

Universidad de Alcalá
Escuela Politécnica Superior

Grado en Ingeniería en Electrónica y Automática
Industrial



Modelado y simulación de una horquilla semi-activa
para bicicleta btt

ESCUELA POLITECNICA
SUPERIOR

Autor: Mariano García Ortega

Tutor/es: Emiliano Pereira González

2016

UNIVERSIDAD DE ALCALÁ
Escuela Politécnica Superior

**GRADO EN INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y
AUTOMÁTICA INDUSTRIAL**

Trabajo Fin de Grado

Modelado y simulación de una horquilla semi-activa para
bicicleta btt

Autor: Mariano García Ortega

Tutor/es: Emiliano Pereira González

TRIBUNAL:

Presidente: D. Saturnino Maldonado Bascón

Vocal 1º: D. Juan Antonio Frías Chico

Suplente: D. Francisco Javier Escribano Aparicio

FECHA: 25 de febrero de 2016

ÍNDICE GENERAL

Resumen.....	8
Palabras clave.....	8
Summary	9
Keywords.....	9
1. Introducción	1
1.1. Qué es una horquilla y función	1
1.2. Historia de las horquillas	2
1.3. Tipos de horquillas de bicicleta	2
1.3.1. Horquillas rígidas.....	3
1.3.2. Horquillas de muelle-elastómeros	4
1.3.3. Horquillas de aire-aceite	4
1.4. Partes de una horquilla y términos	5
1.4.1. Partes de una horquilla	5
1.4.2. Términos clave	6
1.5. Horquillas comerciales actuales.....	7
1.5.1. Horquilla rígida: KINESIS MAXLIGHT XLT	7
1.5.2. Horquilla de muelle: SR SUNTOUR XCR 32.....	8
1.5.3. Horquilla de aire: ROCK SHOX REBA RL SOLO AIR.....	9
1.6. Comparación de horquillas de estudio	10
2. Modelado matemático de las horquillas.....	11
2.1. Horquilla rígida	11
2.2. Horquilla de muelle	12
2.3. Horquilla de aire-aceite.....	15
3. Constantes de las ecuaciones. Definición de los valores	19
4. Cálculo de las constantes de la rueda	20
5. Cálculo de masa. Calculo de reparto de masa a los ejes. Biomecánica de ciclista	22
5.1. Peso del cuadro	23
5.2. Peso del ciclista	28
6. Cálculo de las constantes de elasticidad K.....	32
7. Cálculo de la constante de amortiguamiento B	36
8. Simulación de sistemas. MATLAB.....	38

8.1. Creación de perfiles de terreno	38
8.1.1. Perfil bordillo.....	38
8.1.2. Perfil Sinusoidal. Montículos.....	39
8.1.3. Perfil real. Piedras y obstáculos	40
8.2. Sistemas mecánicos en MATLAB.....	41
8.2.1. Kinesis.....	41
8.2.2. SR Suntour XCR 32.....	41
8.2.3. Rock Shox REBA RL Solo Air.....	42
8.3. Gráficas y resultados	42
8.3.1. Kinesis. Bordillo 5km/h.....	43
8.3.2. Kinesis. Bordillo 15km/h.....	44
8.3.3. Kinesis. Bordillo 40km/h.....	45
8.3.4. SR Suntour XCR 32. Bordillo 5km/h.....	46
8.3.5. SR Suntour XCR 32. Bordillo 15km/h.....	47
8.3.6. SR Suntour XCR 32. Bordillo 40km/h.....	48
8.3.7. Rock Shox Reba RL Solo air. Bordillo 5km/h.....	49
8.3.8. Rock Shox Reba RL Solo air. Bordillo 15km/h	50
8.3.9. Rock Shox Reba RL Solo air. Bordillo 40km/h	51
8.3.10. Kinesis. Montículos 5km/h	52
8.3.11. Kinesis. Montículos 15km/h	53
8.3.12. Kinesis. Montículos 40km/h.....	54
8.3.13. SR Suntour XCR 32. Montículos 5km/h	55
8.3.14. SR Suntour XCR 32. Montículos 15km/h	56
8.3.15. SR Suntour XCR 32. Montículos 40km/h	57
8.3.16. Rock Shox Reba RL Solo air. Montículos 5km/h.....	58
8.3.17. Rock Shox Reba RL Solo air. Montículos 15km/h.....	59
8.3.18. Rock Shox Reba RL Solo air. Montículos 40km/h.....	60
8.3.19. Kinesis. Piedras 5km/h	61
8.3.20. Kinesis. Piedras 15km/h	62
8.3.21. Kinesis. Piedras 40km/h	63
8.3.22. SR Suntour XCR 32. Piedras 5km/h	64
8.3.23. SR Suntour XCR 32. Piedras 15km/h	65
8.3.24. SR Suntour XCR 32. Piedras 40km/h	66
8.3.25. Rock Shox Reba RL Solo air. Piedras 5km/h	67

