

Kriging yönteminin geoit modellemesinde kullanılabilirliğinin araştırılması

Servet YAPRAK*, Ersoy ARSLAN

İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeodezi ve Fotogrametri Programı, 34469, Ayazağa, İstanbul

Özet

Geoit, ağırlık potansiyelinin sabit olduğu ortalama deniz yüzeyine yakın bir yüzeydir. GPS ile bulunan enlem ve boylam değerleri doğrudan kullanılmakta ancak elipsoidal yükseklik (h) değerlerinin ortometrik yüksekliğe (H) dönüştürülmesi gerekmektedir. Dönüşüm için yeterli doğrulukta geoit yüksekliklerinin bilinmesi gerekmektedir. Geoit yükseklikleri belirleme teknikleri içerisinde en yaygın kullanılanı GPS/Nivelman tekniğidir. BÖHNBÜY dönüşüm için yerel GPS/Nivelman geoidi kullanılmasını öngörmektedir. Bu çalışmada, İstanbul Metropoliten alanlarında GPS/Nivelman yöntemi ile geoit belirlemek için deterministik ve Kriging enterpolasyon yöntemleri karşılaştırılarak, Kriging yönteminin geoit yüzeyi modellemesinde kullanılabilirliğinin araştırılması yapılmıştır. Uygulamada, ArcGIS 8.3 Geostatistical Analyst yazılımı kullanılmıştır. Dayanak nokta yoğunluğunun geoit hesabına etkisini araştırmak için İstanbul’da 50 (~ 100 km²’ye bir nokta), 200 (~ 25 km²’ye bir nokta), 393 (~ 13 km²’ye bir nokta) ve 434 (~ 12 km²’ye bir nokta) noktalı geoit yüzeyleri oluşturulmuştur. Test için 50 nokta seçilmiş ve bu noktaların deterministik ve geoistatistik enterpolasyonla N_{HESAP} değerleri hesaplanmıştır. N_{HESAP}-ÖLÇÜ fark değerlerinden, farkların maksimum, minimum ve ortalama değerleri ile karesel ortalama hatalar karşılaştırılarak en uygun yüzeyi veren yöntem seçimi yapılmıştır. Çalışmalar sonunda, Kriging yöntemi ile geoit belirleme sonuçlarının deterministik yöntemlerden daha presizyonlu olduğu, Ordinary Kriging yönteminin Simple Kriging yönteminden bulunan sonuçlardan daha presizyonlu olduğu saptanmıştır. Multiquadratik yöntemle bulunan sonuçların Kriging yöntemlerinden bulunan sonuçlara çok yakın olduğu ve multiquadratik yöntemin en iyi sonucu veren deterministik yöntem olduğu, presizyonu arttırmak için nokta yoğunluğunu arttırmaktan çok veri kalitesini arttırmak gerektiği saptanmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Geoistatistik, deterministik, enterpolasyon, geoit.*

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Servet YAPRAK syaprak@gop.edu.tr; Tel: (356) 252 16 16.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Programında tamamlanmış olan "Kriging yönteminin geoit yüzeyi modellemesinde kullanılabilirliğinin araştırılması ve var olan yöntemlerle karşılaştırılması" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 17.01.2007 tarihinde dergiye ulaşmış, 21.03.2007 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 01.02.2009 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Searching the use of Kriging method on geoid surface modeling

Extended abstract

The geoid is a representation of the surface of earth that assumes the sea is covered the earth, also known as surface of equal gravitational attraction and mean sea level. The main function of the geoid in geodesy is to serve as a reference surface for leveling. The elevation measured by leveling is relative to the geoid. Three dimensional coordinates that are easily obtained by GPS easily; are widely used in such applications as large-scale map production and engineering applications. The latitude and longitude values obtained by GPS are used directly, but ellipsoidal height (h) values must be transformed into orthometric heights (H). In many surveying and engineering applications, orthometric heights are required. Ellipsoidal heights have geometric meanings in practical surveying, engineering, and geophysics and in other applications, and they bear no physical meanings. For the transformation from ellipsoidal heights to orthometric heights, which are used in applications, geoid heights (N) must be known with required accuracy. Several techniques can be used for determination of geoid heights. Most commonly used method for the determination of geoid is the combination of GPS data and leveling measurements. The by laws for large scale map production is required to be changed and allow to GPS applications, as parallel to the augmentation in application of the GPS technique. The new draft bylaw contains observation and calculation methods for obtaining orthometric heights by GPS, as well. One of them is determining the height of the geoid by GPS/Nivelman method. In this study, compared with classical methods by the deterministic and Kriging interpolation methods for determining the geoids by GPS/Nivelman method in Istanbul Metropolitan Surface deterministic and Kriging interpolations were calculated by known geoid undulation ($N_{MEASURE}$) values performed by using ArcGIS 8.3 Geostatistical Analyst software. Geostatistical Analyst provides deterministic and geostatistical interpolation methods. Deterministic interpolation techniques (inverse distance weighted, radial basis functions, and local polynomial interpolation) should not be used for decision making, because they do not provide information on how good their predictions are. Geostatistical interpolation techniques (e.g., kriging) can be chosen based on the result of exploratory spatial data analysis and diagnostics (cross validation and

validation). Deterministic methods use predefined mathematical functions for interpolation. Geostatistical methods rely on statistical features of the data. Geostatistical Analyst provides the necessary tools for data exploration and variography analysis. Kriging is based on the assumption that the parameter being interpolated can be treated as a regionalized variable. A regionalized variable is intermediate between a truly random variable and a completely deterministic variable in that it varies in a continuous manner from one location to the next and therefore points that are near each other have a certain degree of spatial correlation. Kriging is a set of linear regression routines which minimize estimation variance from a predefined covariance model. This method uses variogram to express the spatial variation, and it minimizes the error of predicted values which are estimated by spatial distribution of the predicted values. Besides, while the Geoid Model was forming; the effect of control point frequency to computed geoid height values was investigated. To study the effect of point frequency to the counting of geoid, geoid surfaces were formed with 50 (~one point to 100 km²), 200 (~one point to 25 km²), 393 (~one point to 13 km²) and 434 (~one point to 12 km²) points in Istanbul. For testing with interpolations, 50 test points were chosen and $N_{CALCULUS}$ values were counted by various deterministic and geostatistical interpolations. $N_{CALCULUS-MEASURE}$ distinction values were found by subtracting $N_{CALCULUS}$ values from measurement values that were found by $N_{GPS/NIVELMAN}$ method. Mean square errors and maximum, minimum and mean error values were calculated for all methods. By comparing of these values, the method that gives the most suitable surface was chosen. It was found that the results of determining geoid by Kriging method were more precise than deterministic methods. The results of Ordinary Kriging method were more precisely than Simple Kriging method's results but the maps produced by Simple Kriging method were more esthetic than the other equal geoid height maps. The results found by multiquadratic method between deterministic methods were close to the results found by Kriging method and multiquadratic method gave the best results. For increasing precision augmentation of survey quality is better than augmentation of model points.

