen FTF'ları kullanılarak hesaplanan noktasal FTF da Şekil 9'da verilmiştir. Hesaplanan bu noktasal FTF'nun da gerçeği ile aynı olduğu görülmektedir.

Buradaki sonuçlar, sunulan yöntemin transdüser kütle etkisini kaldırmada başarılı olduğunu göstermektedir. Ancak gerçekte ölçülen FTF'ları parazit gibi diğer yan etkiler tarafından etkilenmektedir. Bu nedenle parazitle verilere karşı yöntemin performansını incelemek üzere simülasyonlar yapılmıştır. Bu amaçla Şekil 7

'deki aynı sistem kullanılmış ve bu defa "ölçülen" FTF'larına %1 ve %3 oranında eklemeli parazitler (additive white noise) eklenmiştir. Bu çalışmada sunulan yöntem tekrar uygulanarak parazitlerin etkisi incelenmiştir. %1 parazitli duruma karşılık gelen sonuçlar Şekil 10 ve 11'de verilmiştir. Düzeltilebilir sürüş noktası FTF'nun gerçek değeri (parazitsiz) ile iyi bir uyum içerisinde olduğu, ancak, transfer FTF'nda belirli frekanslarda uyumsuzluklar olduğu görülmektedir. Bu uyumsuzluğun nedeni denklem (17) yakından incelenerek açıklanabilir: Görüldüğü gibi bu denklemin paydasında ($A_{jj}^{(j)} - A_{jj}^*$) farkı bulun-

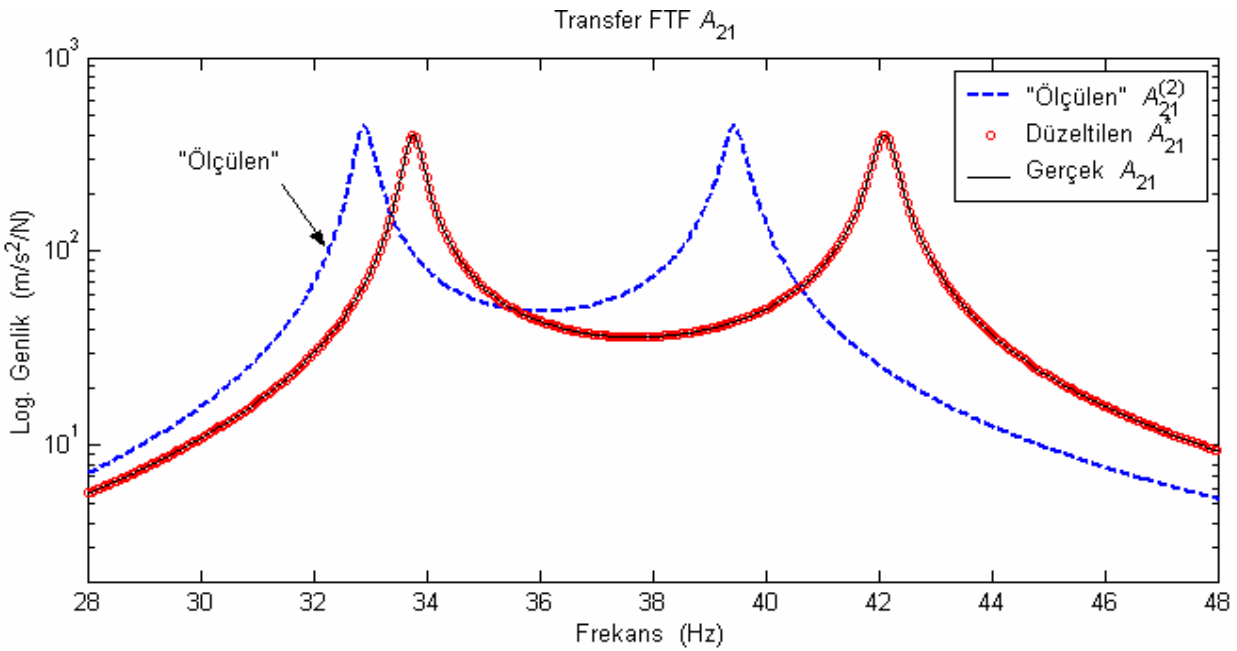
maktadır. Kolayca anlaşılabilir gibi bu iki FTF aynı noktadaki sürüş noktası FTF'larıdır. Bunlardan biri kütle tesirini içeren ve diğeri gerçek noktasal FTF'nu göstermektedir. FTF üzerindeki kütle etkisinin az olduğu durumlarda bu fark, sıfıra yaklaşmakta ve dolayısıyla da parazit etkilerini büyütülmektedir. Bu da hesaplanan FTF $A_{ij}^{(i)}$ 'nin parazite karşı duyarlı olmasına neden olmaktadır. Sonuç olarak, düzeltilen FTF A_{ij}^* özellikle doğal frekanslardan uzak frekanslarda parazitlerden etkilenmektedir. Parazit miktarı arttıkça etkisinin de arttığı Şekil 12'de görülmektedir.



