

## Gözenekli ortamlarda taşınım olayı

**A. Cihat BAYTAŞ\***

*İTÜ Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, 34469, Ayazağa, İstanbul*

### Özet

Gözenekli ortamlar günlük hayatımızda her sahada karşımıza çıkmaktadır. İçinden bir akışkanı geçirebilen gözenekli bir ortamda enerji geçişi ve akışkan akışı konusu bilim ve mühendisliğin çok değişik alanlarını ilgilendirmektedir. Bugüne kadar gözenekli ortamlar konusunda çok sayıda çalışma yapılmıştır. Ancak, günümüzde halen gözenekli ortamlarda hesaplanamayan ya da ölçülemeyen akış ve ortam özelliklerine yönelik çalışmalar yoğun olarak sürmektedir. Gözenekli ortamlardaki çalışmalar esas olarak Fransa'da Henry Darcy tarafından 1856 yılında bir hastaneye temiz su getirme projesi kapsamında yapılan çalışmaların daha sonra başka bilim adamları tarafından incelenip gözenekli ortamlarda akışı tanımlayan bir genel denkleme dönüştürülmesi ile başlar. Bu çağrılı çalışmada gözenekli ortamlarda kullanılan genel tanım ve temel denklemlerin tanıtılması esas alınmıştır. Bu çalışma gözenekli ortamlarla ilgili genel tanımlar ve gözenekli yapı içinde bir boşluk ve kati iskeletin olması sebebi ile oluşan mikroskobik boyuttaki içyapı düzensizliğinin çözümünü sağlayan Temsili Temel Hacim (TTH) kavramı tanımı ile başlamaktadır. Ortalama olarak mikroskobik seviyede taşınım olayının tanımı, Temsili Temel Hacim kavramı ile makroskobik ve sürekli ortam tanım-laması yapılarak elde edilmiştir. Bu çalışmada, gözenekli ortamlarda taşınım ile ısı geçişi ve akışın matematiksel ve fiziksel temelleri, bu konuda iyi bilinen Darcy yasasından başlayarak ve onun yıllar içerisinde yeni düzenlemeleri ile geliştirilerek anlatılmıştır. Bunlara ilaveten, bu çalışmada gözenekli ortam içinde kütle, momentum ve enerji geçişinin sürekli ortamlar yaklaşımı yaparak modellenmesi açıklanmaktadır. Çalışmanın sonunda gözenekli ortamlarda akışkan akışı ve ısı geçişi konusunda son yıllarda yayınlanan makaleler, kitaplar ve incelemeler hakkında bilgi verilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Gözenekli ortamlar, gözeneklilik, geçirgenlik, Darcy yasası, korunum denklemleri.

\*Yazışmaların yapılacağı yazar: A.Cihat BAYTAŞ. baytas@itu.edu.tr; Tel: (212) 285 31 91.

Makale metni 12.07.2005 tarihinde dergiye ulaşmış, 14.08.2005 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 30.06.2007 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

## Transport phenomena in porous media

### Extended abstract

*Transport phenomena in porous media has received much attention in recent years because of its important role in a large variety of engineering and technical applications which span from the transport processes in biomechanical systems, such as blood flow in the pulmonary alveolar sheet, to the large scale circulation of brine in a geothermal reservoir. There is no doubt that this new branch of convective heat transfer keeps attracting engineering and scientists from diversified disciplines such as mechanical engineering, chemical engineering, civil engineering, nuclear engineering, aerospace engineering, bio engineering, food science and geothermal physics. Porous materials are encountered everywhere in everyday life, in technology, and in nature. A material can be defined as a porous medium if the material has the following properties, Dullien (1992): a) The material must contain relatively small spaces, called pores or voids, imbedded in the solid or semi-solid matrix. The pores usually contain some fluid, such as air, water, etc., or a mixture of different fluids, b) The fluids should be able to penetrate through one face of the material and emerge on the other side. Building materials, such as bricks, concrete, limestone, sand stone, soil, lungs and bones are examples of porous materials encountered in practice. All macroscopic properties of porous media are influenced by the pore structure. Macroscopic pore structure parameters represent average behaviour of a sample containing many pores and the some important pore structure parameters are the porosity, the tortuosity and the permeability. The porosity and the tortuosity are the characteristics of a porous medium; the permeability is the mass transfer property of the porous media. Porosity,  $e$ , is the fraction of the bulk volume of the porous material that is occupied by the pore space. Depending on the type of the porous medium, the porosity may vary from near zero to almost unity. Measurement of porosity is made by using several techniques, such as imbibition, mercury injection and gas injection methods give an effective porosity value. The porosity is the most important property of a porous medium and it affects most of the physical properties of the medium. For a homogeneous porous medium, the porosity may be a constant. But in general, the porosity is space dependent. Each void in the porous medium is connected to more than one other pore*

*(interconnected), connected only to one other pore (dead end), or not connected to any other pore (isolated) and fluid flows through the interconnected pores. Tortuosity is used for the two-dimensional simulation of the porous medium. It is not a physical constant and depends on other porous media characteristics, such as porosity, pore diameter, channel shape, etc. Also, tortuosity depends on processes occurring during mass transfer and on the kind of material being transferred. In the simplest situation a porous medium can be considered as a bundle of capillaries. In this case, tortuosity is the ratio of the pore length to the porous medium thickness. It is difficult to determine tortuosity experimentally and in general, tortuosity is calculated by using the porosity and the effective diffusion coefficient or from the Kozeny coefficient, see Mota et al. (1999). The permeability,  $K$ , is the measure of the flow conductance of the porous medium and it is defined by the Darcy law and can be written by using porosity as Equation (9), see Ergun (1952). The permeability is independent of the nature of the fluid but it depends on the geometry of the porous medium and the measurement of the permeability can be achieved in the case of an isotropic media. Both liquids and gases have been used to measure permeability. Liquids sometimes change the pore structure and so it affects to the permeability.*

**Keywords:** Porous media, porosity, permeability, Darcy's law, conservation equations

## Giriş

Gözenekli ortamlarda ısı geçişi ve akışkan akışı, akciğerlerde kanın mikroskobik düzeyde akışından, daha büyük ölçeklerde jeotermal kaynaklarda tuzlu suyun dolaşımına kadar çok geniş mühendislik ve teknik uygulaması sebebi ile, son yıllarda çok fazla önem arz etmektedir. Taşınım ile ısı geçişi ve akışkan akışı konusundaki bu yeni dal makine, nükleer, inşaat, kimya, hava-uzay mühendislikleri ve bio-mühendisliği, gıda bilimi ve jeotermal mühendisliği gibi çok geniş bir sahada çalışan mühendis ve bilim adamlarının ilgisini çekmektedir.

