

異時点間資源配分と各種政策の効果

藤岡明房

1. はじめに

最近、政府の各種政策の効果についての分析は、短期的効果の分析だけではなく長期的効果の分析も重視されるようになってきている。例えば、貯蓄課税が資本蓄積に与える長期的効果の分析¹⁾とか、公債発行の将来世代への負担の分析²⁾とかである。しかし、これらの各種の政策の効果の分析は個別的に行われており、かならずしも統一的な視点から分析されていない。そのため、各種の政策の効果を比較することが困難となっている。そこで、本論文では政府の租税政策、公債政策、利子率政策が長期的資源配分に与える効果を分析するため、共通の構造をもつモデルを構築し、そのモデルに基づいて各政策の効果を分析していくことにする。

異時点間資源配分を分析するためには色々な手法が考えられるが、本論文ではサムエルソンによって提示され、ダイヤモンドによって公債問題に適用されたOverlapping Generation Modelを利用していく。また、異時点間資源配分にとっては資本市場が重要な役割を果すが、本論文では資本市場は完全競争的であると仮定する³⁾。この仮定により、民間部門の貯蓄と投資が効率的に行われるだけでなく、政府の公債発行とか資金貸付けについても効率的に行われることになる。

以下、第2章では、租税、公債、利子率を含む異時点間の資源配分の一般均衡モデルを構築する。このモデルが本論文における基本モデルであ

り、各種政策の効果の分析は、この基本モデルのサブモデルに基づいて行われる。すなわち、第3章では租税政策モデル、第4章では公債政策モデル、第5章では利子率政策モデルが作られ、各々のモデルに基づいて各政策の効果の分析が行われる。そして、最後に、各政策の効果のまとめと問題点の指摘を行っていく。

2. 基本モデル

本章では動学的枠組における異時点間資源配分に対する各種政策効果の分析を行うため、各種政策手段を含むOverlapping Generation Model型の基本モデルを構築する。そして、そのモデルの特徴について説明していく。⁴⁾

はじめに、基本モデルの前提条件を示しておく。

人口数は每期 $n\%$ の率で増加しており、各世代は同質的であり、その生涯は労働期間と退職期間の2期間から成り立っている。そして、労働供給量は一定である。

第 i 世代の人は、予算制約の下で第1期（労働期間）の消費 c_i^1 と第2期（退職期間）の消費 c_{i+1}^2 に基づいて効用を最大化する。そこで、第 i 世代の人の行動は次のように定式化できる。

$$\text{Max } u_i = u_i(c_i^1, c_{i+1}^2) \quad (1)$$

s.t

$$c_i^1 + \frac{c_{i+1}^2}{1+r_{i+1}} = w_i - \tau_i \quad (2)$$

ここで、 w_i = 第 i 世代の賃金所得、 τ_i = 第 i 世代の所得税（ここでは一括税を想定する）、 r_{i+1} = 第 $i+1$ 時点での実質利子率、である。

この第 i 世代の主体的均衡条件は、

$$\frac{\partial u_i}{\partial c_i^1} = \frac{\partial u_i}{\partial c_{i+1}^2} / \frac{1}{1+r_{i+1}} \quad (3)$$

となる。

さらに、第 i 世代の貯蓄 s_i を次のように定義する。

$$s_i \equiv w_i - \tau_i - c_i^1 \quad (4)$$

これらから主体的均衡条件が成立する場合の均衡値は、次のように示すことができる。

$$c_i^1 = c_i^1(w_i - \tau_i, r_{i+1})$$

$$c_{i+1}^2 = (1 + r_{i+1})s_i$$

$$s_i = s_i(w_i - \tau_i, r_{i+1})$$

次に、企業の主体的均衡条件を求めてみる。企業は一次同次の生産関数に基づいて利潤最大化を行うものとする。生産関数は、

$$Y_i = F(K_i, L_i) \quad (5)$$

である。ここで、 Y_i = 第 i 期の総生産量、 K_i = 第 i 期の総資本量、 L_i = 第 i 期の総労働量、である。この生産関数は一次同次の仮定より、

$$y_i = f(k_i) \quad (6)$$

と変型できる。ここで、 $y_i \equiv \frac{Y_i}{L_i}$ 、 $k_i \equiv \frac{K_i}{L_i}$ である。さらに、利潤最大化の条件から、

$$w_i = f(k_i) - k_i f'(k_i) \quad (7)$$

$$r_i = f'(k_i) \quad (8)$$

となる。ここで、 w_i = 第 i 期の実質賃金率、 r_i = 第 i 期の実質利子率、である。

政府は、本来、公共投資のような生産的活動と所得移転のような非生産的活動の両方を行うが、本論文では生産的活動については捨象して分析する。まず、政府は、所得税の賦課により税収 T_i を得るものとする。ただし、マイナスの税収の場合には補助金を支出していることを意味する。次に、政府は、每期公債 D_i を発行し、次期に利子支払いと償還を行っている

ものとする。ただし、完全競争的な資本市場を仮定しているので、政府は資本市場において貸付け（マイナスの公債発行）を行うことも可能である。このとき政府の予算制約式は次のようになる。

$$(1+r_i)D_{i-1}=D_i+T_i \quad (9)$$

1人当りで表わすと、

$$(1+r_i)\delta_{i-1}=(1+n)(\delta_i+\tau_i) \quad (10)$$

となる。ここで、 $\delta_i = \frac{D_i}{L_i}$ 、 $\tau_i = \frac{T_i}{L_i}$ である。

労働は、労働市場の均衡によって決定される。しかし、仮定により労働供給は一定数に固定されているため、労働市場の均衡条件は需要側の要因によって決定される。

$$w_i=f(k_i)-k_i f'(k_i) \quad (11)$$

資本は、資本市場の均衡によって決定される。資本市場では、資本の供給は今期の貯蓄が原資となっており、資本の需要は来期の生産のための資金需要と今期の新規公債発行による資金需要から成り立っている。すなわち、

$$s_i L_i = D_i + K_{i+1} \quad (12)$$

1人当りで表わすと、

$$s_i = \delta_i + (1+n)k_{i+1} \quad (13)$$

となる。

以上を整理すると、次の基本モデルが得られる。

[基本モデル⁵⁾]

$$c_i^1 = c_i^1(w_i - \tau_i, r_{i+1}) \quad (14)$$

$$c_{i+1}^2 = (1+r_{i+1})s_i \quad (15)$$

$$s_i = s_i(w_i - \tau_i, r_{i+1}) \quad (16)$$

$$r_{i+1} = f'(k_{i+1}) \quad (17)$$

$$w_i = f(k_i) - k_i f'(k_i) \quad (18)$$

$$s_i = \delta_i + (1+n)k_{i+1} \quad (19)$$

$$(1+r_i)\delta_{i-1} = (1+n)(\delta_i + \tau_i) \quad (20)$$

この基本モデルで、方程式の数は7本である。また、 $(c_i^1, c_{i+1}^2, w_i, s_i, k_{i+1})$ は内生変数であり、 $(\tau_i, \delta_i, r_{i+1})$ の内どれか1つは政策変数であり、他の2つは内生変数である。 (r_i, δ_{i-1}, k_i) は先決内生変数である。

この基本モデルに基づくとして、

- (1) 租税政策 ($\tau_i = \bar{\tau}$)
- (2) 公債政策 ($\delta_i = \bar{\delta}$)
- (3) 利子政策 ($r_{i+1} = \bar{r}$)

の3つの政策の効果の分析と比較が可能となる。⁶⁾ すなわち、基本モデルという共通のモデルを利用して、政策変数だけを任意に選択してその効果を分析することができるため、モデルの定式化の差による効果の違いという問題を回避できる。もちろん、政策変数の選択の違いによって基本モデルの構造が特定化されるという点については注意する必要がある。

この基本モデルを拡張または変形すれば、各種の問題に適用可能である。例えば、この基本モデルでは課税方法は1つであるが、複数以上の課税方法を導入しそれらの比較を行うことが可能である（アトキンソン・サンドモ [1] 参照）。また、公債負担論の代表であるダイヤモンド [6] のモデルは、(1)の租税政策モデルのサブモデルである。さらに、基本モデルに社会保障変数を導入すれば社会保障モデルが得られ（サムエルソン [14]、奥野 [13] 参照）、社会資本変数を導入すれば社会資本モデルが得られる（シュタイン [15] 参照）。

3. 租税政策の効果

3-1. 租税政策モデル

前章の基本モデルに基づいて租税政策の効果を探るためのモデルを構築することにする。そこで、基本モデルにおいて租税変数は政策変数とみなし、公債発行や利子率は内生変数とみなすこととする。