8.3.26.	Rock Shox Reba RL Solo air. Piedras 15km/h	68
8.3.27.	Rock Shox Reba RL Solo air. Piedras 40km/h	69
9.	Conclusiones y futuro trabajo	70
10.	Bibliografía	71

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Horquilla de rígida.....	3
Figura 2. Horquilla de muelle.....	4
Figura 3. Horquilla de aire-aceite.....	4
Figura 4. Partes de una horquilla.....	5
Figura 5. Horquilla Kinesis Maxlight XLT.....	7
Figura 6. Horquilla SR Suntour XCR 32.....	8
Figura 7. Rock Shox REBA RL Solo Air.....	9
Figura 8. Diagrama horquilla rígida.....	11
Figura 9. Diagrama horquilla muelle.....	12
Figura 10. Horquilla aire-aceite.....	16
Figura 11. Medida constante K rueda sin peso.....	20
Figura 12. Medida constante K rueda con peso.....	21
Figura 13. TREK 6500 disk 2013.....	23
Figura 14. Esquema coordenadas cuadro.....	24
Figura 15. Esquema medidas cuadro.....	25
Figura 16. Esquema coordenadas medias cuadro.....	25
Figura 17. Esquema distancia ejes al centro de masa.....	26
Figura 18. Representacion viga bi-apoyada cuadro.....	27
Figura 19. Medidas cuerpo humano.....	28
Figura 20. Postura correcta ciclista.....	29
Figura 21. Esquema coordenadas cuerpo humano.....	30
Figura 22. Esquema viga bi-apoyada cuerpo humano.....	31
Figura 23. Interior barras horquilla.....	34
Figura 24. Esquema hundimiento barra-botella.....	34
Figura 25. Recta en función fuerza-hundimiento.....	35

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Características de Kinesis Maxlight XLT.....	8
Tabla 2. Características de SR Suntour XCR 32.....	9
Tabla 3. Rock Shox REBA RL Solo Air.	10
Tabla 4. Comparación de las tres horquillas.....	10
Tabla 5. Medidas cuerpo humano.	29

Resumen

En este trabajo de fin de grado se tratará el modelado matemático y se realizará la simulación del funcionamiento de una suspensión delantera de bicicleta. Se estudiará la posición correcta del ciclista y cómo se comportan las diferentes suspensiones que hoy en día se encuentran en el mercado.

Se pretende descubrir cuál es la mejor suspensión en cuanto a prestaciones y si sus virtudes son rasgos tan destacables en comparación a otras horquillas consideradas como peores.

Se utilizarán los programas MATLAB –para las simulaciones- y SOLIDWORKS – para la biomecánica del ciclista, que nos aporta información con coordenadas-.

Palabras clave

Horquilla, constante de elasticidad, constante de amortiguamiento, centro de masa, obstáculo

Summary

The Final Degree Project is the mathematical modeling and simulating with mathematical program MATLAB of the mechanical functionality of a fork of a bike. It will be studied the correct of the biker in bike and how the actual commercial forks function in different terrain profiles. In this FDP, it is known which is the best fork in performance and if the best forks (major price) is better than others.