Keywords: Geostatistic, deterministic, interpolation, geoid.

Giriş

GPS tekniği ile WGS84 referans elipsoidi sistemine dayalı olarak jeodezik amaçlar için üç boyutlu coğrafi koordinatlar: elipsoidal enlem (ϕ), boylam (λ) ve elipsoidal yükseklikler (h), olarak elde edilirler. Ancak çoğu mühendislik çalışmasında elipsoidal yükseklikler yerine, çoğunlukla geoide göre tanımlanan ortometrik yüksekliklere (H), gereksinim duyulur. Bu nedenle, GPS tekniği ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerinin ortometrik yüksekliklere en uygun biçimde dönüştürülmesi gerekir. Geoit karmaşık bir yüzeydir ve matematiksel olarak kolayca tanımlanamaz. Yeryuvarının şeklinin 1872 yılında Listing tarafından tanımlanması ve Geoit olarak adlandırılmasından sonra, bu şeklin belirlenmesi jeodezinin önde gelen çalışma alanlarından birisi olmuştur (Aksoy ve Güneş, 1990). Bir referans yüzeyi olarak yükseklik sistemlerinde kullanılacak bir geoide güncel teknolojiyi kullanan herkesin ihtiyacı vardır. Çünkü geoit, yüksek presizyonlu jeodezik koordinatlar ile uydularla elde edilen konumlar arasındaki doğal bağıdır. Bu nedenle uydu tekniklerinin rasyonel kullanılmasında geoit önemli bir altyapıdır (Aksoy vd., 1999). Geoit modelleri yerel, bölgesel veya küresel alanlar için geliştirilebilir. Geoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, geoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir (Ayan ve Deniz, 2000). Ortometrik yüksekliklerin elde edildiği nivelman ölçmeleri oldukça fazla zaman ve işgücü gerektiren, uygulanması zor ve ekonomik olmayan bir ölçme tekniğidir. Bu nedenle, nivelman ölçmelerini minimum düzeye indirecek çözümlerin kullanılması gerekmektedir. 23.05.2005 tarihinde yürürlüğe giren BÖHNBÜY¹¹ kapsamında büyük ölçekli haritacılık çalışmalarında ve mühendislik ölçmelerinde nokta yükseklik bilgisi üretmeye yönelik geoit modellerinin kullanıldığı çeşitli çözüm seçenekleri sunulmaktadır. BÖHNBÜY'ne göre ortometrik yüksekliklerin hesabında geoit modelinin kullanılması için önerilen yöntemler aşağıdadır:

- TG99A geoidinin doğrudan kullanılması,
- TG99A geoit modelinin yerel GPS/ Nivelman geoit ölçüleriyle güncelleştirilerek kullanılması,
- Baz vektörlerinde elipsoit ve TG99A geoit yükseklik farklarından elde edilen ortometrik yükseklik farklarının bir nivelman ağı şeklinde dengelenmesi,
- Yerel GPS/Nivelman geoit modelinin oluşturulması (Kılıçoğlu ve Fırat, 2003).

Bu çerçevede bu çalışmada amaç günümüz jeodezik uygulamalarının en önemli problemlerinden biri olan yerel alanlarda geoidin yüzeyinin modellemesinde Kriging yönteminin uygulanabilirliğini araştırmak ve kullanılan yöntemlerle karşılaştırmaktır.

Geoik ondülasyonlarının hesaplanmasında enterpolasyon yöntemleri

Geoit yüksekliğini belirleme teknikleri içerisinde en yaygın olarak kullanılanı, bölgede elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen ve topografyayı en iyi temsil eden noktalardan yararlanarak, analitik bir yüzey geçirmektir. Yüzey geçirilmesi ile elde edilen matematiksel model, GPS ölçüsü yapılan noktalardaki ortometrik yüksekliklerin belirlenmesinde kullanılır (Güler, 1978). Problemin çözülmesinde farklı ve çok çeşitli enterpolasyon yöntemleri kullanılabilir. Bu yöntemlerin bir bölümünde dayanak noktalarındaki yükseklikler hatasız kabul edilir, bir bölümünde dengeleme ya da düzensiz hataların filtrelemesi yapılır. O bölge için seçilmiş olan enterpolasyon yöntemi ne kadar uygunsa, hesaplanan geoit yüksekliği değeri ile gerçek değer arasındaki fark o denli küçük olur. Matematiksel olarak;

$$E\{ N_{hesap} \} = N_{gercek} \quad (1)$$

olması istenir. Pratikte bunun gerçekleşmesi zordur (Akçın,1998).

Deterministik yöntemler **Ağırlıklı aritmetik ortalama ile enterpolasyon**

Bir bölgede, geoit ondülasyonu GPS /Nivelman ile belirlenmiş n sayıda dayanak noktası olduğunu varsayalım. Bu durumda diğer noktalardaki geoit ondülasyonu;

¹ Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği

$$P_i = \frac{1}{S} \quad (2)$$

$$N = \frac{\sum_{i=1}^n N_i P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (3)$$

eşitliği ile hesaplanır (Erkanlı,1986).
Burada;

N : Geoit ondülasyonu,

S_i : Geoit ondülasyonu belirlenecek nokta ile dayanak noktası arasındaki uzunluk,

P_i : Ağırlıktır.

Polinomlarla enterpolasyon

Çalışılan bölge tek bir fonksiyonla ifade edilir. Dayanak noktalarının x_i, y_i koordinatları ve N_i geoit ondülasyonundan yararlanarak fonksiyon katsayıları belirlenir. Yüzey genellikle iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla tanımlanır. Ortogonal polinomlarla enterpolasyonda;

$$N(x,y) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=k-i}^k a_{ij} x_i y_i \quad (4)$$

Burada,

a_{ij} : Polinomun bilinmeyen katsayıları

x_i, y_i : Noktaların düzlem koordinatları

n : Yüzeyin derecesi

i, j (x, y) koordinatlarının üssü olan pozitif tamsayıları göstermektedir (Yanalak ve İnce,1997).

Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda ise,

$$N(x,y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x_i y_i \quad (5)$$

eşitliğinden yararlanılır. Burada; dayanak noktası sayısı bilinmeyen sayısından fazla ise a_{ij} katsayıları en küçük kareler yöntemine göre dengeleme ile hesaplanır.

Multiküadratik enterpolasyon

Bu enterpolasyon tekniğinde bilinen tüm dayanak noktaları kullanılarak tek bir fonksiyon ile yüzeyi tanımlanmaktadır, analitik bir çözümleme tekniğidir. Tekniğin uygulanabilmesi için önce bir trend yüzey geçirilir. Trend yüzeyi ola-

rak birinci ya da ikinci dereceden polinom kullanmak uygundur (Fogel ve Tinney, 1996). Multiküadratik enterpolasyon tekniğinde, bir noktadaki geoit ondülasyonu bu noktanın x, y düzlem koordinatları kullanılarak;

$$N(x,y) = N_{trend} + \sum_{i=1}^n c_i \left[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

eşitliği ile hesaplanır.(6) eşitliğinde;

n : dayanak noktalarının sayısı

C_i : dayanak noktalarının bilinen $N(x,y)$ değerlerinden yararlanarak hesaplanan katsayılar.