Gözenekli ortam, katı bir iskelet içerisinde birbirleri ile irtibatlı boşlukların bulunduğu bir malzeme olarak tanımlanmaktadır. Gözenekli ortamlar, günlük hayatımızda her sahada karşımıza çıkmaktadır. Doğal gözenekli ortam olarak, deniz kumu, kireçtaşı, odun, çavdar ekmeği, akciğer ve dokuları örnek verebiliriz. Petrolün yeraltından çıkarılması, jeotermal enerji, kimyasal ve nükleer atıkların depolanması, yalıtım malzemelerinde, çakıl yataklı nükleer reaktörlerin tasarımında, doku içinde kanın akışı ve ısı geçişi problemlerinde, hava ve uzay araçlarında aerodinamik ısınmanın önüne geçmek için kullanılan ısı kalkan problemleri gibi çok sayıda bilimsel ve teknik alanda gözenekli ortam modellenmesi kullanılmaktadır. Çok sayıda bilimsel ve teknolojik uygulama alanı olması sebebi ile gözenekli bir ortamda ısı ve kütle geçişi mekanizmasının anlaşılması ve iyi bilinmesi gerekir. Gözenekli ortamlarda akış ile ilgili ilk rastlanan çalışma Henry Philibert Gaspard Darcy tarafından 1856 yılında Fransa'nın Dijon kentine temiz su getirme projesi kapsamında yapılan bir deneysel çalışmadır. Bu ilginç deneysel çalışmanın (Darcy, 1856) sonuçları daha sonraları gözenekli ortamlarda akış problemlerine uygulanabilecek güncel bir matematik model haline getirilmiştir ve halen kullanılmaktadır.

## Temel tanımlar

### Gözenekli ortamın özellikleri

Günlük hayatımızda, teknolojide, ve doğada her yerde karşılaşılan bir malzemeye gözenekli ortam denilebilmesi için aşağıdaki özelliklere sahip olması gerekir, Dullien (1992) : a) malzeme

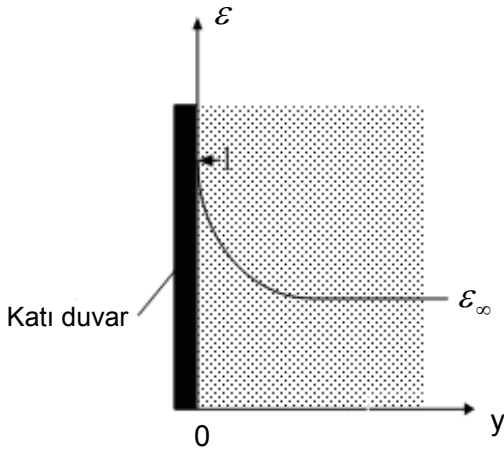
kendi boyutları ile karşılaştırıldığında içerisinde çok küçük ve birbiri ile irtibatlı boşluklar içerir. Bir katı matris içinde oluşan bu boşluklar, hava, su vb gibi akışkanlar veya farklı akışkanlardan oluşan karışımlar bulundurur. b) akışkan katı malzemenin bir uçundan girip öbür ucundan çıkabilmelidir. Doğal bir gözenekli ortam içinde bulunan boşlukların büyüklüğü ve şekli düzensizdir. Gözenekli ortamın bütün makroskobik özellikleri bu düzensizlik ve rasgelelikten etkilenir. Bu durumda, makroskobik gözenek yapısı değişkenleri gözenekli malzemenin ortalama özelliklerini temsil eder. En önemli gözenek yapısı değişkenleri; gözeneklilik, geçirgenlik ve akış yatağı olarak bilinir. Gözeneklilik ve akış yatağı yapısı gözenekli ortama has özelliklerdir fakat geçirgenlik gözenekli ortamın kütle geçiş özelliğini temsil eder. Gözeneklilik,  $\varepsilon$ , malzeme içindeki toplam boşluk hacminin malzemenin toplam hacmine oranı şeklinde tanımlanır ve gözeneklilik sıfıra yakın veya hemen hemen birine yakın bir değer alabilir. Gözenekliliğin tanımı aşağıdaki denklemle açıklanabilir:

$$\varepsilon = \frac{V_a}{V_a + V_k} \quad (1)$$

Bağıntı (1)'de  $V_a$  katı içindeki akışkan veya boşluk hacmi ve  $V_k$  ise yalnızca katı matris hacmini göstermektedir. Gözenekliliğin mikroskobik olarak ölçülmesi veya farklı malzeme bileşenlerinden oluşan bir ortamda gözenek dağılımının bulunması çok zordur. Gerçek gözeneklilik ölçümü, ışığın veya elektromanyetik gama ışınlarının malzeme içinden geçerken zayıflamasının tespiti ile gerçekleştirilebilir, Kaviany (1995). Baytaş ve Akbal (2002) ve ayrıca İshakoğlu ve Baytaş (2002) tarafından yerel gözeneklilik içinde özel bir kum bulunan bir deney kolonundan geçen gama ışınlarının zayıflamasının ölçülmesi ile bulunmuştur. Gözeneklilik gözenekli bir malzemenin en önemli özelliğidir, çünkü malzemenin tüm fiziksel özellikleri gözeneklilikten etkilenir. Türdeş bir gözenekli ortamda, gözeneklilik sabit olabilir fakat genelde yere bağlı olarak değişir. Alazmi and Vafai (2000) tarafından gözenekliliğin yere bağlı değişimi aşağıdaki bağıntı ile verilmiştir:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\infty} (1 + b e^{(-cy/d_p)}) \quad (2)$$

Bağıntı 2’de b ve c deneysel çalışmalar sonucu elde edilen gözeneklilik değişim sabitleridir. Nakayama (1995) tarafından  $\varepsilon_{\infty}=0.4$  ve  $b=1.4$  olarak verilmiştir. Bağıntı 2’de  $d_p$  ise her bir tanecığın çapıdır.  $\varepsilon_{\infty}$  ise Şekil 1’de görüldüğü gibi y değiştikçe değişmeyen gözenekliliği göstermektedir ve küre şeklinde taneciklerden oluşan bir gözenekli yatağın gözenekliliği yaklaşık olarak 0.37 dir ve Bağıntı 2’de 0.4 olarak verilmiştir. Gözeneklilik y sıfıra yaklaştıkça bire yaklaşmaktadır.