MATLAB will calculate the simulation and SOLIDWORKS calculate the biomechanics of biker because it has information with coordinates

Keywords

Fork, spring constant, damping constant, center of mass, obstacle

1.Introducción

1.1. Qué es una horquilla y función

Una horquilla es la suspensión del tren delantero de una bicicleta o moto. Comúnmente también denominada “amortiguador”. Su función es la de frenar o amortiguar todas las imperfecciones del terreno por el cual se circula, no solo para el confort del ciclista, sino, también para asegurar el mayor tiempo de adherencia de la rueda al piso. Con esta continua tracción al terreno se consigue una maniobrabilidad plena y una mejor frenada.

El amortiguador no solo realiza su función con respecto al suelo, sino que también lo hace hacia la bicicleta, esto permite que ante una frenada brusca con la rueda delantera, la horquilla absorba la frenada y esta sea más efectiva. En el caso de los ciclistas de montaña, este factor es muy importante ya que la mayoría de los accidentes que se producen son a causa de la pérdida de contacto con el suelo.

Para que la suspensión pueda realizar correctamente todas las funciones anteriormente citadas, es necesario que ésta pueda ejercer una determinada fuerza contra el suelo. La suspensión tiene que contrarrestar la velocidad con la que sube la rueda por las imperfecciones del terreno.

Otro factor importante que se debe tener en cuenta y que influirá en el modo de trabajar de la suspensión y la manera de ajuste de la horquilla, es el peso que debe soportar. Este es muy importante ya que, con un mismo peso, se puede dar el caso de que esté muy dura y, por lo tanto, no amortigüe nada o, por el contrario, que esté configurada muy blanda y se hunda completamente en un bache minúsculo.

El parámetro de la velocidad es también muy importante y en algunas ocasiones el propio ciclista no lo tiene en cuenta. La suspensión varía con la velocidad de la bicicleta ya que los impactos serán más fuertes o bruscos a medida que esta aumente. Dicho de otra manera, a mayor velocidad, mayores serán los impactos.

1.2. Historia de las horquillas

Para conocer la historia de las horquillas, es conveniente conocer en qué contexto aparecen y para ello debemos citar las bicicletas de montaña, diseñadas específicamente para realizar viajes por la montaña o por el campo. A finales de 1970 y principios de 1980, en el oeste de California, se comenzaron a utilizar las bicicletas por las zonas de cortafuegos del monte, en las que el terreno era rocoso y se alcanzaban altas velocidades. De este modo, nace un nuevo concepto de bicicleta, más duradera y económica que las populares bicicletas de carretera, las cuales se dañaban con facilidad. Es entonces cuando aparece la bicicleta BTT.

A lo largo de la historia de este tipo de bicicletas, han ido surgiendo diferentes avances tecnológicos para proporcionar un mayor confort, comodidad y competitividad al usuario. Dentro de estos avances se puede destacar, por ejemplo, un mayor número de transmisión, distintos diámetros de rueda, nuevos sistemas de frenado (*cantiléver*, *v-brake*, freno de disco mecánico y, finalmente, freno de disco hidráulico) y una mejora en la estabilidad y agarre de la misma al terreno.

Entre los numerosos avances que se realizan, el que interesa en el actual proyecto es el que hace referencia a la incorporación de suspensiones a las bicicletas BTT. Esto supuso una gran mejora con respecto a las bicicletas rígidas. Con las suspensiones se conseguía superar mayores obstáculos y aumentar considerablemente la seguridad y la comodidad en la conducción.

1.3. Tipos de horquillas de bicicleta

Se pueden dividir las horquillas en tres grandes grupos: las horquillas rígidas, que se caracterizan por su ligereza. Luego las hay con suspensión de muelle, que tal y como su propio nombre indica, absorben el golpe gracias a la fuerza del muelle. Por otro lado, se encuentran las horquillas de aire-aceite, diseñadas con dos divisiones: la parte de la cámara de aire a presión –cartucho de aire-, que cumple la

función de compresión (efecto muelle) y el depósito en el que se aloja el aceite, que funciona como regulador del rebote. Esta última función es muy ventajosa ya que proporciona otro punto de ajuste adicional con respecto a las de muelle.