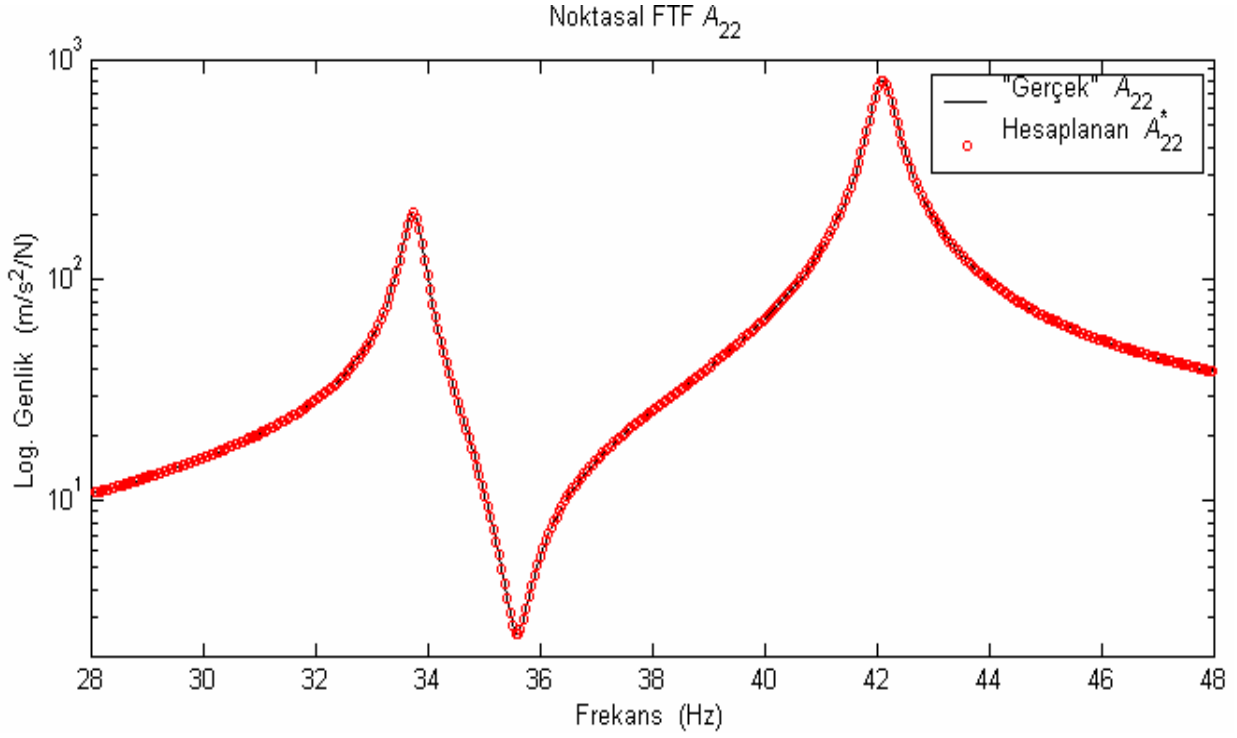
Sistem parametreleri

$k_1=4$ kN/m	$m_1=0.1$ kg
$k_2=1$ kN/m	$m_2=0.1$ kg