Geoistatistiksel yöntemler

Yöntemin genel esasları

Geoistatistik, istatistiğin uygulamalı bir dalı olup, ilk olarak yerbilimlerinde karşılaşılan kestirim problemlerinin çözümüne yönelik olarak ortaya çıkmıştır. Geoistatistikte gözlemlerin yapıldığı noktaların konumları ve gözlemler arası korelasyon dikkate alınarak yansız ve minimum varyanslı kestirimler yapılabilmektedir (Matheron, 1963). Geoistatistik yöntemlerle yapılan bir analizi dört ana gruba ayırabiliriz.

- i. Bölgesel değişkenin değerleri arasındaki farkların, uzaklığa bağlı değişimlerini belirlemeye yarayan yarivariogram modellerinin tespit edilmesi,
 - ii. Yarivariogram modellerinin test edilmesi,
 - iii. Kriging tahmin tekniği ile noktasal, alansal veya bir hacmi temsil eden tahminlerin yapılması,
 - iv. Yapılan tahmin hatalarının belirlenmesi,
- Geoistatistiksel bir çalışmada bu unsurların hepsinin sistematik olarak yapılması gerekir (Vieira vd., 1983).

Geoistatistikte bölgesel değişkenin değerleri arasındaki farkın uzaklığa bağlı değişimleri variogram fonksiyonu ile ortaya konur. Variogram ve Kriging geostatistik araçlardır. Variogram, örnek noktalar arasındaki konumsal korelasyonu niceliği, miktarı hesaplama ve modelleme olanağı sağlar. Ayrıca, kriging variogramda olduğu gibi ölçülen değerlerden ve onla-

rın konumsal ilişkilerinden enterpolasyon yapma olanağı sağlar (Rohuani ve Wackernagel, 1990).

Yarıvariogram sabit bir mesafe bölümlerine ayrılmış olası noktalar arasındaki farkların varyanslarının yarısıdır (Isaaks ve Srivastava, 1989). Teorik olarak, elde edilen deneysel variogram yapısını temsil eden variogram modelinin belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için öncelikle teorik variogram modelleri ve parametreleri iyi bilinmelidir. Yarıvariogram değeri aşağıdaki formülden belirlenir (İnal ve Yiğit, 2003).

$$\gamma(s) = \frac{1}{2n(s)} \sum_{hij}^{n(s)} (N(x_i, y_i) - N(x_j, y_j))^2 \quad (7)$$

$$s_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (8)$$

s_{ij} = i ve j noktaları arasındaki yatay uzaklık.
 $n(s)$ = s mesafedeki nokta çiftleri sayısı
 N_i = i noktasındaki geoit ondülasyonu
 N_j = j noktasındaki geoit ondülasyonu
 $\gamma(s)$ = s mesafedeki yarıvariogram değeri

Tablo1. Bazı teorik variogram modelleri (Burrough ve McDonnell, 1998; Mert, 2005)

Variogram dodeli	Denklemleri
Küresel Model	$\gamma(s) = C_0 + C[3/2(s/a)^2(s/2a)^3]$
Üssel Model	$\gamma(s) = C_0 + C(1 - e^{-s/a})$
Gauss Modeli	$\gamma(s) = C_0 + C(1 - e^{-(3s^2/a^2)})$
Doğrusal Model	$\gamma(s) = C_0 + C(s/a)$
Hole Effect Model	$\gamma(s) = C_0 + C(1 - e^{-n} \cos \theta)$

Teorik variogramlar eşitlik (7) ile hesap edilen deneysel variogramlardan yararlanarak belirlenir, ya da Kriging ile variogram fonksiyonu arasında çapraz doğrulama tekniği kullanılır.

Yarıvariogram model parametrelerinin belirlenmesinde çapraz doğrulama tekniği kullanılır. Gerçek yarıvariogram fonksiyonuna ilişkin bir model ve bu modele ilişkin parametreler seçilir. Daha sonra veri setinden gerçek değeri bilinen bir örnek uzaklaştırılır ve bu değer gerçek değeri bilinmiyormuş gibi, noktasal kriging kestirim

tekniği ile tahmin edilir. Gerçek değerle kestirim değeri arasındaki fark hesaplanır. Bulunan indirgenmiş hataların beklenen değerlerinin 0'a ve varyansların da 1'e yakın olup olmadığına bakılır. Kestirim hatalarının kareler ortalaması, kriging varyanslarının ortalamasına eşit ya da küçük olmalıdır Diğer bir karar verme tekniği ise, gerçek değerlerin, kestirilen değerler üzerindeki doğrusal regresyonu orijinden geçen 45 derece eğimli bir doğru olmasıdır. Bu koşullu yansızlık olarak bilinir.

Kriging tahmini

Kriging yöntemine BLUE (Best Linear Unbiased Estimator) adı verilir (Boogaart ve Schaeben, 2002). Bu, tahmin hatasını minimum olması şartına göre ağırlıkların belirlenmesidir ve bu Kriging yöntemini önemli özelliklerden biridir (Isaak ve Srivastava, 1989; İnal ve Yiğit, 2003). Yöntemin diğer bir üstünlüğü, kriging varyansı aracılığı ile kestirim hatasının büyüklüğünü değerlendirecek bir olanak sunmasıdır (Tercan ve Saraç, 1998). Bugün yaygın olarak kullanılan Kriging yöntemleri aşağıda sıralanmıştır (Yiğit, 2003):

- Simple Kriging
- Ordinary Kriging
- Universal Kriging
- Block Kriging
- Indicator Kriging
- Disjunctive Kriging
- Cokriging

olarak geliştirilmiştir. Bu çalışmada sadece simple Kriging ve Ordinary Kriging uygulaması yapılacaktır.

Ordinary Kriging yöntemi

Ordinary Kriging'in ilk adımı enterpole edilecek noktalar kümesinden variogram oluşturmaktır. İkinci aşamada deneysel variogramdaki trendi modelleyen basit matematiksel fonksiyon olan teorik variogram bulunur. Ordinary Kriging yönteminde bilinmeyen değerlerin belirlenmesi değişkenlerin durağan ve ortalamasının sabit olduğu varsayımına göre gerçekleştirilir. Variogram fonksiyonundan ağırlıkların belirlenmesinde tahmin ağırlıkları variogram modellerine

dayanır. Ordinary Kriging'de kullanılan temel eşitlik,

$$N_p = \sum_{i=1}^n P_i * N_i \quad (9)$$

dir. Burada;

n = modeli oluşturan nokta sayısı

N_i = N 'in hesabında kullanılan noktaların ondülasyon değerleri

N_p = Aranılan ondülasyon değeri

P_i = N 'in hesabında kullanılan her N_i değerine karşılık ağırlık değerleridir.