[租税政策モデル]

$$c_i^1 = c_i^1(w_i - \tau, r_{i+1}) \quad (14')$$

$$c_{i+1}^2 = (1 + r_{i+1})s_i \quad (15)$$

$$s_i = s_i(w_i - \tau, r_{i+1}) \quad (16)$$

$$r_{i+1} = f'(k_{i+1}) \quad (17)$$

$$w_i = f(k_i) - k_i f'(k_i) \quad (18)$$

$$s_i = \delta_i + (1+n)k_{i+1} \quad (19)$$

$$(1+r_i)\delta_{i-1} = (1+n)(\delta_i + \tau) \quad (20')$$

このモデルは、基本モデルと比較すると(14)と(20)式の τ_i が τ に代っている点のみ異なるだけで他は同一である。そのため、方程式の数は7本、内生変数は7個($c_i^1, c_{i+1}^2, s_i, w_i, r_{i+1}, \delta_i, k_{i+1}$)、政策変数は1個(τ)である。なお、 r_i, k_i と δ_{i-1} は先決内生変数である。

これらの内生変数の内、 c_i^1 と c_{i+1}^2 と s_i は、 w_i と r_{i+1} が与えられると決定される。 w_i と r_{i+1} は k_i と k_{i+1} が与えられると決定される。そのためこの方程式体系は k_{i+1} と δ_i を決定する(19), (20')の2式が中心であり、この2つの式によって全体の動学的経路が決定されることになる。そこで、他の式を代入することによって k_{i+1} と δ_i を決定する動学的な運動方程式を導出することにする。すなわち、

$$s_i(f(k_i) - k_i f'(k_i) - \tau, f'(k_{i+1})) = \delta_i + (1+n)k_{i+1} \quad (21)$$

$$(1+f'(k))\delta_{i-1} = (1+n)\delta_i + (1+n)\tau \quad (22)$$

この連立定差方程式が租税政策モデルの運動方程式である。

3-2. 定常解

(21)と(22)の連立定義方程式に基づいて、定常状態における資本労働比率 $\left(k = \frac{K}{L}\right)$ と1人当り公債発行量 $\left(\delta = \frac{D}{L}\right)$ を調べてみる。

まず、(21)で、 $k_{i+1} = k_i = k$, $\delta_i = \delta$, とおくと、

$$s(f(k) - kf'(k) - \tau, f'(k)) = \delta + (1+n)k \quad (23)$$

となる。この(23)式を k と δ について全微分して整理すると、

$$\frac{d\delta}{dk} = -(1+n) - kf'' \frac{\partial s}{\partial yd} + \frac{\partial s}{\partial r} f'' \quad (24)$$

となる。ここで、 $yd \equiv f(k) - kf'(k) - \tau$ である。

この(24)式の右辺の正、負は一般には確定しない。そこで、本論文では常に(24)式の右辺は負になるものと仮定する。そのため、

$$\frac{d\delta}{dk} < 0 \quad (25)$$

となる。

この(25)式の仮定は、均衡解の安定性のために必要な仮定であり、しかも、この仮定が満たされないと解それ自体が存在しない可能性がある。そのため、ダイヤモンド〔6〕やその他の世代間モデルでもしばしば利用される仮定である。

次に、(22)式において、 $k_i = k$, $\delta_{i-1} = \delta_i = \delta$, とおくと、

$$(1+f'(k))\delta = (1+n)\delta + (1+n)\tau, \quad (26)$$

となる。これを整理すると、

$$\delta = \frac{(1+n)\tau}{f'(k) - n} \quad (26')$$

となる。 δ の正、負は f' と n の大小関係によって決定される。

(26)式を k と δ に関して全微分し整理すると,

$$\frac{d\delta}{dk} = -\frac{\delta f''}{f'(k)-n} \quad (27)$$

となる。この(27)式は、(26)'式を利用すると,

$$1) \quad f' > n, \quad \delta > 0, \quad \text{のとき} \quad \frac{d\delta}{dk} > 0$$

$$2) \quad f' = n, \quad \delta = 0, \quad \text{のとき} \quad \frac{d\delta}{dk} = 0$$

$$3) \quad f' < n, \quad \delta < 0, \quad \text{のとき} \quad \frac{d\delta}{dk} < 0$$

となる。

また、(27)式から,

$$\frac{d^2k}{d\delta^2} = \frac{-\delta (f'')^2 \frac{dk}{d\delta} - (n-f') \left(f'' + \delta f''' \frac{dk}{d\delta} \right)}{(\delta f'')^2} \quad (28)$$

という式が得られる。この(28)式から,

$$f' > n, \quad \delta > 0, \quad \text{のとき} \quad \frac{d^2k}{d\delta^2} < 0$$

$$f' < n, \quad \delta < 0, \quad \text{のとき} \quad \frac{d^2k}{d\delta^2} > 0$$

となる。

(27)と(28)式に基づいて(23)と(26)式の軌跡を図に描いてみる。それが、図1⁹⁾である。この図で k^* は黄金律(利子率=人口成長率)を満たす k の値である。また、(23)式が横軸と交わる点における k の値を \tilde{k} とおくと、 \tilde{k} は k^* より大きい場合もあれば小さい場合もある。そこで、図1では $\tilde{k} > k^*$ の場合を取り上げた。

図 1

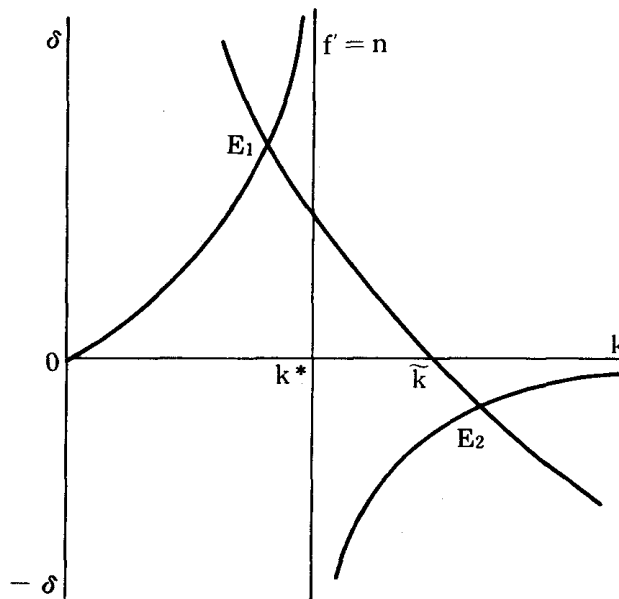


図 1 で明らかなように均衡点は 2 つ存在している。すなわち、 $f' > n$ の場合の均衡点は E_1 であり、 $f' < n$ の場合の均衡点は E_2 である。

3 - 3. 安定条件

(21) と (22) の連立定差方程式の定常状態での均衡点が図 1 で示された。しかし、任意の初期値から出発した場合、この 2 つの均衡点の実現するとはかぎらない。そこで、この 2 つの均衡点の安定性について調べてみる必要がある。その際、本章では k と δ の大域的運動を特に検討したいため、大域的安定条件について調べていくことにする。

(21) と (22) は連立定差方程式であるから、その大域的安定条件を調べるためには位相図を利用のが便利である。そこで、定常状態での k と δ の軌跡である (23) と (26) 式から乖離した場合の k と δ の運動方向について調べてみる。

まず、(21) 式で k_{i+1} に対する k_i の偏微分を求めてみる。

$$\frac{\partial k_{i+1}}{\partial k_i} = \frac{1}{1+n} \left\{ \frac{\partial s_i}{\partial yd} (-k_i f''(k_i)) + \frac{\partial s_i}{\partial r} f'' \right\} \quad (29)$$

この(29)式が、

$$0 \leq \frac{\partial k_{i+1}}{\partial k_i} < 1$$

のとき単調に均衡点に収束する。それに対し、

$$\frac{\partial k_{i+1}}{\partial k_i} = 1$$

のとき一定となり、

$$\frac{\partial k_{i+1}}{\partial k_i} > 1$$

のとき単調に発散する。それに対して、(29)式が、

$$\frac{\partial k_{i+1}}{\partial k_i} < 0$$

のときには振動する。そして、 -1 より大きければ均衡点に収束するが、 -1 のときには有限振動を繰り返し、 -1 より小さいと振動しながら発散していく。

(29)式の右辺の各項目の性質から、

$$\frac{\partial k_{i+1}}{\partial k_i} > 0$$

は容易に確かめられる。また、はじめに(24)式は負と仮定されているので、(29)式の右辺は1より小さくなる。そのため、(29)式は単調に均衡点に収束していくことになる。