$k_3=5.5$ kN/m	$m_3=0.02$ kg

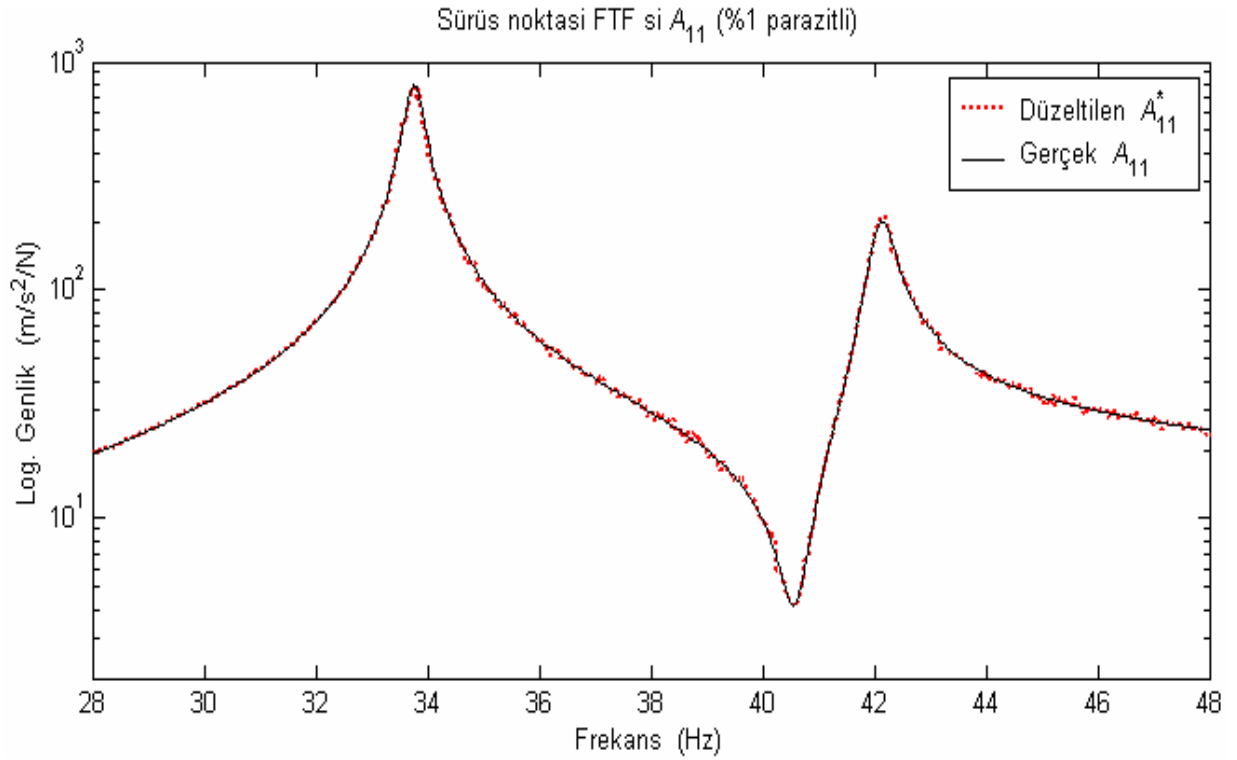
Şekil 7. İki serbestlik dereceli mekanik bir sistem