Bu eşitlik aslında IDW enterpolasyonu için kullanılan eşitliğin benzeridir. Fark burada ağırlığın sadece mesafeye dayanmayıp ağırlığın model variogramına dayanmasıdır (Lang, 2006).

Simple Kriging yöntemi

Simple kriging enterpolasyon Ordinary Kriging'e benzer ancak, ağırlıkların toplamının 1'e eşit olması yerine burada ağırlık veri setlerinin ortalaması ile bulunur. Simple kriging yönteminde ortalama değer bilinmektedir (Kleijnen, 2006). Simple Kriging yönteminde noktaların enterpolasyonu genelleştirilmiş lineer regresyon altında 2. derece durağanlık varsayımı ve bilinen ortalamaya dayanır (Burrough ve Mc Donnell, 1998).

Materyal ve yöntem

Bu çalışmada kullanılan veriler, 1999 yılında İ. B.B. tarafından İGNA projesi kapsamında yaptırılan ve Yılmaz (2005) çalışmasında kullanılan verilerdir.

Kriging yöntemi ile geoit yüzeyinin belirlenmesi ve var olan yöntemlerle karşılaştırılması amacı ile çalışma alanı olarak $40^{\circ} 45' 11''.46$ ile $41^{\circ} 29' 11''.07$ enlemleri arası, $27^{\circ} 57' 36''.016$ ile $29^{\circ} 41' 50''.69$ boylamları arası İstanbul İli Metropoliten alanı seçilmiştir. 50 (~ 100 km²'ye bir nokta), 200 (~ 25 km²'ye bir nokta), 393 (~ 13 km²'ye bir nokta) ve 434 (~ 12 km²'ye bir nokta) dayanak noktalı dört ayrı model oluşturulmuştur. Ayrıca bu modellerin testi için 50 adet test noktası seçilmiştir.

Deterministik enterpolasyonda 6. derece global polinomlarla enterpolasyon (GPI6), mesafenin

tersi ağırlıkla enterpolasyon (IDW), multiquadratik enterpolasyon (MULT) ve invers multiquadratik enterpolasyon (INVMUL) yöntemleri ile lokal polinomlarla enterpolasyon (LPI) yöntemleri uygulanmıştır. Geoistatistik enterpolasyon uygulamaları için sırası ile birinci derece, ikinci derece ve üçüncü derece trend üzerinde hesap yapılan OK1, OK2, OK3 Ordinary Kriging enterpolasyonları ve teorik variogram modeller sırası ile küresel ve dairesel model seçilerek SK1 ve SK2 Simple Kriging uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Çalışmada ArcGIS Geostatistical Analyst yazılımı kullanılmış ve her uygulamanın geoit eş yükseklik haritası üretilmiştir.

Deneysel çalışma

Verilerin testi yazılımda istatistik ve görsel olarak gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2. Dayanak noktalarının histogram istatistikleri

	İST50	İST200	İST393
Sayı	50	200	393
Minimum	35.833	35.833	35.833
Maksimum	38.238	38.238	38.238
Ortalama	37.017	37.009	36.965
Ortanca	36.933	36.940	36.855
Yamukluk	-0.006	0.0291	0.0359
Basıklık	2.463	2.461	2.538
St. Sapma	0.569	0.478	0.448
1. dördül	36.691	36.715	36.719
3. dördül	37.441	37.419	37.402

Bunun için 434, 393, 200 ve 50 dayanak noktaları histogram grafiği, trend analizi ve QQPlot grafikleri ile test edilerek dağılım ve trend analiz testleri yapılmıştır. Tablo 2'de dayanak noktalarının histogram istatistikleri görülmektedir. Histogram grafiğinden ve istatistik sonuçlarından verilerin normal dağılımlı olduğu, trend analizinde de verilerin dağılımının enterpolasyon için 2 ve 3 derece polinomal yüzeye uygun olduğu görülmüştür.

Modellerin deterministik ve kriging enterpolasyonlarla test edilmesi

434, 393, 200 ve 50 dayanak noktaları ile model oluşturulup dayanak noktalarının deterministik

ve geoistatistik enterpolasyonlarla N_{HESAP} değerleri bulunmuştur. $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ farkları hesaplanarak her model ve yöntem için $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ farklarının maksimum, minimum, ortalama ve KOH değerleri, $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ farklarının ± 5 cm değerinden büyük çıktığı nokta sayısı hesaplanarak dayanak noktalarından oluşturulan modeller test edilmiştir. Bulunan sonuçlar Tablo 3' de özetlenerek sunulmuştur.

Tablo 3 incelendiğinde; 434 noktalı modelde, LPI ve multiquadratik yöntemlerde farkların KOH değerlerinin sırası ile ± 3.97 cm ve ± 3.99 cm ile diğer deterministik yöntemlerden daha iyi sonuç verdiği görülecektir. Ayrıca 434 noktadan sadece sırası ile 56 ve 49 noktada ± 5 cm den büyük fark oluştuğu görülmektedir. Bu bize deterministik yöntemlerde en iyi model oluşturan yöntemin multiquadratik yöntem olduğunu göstermektedir. Kriging yöntemi ile enterpolasyon sonuçlarına baktığımızda KOH değerlerinin OK2 ve OK3 uygulamalarında sırası ile ± 3.46 ile ± 3.26 cm hesaplandığını, aynı şekilde 434 noktadan sadece 34 ve 37 noktada ± 5 cm den büyük fark oluştuğunu görüyoruz. Deterministik ve Kriging yöntemleri karşılaştırıldığında; Kriging yöntemleri ile bulunan sonuçların hem KOH değerleri, hem de ± 5 cm den büyük fark değerine sahip nokta sayısı bakımından daha iyi olduğu görülmektedir.

393 noktalı modelde, multiquadratik yöntemin ± 3.70 cm KOH değerleri ile diğer deterministik yöntemlerden daha iyi sonuç verdiği görülecektir. Ayrıca 393 noktadan sadece 30 noktada ± 5 cm den büyük fark oluştuğunu görüyoruz. Kriging yöntemi ile enterpolasyon sonuçlarına baktığımızda; KOH değerlerinin OK2 ve OK3 uygulamalarında sırası ile ± 3.35 cm ile ± 3.33 cm hesaplandığını, 393 noktadan sadece 40 noktada ± 5 cm den büyük fark oluştuğunu görüyoruz. Deterministik ve Kriging yöntemleri karşılaştırıldığında; Kriging yöntemleri ile bulunan sonuçların hem KOH değerleri, hem de ± 5 cm den büyük fark değerine sahip nokta sayısı bakımından daha iyi olduğunu görüyoruz.

