

itüdergisi/d**mühendislik**

Cilt:5, Sayı:2, Kısım:1, 69-80

Nisan 2006

Dalgacık dönüşüm tekniği kullanılarak hidrolojik akım serilerinin modellenmesi

Murat KÜÇÜK, Necati AĞIRALIOĞLU**İTÜ İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 34469, Ayazağa, İstanbul***Özet**

Çalışmada işaret işleme sahasında kullanılan dalgacık dönüşümü tekniği hidrolojik akım serilerinin tahmininde kullanılmıştır. İlk olarak sürekli dalgacık dönüşümü ve global spektrum yardımı ile ölçüm serileri analiz edilmiştir. İki ayrı ölçüm istasyonuna ait akarsu akım serileri ayrık dalgacık dönüşümü uygulanarak bileşenlerine ayrılmıştır. Elde edilen bileşenler geliştirilen regresyon tipi bir model yardımı modellenmiştir. Modelde tahmin eden ve tahmin ettirici değişkenler yerine akım serilerinin ayrık dalgacık dönüşümü bileşenleri kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar farklı hata kriterleri ile değerlendirilmiştir. Modelleme sonuçlarında bölgenin iklim karakteristiğine uygun bileşenler arasında kurulan modellerin diğer modellere göre bir çok hata kriteri bakımından daha başarılı olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Akarsu akım serilerinin modellenmesi, dalgacık dönüşümü.

Modelling of streamflow series using wavelet transform technique**Abstract**

Even though earth science phenomena have nonstationary characteristics, they actually include many different secret periodic events occurred in different time periods. Wavelet transform gives better results than former techniques for analyzing these phenomena. In this study, a new modelling technique using discrete wavelet transform, which is a special type of wavelet transform, is presented to increase prediction performance of streamflow time series modelling as an earth science phenomena and to provide physical interpretation. Different periodic components of a streamflow series are always obtained using discrete wavelet transform. The present study differs in that discrete wavelet transform is firstly presented as a modelling technique with application on streamflow process. Instead of response and explanatory measured streamflow series in a linear regression model, discrete wavelet components of such series are used in this study. First of all, discrete wavelet components of streamflow series are analysed by continuous wavelet transform and global wavelet spectrum. Secondly, energy variation of each component of both measured series is calculated. If appropriate components obtained by discrete wavelet transform are used, the performance of streamflow models can be increased. This technique is applied to regression models, because they are simple and widely used in practical applications. Energy variation, correlation coefficients and error values of the constituted models are compared with each other. This new technique offers good advantage in streamflow modelling.

Keywords: Modelling of streamflow series, wavelet transform.

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Necati AĞIRALIOĞLU. necati@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 37 22.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ İnşaat Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Dalgacık dönüşüm tekniği kullanılarak akım serilerinin modellenmesi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 03.09.2004 tarihinde dergiye ulaşmış, 21.09.2004 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.09.2006 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Giriş

Su kaynaklarının planlama, tasarım ve işletmesinde akarsu akımlarının ölçülmesi ve analizi önemlidir. Analiz edilen veriler geçmişteki akımların davranışları hakkında bilgi verdiği gibi gelecekte muhtemel olabilecek akımlar konusunda da önemli ipuçları sağlarlar.

Hidrolojik çalışmalarda akım gözlemlerinin eksikliği veya ölçüm yapılamayan yerlerdeki akımların uygun modellerle tahmin edilmesi çokça araştırılan bir konudur. Akım ölçümlerinde kullanılan malzemelerin arazi koşullarına yeteri kadar uyum gösterememesinden kaynaklanan arızaların yanında teçhizat noksanlığı veya istasyon kurulamayacak şartlara sahip olunması durumunda nehir akımlarının belirlenmesinde değişik teknikler kullanılmış ve hidrolojik modeller ortaya atılmıştır. Genel olarak akım tahminleri için yağış akış ilişkileri kullanılmış veya yakın istasyonların akımları kullanılarak istenilen yerdeki akımların tahmin edilmesine çalışılmıştır. Gerek dünyada gerekse yurdumuzda imkanların el vermediği bölgelerde yapılacak çalışmalara yardımcı olması maksadı ile, akım tahminlerinde oluşturulan modellerin başarısının artırılması ve daha iyi tahminler elde edilmesi, hem ekonomik olarak bir kazanç sağlayacak hem de kullanım açısından pratiklik getirecektir.

Bu çalışmada dalgacık dönüşümleri, veri analizlerinin çok önemli olduğu ve kararlı olmayan verilerin sıklıkla kullanıldığı bir saha olan nehir akımları olaylarının incelenmesinde kullanılmıştır. İlk defa nehir akımlarının modellenmesinde bu çalışma ile dalgacık dönüşümü teknikleri, kullanılmıştır.

Su kaynakları sahasında işaret işleme yöntemlerinin kullanımı oldukça yenidir. Bunlardan biri olan dalgacık dönüşümü tekniği ise son yıllarda daha yaygın bir şekilde uygulanmaktadır.

Su kaynakları alanında dalgacık dönüşümü tekniğinin ilk kullanıldığı çalışmalardan biri Kumar ve Foufoula-Georgiou (1993) tarafından yapılmıştır. Çalışmada yağış verileri çok çözünürlüklü analiz ile bileşenlerine ayrılmış ve her bileşen analiz edilmiştir. Daha sonra uydu görüntülerin-

den bu yöntem kullanılarak yağış için analizler yapılmıştır. 1996 yılında yapılan diğer bir çalışmada, (Venugopal ve Foufoula-Georgiou 1996) saatlik yağış şiddeti ölçümlerinin enerji bileşenleri ve şiddetli yağışların zaman-frekans ortamındaki analizleri yapılmıştır. Torrence ve Compo (1998), atmosfer olaylarının analizinde bu teknikten yararlanmışlardır. Çalışmada deniz su seviyesi değişimleri ve su düzeyi sıcaklığı verileri dalgacık dönüşümü yardımıyla analiz edilmiş ve El-nino olayları ile ilişkileri incelenmiştir.