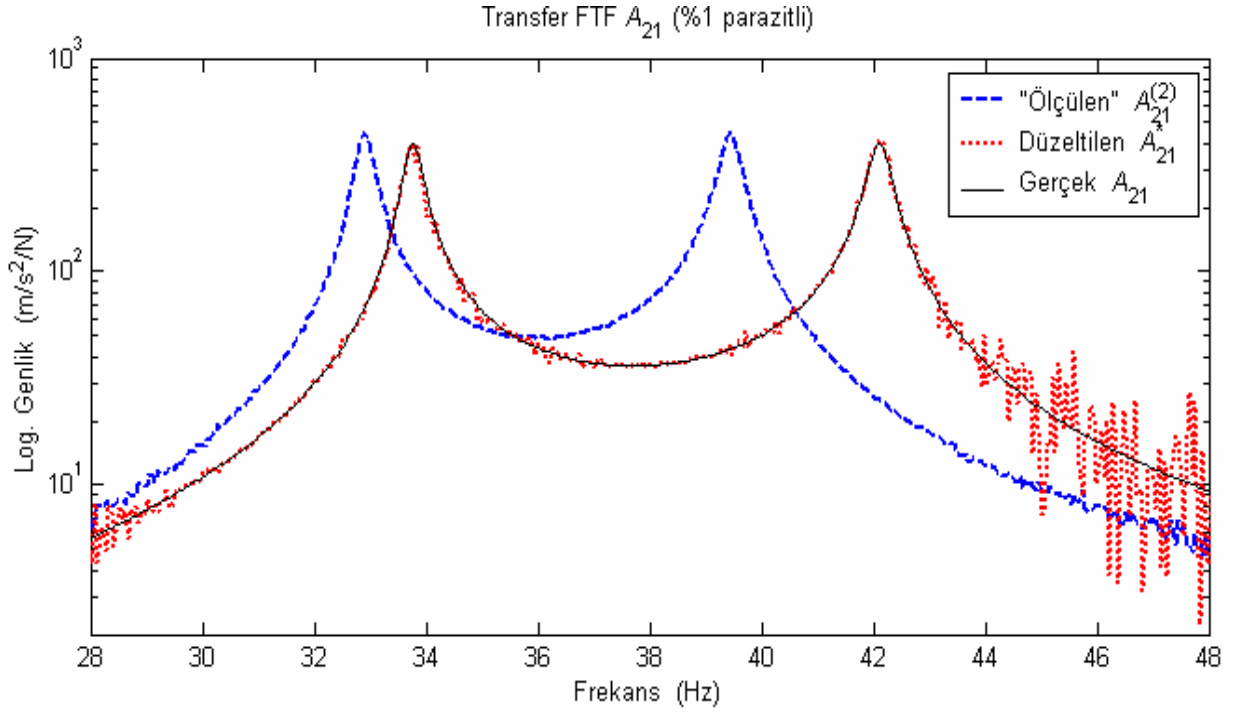
Şekil 8. "Ölçülen", düzeltilen ve gerçek transfer FTF'larının karşılaştırılması (A_{21})