200 noktalı modelde, yine multiquadratik enterpolasyon yönteminde $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ farklarının KOH değeri ± 5.32 cm değeri ile diğer deterministik yöntemlerden daha iyi sonuç ver-

miştir. 200 model noktasından sadece 55 noktada ± 5 cm den büyük fark oluştuğu görülmektedir. Burada nokta yoğunluğunun 25 km^2 'ye bir noktadan az nokta düştüğünden doğruluk azalmaktadır. Kriging yöntemi ile enterpolasyon sonuçlarına baktığımızda KOH değerlerinin OK2 ve OK3 uygulamalarında ± 4.06 cm ile ± 4.37 cm aralığında olduğu ve aynı şekilde 200 noktadan sadece 43 noktada ± 5 cm den büyük fark oluştuğunu görüyoruz. Deterministik ve Kriging yöntemleri karşılaştırıldığında; Kriging yöntemleri ile bulunan sonuçların hem farkların KOH değerleri, hem de ± 5 cm den büyük fark oluşan nokta sayısı bakımından daha iyi olduğu görülmektedir.

Yazılım, modellerin istatistik sonuçlarını çapraz olarak karşılaştırma olanağı da tanımaktadır. Modeller karşılaştırılarak ortalama hata ve KOH değeri 0'a ve standart KOH değeri 1 e en yakın model en iyi geoit modeli olarak seçilmiştir. Şekil 1'de karşılaştırma penceresi görülmektedir.

50 noktalı modelde multiquadratik enterpolasyon yönteminde farkların KOH değerinin ± 9.72 cm ile diğer deterministik yöntemlerden daha iyi sonuç verdiği, görülmektedir. Burada dayanak nokta sayısının düşmesi ile KOH değerlerinin ortalama ± 10 cm ye yaklaştığı, diğer deterministik uygulamalarda ± 15 cm yi geçtiği görülüyor. Kriging yöntemi ile; farkların KOH değerlerinin OK2 ve OK3 uygulamalarında ± 6.37 cm ile ± 6.84 cm değerleri ile yine deterministik yöntemlerden ve SK uygulamalarından daha iyi olduğu görülmektedir.

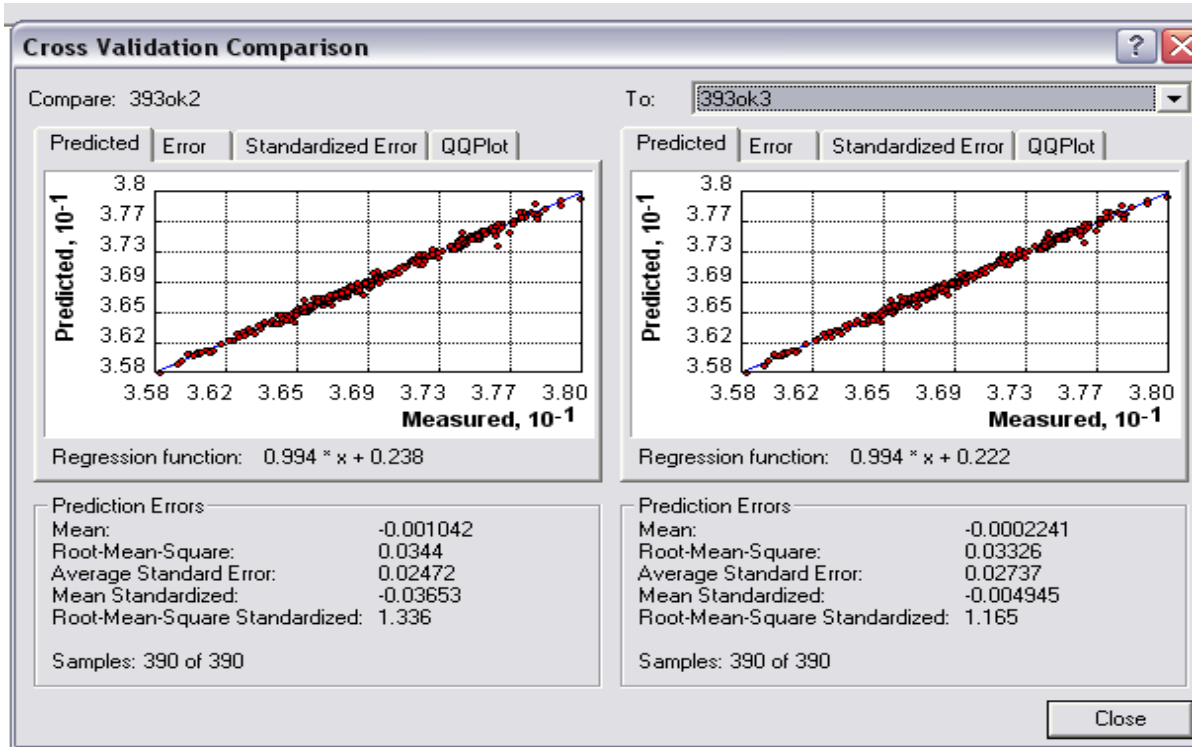
Geoit modellerinden test noktalarının hesaplanması

Her modelde 50 test noktasının N_{HESAP} değerleri bulunup $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ farklarının maksimum, minimum, ortalama ve KOH değerleri, farkların mutlak değer ortalamaları ve $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ farklarının ± 5 cm değerinden büyük çıktığı nokta sayısı hesaplanarak test noktaları için bulunan sonuçlar Tablo 4' te karşılaştırılmıştır.

Tablo 4 incelendiğinde her modelde 50 test noktası için hesaplanan farkların KOH değerleri ve mutlak değer ortalamalarının deterministik enterpolasyonlardan multiquadratik yöntemde, kriging enterpolasyonlarda ise ikinci ve üçüncü

Tablo 3. 434, 393, 200 ve 50 dayanak noktalı modellerde deterministik ve geoistatistik enterpolasyonla hesaplanan $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ farklarının istatistik sonuçları (cm)

Model		MUL										
		GP6	LPI7	IDW	T	IMUL	OK1	OK2	OK3	SK1	SK2	
434	DAYANAK NOKTALI MODEL	MAK	60.16	28.00	29.23	30.80	41.86	24.98	27.75	17.60	40.29	39.21
		MIN	0.01	0.00	0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.02	0.01
		ORT	-0.03	0.04	-0.32	-0.08	-0.18	-0.32	-0.10	-0.06	-0.10	-0.10
		KOH	5.10	3.99	5.13	3.97	5.63	3.80	3.46	3.26	1.01	0.98
		>5 cm	75	56	90	49	93	50	37	34	48	47
393	DAYANAK NOKTALI MODEL	MAK	20.58	60.45	29.23	30.80	41.86	17.06	13.71	17.43	25.09	23.83
		MIN	0.01	0.01	0.02	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.02	0.02
		ORT	-0.03	-0.20	0.22	0.05	0.12	0.32	0.01	0.02	0.04	0.07
		KOH	3.93	5.02	5.00	3.70	5.40	3.67	3.35	3.33	4.38	3.76
		> 5 cm	75	74	55	30	92	59	42	40	49	49
200	DAYANAK NOKTALI MODEL	MAK	37.02	52.02	42.77	28.95	37.33	69.15	14.12	13.80	18.11	39.12
		MIN	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		ORT	0.15	0.25	0.43	0.15	0.32	0.69	0.01	0.06	0.09	0.08
		KOH	6.06	6.58	7.74	5.32	6.20	5.00	4.37	4.06	5.73	5.69
		> 5 cm	50	49	81	54	55	79	44	44	-	56
50	DAYANAK NOKTALI MODEL	MAK	68.25	39.86	50.46	27.96	28.56	39.67	23.82	23.97	37.97	37.47
		MIN	0.09	0.00	0.08	0.09	0.67	0.02	0.05	0.01	0.05	0.69
		ORT	-4.75	-1.08	-0.10	0.42	0.33	-1.83	-0.72	-0.37	-0.16	-0.20
		KOH	33.48	19.10	17.52	9.72	10.76	13.21	6.37	6.84	13.04	12.57
		>5cm	22	16	34	26	29	30	10	13	33	33