Bu alanda nehir akımları ile ilgili ilklerden sayılabilecek bir çalışmada, Smith ve diğerleri (1998) saatlik ve günlük akım verilerini ayrık dalgacık dönüşümü yardımıyla bileşenlerine ayırarak bileşenleri enerji seviyelerine göre analiz edip karşılaştırmışlardır. Smith ve arkadaşlarının çalışmasının da referans gösterildiği bir diğer çalışmada Saco ve Kumar (2000), Amerika Birleşik Devletleri genelinde 197 günlük akım verisini analiz etmiş ve bileşenlerin enerji seviyelerine göre 29 değişik havzada, iklimsel sınıflama yapmaya çalışmışlardır. Labat ve diğerleri (2000) karstik bir bölgedeki akım ve yağış verilerini dalgacık dönüşümü yardımıyla analiz etmiş ve frekans bileşenlerini incelemişlerdir. Drago ve Boxall (2002) hidro-meteorolojik verilerin ayrık dalgacık dönüşümleri üzerine çalışmıştır. Drago ve Boxall yaptıkları çalışmada deniz seviye değişimi verileri ile atmosfer basıncı ölçümlerini ayrık dalgacık dönüşümü kullanarak bileşenlerine ayırmıştır. Çalışmada bu bileşenler arasındaki ilişki analiz edilmiştir. Nason ve Sapatinas tarafından rüzgar hızı modellenmesi çalışması modelleme çalışmalarından ilki sayılabilir (Nason ve Sapatinas, 2002). Çalışma, bir açıklayıcı zaman serisi $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ ile bir cevap zaman serisi $\{Y_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ arasındaki ilişkiyi modelleme üzerinedir. Burada X_t zaman serisinin farklı ölçek ve frekans değerlerinde analiz edilmesi sonucu elde edilen dalgacık paket bileşenleri yardımıyla Y_t serisi modellemeye çalışılmıştır. Çalışmada saatlik rüzgar hızı verileri kullanılmıştır. Modelin önemli tarafı ise mevcut modellere göre fiziksel olarak anlamlı oluşudur. Metot, bir rüzgar istasyonundaki rüzgar aktivitelerinden hangisinin diğer istasyon rüzgar hızı tahminlerinde etkili olduğunu ortaya

koymaktadır. Bu sayede X_t ve Y_t gibi iki durağan olmayan yapıya sahip zaman serisine durağan olmayan yapıları dikkate alınmadan klasik metotların uygulanması yerine olayın fiziksel karakteri dikkate alınarak uygulanmıştır. Çalışmada önerilen metot her iki zaman serisi arasında doğrudan bir modelleme yerine X_t zaman serisine ait örnek sayısını azaltmayan dalgacık paket dönüşümü (Nondecimated Wavelet Packet Transform, NWPT) bileşenleri kullanılarak modellemeye gidilmesidir. Gaucherel (2002), Güney Amerika'daki Fransız Guyane bölgesindeki havzalara ait akım verilerine dalgacık dönüşümü uygulamış ve değişik istatistik parametrelerle havza özelliklerini incelemiştir. Lafreniere ve Sharp (2003), Alberta bölgesindeki bir göle gelen nehir akımlarının analizinde dalgacık dönüşümünü kullanmışlardır. Bu çalışmada incelenen gölü besleyen bir buzul ve bir nehir akımı bulunmaktadır. Bu akımlara ait zaman serileri ile hava sıcaklığı arasındaki ilişki dalgacık dönüşümü yardımıyla analiz edilmiştir.

Hidroloji alanındaki bir diğer çalışmada ise Bayazıt ve Aksoy (2001), dalgacık dönüşümünü, akım serilerini modellemede kullanılan senetetik serilerin üretiminde kullanmışlardır.

Bu çalışmada amaç birbirine yakın nehir akım ölçüm istasyonları arasında eksik verilerin tamamlanması veya tahmini amacı ile sıklıkla kullanılan regresyon tipi modellerin yerine dalgacık dönüşümü tekniğinden yararlanarak elde edilen akım serilerinin periyodik bileşenleri ile tahmin modelleri oluşturmaktır. Bu amaçla öncelikle istasyonlardan birine ait akım serisi sürekli dalgacık dönüşümü yardımı ile analiz edilmiştir. Daha sonra global spektrumlar yardımıyla bölgenin genel karakteri değerlendirilmeye çalışılmıştır. İki istasyon arasındaki akım serileri ayrık dalgacık dönüşümü uygulanarak bileşenlerine ayrılmıştır. Bu ayrıştırma işlemi ayrık dalgacık dönüşümünü kullanan çok çözümlü analiz metodu yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Daha sonra bileşenlerin enerji spektrumları hesaplanmıştır. Modelleme sırasında ayrık dalgacık dönüşümü yardımıyla elde edilen bu bileşenler kullanılmıştır. Bileşenlere ayrılan iki istasyon ait akım serilerinin aynı seviyedeki

bileşenler arasında modeller oluşturulmuştur. Elde edilen model sonuçları farklı hata ve karşılaştırma kriterleri ile değerlendirilmiştir. Modelleme sonuçlarında yüksek enerjili ve bölgenin iklim karakteristiğine uygun bileşenler arasında oluşturulan modellerin diğer modellere göre bir çok hata kriteri bakımından daha başarılı olduğu görülmüştür. Ayrıca iki istasyona ait ölçüm serileri arasında da model oluşturulmuştur. Sonuçlar bu modelle de karşılaştırılmıştır. Model sonucunda elde edilen tahmin serilerinin dağılımları incelenmiş ve ölçüm serisi dağılımı ile karşılaştırılarak test edilmiştir. Modelleme sonuçları analizler sonuçları ile de uyum göstermiştir. Analiz sonucunda bölgenin iklimsel karakteristiği ile uyum gösteren bileşenlerin oluşturduğu modeller hesaplamalar sonucunda daha az hata üretmişlerdir.

Kullanılan yöntem

Dalgacık fonksiyonları ve Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD)

Dalgacık fonksiyonları ve dönüşümü, ilk olarak, kuvantum mekaniği ve istatistiksel mekanik alanlarında kullanılmıştır. Dalgacık analizinin uygulamalı matematik alanında kullanımı 1980'li senelerde başlamıştır. Grossman ve Morlet (1984), sismik işaretleri, dalgacık "wavelet" adı verilen sonlu süreli ve titreşimli bir işaretin çeşitli zaman bazındaki uygun şekilleriyle birleştirerek modellemeye çalışmışlar ve sürekli dalgacık dönüşümünü (SDD) uygulama alanına geçirmişlerdir. Dalgacık dönüşümünün ilk uygulama alanları, fonksiyonel gösterimler, kuvantum mekaniği ve işaret işleme olmuştur. Dönüşümün işaret işleme alanında uygulamaları, Daubechies (1988) ile başlamıştır. Araştırmacı, dalgacık ayrıştırması konusunda bir çok teori geliştirerek ayrık dalgacık dönüşümünün temelini atmıştır.

Dalgacık dönüşümünden önce kullanılan kısa süreli Fourier dönüşümündeki pencere fonksiyonunun, tarama sırasında sabit genişlikte olması, işaretin hızlı değişen yüksek frekanslı değişimlerinin zaman ortamında tam olarak bölgelemlenememesine neden olmuştur. Bu soruna çözüm olarak, sabit genişlikteki pencereler yerine, işarettaki yavaş değişimleri yakalamak üzere geniş pencere fonksiyonları ve hızlı değişimle-

rin olduğu yerlerde ise dar pencere fonksiyonlarının kullanımı düşünülmüş ve sonuçta, dalgacık dönüşümü analizi konusu ortaya çıkmıştır (Polikar, 1999).