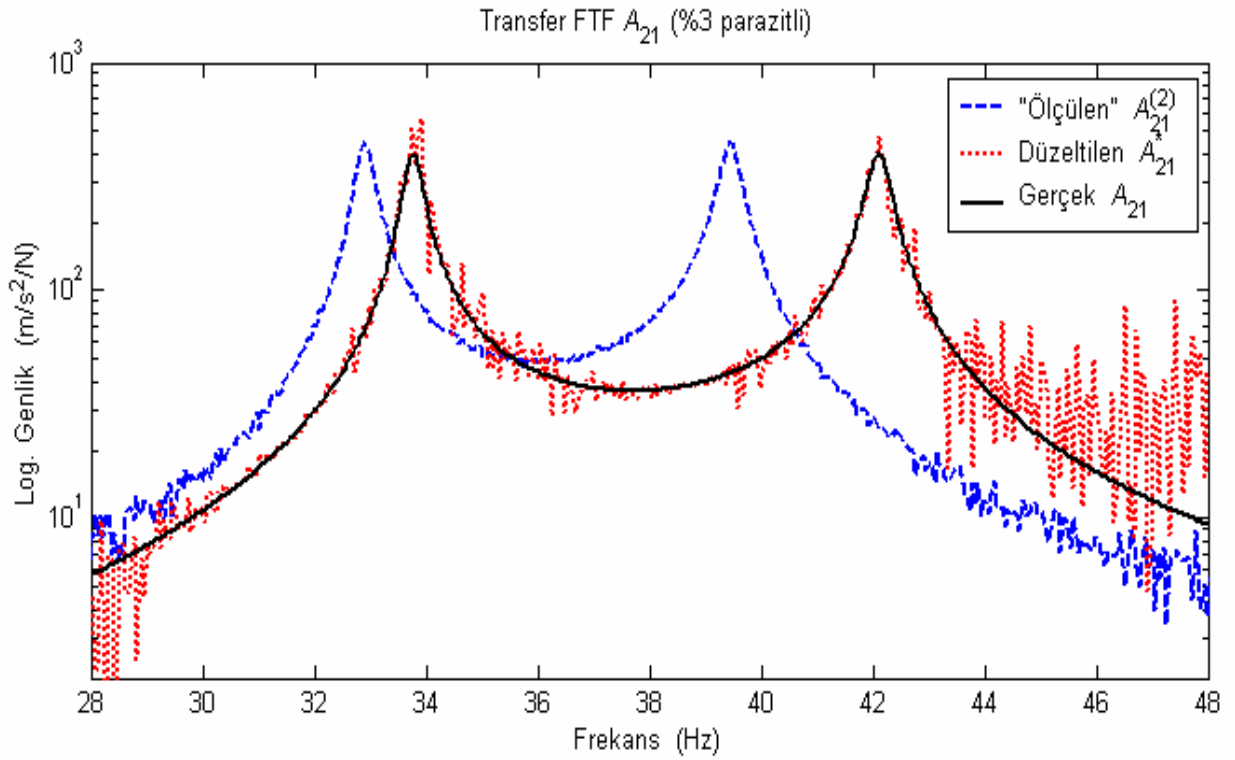
Şekil 9. Gerçek ve hesaplanan noktasal FTF'lerinin karşılaştırılması (A_{22})



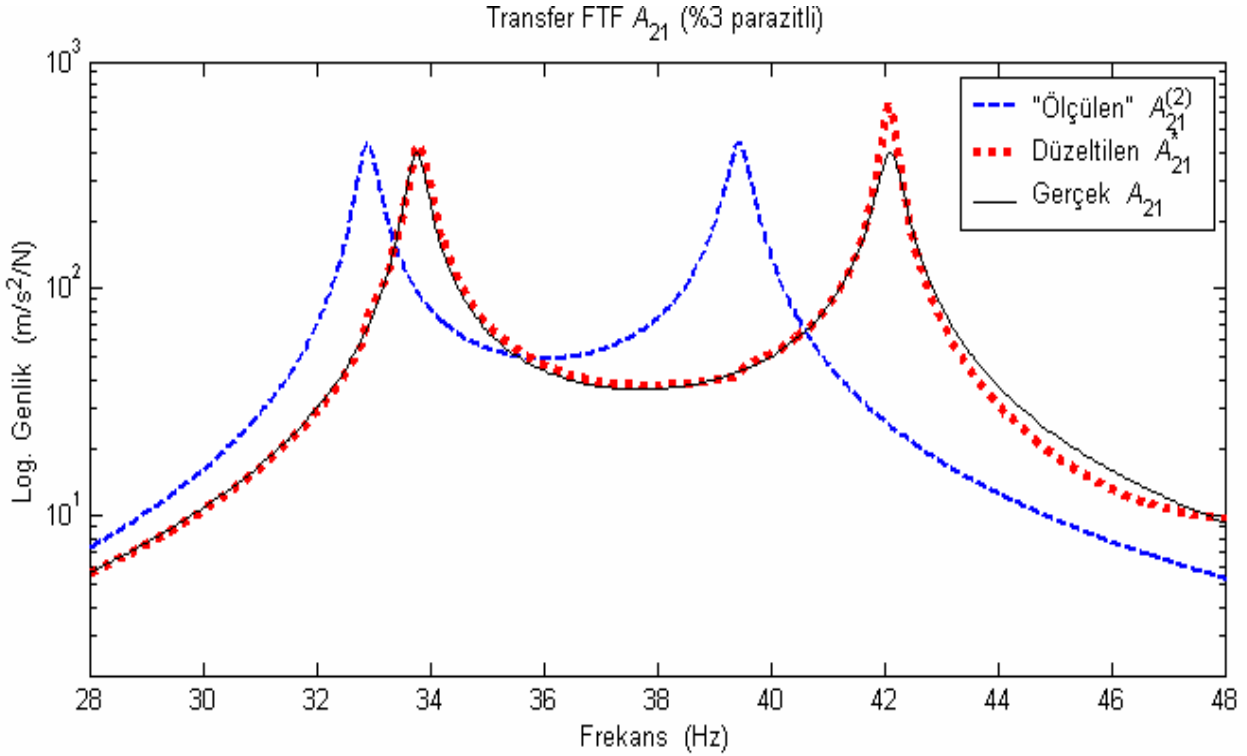
Şekil 10. Düzeltilen ve gerçek sürüş noktası FTF'lerinin karşılaştırılması (%1 parazitli A_{11})