次に、(22)式で δ_i に対する δ_{i-1} の偏微分を求めてみる。

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_{i-1}} = \frac{f'(k_i)+1}{1+n} \tag{30}$$

この(30)式は、明らかに、 $\frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_{i-1}} > 0$ である。しかし、1より大きいか小さいかについては不明である。そこで、(30)式の両辺から1を引いてみると、

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_{i-1}} - 1 = \frac{f'(k_i)-n}{1+n}$$

となるので、

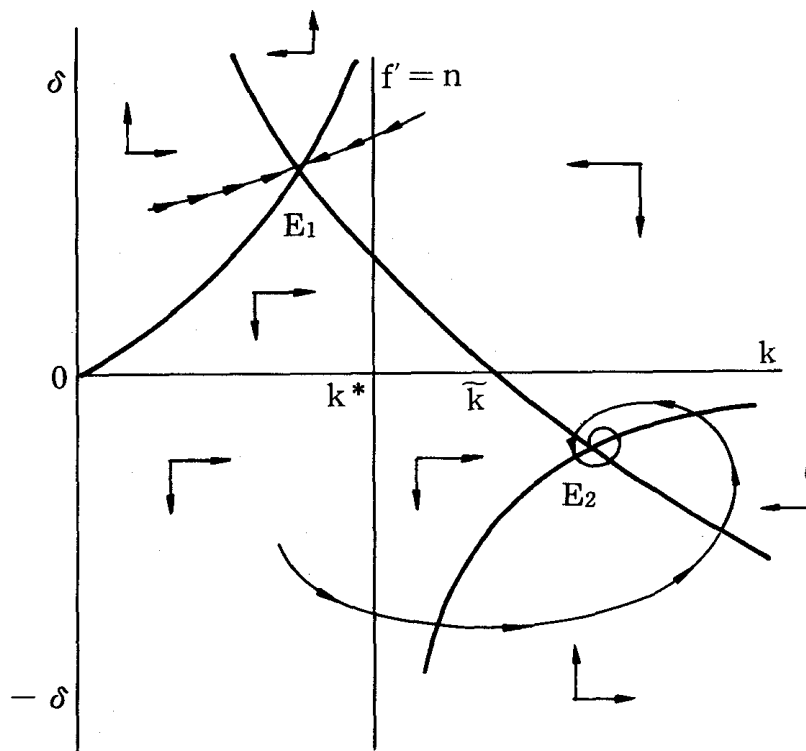
- 1) $f' > n$ のとき 1 より大きくなる。すなわち、単調に発散。
- 2) $f' = n$ のとき 1 になる。すなわち、一定。
- 3) $f' < n$ のとき 1 より小さくなる。すなわち、単調に収束。

となることが示される。

なお、(21)式で δ_i に対する δ_{i-1} の偏微分を求めてみると 0 となり、(22)式で k_{i+1} に対する k_i の偏微分を求めてみると 0 となるので、大域的安定性を調べるためには(29)式と(30)式だけで十分となる。

(29)と(30)式を利用すると、 k と δ の大域的安定条件は図2で示されるようになる。¹⁰⁾ この図2から明らかなように、均衡点 E_1 は鞍点でありナイフの刃の経路を除いては均衡点に収束しない。それに対し、均衡点 E_2 は安定均衡点であり、任意の点から出発した経路も均衡点に収束する。

図2



3-4. 比較静学

租税政策モデルに基づいて課税額（ τ ，一括税）を引き上げた場合の資本量や公債発行額に与える効果を分析してみる。

はじめに，解析的に租税政策の効果を調べてみる。そこで，定常状態における(23)と(26)式を全微分して整理してみる。

$$\left\{ \frac{\partial s}{\partial yd} (-kf') + \frac{\partial s}{\partial r} f'' - (1+n) \right\} \frac{dk}{d\tau} - \frac{d\delta}{d\tau} = \frac{\partial s}{\partial yd} \quad (31)$$

$$\delta f'' \frac{dk}{d\tau} + (f' - n) \frac{d\delta}{d\tau} = (1+n) \quad (32)$$

この(31)と(32)式を行列形式で表示すると，

$$\begin{bmatrix} A & -1 \\ \delta f'' & f' - n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dk}{d\tau} \\ \frac{d\delta}{d\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial s}{\partial yd} \\ 1+n \end{bmatrix} \quad (33)$$

となる。ここで，

$$A \equiv \frac{\partial s}{\partial yd} (-kf'') + \frac{\partial s}{\partial r} f'' - (1+n) < 0$$

である。

(33)式の左辺の係数行列の行列式の値を求めてみる。すなわち，

$$|D| = A(f' - n) + \delta f'' \quad (34)$$

この(34)式は，

- 1) $f' > n, \delta > 0$ のとき $|D| < 0$
- 2) $f' = n, \delta = 0$ のとき $|D| = 0$
- 3) $f' < n, \delta < 0$ のとき $|D| < 0$

となる。

$\frac{dk}{d\tau}$ と $\frac{d\delta}{d\tau}$ の値は，(33)式をクラームルの公式を利用して解くと，

$$\frac{dk}{d\tau} = \frac{1}{|D|} \left\{ (f' - n) \frac{\partial s}{\partial yd} + (1+n) \right\} \quad (35)$$

$$\frac{d\delta}{d\tau} = \frac{1}{|D|} \left\{ A(1+n) - \delta f'' \frac{\partial s}{\partial yd} \right\} \quad (36)$$

となる。この(34)と(35)の符号はケースによって異ってくる。すなわち、

1) $f' > n, \delta > 0$ のとき、

$$\frac{dk}{d\tau} < 0, \quad \frac{d\delta}{d\tau} = ?$$

2) $f' = n, \delta = 0$ のとき、

$$\frac{dk}{d\tau} = 0, \quad \frac{d\delta}{d\tau} = 0$$

3) $f' < n, \delta < 0$ のとき、

$$\frac{dk}{d\tau} > 0, \quad \frac{d\delta}{d\tau} < 0$$

となる。

次に、位相図に基づいて租税政策の効果調べてみる。

まず、定常状態の(23)式に基づいて、 δ が一定の下での τ の変化による k の変化を調べてみる。そこで、(23)式から k に対する τ の偏微分を求めると、

$$\frac{\partial k}{\partial \tau} = \frac{\frac{\partial s}{\partial yd}}{\frac{\partial s}{\partial yd} (-kf'') + \frac{\partial s}{\partial r} f'' - (1+n)} < 0 \quad (37)$$

となる。この(37)式は、課税額が増加すると(23)式の曲線が左へ移動することを意味する。

次に、定常状態の(26)式に基づいて、 δ が一定の下での τ の変化による k の変化を調べてみる。そこで、(26)式から k に対する τ の偏微分を求めると、

$$\frac{\partial k}{\partial \tau} = \frac{1+n}{\delta f''} \tag{38}$$

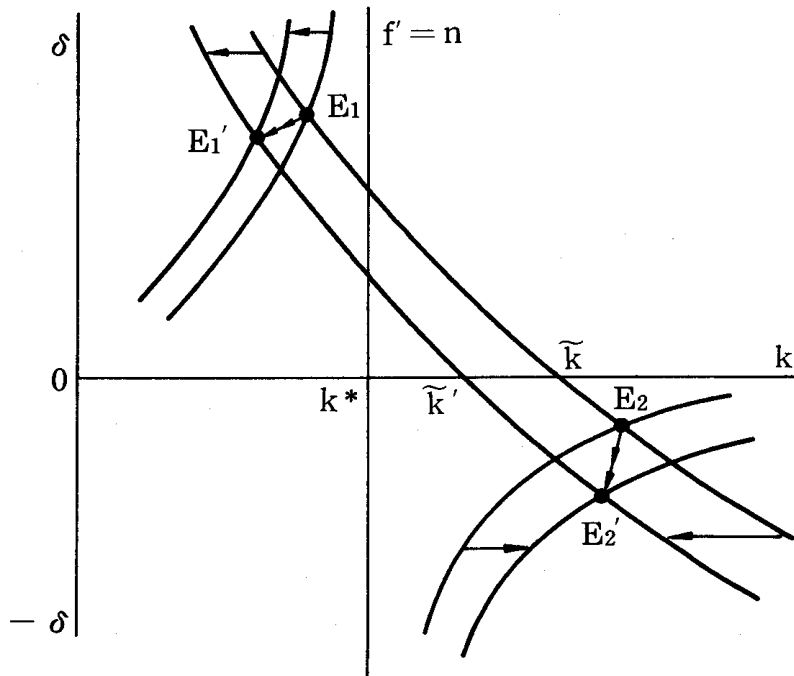
となる。すなわち、

$$\frac{\partial k}{\partial \tau} \geq 0 \Leftrightarrow \delta \leq 0 \quad (\text{複号同順})$$