Dalgacık, dalganın küçük bir parçası olarak tanımlanabilir. Dalgacık, süresi sınırlı bir titreşim işaretidir ve bu nedenle zamanda bölgeleşmeye sahiptir. İşaret, Kısa süreli Fourier dönüşümünde (KSFD) sabit genişlikteki bir pencere fonksiyonuyla çarpılırken, dalgacık dönüşümünde dalgacık adı verilen, zamanda ötelenen, genişliği değiştirilebilen bir fonksiyonla çarpılır. SDD, fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilir:

$$SDD_x^\psi(\tau, s) = \Psi_x^\psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \quad (1)$$

$$\Psi_{\tau, s} = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (2)$$

Burada SDD, τ (öteleme) ve s (ölçek) parametrelerinin bir fonksiyonudur. $\psi(t)$, dönüşüm fonksiyonudur ve ana dalgacık fonksiyonu olarak adlandırılır. $x(t)$ ise analiz edilecek işaretir.

Ayrık Dalgacık Dönüşümü (ADD) ve çok çözünürlüklü analiz

Dalgacık katsayılarının ölçek değerlerinde hesaplanması çok miktarda katsayının oluşmasına ve işlem yüküne neden olduğundan dolayı, katsayılar yalnızca seçilen ölçekler ve zaman dilimleri için hesaplanması bir çok avantajlar sağlar. En çok kullanılan ölçek adımı ikilik ölçek ve zaman adımıdır. Seçilmiş yeni ölçek değerleri ile yeniden ifade edilen ve ayrık dalgacık dönüşümü için kullanılan dalgacık fonksiyonu, aşağıdaki bağıntıda verilmiştir.

$$\Psi_{m, n}\left(\frac{t-\tau}{s}\right) = s_0^{-m/2} \psi\left(\frac{t-n\tau_0 s_0^m}{s_0^m}\right) \quad (3)$$

Burada m ve n tamsayı olarak dalgacığın sırası ile ölçek ve zaman eksenindeki ötelenme parametreleridir. s_0 , sabit bir ötelenme adımını ifade eder ve değeri 1'den büyüktür, τ_0 zaman ekse-

nindeki ötelenme aralığı değeridir. Yukarıdaki denklemde zaman eksenindeki ötelenme adımının s_0^m değerine bağlı olarak $n\tau_0 s_0^m$ şeklinde ifade edilebilir. En sık kullanılan s_0 ve τ_0 değerleri 2 ve 1 (Mallat, 1989). İkisinin katları kullanılarak oluşturulan dalgacık fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\Psi_{m, n}(t) = 2^{-m/2} \psi(2^{-m} t - n) \quad (4)$$

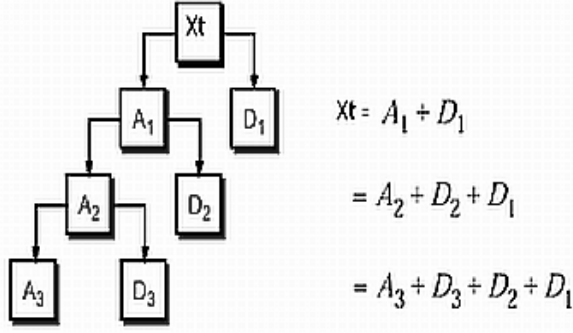
Bir i ayrık zaman adımına sahip x_i zaman serisi için, ayrık dalgacık dönüşümü aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$W_{m, n} = 2^{-m/2} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \psi(2^{-m} i - n) \quad (5)$$

Burada $W_{m, n}$, $s = 2^m$ ölçek ve $\tau = 2^m n$ zaman değerlerine sahip dalgacık dönüşümü katsayılarıdır.

Mallat'ın (1989) çalışmasında önerdiği algoritma yardımıyla orijinal sinyal $x(t)$ yaklaşık ve detay olarak adlandırılacak iki ayrı seriye ayrılır. İşaret öncelikle yaklaşıklık ve onunla aynı seviyeden bir detay serisine bölünür. Ardından işlem yaklaşıklık serisinin diğer filtreden geçirilmesi ile devam eder. Sonuçta işaret bir çok alt çözünürlük seviyesinde bileşenlerine ayrılmış olur. Bu olaya çok çözünürlüklü analiz denilir. Burada yaklaşıklık serisi işaretin yüksek ölçekli veya düşük frekanslı bileşenini, detay serisi ise düşük ölçek ve yüksek frekanslı bileşenini temsil eder. Düşük ölçekler, sıkıştırılmış bir dalgacık yardımıyla elde edilir ve işaretteki hızlı değişimlere sahip yüksek frekanslı bileşenleri gösterir. Yüksek ölçekler ise genişletilmiş bir dalgacık fonksiyonu yardımıyla elde edilir ve işaretteki yavaş değişimleri, trend veya düşük frekanslı mevsimsel değişimleri belirtir.

Bileşenlere ayırma işlemi ardışık tekrar ederek sinyali istenilen çözünürlük seviyesinde bileşenlere ayırmak mümkün olmaktadır (Misiti vd., 1997). Ardışık tekrarlar işlemi Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Ardışık ayrışma

Orijinal $x(q)$ işareti önce yüksek geçirgen $g(q)$ filtresinden ve alçak geçirgen $h(q)$ filtresinden geçirilir. Burada zaman (t) tam sayı şeklinde alınır ve q şeklinde gösterilmiştir. Bu bir seviyeli bir ayrıştırma işlemidir ve matematiksel olarak şöyle ifade edilebilir (Korürek, 2000).

$$y_{yüksek}(k) = \sum_n x(q).g(2k - q) \quad (6)$$

$$y_{alçak}(k) = \sum_n x(q).h(2k - q) \quad (7)$$

Burada $y_{yüksek}(k)$ ve $y_{alçak}(k)$, 2 ile alt-örneklemenin ardından sırasıyla yüksek geçirgen ve alçak geçirgen filtre çıkışlarıdır. k ise filtre seviyesidir.

Bir çok işaret için en önemli kısım düşük frekanslı bileşenlerdir. Bu su kaynakları alanında mevsimsel değişimler veya bölgenin iklimsel karakterini ortaya koyan dönemsel değişimleri ifade eder. Düşük periyotlu yüksek frekanslı bileşenler ise daha çok ani değişen taşkın gibi karakterleri yansıtır.