Şekil 1. Gözenekliliğin değişimi

Akış yatağı (tortuosity) yapısı,  $\lambda$ , gözeneklilik gibi iki boyutlu gözenekli ortam çalışmalarında gereklidir. Akış yatağı yapısı fiziksel olarak bir sabite eşit değildir ve gözenekliliğe, boşluklar arasındaki küçük akış kanallarının şekline, tanecik çapına bağlı olarak değişir. Akış yatağı yapısının deneysel olarak tespiti çok zordur. Liu ve Masliyah (1999) bir çakıl yatak için akış yatağını gözenekliliğe bağlı olarak Bağıntı 3’teki gibi tanımlamışlardır.

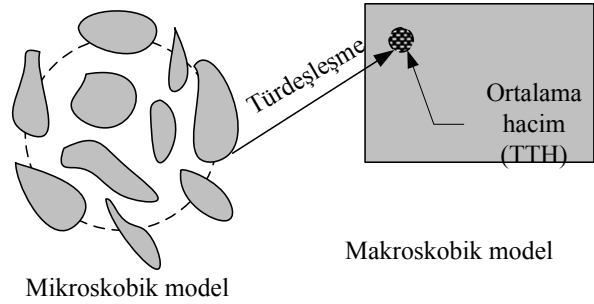
$$\lambda = \sqrt{\varepsilon} \quad (3)$$

Geçirgenlik, K, gözenekli ortamın akış iletkenliğinin bir ölçüsüdür veya malzeme içinden akışkanın geçme kolaylığının bir ölçüsüdür. Geçirgenlik akışkanın değil gözenekli malzemenin bir özelliğidir. Geçirgenliğin birimi  $m^2$  dir ve temiz çakıl taşının geçirgenliği  $10^{-7}$ - $10^{-9}$ , temiz

kumun  $10^{-9}$ - $10^{-12}$ , tuğlanın  $10^{-11}$ - $10^{-9}$ , sigaranın  $1.1 \cdot 10^{-5}$  son olarak betonun  $10^{-9}$ - $10^{-7} m^2$  dir.

### Temel denklemler

Kural olarak ısı bilimlerinde bilinen denklemler taşınım ve ısı ve kütle geçişi olaylarını tanımlar ve genelde bu tanımlama mikroskobik seviyededir. Gözenekli bir ortam içinde özellikle mikroskobik seviyede ısı ve akış problemlerinin çözümü ve tanımlanması çoğu zaman imkansızdır veya kullanışlı değildir. Bu durumda gözenekli ortam içinde taşınım denklemlerinin tanımlanması için farklı bir seviye yani makroskobik boyutta inceleme gereklidir. Bu sayede ölçülebilir, sürekli ve değişken nicelikler belirlenebilir ve ayrıca sınır değer problemleri gözenekli ortam içinde açıklanabilir ve çözülebilir hale gelir. Bu durumda, katı ve akışkan malzemelerden oluşan gözenekli ortamı bir sürekli ortam olarak kabul edilerek Şekil 2’de gösterildiği gibi bir Temsili Temel Hacim (TTH) tanımı yapılır.



Şekil 2. Gözenekli ortam için bir sistem ve TTH'nin gösterimi

Temsili Temel Hacim tüm gözenekli ortamın özelliklerini temsil edecek boyutta seçilmelidir. TTH'nin boyutu tüm sistemin boyutlarına göre çok küçük fakat gözenek boyutlarına göre büyük olmalıdır. Ancak bu durumda güvenli hacim ortalaması alınabilir ve tüm ortam içinde her bir TTH, bir sıcaklık, hız, yoğunluk ve basınç gibi alan değişkenlerini temsil edebilir. Difüzyon, kütle, momentum ve enerji korunum denklemlerinin, göz önüne alınan sürekli ortamda yazılabilmeleri sözü edilen alan değişkenlerinin ortalama değerlerinin tanımlanması ile mümkün olur. Ölçülebilir en küçük hacim TTH ise, gözenekli ortamın ölçülebilir özellikleri de TTH kavramına dayanan sürekli ortam özellik-

leri olur. Böylece sürekli ortam veya makroskobik korunum denklemleri mikroskobik korunum denklemlerinin alan veya hacim ortalamaları alınarak bulunur. Bu durumda bir akışkan niceliği  $\beta$  ise, hız, sıcaklık, yoğunluk ve basınç gibi, onun bütün TTH'ler üzerinden hacim ortalaması aşağıdaki bağıntı ile açıklanabilir:

$$\langle \beta \rangle = \frac{1}{V} \int_V \beta^* dV \quad (4)$$

Bağıntı 4'te  $V$ , TTH'nin hacmini ve  $\beta^*$  ise mikroskobik boyutta yerel niceliği belirtmektedir. Ayrıca diğer bir ortalama tanımı olarak niceliğin o faz için ortalaması  $\langle \beta_c \rangle$  olarak tanımlanırsa aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\langle \beta_c \rangle = \frac{1}{V_a} \int_{V_a} \beta^* dV \quad (5)$$

burada  $V_a$  akışkanın TTH içindeki hacmidir. Bağıntı 4 ve 5'te  $\beta$  skaler veya vektörel bir büyüklük olabilir. Bağıntı 4, 5 ve Bağıntı 1 kullanılarak gözenekli ortamda akış için niceliğin ortalaması aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\langle \beta \rangle = \varepsilon \langle \beta_c \rangle \quad (6)$$