となる。この(38)式は、課税額が増加すると(26)式の曲線は、 $\delta > 0$ のとき左へ移動し、 $\delta < 0$ のとき右へ移動することを意味する。

(37)と(38)式に基づいて租税が変化したときの(23)と(26)式の移動を図で示すと図3のようになる。この図3から明らかなように、均衡点 E_1 は E_1' に移動する。この場合、 k は減少するが、 δ は(23)と(26)式の移動の相対的關係で増大したり減少したりする。同様に、均衡点 E_2 は E_2' に移動する。この場合、 δ は減少するが、 k については不確定である。

図3



以上から、課税額を増加させた場合の資本量や公債発行量に与える効果を整理すると次のようになる。まず、動学的に効率なケースでは、資本量は減少し、公債発行量の変化は不確定である。それに対し、動学的に不効率なケースでは、資本量の変化は不確定であり、公債発行量は減少する。しかも、課税の増加の効果は、動学的に効率なケースでは均衡点の移動がナイフの刃の上に乗って行われなければ新しい均衡点に収束しない。それに対し、動学的に不効率なケースでは、一般に均衡点に収束していく（ただし、均衡点に収束するためには、局所的安定条件が必要である）¹¹⁾。

4. 公債政策の効果

4-1. 公債政策モデル

本章では、基本モデルに基づいて公債政策の効果を探るためのモデルを構築する。この場合、基本モデルにおいて公債発行量は政策変数とみなし、租税や利子率は内生変数とみなすことにする。

[公債政策モデル]

$$c_i^1 = c_i^1(w_i - \tau_i, r_{i+1}) \quad (14)$$

$$c_{i+1}^2 = (1 + r_{i+1})s_i \quad (15)$$

$$s_i = s_i(w_i - \tau_i, r_{i+1}) \quad (16)$$

$$r_{i+1} = f'(k_{i+1}) \quad (17)$$

$$w_i = f(k_i) - k_i f'(k_i) \quad (18)$$

$$s_i = \delta + (1+n)k_{i+1} \quad (19')$$

$$(1+r_i)\delta = (1+n)(\delta + \tau_i) \quad (20'')$$

このモデルは、基本モデルと比較すると(19)と(20)式の δ_i が δ に代っている点だけ違っているだけで他は同じである。そのため、方程式の数は7本、

内生変数は7個、政策変数は1個となっている。

これらの方程式体系の内、(14)から(18)までを(19)'と(20)"に代入して整理すると、

$$s_i (f(k_i) - k_i f'(k_i) - \tau_i, f'(k_{i+1})) = \delta + (1+n)k_{i+1} \quad (39)$$

$$(1 + f'(k_i)) \delta = (1+n) \delta + (1+n) \tau_i \quad (40)$$

となる。この2つの式によってkと τ の動学経路が決定される。

4-2. 定常解

(39)と(40)の連立定差方程式に基づいてkと τ の定常解を検討してみる。

(39)と(40)式で、 $k = k_i = k_{i+1}$, $\tau = \tau_i$ とおくと、

$$s(f(k) - kf'(k) - \tau, f'(k)) = \delta + (1+n)k \quad (41)$$

$$(f' - n) \delta = (1+n) \tau \quad (42)$$

となる。

(41)式の性質を調べるため、kと τ について全微分して整理すると、

$$\frac{d\tau}{dk} = \frac{\frac{\partial s}{\partial yd} (-kf') + \frac{\partial s}{\partial r} f'' - (1+n)}{\frac{\partial s}{\partial yd}} < 0 \quad (43)$$

となる。すなわち、 $\frac{d\tau}{dk}$ は負となる。

同様に、(42)式をkと τ について全微分して整理すると、

$$\frac{d\tau}{dk} = \frac{\delta f''}{1+n} \quad (44)$$

となる。この $\frac{d\tau}{dk}$ は、

$$\delta \cong 0 \Leftrightarrow \frac{d\tau}{dk} \cong 0 \quad (\text{複合同順})$$

となる。

(43)と(44)式の傾きを比較してみる。

$$\frac{d\tau}{dk} \Big|_{(43)} - \frac{d\tau}{dk} \Big|_{(44)} = \frac{(1+n) \left\{ \frac{\partial s}{\partial yd} (-kf'') + \frac{\partial s}{\partial r} f'' - (1+n) \right\} - \frac{\partial s}{\partial yd} \delta f''}{(1+n) \frac{\partial s}{\partial yd}}$$

この関係から、

1) $\delta > 0$ のとき

$$(1+n)A - \frac{\partial s}{\partial yd} \delta f'' \cong 0 \Leftrightarrow \frac{d\tau}{dk} \Big|_{(43)} \cong \frac{d\tau}{dk} \Big|_{(44)}$$

となる。ここで、 $A \equiv \frac{\partial s}{\partial yd} (-kf'') + \frac{\partial s}{\partial r} f'' - (1+n)$ である。なお、(43)と(44)式の傾きは両者とも負になっているので、絶対値で見ると符号は逆になる。

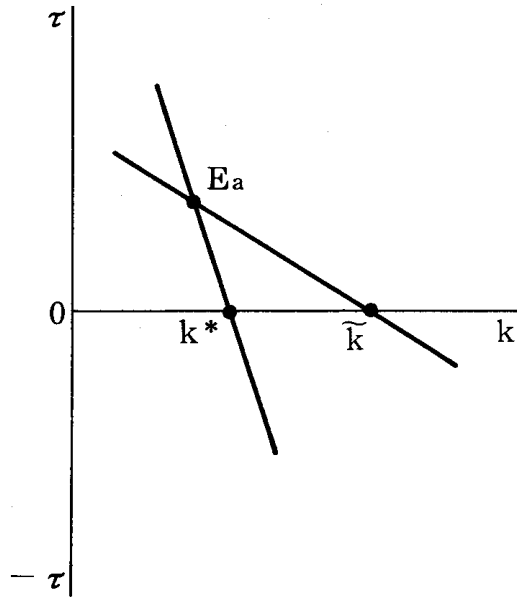
$$2) \delta = 0 \text{ のとき } \frac{d\tau}{dk} \Big|_{(43)} < \frac{d\tau}{dk} \Big|_{(44)}$$

$$3) \delta < 0 \text{ のとき } \frac{d\tau}{dk} \Big|_{(43)} < \frac{d\tau}{dk} \Big|_{(44)}$$

となる。

これらの性質に基づいて(41)と(42)式を図で示したのが、図4である。ただし、図4では、 $\tilde{k} > k^*$ の場合の $\delta > 0$ と $\delta < 0$ のケースだけを取り上げている。他に6つのケース¹²⁾が存在する。

☒ 4 (a)



☒ 4 (b)

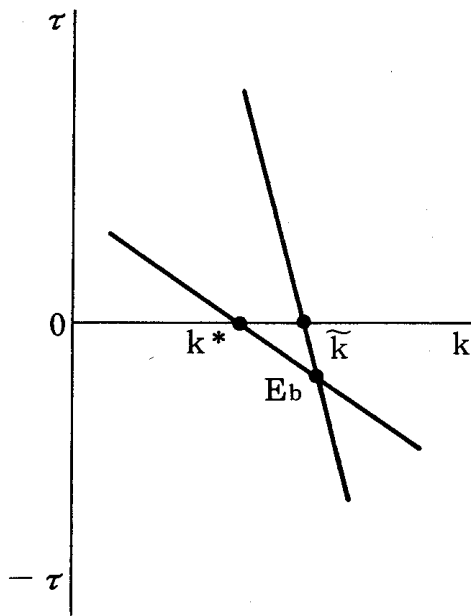
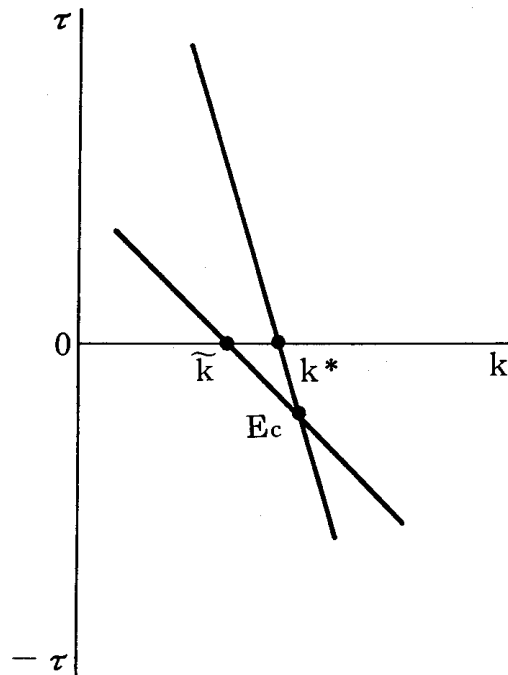