Con los ajustes que proporcionan los dos tipos de horquillas anteriormente citadas, se puede lograr que la compresión y la extensión sean variables, adaptándose, de este modo, a las necesidades del ciclista.

1.3.1. Horquillas rígidas



Figura 1. Horquilla de rígida.

Las horquillas rígidas son las primeras que salieron con las bicicletas BTT. Actualmente son muy ligeras, ya que no cuentan con ningún componente mecánico. La gran mayoría de estas horquillas, están fabricadas con aluminio, un material muy rígido y ligero, que absorbe muy bien las vibraciones.

1.3.2. Horquillas de muelle-elastómeros



Figura 2. Horquilla de muelle.

Las horquillas de muelle son bastante simples en todos sus aspectos. Apenas necesitan mantenimiento y cuentan con un único ajuste: la precarga del muelle, que sirve para ajustar la dureza del mismo. De este modo, lo que se consigue es dotarlo de una mayor reactividad. Dicho de otro modo, sirve para ajustar el prehundimiento del muelle. Este ajuste, también denominado SAG, se realiza al principio de usar la bicicleta, dependiendo de la ruta y el peso del ciclista.

1.3.3. Horquillas de aire-aceite



Figura 3. Horquilla de aire-aceite.

Las horquillas de aire-aceite son horquillas mucho más elaboradas mecánicamente. Normalmente en la botella izquierda se encuentra el cartucho de aire a presión, encargado de controlar la compresión ante un obstáculo. Éste, como en las horquillas de muelle, se regula según la cantidad de aire que hay en la cámara, por lo tanto, antes del uso de la bicicleta se debe realizar también el ajuste del SAG.

Atendiendo a la botella derecha, es en la que se encuentra el depósito de aceite que se encarga de controlar el amortiguamiento. Se encarga de que el rebote sea más rápido –circuito de aceite abierto- o más lento –circuito de aceite cerrado-.

1.4. Partes de una horquilla y términos

Para familiarizarse con las horquillas y el mundo de la bicicleta de montaña, es necesario conocer las partes de una horquilla y algunos términos clave que ayudarán a entenderlo mejor:

1.4.1. Partes de una horquilla



Figura 4. Partes de una horquilla.

- El tubo: es la zona que entra al cuadro de la bicicleta. Se aprieta con la potencia –pieza que une el manillar y el tubo de la horquilla.
- Las coronas: pieza metalizada que da rigidez y une el tubo con las barras. En ella se alojan los diales de ajuste del muelle o la válvula de llenado del aire.
- Las barras: es la parte que se hunde dentro del sistema de amortiguación. Suelen ser de 32 mm de diámetro, cuentan con un baño para la corrosión y están fabricadas con magnesio. Es una parte muy delicada y dañable. En las barras está alojado todo el sistema mecánico que cumple la función de amortiguación.
- Las botellas: parte de la horquilla donde se introducen las barras. Entre las barras y las botellas hay unos guardapolvos llamados retenes donde se aloja la rueda y el sistema de anclaje de frenado.
- Los retenes: sirven para que no entre suciedad ni agua en el interior de la horquilla. Otra función es para que no coja holgura.

1.4.2. Términos clave

- Recorrido: cantidad máxima de compresión de una horquilla. Las horquillas BTT de mayor recorrido son las más indicadas para descenso, mientras que las de menor recorrido son apropiadas para las subidas.
- Rebote: velocidad a la que la horquilla se recupera después de haber sido presionada. En la mayoría de las horquillas el rebote se puede ajustar con tal de alterar la sensación del comportamiento de la bicicleta BTT.
- Bloqueo: consiste en poner la horquilla en modo fijo para uso en carretera.
- BOB: movimiento en una horquilla inducido por el pedaleo. Reducir y eliminar el Bob es algo que todo ciclista desea.