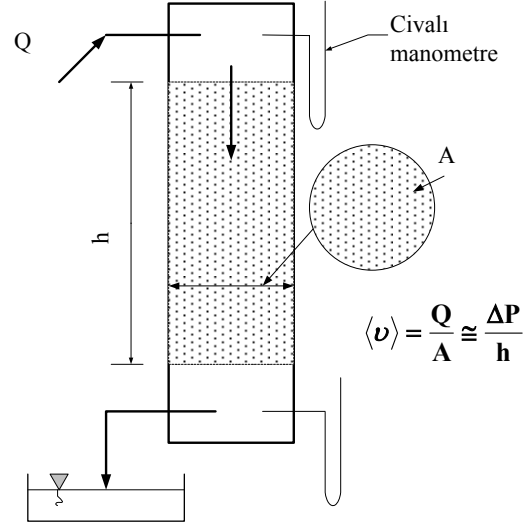
Bağıntı 6 Dupit-Forcheimer bağıntısı olarak bilinir, Ingham(2004). Bu aşamadan sonra taşınım denklemlerinin Bağıntı 4-6 yardımı ile terim terim ortalaması alınarak gözenekli ortam için yeniden düzenlenmesi gerçekleştirilir.

### Darcy yasası

Gözenekli ortamda akışı modelleyen en eski yasa Henry Darcy tarafından 1856 yılında yapılan deneysel çalışma sonucu ortaya çıkmıştır, çalışmanın temsili düzeneği Şekil 3'te gösterilmiştir. Darcy'nin deney düzeneği, içinde kum bulunan  $A$  kesitli silindirik bir borudan ibarettir. Akış çok yavaştır ve silindirin üst kısmından giren su aşağı doğru kum taneleri arasından süzülerek iner. Akış daimi, gözenekli ortam özdeş ve akış tek yönlüdür. Darcy, deney sırasında akışkanın kum ile dolu kısmına girdiği sütunun üst ve çıktığı alt seviyelerindeki basınç farkı ile

akışkan akışı arasında doğrusal bir ilişki olduğunu bulmuştur. Bugünkü düzenlenmiş hali ile Darcy yasası aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = -\frac{K}{\mu} (\nabla \langle P \rangle_a + \rho \mathbf{g}) \quad (7)$$



Şekil 3. Darcy'nin deney düzeneğinin temsili görünümü

Bağıntı 7'de  $\langle \mathbf{v} \rangle$  Darcy hızı olarak bilinir veya Bağıntı (4) yardımı ile bütün akış kesiti içindeki akışkanın ortalama hızı olarak tanımlanır.  $\nabla \langle P \rangle_a$  ise akışkan kısmı içinde basınç değişim vektörüdür.  $K$  yöne göre özellikleri değişmeyen gözenekli ortamın geçirgenliğidir ve yöne göre özellikleri değişken olan bir gözenekli ortam için geçirgenlik ikinci derece tensördür. Son olarak  $\mu$  ise akışkanın dinamik viskozitesini verir. Darcy yasasına göre yazılan Bağıntı 7'nin daha önce de belirtildiği gibi bazı kısıtlamaları vardır. Darcy yasası sıkıştırılmaz ve Newtonian bir akışkan içindir. Ayrıca hız çok yavaştır, Reynold sayısının büyüklük derecesi birden küçüktür ve akış tek yönlüdür. Bağıntı 7 ampirik bir bağıntıdır ve yüksek akış hızlarında yani Reynold sayısının büyüklük derecesinin biri geçtiği durumlarda artık akışı modelleyemez. Çünkü Bağıntı 7 doğrusal bir denklemdir yani akışın doğrusal olmayan etkisini modelleyemez, denklemde viskoz etkiler de yer almaz ve en önemlisi katı sınırlar göz önüne alındığında sınırın sürtünme etkisini görmez.

### Ergün denklemi

Darcy yasası, yukarıda belirtilen kısıtlamalar için bir çok araştırmacı tarafından geliştirilmiş ve daha yüksek hızdaki akışlarda akışın doğrusal olmayan etkisini modellemeye yardımcı olmuştur. Bu çalışmaların en önemlilerinden biri Sabri Ergün (1952), tarafından yapılan bir deneysel çalışma sonucu elde edilen bağıntıdır.

$$-\frac{d\langle P \rangle}{dx} + \rho_a g_x = \frac{\mu}{K} \langle v \rangle + \rho_a C \langle v \rangle^2 \quad (8)$$

Bağıntı 8, Hazen-Dupit-Darcy denklemi olarak ta bilinir, bkz. Lage (1998). Ergün'ün deneyinde gözenekli ortam küçük kürecikler bulunan bir akış kanalından ibarettir. Bağıntı 8'in sağ tarafındaki ilk terim viskoz sürüklenme kuvvetini ve son terim ise şekil sürüklenme kuvvetini göstermektedir. Denklem 8'de K ve  $C = C_E / \sqrt{K}$  sırası ile gözenekli ortamın geçirgenliği ve şekil sürüklenme katsayısıdır ve deneysel olarak Ergün (1952) tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$K = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{A(1-\varepsilon)^2} ; C_E = \frac{B}{(150\varepsilon^3)^{1/2}} \quad (9)$$

Bağıntı 9'da görülen A ve B deneysel sabitler olup A=150 ve B=1.75 olarak bulunmuştur. Denklemde görülen  $d_p$  ise deneyde gözenekli ortamı oluşturan küreciklerin çapıdır.

### Brinkman denklemi

Darcy yasasına göre yazılan denklemde viskoz difüzyon etkisi görülmemektedir. Bunu gidermek için Brinkman (1947) Darcy bağıntısını aşağıdaki gibi düzenlemiştir:

$$-\nabla \langle P \rangle_a + \rho_a g_x = \frac{\mu}{K} \langle v \rangle - \mu_e \nabla^2 \langle v \rangle \quad (10)$$

Denklem 10'da  $\mu_e$  gözenekli ortamda akan akışkanın etkin viskozitesini göstermektedir ve değeri Bear ve Bachmat (1990) tarafından aşağıdaki gibi önerilmiştir:

$$\mu_e = \frac{\mu}{\varepsilon} \lambda \quad (11)$$

Bağıntı 11'den görüldüğü gibi etkin viskozite gözeneklilikle ilgilidir. Brinkman denkleminin son terimi akış içinde viskoz kuvvetleri tanımlar. Darcy sınır etkisini göz önüne alamazken, Brinkman denklemi ile bu eksikliği gidermiştir, fakat bu denklemde de atalet kuvvetler görülmez.