İstasyonlar arası modelleme

Bitişik istasyonlar arasındaki modelleme çalışmalarında regresyon modelleri pratik ve yararlı sonuçlar vermektedir (Bayazıt, 1996; 1998). Bu çalışmada dalgacık dönüşümü kullanılarak istasyonlar arası akım tahminlerinde yeni bir modelleme tekniği uygulanmıştır. Çalışmada ayrık dalgacık dönüşümü (ADD) kullanılarak yapılan çok çözünürlüklü analiz ile akım serileri farklı ölçeklerdeki bileşenlerine ayrılmıştır. Modeller-

de girdi olarak bir ölçüm istasyonuna ait akım serilerinin ayrık dalgacık dönüşümü bileşenleri, çıktı olarak da bir başka ölçüm istasyonu akım serisinin ayrık dalgacık dönüşümü bileşenleri kullanılmıştır. Modelleme bu iki ölçüm serisi bileşenleri arasında yapılmıştır. Ayrıca ölçülmüş seriler arasında da bir model oluşturulmuştur. Model oluşturulup iki istasyon arasındaki ilişki fonksiyonel olarak belirlendikten sonra, model oluşturulması sırasında kullanılmayan akım serileri kullanılarak modeller test edilmiştir. Sonuçta oluşturulan modeller farklı hata kriterleri yardımıyla birbirileri ile ve gözlenen akım serileri arasında kurulan modellerle karşılaştırılmıştır. Oluşturulan modeller aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$Y_t(AD_m) \approx A \cdot X_t(AD_m) + B \quad (8)$$

Eşitlikteki $Y_t(AD_m)$, $X_t(AD_m)$ terimleri sırası ile girdi ve çıktı akımlarının m . seviyeden ayrık dalgacık dönüşümü bileşenlerini ifade eder. A ve B ise model parametreleridir. Bileşenler arası oluşturulan regresyon tipi modelden elde edilir.

Modellerin güvenilirlikleri

Modelin tahmin kapasitesi çeşitli hata kriterleri yardımıyla belirlenmiştir. Çalışmada kullanılan tekniğin tahmindeki başarısını ölçmek için ortalama karesel hata (OKH) ve toplam mutlak hata (TMH) kriterleri kullanılmıştır.

Ortalama karesel hatanın ifadesi aşağıda verildiği gibidir:

$$OKH = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_{i(ölçüm)} - Y_{i(model)})^2 \quad (9)$$

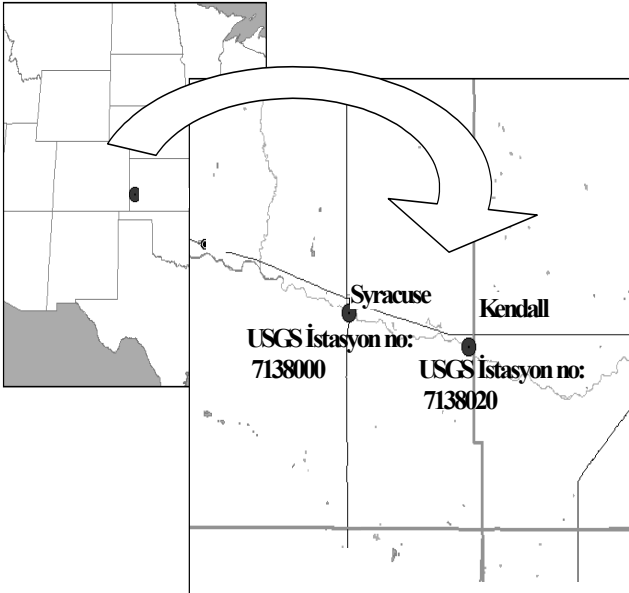
Burada $Y_{i(ölçüml)}$ gerçek ölçüm değerlerini, $Y_{i(model)}$ model yardımıyla tahmin edilen değerleri ifade eder. N ise ölçüm sayısını belirtir. Ortalama karesel hata modelin hatalarına karşın karesel olarak artış göstermektedir. Oluşan toplam hata örnek sayısına bölünse de pik değerlerde hata değeri üstsel olarak artmaktadır. Düşük değerlerde ise üstsel olarak azalmaktadır. Bu nedenle bir başka hata kriteri olarak toplam

mutlak hata (TMH) kriteri test aşamasında kullanılmıştır. TMH test aşamasında kullanılan veriler ile model sonucunda oluşan tahminler arasında oluşan farkın mutlak değerce toplamının örnek sayısına bölümü şeklinde ifade edilebilir. TMH aşağıdaki bağıntı ile belirtilmiştir:

$$TMH = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Y_{i(model)} - Y_{i(ölçüm)}| \quad (10)$$

Bölge ve veriler

Arkansas nehrinin Syracuse, ölçüm istasyonunda ölçülen günlük akım verileri bağıntı (10)'da ifade edilen model için girdi (X_t) olarak kullanılmıştır. Bu istasyon $37^{\circ}57'58''$ enlem, $101^{\circ}45'23''$ boylamında bulunmaktadır. Bulunduğu bölge Amerika Birleşik Devletlerindeki Kansas eyaletidir. İstasyon numarası USGS 07138000'dir. Arkansas Nehri'nin Kendall, ölçüm istasyonunda ölçülen günlük akım verileri model için çıktı (Y_t) olarak kullanılmıştır. Bu istasyon $37^{\circ}55'48''$ enlem, $101^{\circ}32'56''$ boylamında bulunmaktadır. İstasyon numarası USGS 07138020'dir. Bölge ve istasyonlara ait harita Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. Bölge ve istasyonların konumu

11 Eylül 2001 ve 10 Eylül 2003 tarihleri arasındaki 730 günlük akım serisi modelleme için kullanılmıştır. Model oluşturulma aşamasında 512 günlük akım değeri kullanılmıştır. 217 günlük

akım değeri ise model oluşturulduktan sonraki test için kullanılmıştır.

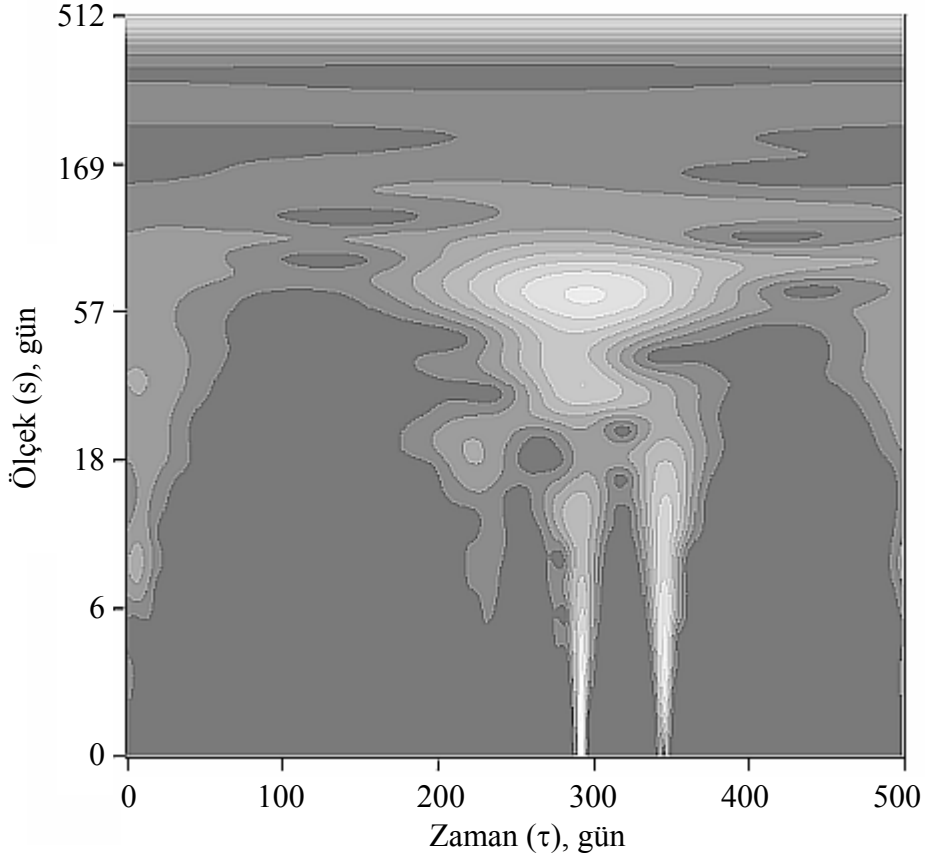
Akım serisinin sürekli dalgacık dönüşümü ve global spektrumla analizi