- **SAG:** índice de compresión con la que cuenta una horquilla cuando una persona se sube a la bicicleta en estático. Esto es importante cuando se trata de horquillas de aire y es fundamental para configurar de forma adecuada la dureza de las suspensiones.
- **Damping:** modo de controlar el movimiento de la suspensión de la bicicleta –especialmente las de muelle-. Normalmente esta función de suavizado del movimiento de la horquilla se hace con aceite o aire.

1.5. Horquillas comerciales actuales

Actualmente son muchos los fabricantes de suspensiones delanteras de bicicleta. A modo de ejemplo podemos citar: *Rock Shox, FOX, Suntour, DT Swiss, RST, Marzochi, Manitou*, etc. En el presente trabajo de fin de grado, se estudiará el comportamiento mecánico de dos horquillas de las marcas anteriormente mencionadas. Se prestará especial atención a dos modelos: la horquilla de muelle y la horquilla de aire-aceite.

Para el estudio de las horquillas, se tendrán en cuenta tres tipos en concreto:

1.5.1. Horquilla rígida: KINESIS MAXLIGHT XLT



Figura 5. Horquilla Kinesis Maxlight XLT.

Es una horquilla sencilla de gama media, en la que predomina la ligereza a la par que la rigidez. Sus especificaciones técnicas son las siguientes:

HORQUILLA KINESIS MAZLIGHT XLT
Totalmente actualizada y aligerada, esta horquilla está en una clase propia. La Maxlight XLT proporciona una alternativa ideal y ligera a horquillas de suspensión y está diseñada para funcionar con cuadros de suspensión de 100mm de geometría.
Tubo de dirección: aluminio, 1,1/8", 300mm
Rueda: 26"
Desplazamiento: 45mm
Peso: 880gr
Altura de corona: 437mm

Tabla 1. Características de Kinesis Maxlight XLT.

1.5.2. Horquilla de muelle: SR SUNTOUR XCR 32



Figura 6. Horquilla SR Suntour XCR 32.

Es una horquilla de gama baja-media. Este modelo en concreto es uno de los más simples con los que cuenta la marca. Las botellas son metalizadas y sin baño. La botella izquierda cuenta con muelle con ajuste PRE-LOAD y la botella derecha se encuentra vacía. Sus especificaciones técnicas son las siguientes:

HORQUILLA SUNTOUR XCR32
Tubo de dirección: aluminio, 1.1/8", STKM/ 1.5"
Rueda: 26"
Desplazamiento: 100mm, 120mm
Peso: 2361gr
Control: muelle con ajuste de precarga

Tabla 2. Características de SR Suntour XCR 32.

1.5.3. Horquilla de aire: ROCK SHOX REBA RL SOLO AIR



Figura 7. Rock Shox REBA RL Solo Air.

Es una horquilla de gama alta con un gran número de prestaciones en cuanto a ligereza, material, funcionamiento y fiabilidad. Este tipo conlleva más mantenimiento y un mayor coste de compra. Sus especificaciones técnicas son las siguientes:

HORQUILLA REBA RL SOLO AIR
Tubo de dirección: aluminio, 1.1/8"
Rueda: 26"
Desplazamiento: 120mm
Peso: 1586gr
Control: <i>motion control</i>

Tabla 3. Rock Shox REBA RL Solo Air.

1.6. Comparación de horquillas de estudio

Partiendo de unas características comunes de las horquillas que se estudiarán: rueda de 26 pulgadas y recorrido -o desplazamiento- de 120mm, se ofrece la siguiente tabla comparativa:

	Kinesis Maxlight XLT	SR Suntour XCR 32	Rock Shox Reba RL Solo AIR
Peso	880 gramos	2361 gramos	1886 gramos
Rebote (barra izquierda)	N/A	Muelle	Aire
Control (barra derecha)	N/A	N/A	Aceite
Bloqueo	N/A	N/A	Si, cierre aceite
Recorrido de las barras	N/A	120 mm	120 mm

Tabla 4. Comparación de las tres horquillas.