### Korunum denklemleri

Darcy akış yasası için bahsedilen kısıtlamalar ve daha sonra tanımlanan Ergün ve Brinkman denklemleri, bir gözenekli ortam içinde akışı bütün akış hızları için modelleyememektedir. Gözenekli ortamda akışı bütün durumlar için modelleyen genel korunum denklemlerine ihtiyaç vardır.

### Kütle süreklilik denklemi

Gözenekli bir ortamda akış için hacim ortalananmış kütle süreklilik denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir ve burada  $\rho$  akışkanın özkütlesidir.

$$\varepsilon \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \nabla \bullet \langle \rho v \rangle = 0 \quad (12)$$

Bağıntı (12) yalnızca bir akışkan ortamı için çıkartılan kütle süreklilik denklemi ile benzerdir. Burada  $v$  akışkanın içinde toplam hacim (katı + akışkan) üzerinden ortalama hızı göstermektedir.

### Momentum denge denklemi

Temsili Temel Hacim üzerinden ortalama alınarak Navier- Stokes denklemi gözenekli ortam için aşağıdaki gibi yeniden elde edilir, Vafai ve Tien (1981).

$$\rho_a \left[ \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial t} + \langle v \rangle \bullet \nabla \langle v \rangle \right] = -\nabla (\varepsilon \langle P_a \rangle) + \mu_e \nabla^2 \langle v \rangle - \frac{\mu}{K} \varepsilon \langle v \rangle - c \rho \varepsilon^2 |\langle v \rangle| \langle v \rangle + \rho_a g \quad (13)$$

Bağıntı 13'ün ilk terimi yerel ivmelenmeyi ikinci terim atalet terimlerini, üçüncü terim gözenekli ortam içinde akışkanın basınç değişimini, dördüncü terim viskoz kuvvetleri, beşinci terim Darcy akışı etkisi ile viskoz sürüklenme kuvvetini, altıncı terim şekil sürüklenme kuvvetini ve son terim ise gövde kuvvetlerini göstermektedir. Gözenekli ortamın geçirgenliği, K, sonsuza git-

tiğinde Bağıntı 13'ün sağ tarafındaki üçüncü ve dördüncü terimler sıfıra gitmektedir ve o zaman Bağıntı 13 sanki yalnızca bir akışkan ortamı için yazılmış Navier- Stokes denklemlerine dönüşmektedir. K sıfıra yaklaştığında ise üçüncü ve dördüncü terimler diğer terimler yanında daha baskın hale gelmektedir. Akışkan içinde ısıl etkiler önemli büyüklükte ise ve yüzdürme kuvveti Bağıntı 13'te tanımlanan atalet ve viskoz kuvvetler yanında önemsenecek büyüklükte ise o zaman Boussineq yaklaşımı yapılarak Bağıntı 13'ün son terimindeki yoğunluk yerine aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\rho_a = \rho_\infty [1 - \beta(T - T_\infty)]$$

Burada  $\rho_\infty$  akışkanın  $T_\infty$  sıcaklığındaki yoğunluğunu ve  $\beta$  ise akışkanın hacimsel genişleme katsayısını göstermektedir.

### Hacim ortalanmış enerji denklemi

Genel mikroskobik enerji denklemi açık bir akışkan (gözenekli olmayan ortam) için,

$$\frac{\partial(\rho_a c_{af} T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_a c_{ap} v T) = \nabla \cdot (k_a \nabla T) \quad (14)$$

Bağıntı 14'teki gibi yazılır ve burada  $\rho_a$ ,  $c_{ap}$  ve  $k_a$  sırası ile akışkan için özkütle, sabit basınçta özısı ve iletim katsayısını göstermektedir. Mikroskobik enerji denkleminin (Bağıntı 14), Şekil 2'de gösterilen Temsili Temel Hacim üzerinden Bağıntı 4 ve 5 yardımı ile entegrali alınırsa içinde sıkıştırılmaz bir akışkan bulunan gözenekli ortam için hacim ortalanmış enerji denklemi aşağıdaki gibi yazılır, Baytaş ve Pop (2002) ve Baytaş (2003):

$$\rho_a c_{pa} \left\{ \frac{\partial(\varepsilon \langle T \rangle_a)}{\partial t} + \langle v \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle_a \right\} = \nabla \cdot \{ k_a \nabla \varepsilon \langle T \rangle_a \} + h(T_k - T_a) + \varepsilon q_a''' \quad (15)$$

Aynı şekilde mikroskobik enerji denklemi katı kısım için entegre edilirse aşağıdaki gibi elde edilir:

$$(1 - \varepsilon)(\rho_k c_{pk}) \frac{\partial \langle T \rangle_k}{\partial t} = \nabla \cdot \{ k_k \nabla (1 - \varepsilon) \langle T \rangle \} + h(T_a - T_k) + (1 - \varepsilon) q_k''' \quad (16)$$

Gözenekli ortam içinde katı ve sıvı faz için hacim ortalanmış enerji denklemi ayrı ayrı bulunur. Bağıntı 15 ve 16'nın sağ tarafındaki ikinci terimler TTH içinde sıvı ve katının sıcaklıklarının aynı olmaması yani fazların ısıl dengede olmaması sebebi ile fazlar arası taşınım ile ısı geçişini modeller ve bu terim içindeki  $h$  fazlar arası taşınım ile ısı geçişi katsayısıdır ve birimi  $W/m^3K$  dır. Ayrıca Bağıntı 15, 16'daki son terimler ise katı ve sıvı faz içindeki ısı üretimidir. Gözenekli ortamda her iki fazın sıcaklığı aynı kabul edilmez ise Bağıntı 15 ve 16'daki gibi her bir faz için bir enerji denklemi yazılmak zorundadır. Isıl dengesizlik hali, fazlar arası sıcaklık farkının çok fazla olduğu nükleer reaktör kazalarının modellenmesi sırasında kullanılmak zorundadır. Ayrıca uzay araçlarının atmosfere girişlerinde aşırı hız ve aerodinamik ısınma sebebi ile oluşacak hasarlardan korunması için gözenekli yapıya sahip bir ısıl kalkan ile kaplanır. Hızın ve fazlar arası sıcaklıkların yüksek olduğu bu gibi durumlarda ısıl dengesiz model kullanılır çünkü hem reaktör kazalarının benzeşiminde hem de ısıl kalkan modellenmesinde emniyet katsayısı çok büyük değerdedir.