Kararsız yapının çok daha iyi incelenmesi ve önemli bileşenlerin seçilmesi için akım serisinin sürekli dalgacık dönüşümü ve global dalgacık spektrumu hesaplanmıştır. Bu sayede modellemede etkin bileşenlerin seçimi daha ayrıntılı yapılabilmektedir.

Ölçüm serisine sürekli dalgacık dönüşümü uygulanması ile içindeki olayların değişimlerinin zamana bağlı olarak incelenmesi mümkün olmuştur. Ortogonal olmayan karmaşık Morlet dalgacığı kullanılarak Kendall ölçüm istasyonuna ait 512 günlük akım serisinin sürekli dalgacık dönüşümü görüntüsü elde edilmiştir. Elde edilen zaman-ölçek-genlik uzayındaki görüntü, yarı logaritmik olarak Şekil 3'te ve bu şekilde ait global spektrum Şekil 4'te gösterilmiştir.

Şekil 3'te yatay eksen zamanı gün cinsinden göstermektedir. Düşey eksen ise logaritmik olarak ölçek veya periyot eksenini ifade eder ve değerleri gün olarak göstermektedir. Şekildeki parlak kısımlar her ölçek seviyesi için ayrı ayrı hesaplanan dalgacık dönüşümü katsayılarının değerleridir. Parlaklığın yüksek oluşu katsayının yüksek olduğunu ifade eder. Bu durumun matematiksel anlamı sürekli dalgacık dönüşümü yapılırken kullanılan dalgacık fonksiyonu ile ölçüm serisi arasında belirtilen ölçek seviyelerinde ve zaman aralığında güçlü bir uyumun olduğudur. Bu durum zaman serisinde o uzunlukta bir olayın ne zaman başlayıp ne zaman bittiği hakkında fikir verir.

Şekil 3'te 200. gün ile 400. gün arasında değişik periyotlara sahip olaylar görülmektedir. Bunlardan en uzun süreli ve periyodu en yüksek olan olay 57 günlük periyodun hemen altından başlayıp 169 günlük periyoda kadar sürmektedir. Bu olayın zaman olarak başlangıcı 200. güne ve bitişi de 400. güne karşı gelir. Zaman ekseninde 300. günün hemen altında ve 350. gün civarında oluşan iki ayrı bölge de 30 günden daha düşük periyoda sahip ve 200-400. günler içerisinde

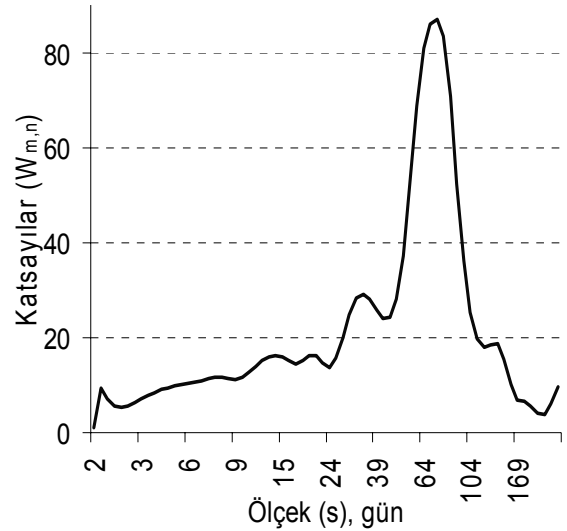


Şekil 3. Sürekli dalgacık dönüşümü sonuçları

oluşan iki anı olayı ifade eder ki bu olaylar 200. ve 400. gün arasında oluşan iki taşkın pikine karşılık gelir. Şekil 3'ten bölge karakteri gereği iki aylık (60 gün) ve üzeri bileşenlerin daha belirleyici bir karakter olduğu anlaşılır.

Sürekli dalgacık dönüşümü spektrumunun zamana bağlı verdiği bilgi zaman eksenini boyunca ortalanarak düşey eksen üzerinde gösterilmesi ile global spektrum elde edilir (Şekil 4).

Bu spektrum tüm zaman boyunca katsayıların genliğinin ölçek seviyesi ile değişimini ifade eder. Şekil 4'te yatay eksen Şekil 3'teki düşey eksen gibi ölçek seviyesini gösterir ve logaritmiktir. Düşey eksen ise katsayıların genliğini ifade eder. Şekil'den görüleceği üzere tüm zaman boyunca ortalanmış bir değer olarak 45-110 günlük periyoda sahip olaylar diğer olaylardan anlamlı derecede farklı görülmektedir. Bu spektrumda sürekli dalgacık spektrumu gibi 60 gün civarında periyoda sahip olayların bölgede baskın olduğunu ifade eder.