図 4(c)



4 - 3. 安定条件

(1) 大域的安定条件

(39)と(40)の連立定差方程式に基づいて大域的安定条件を求めてみる。

動学的経路を決定するのは(39)式であるため、(39)式から k_{i+1} に対する k_i の偏微分を求めてみる。

$$\frac{\partial k_{i+1}}{\partial k_i} = \frac{\frac{\partial s_i}{\partial yd} (-k_i f'')}{(1+n) - \frac{\partial s}{\partial s} f''} \quad (45)$$

この(45)式の分母は常に正であり、分子も正なので、(45)式は常に正となる。また、(45)式の両辺から1を引いた式の右辺の分子は負となるので、(45)式は1より小さくなる。そのため、(45)式は単調に均衡点に収束する。

次に、(40)式は各時点で常に成立する式であるから、動学的経路はこの(40)式の定常状態である(42)式上を動くことになる。¹³⁾

ここで、図4の(a)を取り上げて大域的安定条件について調べてみる。(45)

式から τ が一定の下で、 k は定常状態の(43)式の方へ動くことになる。そして、 k と τ とは常に(42)式の上を動くので、均衡点の右側では k は増加し、左側では k は減少する。そのため、大域的には発散してしまう。すなわち、均衡点 E_a は不安定均衡点である。これが図 4(a)' である。

図 4(a)'

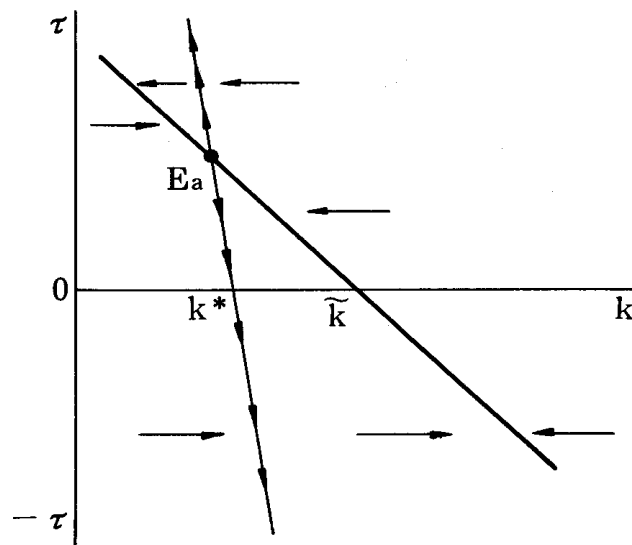


図 4 の(b)と(c)についても安定条件を調べてみると、大域的には均衡点に収束することになる。そのため、(b)と(c)は安定である。

(2) 局所的安定条件

(39)と(40)の連立方程式の局所的安定条件を求めてみる。

まず、(39)と(40)式を均衡点で線形近似してみる。

$$\left\{ (1+n) - \frac{\partial s_i}{\partial r} f'' \right\} dk_{i+1}^* = \frac{\partial s_i}{\partial yd} (-k_i f'') dk_i^* - \frac{\partial s_i}{\partial yd} d\tau_i^* \quad (46)$$

$$0 = \delta f'' dk_i^* - (1+n) d\tau_i^* \quad (47)$$

ただし、 $dk_{i+1}^* = k_{i+1} - \bar{k}$ 、 $dk_i^* = k_i - \bar{k}$ 、 $d\tau_i^* = \tau_i - \bar{\tau}$ 、であり、 \bar{k} と $\bar{\tau}$ は均衡値である。

(46)と(47)式から $d\tau_i^*$ を消去して整理すると、

$$\frac{dk_{i+1}^*}{dk_i^*} = \frac{\frac{\partial s_i}{\partial yd} (-k_i f'') - \frac{1}{1+n} \frac{\partial s_i}{\partial yd} f'' \delta}{(1+n) - \frac{\partial s_i}{\partial r} f''} \quad (48)$$

となる。この(48)式の分母も分子も正となるので、(48)式は常に正となる。それに対して、(48)式の両辺から1を引くと

$$\frac{dk_{i+1}^*}{dk_i^*} - 1 = \frac{A - \frac{1}{1+n} \frac{\partial s_i}{\partial yd} f''}{(1+n) - \frac{\partial s_i}{\partial r} f''} \quad (49)$$

となる。これより、

1) $\delta > 0$ のとき

$$(1+n)A - \frac{\partial s_i}{\partial yd} f'' \delta \cong 0 \Leftrightarrow \frac{dk_{i+1}^*}{dk_i^*} \cong 1$$

2) $\delta = 0$ のとき $\frac{dk_{i+1}^*}{dk_i^*} < 1$

3) $\delta < 0$ のとき $\frac{dk_{i+1}^*}{dk_i^*} < 1$

となる。

以上の局所的安定条件を大域的安定条件と比較してみると、両者の条件は一致する。そのため、大域的安定条件の場合の性質が局所的安定条件の場合にも成立することになる。

4-4. 比較静学

公債政策モデルに基づいて、公債発行量の変化が資本量や租税額に与える効果について調べてみる。

定常状態の(41)と(42)式を δ について全微分すると、

$$\left\{ \frac{\partial s}{\partial yd} (-k f'') + \frac{\partial s}{\partial r} f'' - (1+n) \right\} \frac{dk}{d\delta} - \frac{\partial s}{\partial yd} \frac{d\tau}{d\delta} = 1 \quad (50)$$

$$\delta f'' \frac{dk}{d\delta} - (1+n) \frac{d\tau}{d\delta} = n - f' \quad (51)$$

となる。(50)と(51)式を行列形式で示すと、

$$\begin{bmatrix} A & -\frac{\partial s}{\partial yd} \\ \delta f'' & -(1+n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dk}{d\delta} \\ \frac{d\tau}{d\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ n-f' \end{bmatrix} \quad (52)$$

となる。

(52)式の左辺の係数行列の行列式を求めてみると、

$$|D| = -(1+n)A + \frac{\partial s}{\partial yd} \delta f'' \quad (53)$$

となる。そのため、

1) $\delta > 0$ のとき

$$-(1+n)A + \frac{\partial s}{\partial yd} \delta f'' \cong 0 \Leftrightarrow |D| \cong 0$$

2) $\delta = 0$ のとき $|D| > 0$

3) $\delta < 0$ のとき $|D| > 0$

となる。

(52)式からクラームルの公式により、

$$\frac{dk}{d\delta} = \frac{1}{|D|} \left\{ (-1+n) + \frac{\partial s}{\partial yd} (n-f') \right\} \quad (54)$$

$$\frac{d\tau}{d\delta} = \frac{1}{|D|} \left\{ (n-f')A - \delta f'' \right\} \quad (55)$$

となる。そのため

1) $\delta > 0$ のとき

$$|D| > 0 \text{ ならば, } n > f' \Rightarrow \frac{dk}{d\delta} = ?, \frac{d\tau}{d\delta} = ?$$

$$|D| > 0 \text{ ならば, } n < f' \Rightarrow \frac{dk}{d\delta} < 0, \frac{d\tau}{d\delta} > 0$$

$$|D| < 0 \text{ ならば, } n > f' \Rightarrow \frac{dk}{d\delta} = ?, \frac{d\tau}{d\delta} = ?$$

$$|D| < 0 \text{ ならば, } n < f' \Rightarrow \frac{dk}{d\delta} > 0, \frac{d\tau}{d\delta} < 0$$