Gözenekli ortamlarda karşılaşılan çoğu problemde fazlar arası sıcaklık farkı ihmal edilebilir ve akış hızı düşük olabilir. Bu gibi durumlarda fazlar ısıl dengede kabul edilerek yani  $\langle T_a \rangle = \langle T_k \rangle = \langle T \rangle$  ise Bağıntı 15 ve 16 alt alta toplanarak ısıl denge hali için enerji denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \langle v \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle = \nabla \cdot \{ \alpha_{ct} \nabla \langle T \rangle \} + q''' \quad (17)$$

Burada:

$$\sigma = \frac{\varepsilon(\rho c_p)_a + (1 - \varepsilon)(\rho c)_k}{(\rho c)_a} \quad (18)$$

bir akışkana doymuş gözenekli ortamın ısı depolama sığalarının oranını ve

$$\alpha_{et} = \frac{\varepsilon k_a + (1 - \varepsilon)k_k}{(\rho c)_a} \quad (19)$$

ise gözenekli ortamın etkin ısıl yayılım katsayısını göstermektedir.

**Basınç değişimi:** Enerji denkleminde basınç değişimi sebebi ile yapılan iş eğer ihmal edilemez ise  $-\beta T(\partial p / \partial t + \nu \cdot \nabla p)$  ifadesi Bağıntı 17'nin sağ tarafına eklenebilir.

**Viskoz kayıplar:** Eğer gözenekli ortam içinde akış Darcy yasasına uygunsa ve gözenekli ortamın fiziksel özellikleri her yönde aynı ise o zaman viskoz kayıplar:

$$\frac{\mu}{K} \nu \cdot \nu \quad (20)$$

şeklinde Bağıntı 17'ye eklenir. Fakat akış hızı büyükse ve artık Darcy yasasına göre akış modellenemiyorsa, o zaman viskoz kayıplar aşağıdaki gibi:

$$\frac{\mu}{K} \nu \cdot \nu + \frac{c\rho}{K} |\nu| \nu \quad (21)$$

ifade edilir ve enerji denkleminde ilave edilebilir (Bağıntı 8'e bakınız).

Eğer Brinkman bağıntısı (10) gözenekli ortamda akışı modellemek için kullanılacaksa viskoz kayıplar yeniden aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$\frac{\mu}{K} \nu \cdot \nu + \mu_e \Phi \quad (22)$$

Bağıntı 22'de  $\Phi$  viskoz kayıp fonksiyonudur ve Newtonian bir akışkan için her zaman artı değerdedir. Bağıntı 22'deki ikinci ifade  $\mu_e \Phi = -\mu_e \mathbf{v} \cdot \nabla^2 \mathbf{v}$  bağıntısı kullanılarak, (Bird vd., 2002) iki boyutlu dikdörtgensel koordinatlarda aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (23)$$

Bağıntı 22 ve 23'te verilen viskoz kayıplar Al-Hadhrami ve diğerleri (2003) tarafından gözenekli ortamlar için kullanılmak üzere yukarıda sunulduğu gibi önerilmiştir.

### Gözenekli ortamlarda bazı çalışmalar

Gözenekli ortamlarda akışkan akışı ve taşınımıyla ısı geçişi konusunda son yıllarda çok sayıda kitap ve bilimsel çalışma yayınlanmıştır bakınız, Nield ve Bejan (1999), Ingham ve Pop (1998; 2002), Pop ve Ingham (2001) ve Ingham ve Pop (2005). Bütün bu gelişmelere rağmen, gözenekli ortamlar için yine de çok sayıda yeni matematiksel modellere ve tanımlamalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Gözenekli ortamlarda kullanılan temel denklemleri Darcy akış modelinden başlayarak tanıtan ve tarih içinde oluşan gelişmelere göre ilginç biçimde inceleyen bir çalışma, Lage (1998) tarafından yapılmıştır. Gözenekli ortamlarda taşınımıyla ısı ve kütle geçişi konuları ayrıntılı olarak Nield ve Bejan, (1999) tarafından incelenmiştir. Vafai (2000) gözenekli ortamlarda geniş çapta bilgi içeren bir el kitabı yayınlamıştır. Kaviany (1995) gözenekli ortamlarda taşınım, iletim, kütle geçişi ve ışınım ile ısı geçişi problemlerini içeren bir kitap yayınlamıştır. Gözenekli ortamlarda daha birçok değişik konuda yeni kaynak kitaplar yayınlanmaktadır.

Son yıllarda, gözenekli ortam konusunun çeşitli disiplinlerde uygulama alanı bulması nedeni ile çok sayıda makale yayınlanmıştır. Bu çalışmalar temel olarak gözenekli ortamlarda dış ve iç akış olmak üzere sınıflandırılabilir.