Şekil 4. Global dalgacık spektrumu

Bileşenlerin hesabı ve enerji spektrumlarının incelenmesi

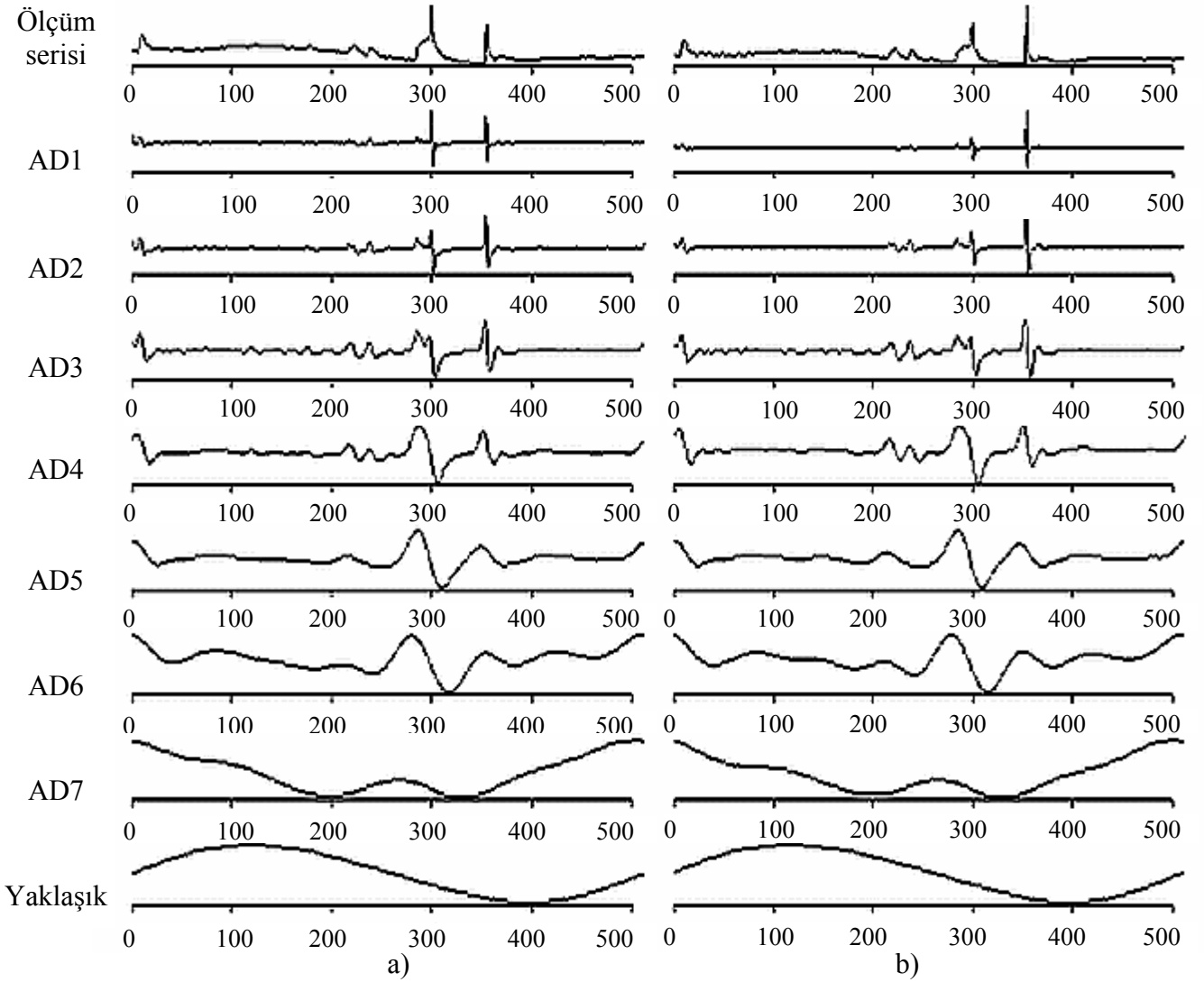
İstasyonlar arası modellemeye geçmeden önce iki ölçüm istasyonundan elde edilen günlük akım serileri ayrık dalgacık dönüşümü kullanılarak 7 bileşene ayrılmıştır. Bileşen sayısının tes-

piti Nyquistic kriterine göre veri sayısının yarısı kadar örneği ifade eden 2'nin üst değerine eşittir. Dönüşüm Daubechies ortonormal tabanlı dalgacıklar yardımı ile gerçekleştirilmiştir.

Ayrık dalgacık dönüşümü sonucunda oluşan akım serilerine ait bileşenler Şekil 5'te gösterilmiştir. Şekildeki en üst sırada yer alan seriler iki istasyona ait ölçülmüş akım serilerini gösterir. Daha sonra sırasıyla 1. seviyedeki detay bileşeninden (AD1) başlayarak 7. seviyedeki detay bileşenine (AD7) kadar her iki istasyonun akım serisi bileşenleri gösterilmiştir. En altta ise 7. seviyedeki yaklaşıklık bileşeni serisi gösterilmektedir.

Şekil 5'e dikkat edilirse en düşük frekansa sahip bileşenler en alttaki yaklaşık serileridir. Bu seri

ler ayrıca iki istasyon ölçüm serilerinin en temel bileşenlerini ifade eder. Diğer bileşenler ise sırasıyla 2, 4, 8, 16, 32, 64 ve 128 günlük ölçeklere sahip bileşenleri ifade eder. Bu yöntem yardımıyla belirtilen ölçeklerdeki frekanslara sahip zaman serileri ayrı ayrı birer zaman serisi olarak ele alınabilmektedir. Bu durum bölgenin iklimsel karakterinde hangi periyotların hakim olduğu konusunda önemli bilgiler verir (Smith vd., 1998; Saco ve Kumar, 2000). Yüksek periyot veya ölçek seviyesindeki bileşenlerde enerjinin yüksekliği mevsimsel salınımlardan fazlaca etkilenmeyen daha kurak iklimlere sahip bir bölgeyi ifade ederken, düşük ölçek seviyesine sahip bileşenlerin enerjilerindeki yükseklik daha değişken ve yağışlı bölge karakterini ortaya koyar (Küçük vd., 2004; Küçük ve Ağırlioğlu, 2004).



Şekil 5. Kendall (a) ve Syracuse (b) akım serilerinin ÇÇA'den elde edilen bileşenleri

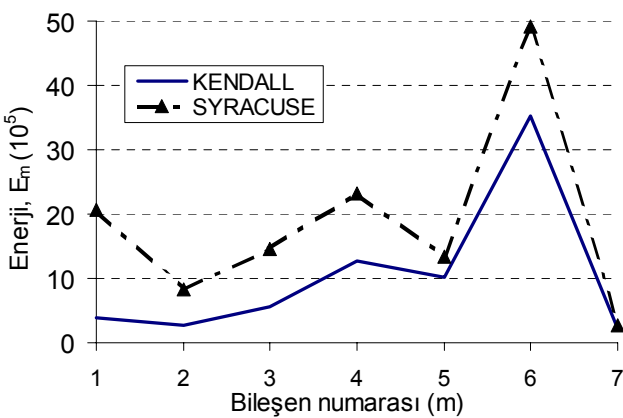
Şekil 5'te AD1 bileşeni ölçüm serisindeki 2 günlük ani değişimlerin zamana bağlı değişimini ifade eder. Bu bileşende ani değişim gösteren kısımlar ölçüm serisinin taşkın zamanları olan 300 ve 350. gün civarında görülmektedir. Bunun haricinde genelde sakin bir seyir izler. AD4, 5 ve 6 yani sırası ile 16, 32 ve 64 gün periyoda sahip bileşenlerde 200. ve 400. günler arasında oluşan şekiller benzerlik göstermektedir. Bölgenin karakteristiğini yansıtan en baskın karakterlerde bu bileşenler olduğu Şekil 3 ve 4'te görülmüştür.