2. Modelado matemático de las horquillas

En este punto se resolverá el modelo matemático de las horquillas anteriormente nombradas. Este modelo está resuelto en ecuaciones diferenciales.

En el desarrollo de estos modelos también se contemplará la rueda y la llanta, ya que debido a cómo están compuestas, ofrecen una constante de elasticidad y un amortiguamiento al sistema que se deben tener en cuenta.

2.1. Horquilla rígida

La horquilla *Kinesis*, que es el modelo más simple, no tiene ningún sistema de amortiguación. Es una horquilla rígida simple. Lo único que va a intervenir en este sistema es la absorción del neumático y la propia llanta.

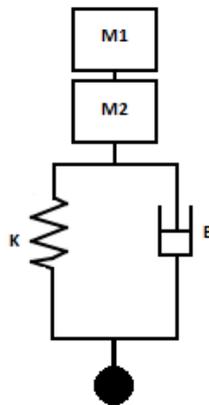


Figura 8. Diagrama horquilla rígida.

Se calcula la ecuación diferencial del sistema.

$$m\ddot{x} = -K(x - y) - B(\dot{x} - \dot{y}) \quad (1)$$

Una vez obtenida, se hace la transformada de *Laplace*. Donde D es una variable auxiliar para ayudar a los cálculos y así poder despejar mejor.

$$mD^2x = -K(x - y) - BD(x - y) \quad (2)$$

$$mD^2x + Kx + BDx = Ky + BDy \quad (3)$$

Una vez se ha obtenido el sistema, se deja en función de s, por lo que:

$$\frac{\text{Salida (manillar)}}{\text{Entrada (terreno)}} = \frac{x(s)}{y(s)} = \frac{Bs + K}{ms^2 + bs + K} \quad (4)$$

2.2. Horquilla de muelle

De las ecuaciones que se representarán a continuación, la primera corresponde al movimiento de la masa 2 respecto al suelo (Rueda/Suelo) y la segunda al movimiento respecto a la masa 1. Esto es el manillar en cuestión.

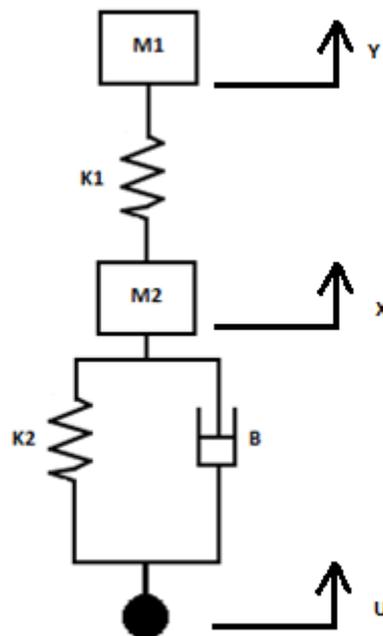


Figura 9. Diagrama horquilla muelle.

Primero, lo que se hace es calcular las ecuaciones diferenciales que caracterizan al sistema:

$$m_1 \ddot{y} + K_1(y - x) = 0 \quad (5)$$

$$m_2 \ddot{x} - K_1(y - x) - K_2(u - x) - B_2(\dot{u} - \dot{x}) = 0 \quad (6)$$

En estas ecuaciones, las diferenciales serán sustituidas por la letra D para pasarlo al dominio de *Laplace*. Esto ayudará a realizar los cálculos posteriores en MATLAB.

$$m_1 D^2 y + K_1 y - K_1 x = 0 \quad (5)$$

$$m_2 D^2 x - K_1 y + K_1 x - K_2 u + K_2 x - B_2 D u + B_2 D x = 0 \quad (6)$$

Una vez ya se han obtenido dichas ecuaciones que representan al sistema, se separan en términos para ayudar a despejar. Se muestran en orden sucesivamente:

$$(m_1 D^2 + K_1) y = K_1 x \quad (5)$$

$$(m_2 D^2 + K_1 + K_2 + B_2 D) x = K_1 y + (K_2 + B_2 D) u \quad (6)$$

Una vez separados todos los términos, lo que se hará es buscar las dos relaciones que describen el sistema. Las dos salidas (x e y) frente a la única entrada (u)

$$\frac{\text{Salida (rueda)}}{\text{Entrada (terreno)}} = \frac{x(s)}{u(s)} \quad (7)$$

$$\frac{\text{Salida (manillar)}}{\text{Entrada (terreno)}} = \frac{y(s)}{u(s)} \quad (8)$$