Breugem ve diğerleri (2005), geçirgen gözenekli bir duvar üzerinde laminar sınır tabaka problemini gözenekli duvar dışında Prandtl sınır tabaka ve gözenekli levha içinde Brinkman sınır tabaka gibi iki yaklaşımla incelemişlerdir. Bu çalışma çakıl yataklı bir nehirde akış problemi, yeraltı sularının akışının incelenmesi, tıpta kır



mızı kan hücrelerinin akışı ile çeşitli organlarda yağlanma problemi ve son olarak gözenekli bir levha veya duvardan akış esnasında emme problemi gibi alanlarda uygulanabilir. Gözenekli ortamlarda doğal, zorlanmış ve birleşik taşınım ısı geçişi ve akış için sınır tabaka problemleri son derece ayrıntılı olarak, Pop, (2004) tarafından incelenmiş ve değişik problemler için matematik modelleri tanıtmıştır. Raptis ve Perdakis (2004) gözenekli bir levha üzerinde zamana bağlı ısı geçişi ve akış problemini analitik olarak çözmüşlerdir ve çalışmalarındaki önemli noktalardan biri gözenekli ortam içinde ısı ışıma etkisini hesaba katarak enerji denkleminin çözülmüş olmasıdır. Ayrıca çalışmada, gözenekli levhanın geçirgenliğinin, Prandtl sayısının ve Grashof sayısının akış ve ısı geçişine etkisini değişik ışınım şiddetlerini de göze alarak incelenmiştir. Murthy ve diğerleri (2004) gözenekli düşey bir duvar içerisinde birleşik taşınım ve birleşik ısı ışıma ile ısı geçişini Darcy yasasına uymayan bir akış modeli ile modelleyerek analitik olarak çözmüşlerdir. Çalışmada problem iki şekilde ele alınmıştır. İlk durumda düşey duvarda sınır koşulu olarak gözenekli ortama doğru belirli bir debide akışkan girdiği hal ve ikinci durumda ise gözenekli ortamdan dışarı doğru akışkanın çıktığı hal incelenmiştir. Gözenekli bir ortam içinde bulunan düşey bir levha üzerinde değişken gözenekliliğin ve Darcy yasasına uymayan akışın etkisi sayısal olarak Hong ve diğerleri (1987) tarafından incelenmiştir.

Gözenekli ortamlarda yayınlanan iç akış ile ilgili çok sayıda araştırma vardır. Bu çalışmalar genellikle bir kapalı kap içinde doğal, birleşik veya zorlamalı taşınımı inceler. Bu incelemelerde Darcy akış modeli kullanıldığı gibi Bağıntı (13)'de anlatılan ve Darcy yasasına uymayan daha yüksek hızlarda akışı modelleyen denklemler de kullanılmıştır. Baytaş ve Pop (1999) Darcy akış modelini kullanarak sağa doğru belirli açılarda eğilen bir gözenekli kap içinde ısı geçişi ve akış problemini sayısal olarak çözmüşlerdir. Geometri olarak trapeze benzer bir gözenekli kap içinde Darcy akış modeli ile akış ve doğal taşınım probleminin sayısal olarak çözümünü yine Baytaş ve Pop (2001) tarafından gerçekleştirilmiştir. Singh ve diğerleri (1999) bir kısmı göze-

nekli bir tabaka ile doldurulmuş ve diğer kısmı sadece akışkan ile dolu olan bir kapalı kap içinde doğal taşınım ısı ve kütle geçişi problemini sayısal olarak çözmüşlerdir. Çalışmada ısı ve kütle geçişi problemine, gözenekli ortamın geçirgenliğinin, değişik boyutsuz Lewis ve Rayleigh sayılarının etkisi incelenmiştir. Isıl dengede olmayan bir gözenekli kanalda gaz akışı sayısal olarak Sözen ve Vafai (1990) tarafından incelenmiştir. Baytaş ve Pop (2002) ısı dengede olmayan gözenekli bir kapalı kapta Darcy akış modeli ile doğal taşınım problemini sayısal olarak çözmüş ve fazlar arası ısı taşınım katsayısı ve her iki fazın ısı iletim katsayılarının oranının değişiminin akış ve ısı geçişine etkisini incelemiştir. Baytaş (2003) katı kısımda ısı üretimi olan ve ısı dengede olmayan bir gözenekli ortam için Navier- Stokes denklemlerini sayısal olarak çözmüş ve fazlar arası ısı taşınım katsayısının akış ve doğal taşınım ısı geçişine etkisini ayrıntılı olarak incelemiştir. Baytaş (2000) içi gözenekli bir malzeme ile dolu olan eğik bir kapta doğal taşınım problemini incelemiş ve ilk defa termodinamiğin ikinci yasasını kullanarak entropi üretim denklemlerini gözenekli ortam için hesaplamış ve kabın doğal taşınım açısından en verimli olduğu eğim açısını tespit etmiştir. Ayrıca gözenekli kanal ve kapalı kaplarda entropi üretimi ile ilgili benzer çalışmalar Baytaş (2004) tarafından gerçekleştirilmiştir. Ngo ve Tamma (2001) gözenekli bir fiber ortamda mikro ölçekte geçirgenlik tayini için sayısal bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışma doküman sanayinde kumaşın boyama işlemi için son derece önemlidir. Khaled ve Vafai (2003) çalışmalarında biyolojik dokularda akış ve ısı geçişinin modellenmesinde gözenekli ortamın etkisini çok yönlü olarak incelemiş ve tıptaki birçok uygulama için matematik modeller tanıtmışlardır.

## **Sonuçlar**

Bu çalışmada gözenekli ortam ile ilgili, genel tanımlar ve kavramlar verilmiştir. Ayrıca gözenekli ortamlarda en eski akış yasası olarak bilinen Darcy yasası ve aşama aşama günümüze kadar Darcy yasasının uğradığı değişiklikler tanımlanmıştır. Bu aşamaya kadar gözenekli ortamlarda Darcy yasasına uyan ve uymayan, akış ve

ısı geçişi problemlerinin tüm matematik modelleri ile ısıl dengesiz gözenekli ortam için enerji denklemleri çıkarılmıştır. Son olarak bu konulardaki ilginç olduğu düşünülen kitap ve makaleler, değişik uygulamalara yer verilerek incelenmiştir.