Çalışmada bileşenler arası bir karşılaştırma elde etmek amacı ile akım serisindeki detay bileşenlerinin enerji spektrumları hesaplanmıştır. Bileşenlerin sahip olduğu enerji hesabında aşağıdaki bağıntı kullanılmıştır.

$$E_m = \sum_n |w_{m,n}|^2, \quad (11)$$

Burada E_m , m seviyesindeki bileşenin enerjisini ifade etmektedir. $w_{m,n}$ ise m seviyesinde ve n zaman adımındaki bileşenin ayrık dalgacık dönüşümü katsayısıdır ve bağıntı (5)'de verilmiştir.

Her bir bileşene ait toplam enerji değeri bağıntı (11) yardımı ile hesaplanmıştır ve Şekil 6'da gösterilmiştir. Şekil 6'da sürekli çizgi (—) Kendall ölçüm serisine ait m . seviyedeki detay bileşenin enerjisini göstermektedir. Kesikli çizgi (---) ise Syracuse ölçüm serisine ait bileşenlerin enerji değerlerini göstermektedir.



Şekil 6. İki ölçüm serisinin bileşenlerine ait enerji spektrumları

Şekilden anlaşılacağı üzere her iki ölçüm serisine ait 6. detay bileşeni ve nispeten 4. detay bileşeninin enerjileri diğer bileşenlerden yüksek görünmektedir. Bu detay bileşenlerine karşı gelen periyot değerleri ise $2^6=64$ gün ve $2^4=16$ gündür. Ayrık dönüşüm sonucunda elde edilen bileşenlere ait enerji diyagramları sürekli dönüşüm sonucunda elde edilen Şekil 3 ve Şekil 4'te yüksek enerji gösteren bileşenler ile uyum göstermektedir.

Ayrık dalgacık dönüşümü hesaplamaları bir istatistik hesap ve grafik programı olan "R" nin "Rwave" modülü yardımıyla gerçekleştirilmiştir (<http://www.r-project.org/>).

Model sonuçları

Bağıntı (8) kullanılarak 8 adet model oluşturulmuştur. Modellere ait OKH, TMH ve bileşenlerin kendi aralarındaki korelasyon katsayıları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablodan da anlaşılacağı üzere OKH değerleri en düşük olan modeller sırası ile 6, 5, 4 ve 7. seviye detay bileşenleri arasında oluşturulan modellerdir. Bu durum Şekil 5'teki enerji dağılımına da uyum göstermektedir. 6. seviye detay bileşeni içerisinde dönüş aralığı $2^6=64$ gün olan akım olaylarını barındırmaktadır. Bu durum yağışlı bölgelerde oluşan günlük ve haftalık değişimin tersine daha uzun bir periyodu ifade eder ve yukarıda açıklandığı gibi bölgenin kurak karakterli iklim özelliğinden kaynaklanmaktadır. Model 6'nın OKH 0.744 ve TMH değeri ise $6.41 \text{ ft}^3/\text{s}$ olmuştur. Model 5'in OKH değeri 0.96 ve TMH $10.96 \text{ ft}^3/\text{s}$ olmuştur. Bunların yanında Model 7'nin OKH değeri 1.011 iken TMH değeri $7.98 \text{ ft}^3/\text{s}$ olmuştur. Tablo 1'den AD6 bileşenleri arasında oluşturulan modelin en iyi tahmini yaptığı görülmesinin yanında, Model 4, 5, 6, ve 7'nin diğer düşük ölçekli bileşenler kullanılarak oluşturulan modellerden daha iyi tahminler verdiği görülmektedir. Bu çalışmanın amaçlarından birisi de eksik veri tamamlanması ve bir istasyondan diğer istasyonun verilerinin tahmini çalışmalarında oluşturulan regresyon tipi modellerin tahmin gücünün artırılmasıdır. Çalışmada fiziki olarak bölgenin iklim karakteristiğini yansıtan bileşenler arasında oluşturulan modellerin diğer bileşenler ile oluşturulan modellere göre daha iyi sonuçlar verdiği tespit edilmiştir.

Tablo 1. Oluşturulan 8 model için OKH, TMH ve korelasyon katsayıları

Model Numarası	Kendall ve Syracuse arasında kurulan modellerin adları	OKH	TMH	Korelasyon Katsayıları
Model 0	Ölçüm serileri arasındaki model	1.01	12.90	0.91
Model 1	AD1 bileşenleri arasındaki model	1.38	22.85	0.75
Model 2	AD2 bileşenleri arasındaki model	1.44	24.87	0.43
Model 3	AD3 bileşenleri arasındaki model	1.23	18.05	0.93
Model 4	AD4 bileşenleri arasındaki model	0.99	11.34	0.97
Model 5	AD5 bileşenleri arasındaki model	0.96	10.69	0.98
Model 6	AD6 bileşenleri arasındaki model	0.86	6.41	0.98
Model 7	AD7 bileşenleri arasındaki model	1.01	7.98	0.98

Tablo 2. Oluşturulan 8 model tahmin dağılımlarının Ki-kare istatistiği

	MODEL0	MODEL1	MODEL2	MODEL3	MODEL4	MODEL5	MODEL6	MODEL7	YAKLAŞIKLIK
Kİ-KARE	219	210	218	151	137	132	43	85	135

Tahmin dağılımlarının karşılaştırılması

Modelleme sonucunda elde edilen serilerin ölçüm serilerine benzerliği sıklık dağılımları bakımından da incelenmiştir. Sonuçlar ki-kare (χ^2) testi ile sınanarak dağılımların benzerlik durumları ortaya konulmuştur.

Oluşturulan 8 modelden Model 1, Model 6 ve Model 0 ile yapılan tahmin sonuçlarının ölçüm değerleri ile sıklık diyagramları karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda ölçüm serisi sıklık dağılımı ile Model 6 tahminlerinin sıklık dağılımları birbirlerine benzemekte oldukları görülmüştür. Model 6'nın enerji spektrumu dağılımı yukarıda anlatıldığı üzere en yüksek enerjiye sahiptir. Bölgenin iklimsel yapısını da en iyi karakterize eden detay bileşeni 6. seviyedeki bileşendir. Tablo 2'den görüldüğü gibi en düşük Ki-kare değeri Model 6 için gerçekleşmiştir. Buradan ölçüm serisi sıklık diyagramına benzerlik açısından en iyi modelin Model 6 olduğu görülmektedir.