Şekil 11. "Ölçülen", düzeltilen ve gerçek transfer FTF'lerinin karşılaştırılması (%1 parazitli A_{21})



Şekil 12. "Ölçülen", düzeltilen ve gerçek transfer FTF'lerinin karşılaştırılması (%3 parazitli A_{21}).



Şekil 13. "Ölçülen" (eğri uydurulmuş), düzeltilen ve gerçek transfer FTF'lerinin karşılaştırılması (%3 parazitli A_{21})

Verilerdeki parazitlerden kaynaklanan bu olumsuzluklardan kurtulmanın bir yolu, kütle etkisini kaldırmadan önce ölçülen FTF'larına eğri uydurma tekniklerini uygulamaktır. Şekil 13'de verilen sonuç bu yaklaşımın başarılı olduğunu göstermektedir. Ölçülen verilerde yüksek oranda parazitler söz konusu olduğunda ise alternatif bir yol transdüser kütlesini kaldırmadan önce parazitleri ayıklamaktır (Cakar ve Sanlitürk, 2003). Böyle bir çalışma ve hareketli ivme ölçer durumu için deneysel uygulamalar üzerinde halen çalışılmaktadır.

Sonuç ve değerlendirmeler

Burada ölçülmüş FTF'larındaki transdüser kütle etkisini kaldırmak amacıyla Sherman-Morrison formülüne dayalı olarak bir yöntem sunulmuştur. Genel bir formülasyon türetilmiş ve darbe çekici ve sarsıcı kullanılarak yapılan testlere karşılık gelen sabit ve hareketli ivme ölçer durumları için incelenmiştir. Önerilen ölçüm şemasının önemli bir özelliği sarsıcı testlerinde sadece sürüş noktası FTF'nun ölçümünde yar-

dımcı kütle kullanılmasıdır. Bu sayede transfer FTF'na ilave etkiler yüklenmemektedir. Sunulan yöntemin geçerliliği sabit transdüser durumu için deneysel veriler kullanılarak gösterilmiş ve hem sürüş noktası FTF hem de transfer FTF için yöntemin performansının oldukça iyi olduğu görülmüştür. Bu hali ile yöntem pratikte kullanılabilir durumdadır. Hareketli ivme ölçer durumu için de sayısal simülasyonlar yapılmış ve parazit seviyesinin çok düşük olması halinde yöntemin başarılı olabileceği görülmüştür. Ancak parazitler yüksek oranda olduğu zaman bazı başarısızlıklar ortaya çıkmaktadır. Bu gibi durumlarda düzeltilen FTF doğal frekanslardan uzak frekanslarda parazitlerden olumsuz olarak etkilenmektedir. Yöntem uygulanmadan önce FTF'larına eğri uydurulduğunda yöntem iyi çalışabilmektedir. Transdüser kütle etkisi kaldırılmadan önce parazitlerin ayıklanması da daha iyi bir alternatif olarak görülmektedir. Bu ve hareketli ivme ölçer durumu için yöntemin deneysel uygulaması üzerine çalışmalar devam etmektedir.