## Kaynaklar

- Alazmi, B. ve Vafai, K., (2000). Analysis of Variants Within The Porous Media Transport Models, *Journal of Heat Transfer*, **122**, 303-326.
- Al-Hadhrami, A.K., (2003). A new model for viscous dissipation in porous media across a range of permeability values, *Transport in Porous Media*, **53**, 117-122.
- Baytaş, A.C., (2000). Entropy generation for natural convection in an inclined porous cavity, *International Journal of Heat Mass Transfer*, **43**, 2089-2099.
- Baytaş, A.C. ve Pop, I., (2002). Free convection in a square porous cavity using a thermal non-equilibrium model, *International Journal of Thermal Sciences*, **41**, 861- 870.
- Baytaş, A.C., (2003). Thermal non-equilibrium natural convection in a square enclosure filled with a heat-generating solid phase, Non-Darcy porous medium, *International Journal of Energy Research*, **27**, 975-988.
- Baytaş, A.C., (2004). Entropy generation for free and forced convection in a porous cavity and a porous channel. Ingham D.B., Bejan A., Mamut E., Pop I. (eds), *Emerging Technologies and Techniques in Porous Media*, Kluwer, 259-270.
- Baytaş, A.C. ve Pop I., (2001). Natural convection in a trapezoidal enclosure filled with a porous medium, *International Journal of Engineering Science*, **39**, 125-134.
- Baytaş, A.C. ve Pop I., (1999). Free convection in oblique enclosures filled with a porous medium, *International Journal of Heat Mass Transfer*, **42**, 1047-1057.
- Baytaş, A.F. ve Akbal, S., (2002). Determination of Soil Parameters by Gamma-ray Transmission, *Radiation Measurements*, **35**, 17-21.
- Bear, J. ve Bachmat, Y., (1990). *Introduction to modelling of transport phenomena in porous media*, Kluwer Academic, Dordrecht.
- Bird, R.B, Stewart, W.E, Lightfoot, E.N. (1960). *Transport Phenomena*, John Wiley&Sons.
- Breugem, W.P., Boersma, B.J. ve Uittenbogaard, R.E., (2005). The laminar boundary layer over a permeable wall, *Transport in porous media*, **59**, 267-300.
- Brinkman, H.C., (1947). A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles, *Applied Scientific Research, A*, **1**, 27-34.
- Darcy, H.P.G., (1937). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*, Victor, Delmont, Paris.
- Dullien, F.A.L., (1992). *Porous Media, Fluid Transport and Pore Structure*, Academic Press, San Diego.
- Ergün S., (1952). Fluid flow through packed columns, *Chemical Engineering and Progress*, **8**, 89-94.
- Hong, J.T., Yamada, Y., Tien, C.L., (1987). Effects of non-Darcian and nonuniform porosity on vertical plate natural convection in porous media, *Journal of Heat Transfer* **109**, 356-362.
- Ingham, D.B. ve Pop I., (ed.) (1998). *Transport Phenomena in Porous Media I*, Pergamon, Elsevier Science, Oxford.
- Ingham, D.B. ve Pop I., (ed.) (2002). *Transport Phenomena in Porous Media II*, Pergamon, Elsevier Science, Oxford.
- Ingham, D.B. ve Pop I., (ed.) (2005). *Transport Phenomena in Porous Media III*, Pergamon, Elsevier Science, Oxford.
- Ingham D.B., (2004). Governing equations for laminar flows through porous media, *Emerging Technologies and Techniques in Porous Media* (Eds. Ingham D.B., Bejan A., Mamut E., Pop I.), Kluwer 1-11.
- Ishakoglu, A. ve Baytaş, A.F. (2002). Measurement and evaluation of saturations for water, ethanol and a light non-aqueous phase liquid in a porous medium by gamma attenuation, *Applied Radiation and Isotopes*, **56**, 601-606.
- Kaviany, M., (1995). *Principles of Heat Transfer in Porous Media*, Springer-Verlag, New York.
- Khaled, A.R.A., Vafai, K., (2003). The role of porous media in modelling flow and heat transfer in biological tissues, *International Journal of Heat Mass Transfer*, **46**, 4989- 5003.
- Lage, J.L., (1998). The fundamental theory of flow through permeable media from Darcy to turbulence, *Transport Phenomena In Porous Media* (Ed. Ingham D.B., Pop I.), 1-31, Pergamon, Oxford.
- Liu, S. ve Masliyah, J.H., (1999). Non-linear flows in porous media, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **86**, 229-252.
- Mota, M., Teixeira, J.A. ve Yelshin, A., (1999). Image analysis of packed beds of spherical particles of different sizes, *Separation and Purification Technology* **15**, 59-68.

- Murthy, P.V.S.N., Mukherjee, S., Kharagpur, Srinivasacharya, D., Krishna, P.V.S.S.S.R., (2004). Combined radiation and mixed convection from a vertical wall with suction/injection in a non-Darcy porous medium, *Acta Mechanica*, **168**, 145-156.
- Nakayama, A., (1995). *PC-Aided numerical heat transfer and convective flow*, CRC Press, Boca Raton.
- Nield, D.A. ve Bejan A. (1999). *Convection in Porous Media* (2<sup>nd</sup> ed.), Springer, New York.
- Ngo, N.D., Tama, K.K, (2001). Microscale permeability predictions of porous media, *International Journal of Heat Mass Transfer*, **44**, 3135-3145.
- Pop, I. ve Ingham, D.B. (ed.) (2001). *Convective Heat transfer*, Pergamon, Elsevier Science, Oxford.
- Pop, I., (2004). Some boundary- layer problems in convective flow in porous media. *Emerging Technologies and Techniques in Porous Media* (Eds. Ingham D.B., Bejan A., Mamut E. and Pop I.), Kluwer, 65-91.
- Singh, A.K., Paul, T., Thorpe, G.R. (1999). Natural convection due to heat and mass transfer in a composite system, *Heat and mass transfer*, **35**, 39-48.
- Sözen, M., Vafai, K., (1990). Analysis of the non-thermal equilibrium condensing flow of a gas through a packed bed, *International Journal of Heat Mass Transfer*, **33**, 1247- 1261.
- Vafai, K., (2000). *Handbook of porous media*, Marcel Dekker, New York.
- Raptis, A. ve Perdikis, C., (2004). Unsteady flow through a highly porous medium in the presence of radiation, *Transport in Porous Media*, **57**, 171-179.
- Vafai, K. ve Tien, C.L., (1981). Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous medias, *International Journal of Heat Mass Transfer*, **24**, 195-203.