Ölçüm serisi ÇÇA ile elde edilen bileşenlerin toplamından oluştuğu için küçük ölçek değerine sahip detay bileşenleri ölçüm serileri arasında oluşturulan modeli etkilemektedir. Küçük ölçekli detay bileşenleri ile oluşturulan modellerin test için kullanılan ölçüm serileri ile korelasyonları da çok düşüktür. Bu durum ölçüm serileri arasında oluşturulan modelin başarımını düşürmektedir. Küçük ölçeğe sahip detay bileşenlerinin etkisinden arındırılmış daha yüksek ölçek seviyesinde ki bileşenlerle oluşturulan modeller iki istasyonda ölçülmüş akım serilerinin davranışlarını daha iyi yansıttıklarından dolayı daha yüksek ölçek seviyesinde oluşturulan modeller daha az hata üretmişlerdir. Bu durum bölgenin iklim karakteristiğine bağlı olarak değişiklik gösterebilir. Daha kurak bölgelerde Saco ve Kumar'ın (2000) çalışmasında görüldüğü gibi ölçek seviyesi yüksek olan bileşenler daha etkili iken, yağışlı bölgelerde düşük ölçek seviyesindeki bileşenler ölçüm serilerinin genel karakteristiğini daha iyi yansıtmaktadırlar.

Sonuçlar ve tartışma

Sonuç olarak ilk defa bu çalışmada dalgacık dönüşümü tekniği, akarsu akım modellemelerinde kullanılmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Tekniğin analiz gücü ve çok çözünürlüklü analiz yardımıyla serinin değişik periyottaki bileşenlerinin elde edilmesi, modellemede yüksek bir başarımla elde edilebilmesini sağlamıştır.

Birbirine yakın akım ölçüm istasyonları arasında oluşturulacak bir modelde sözü edilen periyodik bileşenlerden önemli olanları, diğer tüm istasyonlar içinde önemli olacaktır. Dolayısıyla bölgenin iklimsel davranışını en iyi temsil eden bileşen veya bileşenler arasında oluşturulan modeller, bir istasyon ölçümleri kullanılarak diğer istasyondaki veriyi tahmin etmek için kullanılmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Su kaynakları alanında, dalgacık dönüşümü tekniği kullanımının çok daha yararlı olabileceği yapılan çalışma ile ortaya konulmuştur.

Semboller

$SDD_x^\psi(\tau, s)$: Sürekli dalgacık dönüşümü katsayıları

τ : Zamanda öteleme parametresi

s : Ölçek parametresi

$\psi(t)$: Dönüşüm fonksiyonu (ana dalgacık)

m, n : Tamsayı olarak ölçek ve zaman eksenindeki ötelenme parametreleridir

s_0 : Sabit bir ötelenme adımı

τ_0 : Zaman eksenindeki ötelenme aralığı

$W_{m,n}$: Dalgacık dönüşümü katsayıları

$x(q)$: Orijinal işaret

q : Tam sayı şeklinde t zaman

$g(q)$: Yüksek geçiren filtre

$h(q)$: Alçak geçiren filtre

$y_{yüksek}(k)$: Yüksek geçiren filtre çıkışı

$y_{alçak}(k)$: Alçak geçiren filtre çıkışı

k : Filtre seviyesi

Kaynaklar

Addison, P., S., Murray, K., B., Watson, J., N., (2001). Wavelet transform analysis of open channel wake flows, *Journal of Engineering Mechanics*, **127**, 1, 58-70.

Bayazıt, M., Aksoy, H., (2001). Using wavelets for data generation, *Journal of Applied Statistics*, **28**, 2, 157-166.

Bayazıt, M., (1996). İnşaat Mühendisliğinde Olasılık Yöntemleri, İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.

Bayazıt, M., (1998). Hidrolojik modeller, İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.

Daubechies, I., (1988). Orthonormal bases of compactly supported wavelets, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **XLI**, 909-996.

Drago, A., F., Boxall, S., R., (2002). Use of the wavelet transform on hydro-meteorological data, *Physics and Chemistry of the Earth*, **27**, 1387-1399.

Gauchere, C., (2002). Use of wavelet transform for temporal characterisation of remote watersheds, *Journal of Hydrology*, **269**, 101-121.

Grossman, A., Morlet, J., (1984). Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape, *SIAM Journal of Mathematical Analysis*, **15**, 723-736.

Korürek, M., (2000). *Biyomedikal Mühendisliğinde Özel Konular*, İTÜ, Elektrik-Elektronik Fakültesi ders notları, İstanbul.

Kumar, P., Foufoula-Georgiou, E., (1993). A multicomponent Decomposition of Spatial Rainfall Fields 1. Segregation of Large- and Small-Scale Features Using Wavelet Transforms, *Water Resources Research*, **29**, 8, 2515-2532.

Küçük, M., Tiğli, E., Ağralıoğlu, N., (2004). Wavelet transform analysis for nonstationary rainfall-runoff-temperature processes, *Conference on Water Observation and Information System for Decision Support*, 25-29 May, Ohrid, FY Republic of Macedonia.

Küçük, M., Ağralıoğlu, N., (2004). Kısa süreli Fourier ve sürekli dalgacık dönüşümü yardımıyla günlük akım verilerinin analizi, *IV ulusal hidroloji kongresi ve Hidrolojide yeni teknikler semineri*. 21-25 Haziran, İstanbul, Türkiye.

Labat, D., Ababou, R., Mangin, A., (2000). Rainfall-runoff relations for karstic springs. Part II: continuous wavelet and discrete orthogonal multiresolution analyses, *Journal of Hydrology*, **238**, 149-178.

Lafreniere, M., Sharp, M., (2003). Wavelet analysis of inter-annual variability in the runoff regimes of glacial and nival stream catchments, Bow Lake, Alberta, *Hydrological Processes*, **17**, 1093-1118.

Mallat, S., G., (1989). A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **11**, 7, 674-693.

- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G., Poggi, J., (1997). *Wavelet Toolbox User's Guide*, The MathWorks, Inc.
- Nason, G., Sapatinas, T., (2002). Wavelet packet transfer function modelling of nonstationary time series, *Statistics and Computing*, **12**, 45-56.
- Polikar, R., (1999). The story of wavelets, *Mastorakis, N. Physics and Modern Topics in Mechanical and Electrical Engineering*, 192-197. World Scientific and Eng. Society Press.
- Saco, P., Kumar, P., (2000). Coherent modes in multiscale variability of streamflow over the United States, *Water Resources Research*, **36**, 4, 1049-1067.
- Smith, L., C., Turcotte, D., L., Isacks, B., (1998). Stream flow characterization and feature detection using a discrete wavelet transform, *Hydrological Processes*, **12**, 233-249.
- Torrence, C., Compo, G., P., (1998). A practical guide to wavelet analysis, *Bulletin of The American Meteorology Society*, **79**, No. 1.
- Venugopal, V., Foufoula-Georgiou, E., (1996). Energy decomposition of rainfall in the time-frequency-scale domain using wavelet packets. *Journal of Hydrology*, **187**, 3-27.