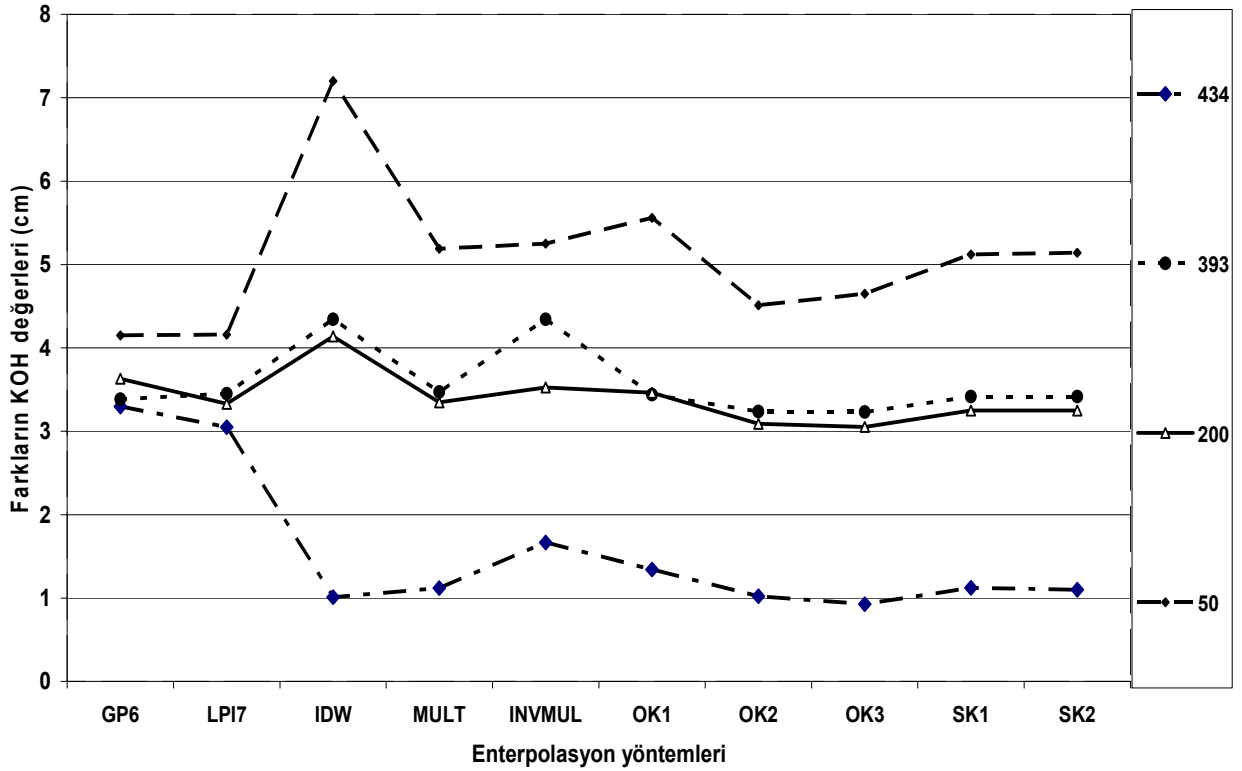
Şekil 1. Çapraz karşılaştırma penceresi

Tablo 4. 434,393, 200 ve 50 dayanak noktalı modellerden 50 test noktası için hesaplanan $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ farklarının istatistik sonuçlar (cm)

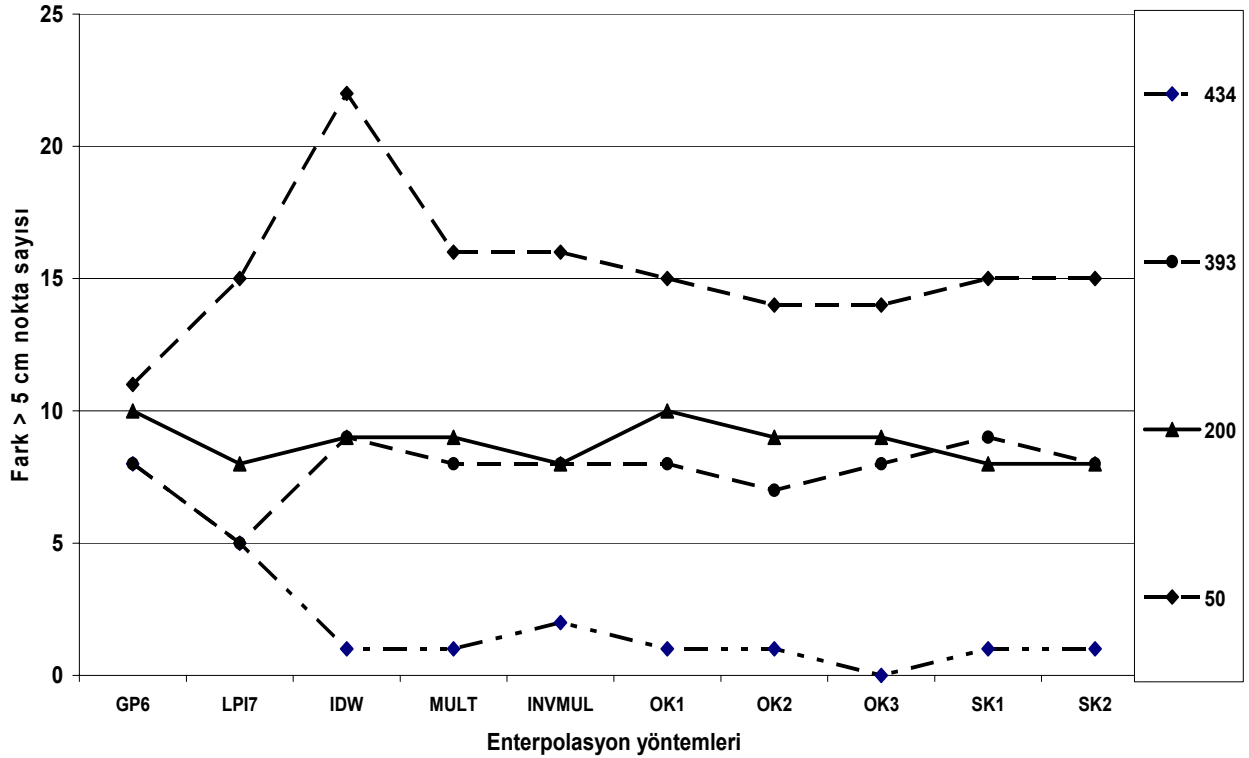
		GPI6	LPI	IDW	MUL T	IMULT	OK1	OK2	OK3	SK1	SK2
434 DAYANAK NOKTALI MODEL	MAK	8.31	7.04	5.08	6.85	10.04	8.17	5.77	4.90	6.88	6.88
	MİN	0.08	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	ORT	-0.15	-0.18	0.00	-0.14	-0.19	-0.21	-0.11	-0.03	-0.14	-0.14
	KOH	3.30	3.05	1.01	1.12	1.67	1.34	1.02	0.93	1.12	1.10
	MORT	2.51	2.44	0.31	0.31	0.47	0.36	0.34	0.32	0.32	0.32
	> 5c m	8	5	1	1	2	1	1	0	1	1
393 DAYANAK NOKTALI MODEL	MAK	8.28	9.74	12.85	10.11	9.97	8.59	8.46	8.64	9.63	9.64
	MİN	0.09	0.01	0.01	0.07	0.10	0.02	0.14	0.03	0.05	0.05
	ORT	-0.22	-0.17	-1.00	-0.81	-1.54	-0.68	-0.34	-0.36	-0.81	-0.81
	KOH	3.39	3.45	4.34	3.47	4.34	3.44	3.24	3.23	3.42	3.42
	MORT	2.65	2.68	3.17	2.67	3.42	2.53	2.45	2.47	2.61	2.61
	> 5c m	8	5	9	8	8	8	7	8	9	8
200 DAYANAK NOKTALI MODEL	MAK	9.63	8.22	10.15	8.37	8.53	9.14	7.99	8.04	8.10	8.10
	MİN	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	ORT	0.30	0.09	-0.69	-0.66	-0.80	-0.56	-0.29	-0.29	-0.75	-0.75
	KOH	3.63	3.24	4.14	3.34	3.52	3.46	3.09	3.05	4.14	3.25
	MORT	2.73	2.63	3.29	2.74	2.96	2.56	2.35	2.32	2.51	2.51
	>5 cm	10	8	9	9	8	10	9	9	8	8
50 DAYANAK NOKTALI MODEL	MAK	10.61	10.39	27.91	10.75	10.75	20.59	11.87	11.94	17.63	17.77
	MİN	0.11	0.01	0.16	0.38	0.38	0.10	0.10	0.16	0.13	0.13
	ORT	0.12	0.08	-1.96	-1.06	-1.06	-2.54	-0.52	-0.16	-2.01	-2.02
	KOH	4.15	4.16	7.20	5.19	5.25	5.56	4.51	4.65	5.12	5.14
	MORT	3.32	3.35	5.62	4.41	4.41	4.13	3.45	3.48	3.90	3.91
	>5cm	11	11	22	16	16	15	14	14	15	15