A continuación se expone todo el desarrollo matemático hasta dejar el sistema perfectamente reducido y representado:

Igualando la ecuación (5) y la (6) con la variable x se obtiene el siguiente sistema:

$$\frac{(m_1 D^2 + K_1) y}{K_1} = \frac{K_1 y + (K_2 + B_2 D) u}{(m_2 D^2 + K_1 + K_2 + B_2 D)} \quad (9)$$

Igualando la ecuación (5) y la (6) con la variable se obtiene este otro sistema:

$$\frac{K_1 x}{(m_1 D^2 + K_1)} = \frac{(m_2 D^2 + K_1 + K_2 + B_2 D) x - (K_2 + B_2 D) u}{K_1} \quad (10)$$

Cogiendo el sistema (9), se conseguirá reducirlo hasta simplificarlo al máximo:

$$(m_1 D^2 + K_1)(m_1 D^2 + K_1)y = (K_1)(K_1)y + (K_1)(K_2 + B_2 D)u$$

Primer término y:

$$(m_1 m_2 D^4 + m_1 K_1 D^2 + m_1 K_2 D^2 + m_1 B_2 D^3 + K_1 m_2 D^2 + K_1^2 + K_1 K_2 + K_1 B_2 D - K_1^2)y$$

Deduciendo de aquí, se llega a la siguiente conclusión:

$$(m_1 m_2 D^4 + (B_2 m_1)D^3 + (K_1(m_1 + m_2) + K_2 m_1)D^2 + (K_1 B_2)D + K_1 K_2) y$$

Segundo termino u:

$$(K_1)(K_2 + B_2 D)u = (K_1 K_2 + B_2 K_1 D)u$$

Se deduce esto:

$$(B_2 K_1)D + K_1 K_2)u$$

$$\frac{\text{Salida (manillar)}}{\text{Entrada (terreno)}} = \frac{y(s)}{u(s)}$$

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{(B_2 K_1)s + K_1 K_2}{(m_1 m_2)s^4 + (B_2 m_1)s^3 + (K_1 m_1 + K_1 m_2 + K_2 m_1)s^2 + (K_1 B_2)s + K_1 K_2} \quad (9)$$

Cogiendo el sistema (10), se hará lo mismo con tal de simplificarlo:

$$(K_1)(K_1)x = (m_2 D^2 + K_1 + K_2 + B_2 D)(m_1 D^2 + K_1)x - (K_2 + B_2 D)(m_1 D^2 + K_1)u$$

Primer término x:

$$(m_1 m_2 D^4 + m_1 K_1 D^2 + m_1 K_2 D^2 + m_1 B_2 D^3 + K_1 m_2 D^2 + K_1^2 + K_1 K_2 + K_1 B_2 D - K_1^2 - B_1^2 D^2)y$$

Deduciendo de aquí, se llega a la siguiente conclusión:

$$(m_1 m_2 D^4 + (B_2 m_1) D^3 + (K_1(m_1 + m_2) + K_2 m_1) D^2 + (K_1 B_2) D + K_1 K_2) y$$

Segundo termino u:

$$(K_2 m_1 D^2 + K_1 K_2 + B_2 m_1 D^3 + B_2 K_1 D) u$$

Se deduce esto:

$$(B_2 m_1 D^3 + (K_2 m_1) D^2 + (B_2 K_1) D + K_1 K_2) u$$

$$\frac{\text{Salida (rueda)}}{\text{Entrada (terreno)}} = \frac{x(s)}{u(s)}$$

$$\frac{x(s)}{u(s)} = \frac{(B_2 m_1) s^3 + (K_2 m_1) s^2 + (K_1 B_2) s + K_1 K_2}{(m_1 m_2) s^4 + (B_2 m_1) s^3 + (K_1(m_1 + m_2) + K_2 m_1) s^2 + (K_1 B_2) s + K_1 K_2} \quad (10)$$