2) $\delta = 0$ のとき

$$n > f' \Rightarrow \frac{dk}{d\delta} = ?, \frac{d\tau}{d\delta} < 0$$

$$n < f' \Rightarrow \frac{dk}{d\delta} < 0, \frac{d\tau}{d\delta} > 0$$

3) $\delta < 0$ のとき

$$n > f' \Rightarrow \frac{dk}{d\delta} = ?, \frac{d\tau}{d\delta} < 0$$

$$n < f' \Rightarrow \frac{dk}{d\delta} < 0, \frac{d\tau}{d\delta} = ?$$

となる。

次に、位相図に基づいて公債政策の効果調べてみる。

まず、(41)式から k に対する δ の偏微分を求めてみる。

$$\frac{\partial k}{\partial \delta} = \frac{1}{A} < 0 \tag{56}$$

この(56)式から、公債発行量が増加すると(41)式は左へ移動することになる。

また、(42)式から k に対する δ の偏微分を求めてみる。

$$\frac{\partial k}{\partial \delta} = \frac{n-f'}{\delta f''} \tag{57}$$

この(57)式は一義的には符号は決定しない。

そこで、

1) $\delta > 0$ のとき

$$n > f' \Rightarrow \frac{\partial k}{\partial \delta} < 0$$

$$n < f' \Rightarrow \frac{\partial k}{\partial \delta} > 0$$

$$2) \quad \delta = 0 \quad \text{のとき} \quad \frac{\partial k}{\partial \delta} = \infty$$

$$3) \quad \delta < 0 \quad \text{のとき}$$

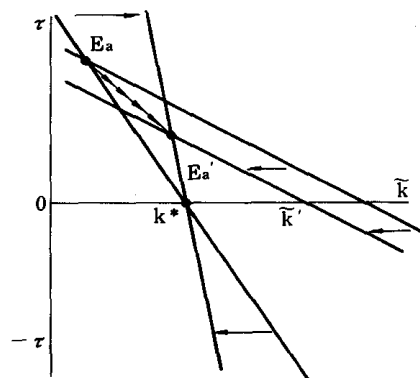
$$n > f' \Rightarrow \frac{\partial k}{\partial \delta} > 0$$

$$n < f' \Rightarrow \frac{\partial k}{\partial \delta} < 0$$

となる。

これらから、公債発行量が増変した場合均衡点も変化するようになるが、その変化の方向は(5)式の各ケース毎に異ってくることになる。例えば、図4の(a)''についてみる。当初の均衡点 E_a は、 $\delta > 0$, $n < f'$ の条件を満たしている。ここで公債発行量を増加させると、(4)式は左へ移動し、(2)式は k^* を中心に時計回りの方向に回転する。そのため、均衡点 E_a は、新しい均衡点 E_a' へ移行する。すなわち、資本量は増加し、課税額は減少する。これは解析的に解いた場合の 1) $n < f'$ のケースに相当する。他のケースについても同様の方法で均衡点の移動を確認することができる。

図4(a)''



5. 利子率政策の効果

5-1. 利子率政策モデル

基本モデルに基づいて利子率政策の効果を調べるためのモデルを構築する。そのため、基本モデルにおいて利子率は政策変数とみなし、課税や公債発行は内生変数とみなす。

[利子率政策モデル]

$$c_i^1 = c_i^1(w_i - \tau_i, r) \quad (14')$$

$$c_{i+1}^2 = (1 + r_{i+1}) s_i \quad (15)$$

$$s_i = s_i(w_i - \tau_i, r) \quad (16')$$

$$r = f'(k_{i+1}) \quad (17')$$

$$w_i = f(k_i) - k_i f'(k_i) \quad (18)$$

$$s_i = \delta_i + (1+n)k_{i+1} \quad (19)$$

$$(1+r)\delta_{i-1} = (1+n)(\delta_i + \tau_i) \quad (20'')$$

このモデルは、基本モデルと比較すると(14), (16), (17)式で r_{i+1} が r に代っている点だけが異っているだけで他は同じである。そのため、方程式数は7本、内生変数は7個、政策変数は1個となっている。

この方程式体系で k の値は(17)'式から明らかのように、

$$k_i = k_{i+1} = k = f'^{-1}(r) \quad (58)$$

となり一意的に決定される。そのため、(18)式より、

$$w_i = f(k) - kf'(k) = w \quad (59)$$

となり、 w も一意的に決定される。

この方程式体系の動学的経路は、

$$s_i(w - \tau_i, r) = \delta_i + (1+n)k \quad (60)$$

$$(1+r)\delta_{i-1}=(1+n)(\delta_i+\tau_i) \quad (61)$$

の2つの連立定差方程式によって決定されることになる。

5-2. 定常解

はじめに、利子率政策モデルの定常解について調べてみる。

(60)と(61)式で、 $\tau_i=\tau$ 、 $\delta_{i-1}=\delta_i=\delta$ とおくと、

$$s(w-\tau, r)=\delta+(1+n)k \quad (62)$$

$$(1+r)\delta=(1+n)\delta+(1+n)\tau \quad (63)$$

となる。(62)式を τ と δ について全微分すると、

$$\frac{d\tau}{d\delta} = -\frac{1}{\partial s/\partial yd} < 0 \quad (64)$$

となる。(63)式を τ と δ について全微分すると、

$$\frac{d\tau}{d\delta} = \frac{r-n}{1+n} \quad (65)$$

となる。この(65)式は、

$$\frac{d\tau}{d\delta} \cong 0 \Leftrightarrow r \cong n \quad (66)$$

である。

(64)式と(65)式の $r < n$ のケースは共に傾きが負である。そこで、この両者の傾きの大きさを比較してみると(64)式の方が(65)式より傾きが急である。

(62)と(63)式の相対的關係によって定常均衡解は6つのケースに分けられる。その内の2つのケースを図で示したのが、図5である。なお、6つのケースの均衡点は、各々1つである。

図 5 (a)

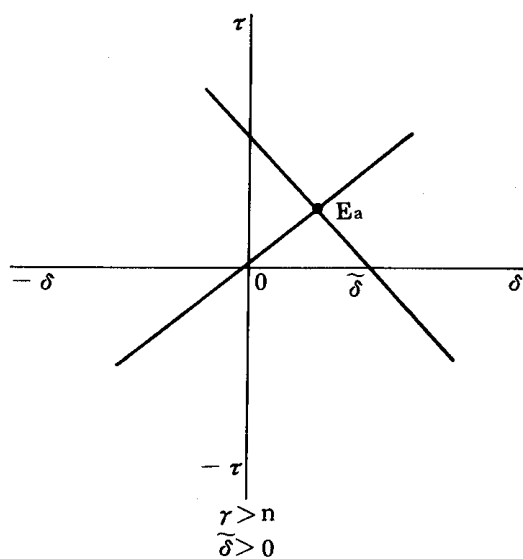
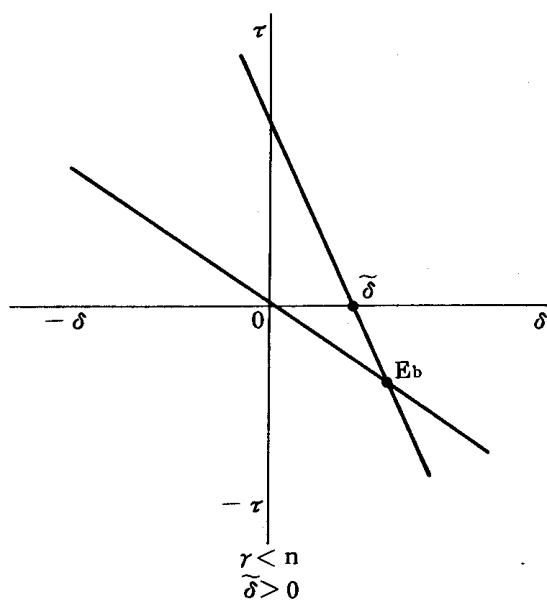


図 5 (b)



5 - 3. 安定条件

(1) 大域的安定条件

(60)と(61)の連立定差方程式の大域的安定条件を求めてみる。

まず, (60)式は各時点での τ と δ の関係を表わしており, 常に成立する関

係式である。それに対して、(61)式は動学的に変動する式である。そこで、(61)式から δ_i に対する δ_{i-1} の偏微分を求めてみると、

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_{i-1}} = \frac{1+r}{1+n} \quad (67)$$

となる。この(67)式は、常に正となる。そして、

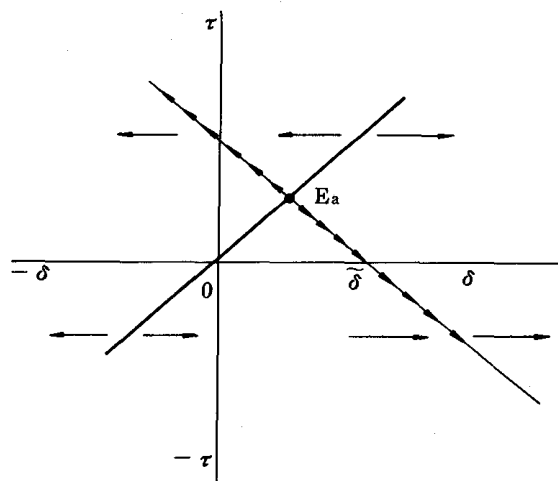
$$\frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_{i-1}} \cong 1 \Leftrightarrow r \cong n$$