derece trend üzerinde enterpolasyonların yapıldığı OK2 ve OK3 modellerinde en küçük olduğu görülecektir. Farkların ± 5 cm den büyük olduğu nokta sayılarında da aynı paralelliğin olduğu tablodan görülmektedir. Farkların *KOH* değerleri bir grafiğe aktarıldığında Şekil 2'de görüleceği gibi 200 ve 393 dayanak noktalı modellerde farkların *KOH* değerlerinin birbirine yakın çıktığı görülmektedir. 393 dayanak noktalı modelde 200 dayanak noktalı modele oranla iki kat dayanak noktası olmasına karşılık doğruluğun çok fazla artmadığı görülecektir. Buradan verileri iyileştirmeden nokta sayısını arttırmanın sonuçlara fazla katkısı olmadığı çıkarılabilir. 434 dayanak noktalı modelde dayanak noktaları ile test noktaları çok yakın ve örtüştüğünden *KOH* değeri ± 1 cm çıkmıştır.

50 dayanak noktalı modelde 50 test noktası için bulunan değerlere bakılırsa, mesafenin tersi ağırlıkla enterpolasyonda farkların *KOH* değerleri ve farkların ± 5 cm den büyük çıktığı nokta sayısının fazlalığı ve diğer yöntemlerde farkların *KOH* değerlerinin $\sim \pm 5$ cm olduğu görülmektedir. 200 ve 393 dayanak noktalı modellerde farkların *KOH* değerleri $\pm 3-3,5$ cm iken 50 noktalı modelde ± 5 cm ye çıkmaktadır. Şekil 3'te 50 test noktası için enterpolasyonlardan hesaplanan $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ farkları ± 5 cm den büyük çıkan nokta sayıları grafik olarak görülmektedir. Grafik incelendiğinde 200(~ 25 km²,ye bir nokta) ve 393(~ 13 km²,ye bir nokta) dayanak noktalı modellerde ± 5 cm den büyük nokta sayısı bakımından da paralellik görülmektedir. Kriging enterpolasyonlardan alınan sonuçların deterministik enterpolasyon sonuçlarından daha iyi



Şekil 2. Dört modelde 50 test noktası için deterministik ve kriging enterpolasyonlarla hesaplanan farkların KOH değerlerinin ortalamaları (cm)



Şekil 3. Dört modelde 50 test noktası için deterministik ve kriging enterpolasyonlarla hesaplanan $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ farkların ± 5 cm den büyük olduğu nokta sayısı

olduğu görülmektedir. 50 (~100 km²'ye bir nokta) dayanak noktalı modelde hem deterministik hem de kriging enterpolasyonlar için dayanak nokta sayısının yetersizliği Şekil 2 ve 3 de farkların KOH değerleri ve fark değeri ± 5 cm den büyük nokta sayısı grafiklerinde görülmektedir.

Sonuçlar

Sonuç olarak; GPS/Nivelman yöntemi ile elde edilen geoit yüksekliklerinden deterministik ve Kriging enterpolasyon modellemesi ile elde edilen geoit yükseklikleri çıkarılarak hesaplanan N_{HESAP-ÖLÇÜ} farkları, farkların KOH değerleri karşılaştırıldığında;

-Kriging enterpolasyonla elde edilen sonuçların deterministik enterpolasyon sonuçlarından daha iyi olduğu,

-Kriging yönteminin karesel ortalama hatayı minimize ettiği,

-Ordinary Kriging yönteminin Simple Kriging yönteminden daha iyi sonuç verdiği,

-Deterministik enterpolasyonlar içerisinde en iyi sonucu veren modelin multiquadatik model olduğu,

-Multiquadatik modelden elde edilen sonuçların Kriging enterpolasyon sonuçlarına yakın olduğu,

-Geoit belirlemede elde edilecek doğruluğun; verilerin doğruluğuna, kütle dağılımını temsil etme yeteneğine, dayanak noktalarının yoğunluğuna ve hesaplama yöntemine bağlı olduğu görülmüştür.

393 dayanak noktalı modelden Ordinary Kriging enterpolasyonla üretilen 10 cm aralıklı geoit eş yükseklik haritası üzerine tahmin hataları da “filled countours” olarak görselleştirilerek Şekil 4’de sunulmuştur.