Kaynaklar

- Akgün, M.A., Garcelon, J.H. ve Haftka, R.T., (2001). Fast exact linear and non-linear structural reanalysis and the Sherman-Morrison-Woodbury formulas, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **50**, 1587-1606.
- Ashory, M.R., (1998). Correction of mass loading effects of transducers and suspension effects in modal testing, *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference* 815-823.
- Ashory, M.R., (2002). Assessment of the mass-loading effects of accelerometers in modal testing, *Proceedings of the 20th International Modal Analysis Conference*, 1027-1031.
- Cakar, O. ve Sanlitürk, K.Y., (2002). Elimination of noise and transducer effects from measured response data, *Proceedings of ESDA2002: 6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, Istanbul, Turkey, APM055.
- Decker, J. ve Witfeld, H., (1995). Correction of transducer-loading effects in experimental modal analysis, *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*, 1604-1608.
- Dossing, Ole, (1991). Prediction of transducer mass-loading effects and identification of dynamic mass, *Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference*, 306-312.
- Ewins, D.J., (2000). *Modal testing: Theory, practice and applications*, Second Ed., Research Studies Press.
- Hager, W.W., (1989). *SIAM Review*, **31**, 2, 221-239. Updating the inverse of a matrix.
- Jung, H. ve Ewins, D.J. (1992). On the use of simulated “experimental” data for evaluation of modal analysis methods, *Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference* 421-429.
- Level, P., Moraux, D., v.d., (1996). On a direct inversion of the impedance matrix in response reanalysis, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, **12**, 151-159.
- Marudachalam K. ve Wicks A.L., (1991). An attempt to quantify the errors in the experimental modal analysis, *Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference* 1522-1527.
- McConnell, K.G., (1995). *Vibration testing, Theory and practice*, John Willey & Sons, Inc.
- McConnell, K.G. ve Cappa, P., (2000). Transducer inertia and stinger stiffness effects on FRF measurements, *Mechanical Systems and Signal Processing* **14**, 4, 625-636.
- Mitchell, L.D., (1994). Modal test methods-quality, quantity and unobtainable, *Sound and Vibration* 10-16, November.
- Sanlitürk, K.Y., Ewins, D.J. ve Stanbridge, A.B., (2001a) Underplatform dampers for turbine blades: theoretical modeling, analysis and comparison with experimental data, *ASME Journal of the Engineering for Gas Turbines and Power*, **123**, 4, 919-929.
- Sanlitürk, K.Y., Ewins, D.J., Elliot, R. ve Green, S.J., (2001b). Friction damper optimization: simulation of rainbow tests, *ASME Journal of the Engineering for Gas Turbines and Power*, **123**(4), 930-939.
- Sanlitürk, K.Y., (2002) An efficient method for linear and nonlinear structural modifications, *Proceedings of ESDA2002: 6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, Istanbul, Turkey, APM028.
- Sanlitürk, K. Y. ve Cakar, O., (2003) A new method for noise elimination from measured frequency response functions, *Mechanical Systems and Signal Processing*, (submitted).
- Sherman, J. ve Morrison, W.J., (1950). Adjustment of an inverse matrix corresponding to a change in one element of a given matrix, *Annals of Mathematical Statistics*, **21**, 1, 124-127.
- Silva, J.M.M., Maia, N.M.M. ve Ribeiro, A.M.R., (1997). Some application of coupling/uncoupling techniques in structural dynamics-Part 1: solving the mass cancellation problem, *Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference* 1431-1439.
- Silva, J.M.M., Maia, N.M.M. ve Ribeiro, A.M.R., (2000). Cancellation of mass-loading effects of transducers and evaluation of unmeasured frequency response functions, *Journal of Sound and Vibration*, **236**, 5, 761-779.
- Wicks, A. L., (1991). The quality of modal parameters from measured data, *Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference* 1623-1625.