となる。

これらに基づいて(60)と(61)の連立方程式の大域的安定条件を検討してみる。例えば、図5の(a)'について調べてみる。(60)式より δ と τ は定常状態の(62)式の上を動くことになる。¹⁴⁾ それに対し、(67)式より(62)式の右側では δ が増加し、左側では δ が減少する。そのため、はじめ任意の点から出発しても(60)式により(60)式の定常状態の軌跡に到達し、それ以降は均衡点から離れる方向に動いていく。すなわち、均衡点是不安定均衡点である。

他のケースについても同様にして安定条件を調べてみると、 $r=n$ の場合を除くと全て不安定均衡点になっている。すなわち、利子率政策の場合、黄金律が成立する場合を除くと大域的には不安定になる。

図5(a)'



(2) 局所的安定条件

(60)と(61)の連立定差方程式の局所的安定条件を調べてみる。

まず、(60)と(61)式を均衡点の近傍で線形近似してみると、

$$-\frac{\partial s_i}{\partial yd} d\tau_i^* = d\delta_i^* \quad (68)$$

$$(1+r)d\delta_{i-1}^* = (1+n)d\delta_i^* + (1+n)d\tau_i^* \quad (69)$$

となる。ただし、 $d\delta_i^* = \delta_i - \bar{\delta}$ 、 $d\delta_{i-1}^* = \delta_{i-1} - \bar{\delta}$ 、 $d\tau_i^* = \tau_i - \bar{\tau}$ 、 $\bar{\delta}$ と $\bar{\tau}$ は均衡値である。

(68)を(69)に代入すると、

$$\frac{d\delta_i^*}{d\delta_{i-1}^*} = \frac{1+r}{(1+n)\left(1 - \frac{1}{\partial s_i / \partial yd}\right)} < 0 \quad (70)$$

となる。この(70)式は、常に負になるので振動することになる。しかも、 -1 より大きくなるか小さくなるかについては確定しない。そのため、一たび均衡点から乖離した場合、再び均衡点に振動しながら収束するか発散するかについては確定しない。

以上から、利子率政策モデルは、大域的に不安定であり、局所的には振動することになり、しかも、収束するか発散するかは不確定である。そのため、利子率政策モデルでは均衡点から乖離した場合均衡点に再び収束することが困難であるし、たとえ収束するにしても振動しながら収束しなければならない。

5-4. 比較静学分析

利子率を変化させた場合、公債と租税に対してどのような効果を与えるかについて調べてみる。

はじめに、解析的に比較静学分析を行ってみる。利子率が変化すると(17)'式より、

$$\frac{dk}{dr} = \frac{1}{f''(k)} < 0 \quad (71)$$

となり, この(71)と(18)式より,

$$\frac{dw}{dr} = -k < 0 \quad (72)$$

となる。これらから, (60)と(61)式は,

$$s(w(r) - \tau, r) = \delta + (1+n)k(r) \quad (73)$$

$$(1+r)\delta = (1+n)\delta + (1+n)\tau \quad (74)$$

となる。

この(73)と(74)式を全微分して整理すると,

$$\frac{\partial s}{\partial yd} d\tau + d\delta = A \frac{dk}{dr} \cdot dr \quad (75)$$

$$(1+n)d\tau + (n-r)d\delta = \delta dr \quad (76)$$

となる。ここで, $A \equiv \frac{\partial s}{\partial yd} (-kf'') + \frac{\partial s}{\partial r} f'' - (1+n)$ である。(75)と(76)式を行列形式で表わすと,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial s}{\partial yd} & 1 \\ (1+n) & n-r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\tau \\ d\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \frac{dk}{dr} dr \\ \delta dr \end{bmatrix} \quad (77)$$

となる。

(77)式の左辺の係数行列の行列式は,

$$|D| = -(1+n) - \left(1 - \frac{\partial s}{\partial yd}\right) n < 0 \quad (78)$$

となる。

(77)式からクラームルの公式を利用すると,

$$\frac{d\tau}{dr} = \frac{1}{|D|} \left\{ A \frac{dk}{dr} (n-r) - \delta \right\} \quad (79)$$

となる。そのため、

1) $r > n$ のとき

$$\delta > 0 \Rightarrow \frac{d\tau}{dr} > 0$$

$$\delta < 0 \Rightarrow \frac{d\tau}{dr} = ?$$

2) $r = n$ のとき

$$\delta > 0 \Rightarrow \frac{d\tau}{dr} > 0$$

$$\delta < 0 \Rightarrow \frac{d\tau}{dr} < 0$$

3) $r < n$ のとき

$$\delta > 0 \Rightarrow \frac{d\tau}{dr} = ?$$

$$\delta < 0 \Rightarrow \frac{d\tau}{dr} < 0$$

となる。

同様にして、

$$\frac{d\delta}{dr} = \frac{1}{|D|} \left\{ \delta \frac{\partial s}{\partial yd} - (1+n)A \frac{dk}{dr} \right\} \quad (80)$$

となる。そのため、

$$1) \delta > 0 \text{ のとき } \frac{d\delta}{dr} = ?$$

$$2) \delta < 0 \text{ のとき } \frac{d\delta}{dr} > 0$$

となる。

次に、利子率政策の効果有位相図を利用して調べてみる。

まず、定常状態の(62)式を用いて、 τ が一定の下での利子率の変化による

公債の変化を調べてみる。

$$\frac{\partial \delta}{\partial r} = A \frac{dk}{dr} > 0 \quad (81)$$

これから、利子率が上昇すると(62)式は右へ移動することになる。

次に、(63)式についても同様に調べてみる。

$$\frac{\partial \delta}{\partial r} = \frac{\delta}{n-r} \quad (82)$$

この(82)式の符号は一意的には決まらない。すなわち、

1) $r > n$ のとき

$$\delta \geq 0 \Rightarrow \frac{\partial \delta}{\partial r} \leq 0$$

2) $r = n$ のとき

$$\delta = 0 \Rightarrow \frac{\partial \delta}{\partial r} = 0$$

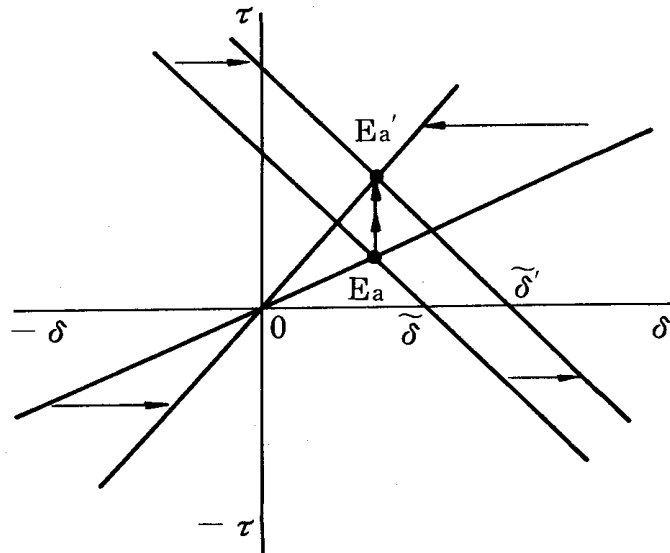
3) $r < n$ のとき

$$\delta \geq 0 \Rightarrow \frac{\partial \delta}{\partial r} \geq 0$$

となる。

(81)と(82)式の相対的關係によって均衡点の変化の方向が異ってくる。例えば、図5の(a)に対応する図5(a)"をみってみる。図5(a)"で右下りの(60)式は右へ移動し、右上りの(61)式は時計と反対方向に回転するので均衡点はEaからEa'に移動する。ただし、安定条件から大域的に不安定であり、局所的には振動し、収束するか発散するかは不確定なため、新しい均衡点の実現する保証はない。

図 5(a)''



6. 結論

本論文では、政府の租税政策、公債政策、利子率政策が異時点間の資源配分に与える効果を分析するための一般均衡モデルを構築し、そのモデルに基づいて各政策の効果を個別に検討した。その結果、モデルについては以下のようなことが明らかとなった。

まず、本論文で利用した Overlapping Generation Model は、異時点間資源配分を議論する場合極めて有効であることが確かめられた。すなわち、異時点間問題を一般均衡的に扱うことができ、しかも各種の政策方法を明示的に導入することができるからである。

次に、基本モデルとそのサブモデルに基づいて均衡値の存在や安定性、さらに各種政策の比較静学分析が、比較的容易に行えることが示された。特に、位相図による分析が可能であった。

そして、このようなモデルに基づいて各種の政策の効果を分析したとこ

ろ次のようなことが明らかとなった。

まず、租税政策の場合、動学的に効率な場合には均衡点は鞍点であり、課税を増加させると、資本量は増加するが公債量の変化は不明である。それに対し、動学的に不効率な場合には均衡点は安定的であり、課税を増加させると、資本量の変化は不明であるが公債量は減少する。