Kaynaklar

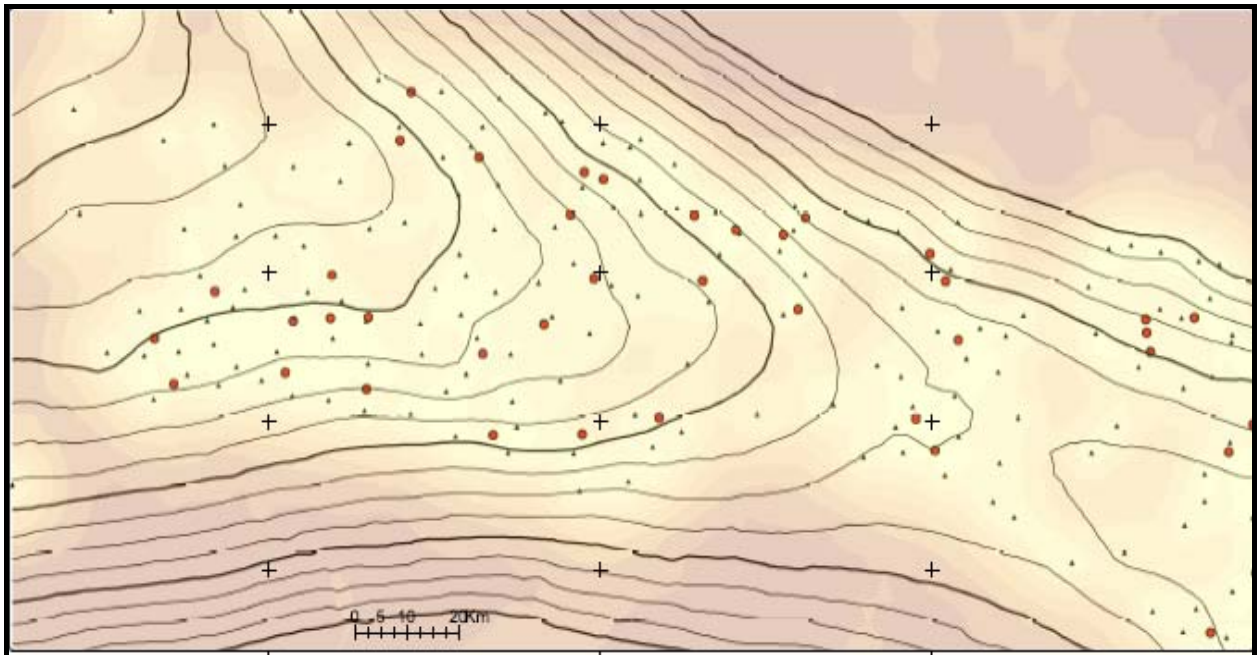
Akçın, H., (1998). GPS ölçülerinden pratik yüksekliklerin elde edilmesi üzerine bir çalışma, *Doktora Tezi*, YTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Aksoy, A., ve Güneş, İ.H., (1990). *Jeodezi 1*, İTÜ Kütüphanesi Sayı:1422, İstanbul.

Aksoy, A.,Deniz, R., ve Ayan, T., (1999). Global, bölgesel ve ülke jeodezik ağları hakkında, *Harita Kadastro Mühendisliği Dergisi*, **86**, Ankara.

Ayan, T., ve Deniz, R., (2000). *Fiziksel Jeodezi Ders Notu*, İTÜ İnşaat Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı, İstanbul.

Boogaart KG. ve Schaeben, H., (2002). Kriging of regionalized directions Axes and orientations, 1. Directions and axes, *Mathematical Geology*, **34**, 479-503.



Şekil 4. En iyi sonucu veren Ordinary Kriging enterpolasyonla oluşturulmuş geoit yüzeyi

- BÖHHUY, (2005). Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği. *Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası*, Ankara.
- Burrough, P. A. ve McDonnell, R. A., (1998). *Principles of Geographical Information Systems*, Oxford University Pres, New York.
- Erkanlı, Y., (1986). Koordinatlandırılmış modelde ve alanda enterpolasyon, kollakasyon yöntemlerinin uygulanması ve neticeleri, *Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi*, Ankara, **86**, 56-57.
- Fogel, D.N. ve Tinney, L.R., (1996). Image registration using multiquadratic functions the finite element method bivariate mapping polynomials and thin plate spline, Technical Report, Santa Barbara.
- Güler, A., (1978). Sayısal arazi modellerinde interpoasyon yöntemi, *Harita Dergisi*, **85**, 53-71, Ankara.
- İnal, C. ve Yiğit, C., (2003). Lokal alanlarda jeoit ondülasyonlarının belirlenmesinde kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin karşılaştırılması, *Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu*, 97-106, Konya.
- Isaaks, E. H. ve Srivastava, M. R., (1989). *An introduction to applied geostatistics*, Oxford University Pres, New York.
- Kleijnen, J., (2006). Design and Analysis of Monte Carlo Experiments, <http://www.quantlet.com/mdstat/scripts/csa/html/node139.html>, (10.01.2006).
- Kılıçoğlu, A. ve Fırat, O., (2003). Büyük Ölçekli Harita üretiminde GPS ile ortometrik yükseklik belirlemeye yönelik jeoit modelleme ve uygulamalar, *TUJK 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı*, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, 27-34, Konya.
- Lang, C., (2006). Kriging Interpolation. <http://www.nbb.cornell.edu/neurobio/land/OldStudentProjects/cs490-94to95/clang/kriging.html>, (10.01.2006).
- Matheron, G., (1963). Principles of geostatistics, *Economic Geology*, **58**, 1246-1266
- Mert, B. Mert, B.A., (2005). Jeostatistiksel analiz için bir bilgisayar programının geliştirilmesi ve Antalya-Akseki-Kiziltas boksit yatağına uygulanması, *Yüksek Lisans Tezi*, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Rohuani, S., ve Wackernagel, H., (1990). Multivariate Geostatistical Approach to Space-Time Data Analysis. *Water Resources Research* **26**, (4), 585-591.
- Tercan, A.E., Saraç, C., (1998). *Maden yataklarının değerlendirilmesinde jeostatistiksel yöntemler*, TMMOB. Maden Mühendisleri Odası Yayını, Ankara.
- Vieira, S. R., Hatfield, J. R., Nielsen, D. R. ve Biggar, J. W., (1983). Geostatistical theory and application to variability of some agronomical properties, *Hilgardia*, **51**, 3, 1-75.
- Yanalak, M. ve İnce, C., (1997). GPS ile elde edilen elipsoid yüksekliklerinin yerel yükseklik sistemine dönüştürülmesi, *VI. Harita Kurultayı*. Ankara, 03-07 Mart 1996.
- Yiğit, C. Ö., (2003). Elipsoid yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümünde kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin karşılaştırılması. Selçuk Üniversitesi FBE, *Yüksek Lisans Tezi*, Konya.