次に、公債政策の場合、定常解として8つのケースが存在し、4つが安定均衡点であるのに対し、他の4つが不安定均衡点となっている。そのため、公債政策の効果は各々のケースで異ってしまう。例えば、公債を発行している効率的な場合 ($\delta > 0, n < f'$) には公債を増加させると、資本量は増加するが課税額は減少する。しかし、この新しい均衡点は不安定なので、この均衡点の実現しない可能性がある。

また、利子率政策の場合、定常解として6つのケースが存在するが、黄金律 ($r=n$) が成立する2つのケースを除くと大域的に不安定であり、局所的にも振動してしまう。そのため、利子率を変化させても新しい均衡解が実現しない可能性が高い。なお、利子率を高くすると、公債を発行して効率的なケース ($\delta > 0, r > n$) では租税は増加するが、公債量の変化は不明であり、公債を発行して不効率なケース ($\delta > 0, r < n$) では租税の変化も公債量の変化も不明である。

以上のように、基本モデルに基づいて各種政策の効果を分析したが、その結果はかなり興味深いものといえよう。すなわち、各種政策の効果が、各々特徴をもっていることが明らかにされたといえよう。そこで、今後はこの基本モデルに基づいてさらに各種政策の効果の特徴を分析していくことが望ましいであろう。そのために、簡単に課題を指摘しておく。まず、政策手段の内容をさらに拡大することが考えられる。例えば、一括税だけでなく、賃金税や利子税、さらに消費税等を導入することによってそれらの課税方法の比較を行うことが可能である。次に、公債負担論や社会保障論のようなより具体的な問題に適用していくことが考えられる。また、家

計や企業、そして政府の行動を拡張させることが考えられる。例えば、家計の労働供給は一定としたが、可変的な形に拡張することが可能であろう。その他、いくつかの課題が考えられるが、それらについては別の機会に検討していくつもりである。

注 1) 貯蓄課税が資本蓄積に与える効果についての議論は、サプライサイダーによって行われた。彼らは、アメリカは資本所得税の賦課によって多大の機会所得の損失を発生させており、社会厚生を増加させるためには資本所得税を廃止し労働所得税だけを賦課すべきであると主張した。その代表者であるフェルドシュタインの分析方法は、「最適課税理論」を動学的枠組へ直截的に適用したものである。そのため、アトキンソンとサンドモによって彼の議論はあくまでも成長の「黄金律」が満たされる場合にのみ限定されることが指摘された。このように、貯蓄課税の議論は本論文で利用される世代間成長モデルと関係していることに注目する必要がある。

2) 公債負担問題を世代成長モデルを用いて分析した論文としては、ダイヤモンド〔6〕をはじめ数多く存在する。最近の論文で興味深いのは奥野〔13〕である。

世代成長モデルによる公債負担問題の分析の一つの特徴は、公債の負担を財のレベルで評価するのではなく効用のレベルで評価するという点である。そのために、代表的個人の効用関数を明示的に取り上げて分析している。

なお、公債負担論の興味ある拡張の一つはバローによる遺産の導入である。

3) 資本市場が完全競争的であるという仮定は強い仮定である。しかし、もし、完全競争的でなければ不確実の議論を行わなければならない。また、政府と民間の信用力についても議論しなければならなくなる。そのため、これらの問題を無視するためこの仮定を設けることにする。

4) この基本モデルの定式化は、ブイター〔5〕に基づいて行った。

5) この基本モデルの各関数の偏導関数の符号条件は次のようになっている。

$$\frac{\partial c_i^1}{\partial (w_i - \tau_i)} > 0, \quad \frac{\partial c_i^1}{\partial r_{i+1}} < 0, \quad \frac{\partial s_i}{\partial (w_i - \tau_i)} > 0,$$

$$\frac{\partial s_i}{\partial r_{i+1}} > 0, \quad \frac{\partial r_{i+1}}{\partial k_{i+1}} > 0, \quad \frac{\partial w_i}{\partial k_i} < 0$$

6) ブイター〔5〕では3つの政策変数の内の任意の政策変数を取り上げ、その政策についての分析が可能なが指摘されている。しかし、彼は定常状態での簡単な分析を行うにとどまっている。そのため、本論文は、彼

の議論の拡張とみなすことができよう。

- 7) y_d は、いわゆる可処分所得である。そして、 $\frac{\partial s}{\partial y_d} > 0$ である。
- 8) $f' = r = n$ のとき「黄金律」が成立する。それに対して、 $r > n$ のときには黄金律が成立するときの資本量 k^* よりも小さい資本量であり、 $r < n$ のときには資本量 k^* よりも大きい資本量になる。そして、 $r > n$ のときは動学的に効率的であり、 $r < n$ のときには動学的に不効率的であるというのはフェルプスによる分類であり、資本の増加が黄金律の資本量に近くなったり遠くなったりすることによる。
- 9) この図1と類似の図を示しているのが奥野〔13〕である。ただし、彼は資本量の代りに利子率を横軸にとっている。
- 10) 図2を描くにあたって運動の動学経路をあたかも連続的な経路のように描いた。しかし、本来、定差方程式の動学経路は点列で示される必要がある。だが、この図2では時間間隔が非常に短いものとみなし、連続的経路によって代用している。すなわち、微分方程式の位相図の描き方と同じ扱いをしている。
- 11) 本文では租税の変化が他の内生変数に与える効果については議論していない。そこで、主要な結果だけを示しておく。

$$\frac{dw}{d\tau} < 0, \quad \frac{dr}{d\tau} > 0, \quad \frac{ds}{d\tau} = ?, \quad \frac{dc^1}{d\tau} < 0, \quad \frac{dc^2}{d\tau} = ?$$

また、租税政策の変化によって効用水準も変化する。そこで、効用水準の変化についてもみていくことが必要になる。しかし、租税政策の変化による効用水準の変化は複雑であり、一意的に決定できない。すなわち、

$$\frac{du}{d\tau} = u_1 \left\{ \frac{d(w-\tau)}{d\tau} + \frac{s}{1+r} \frac{dr}{d\tau} \right\} = ?$$

となる。

- 12) 他のケースは、 $k^* < \tilde{k}$ で(43)式の傾きの方が急なケース、 $\delta = 0$ のケース、 $\delta < 0$ のケース、そして、 $k^* > \tilde{k}$ で(43)式の傾きの方が急なケース、 $\delta = 0$ のケース、 $\delta < 0$ のケースである。
- 13) ここでの説明はやや不十分である。すなわち、定差方程式の場合点列の動きをみななければならないからである。しかも、この点列は(42)式上だけを動くわけではない。しかし、ここでは一つの簡単化として(42)式上を動かすように示した。
- 14) これも注13)と同じ問題が存在する。

参考文献

1. Atkinson, A.B and A.Sandomo. "Welfare Implications of the Taxation of Savings" *Economic Journal*. 90. Sept 1980
2. Auerbach, A.J., kotlikoff, L.J., and skinner. "The efficiency gains from dynamic tax reform" *International Economic Review*. 24. 1983
3. Balasko, Y., Cass, D., and K.Shell. "Existence of Competitive Equilibrium in a General Overlapping Generations Model" *Journal of Economic Theory*. 23. 1980
4. Boskin, M.J., "Taxation, Saving, and the Rate of Interest" *Journal of Political Economy*. 86. 1978
5. Buitier, W. "Government Finance in an Overlapping Generations Model with Gifts and Bequests" Social Security versus Private Saving 1979 Ed by G.M. von Furstenberg. Ballinger Publishing Co.
6. Diamond, P.A. "National Debt in a Neoclassical Growth Model" *American Economic Review*. Dec. 1965
7. Feldstein, M. "The Welfare Cost of Capital Income Taxation" *Journal of Political Economy*. 86. 1978
8. Green, J., and E. Sheshinski. "Approximating the Efficiency Gains from Tax Reforms" *Journal of Public Economics*. 11. 1979
9. 井堀利宏 「現代日本財政論」 東洋経済新報社 昭和59年
10. King, M. "Savings and Taxation" Public Policy and the Tax System Allen and Unwin 1980
11. Nagatani, K. Macroeconomic dynamics 1981 Cambridge University Press.
12. 小椋正立 「サプライサイド経済学」 東洋経済新報社 昭和56年
13. Okuno, M. "The Burden of Debt and Intergenerational Distribution" *経済研究* (一橋大学) 34巻3号 1983
14. Samuelson, P.A. "Optimum Social Security in a Life cycle growth model" *International Economic Review*. 16. 1975
15. Stein, J.L. "A Minimal Role of Government in Achieving Optimal Growth" *Economica*. May. 1969.