2.3. Horquilla de aire-aceite

En este tipo de horquillas se tiene la constante de elasticidad que simula al caucho de aire y la constante de amortiguamiento que lo proporciona el depósito de aceite. La primera ecuación corresponde con el movimiento de la masa 2 respecto el suelo (Rueda/Suelo) y la segunda representa el movimiento respecto a la masa 1. Esto es el manillar en cuestión.

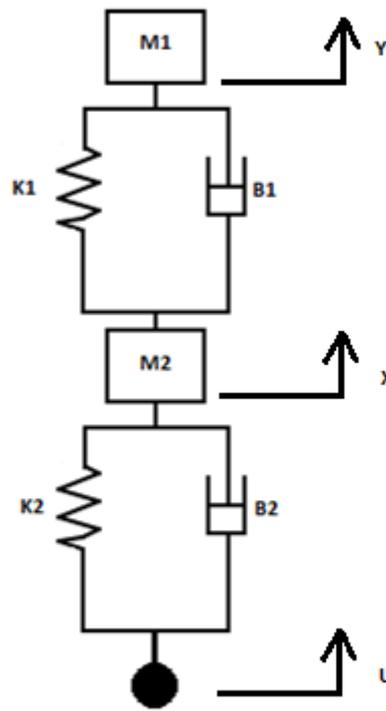


Figura 10. Horquilla aire-aceite.

Primero, lo que se hace es calcular las ecuaciones diferenciales que caracteriza al sistema:

$$m_1 \ddot{y} + K_1(y - x) + B_1(\dot{y} - \dot{x}) = 0 \quad (11)$$

$$m_2 \ddot{x} - K_1(y - x) - B_1(\dot{y} - \dot{x}) - K_2(u - x) - B_2(\dot{u} - \dot{x}) = 0 \quad (12)$$

En estas ecuaciones, las diferenciales serán sustituidas por la letra D para pasarlo al dominio de *Laplace*. Esto nos ayudará a realizar los cálculos posteriores en MATLAB.

$$m_1 D^2 y + K_1 y - K_1 x + B_1 D y - B_1 D x = 0 \quad (11)$$

$$m_2 D^2 x - K_1 y + K_1 x - B_1 D y + B_1 D x - K_2 u + K_2 x - B_2 D u + B_2 D x = 0 \quad (12)$$

Una vez ya se han obtenido dichas ecuaciones que representan al sistema, se separan en términos para ayudar a despejar. Se muestran en orden sucesivamente:

$$(m_1 D^2 + K_1 + B_1 D)y = (B_1 D + K_1)x \quad (11)$$

$$(m_2 D^2 + K_1 + B_1 D + K_2 + B_2 D)x = (K_1 + B_1 D)y + (K_2 + B_2 D)u \quad (12)$$

Una vez separados todos los términos, lo que se hará es buscar las dos relaciones que describen el sistema. Las dos salidas(x e y) frente a la única entrada (u)

$$\frac{\text{Salida (rueda)}}{\text{Entrada (terreno)}} = \frac{x(s)}{u(s)} \quad (13)$$

$$\frac{\text{Salida (manillar)}}{\text{Entrada (terreno)}} = \frac{y(s)}{u(s)} \quad (14)$$

Ahora se expone todo el desarrollo matemático hasta dejar el sistema perfectamente reducido y representado:

Igualando la ecuación (11) y la (12) con la variable x se obtiene el siguiente sistema:

$$\frac{(m_1 D^2 + K_1 + B_1 D)y}{(B_1 D + K_1)} = \frac{(K_1 + B_1 D)y + (K_2 + B_2 D)u}{(m_2 D^2 + K_1 + B_1 D + K_2 + B_2 D)} \quad (15)$$

Igualando la ecuación (11) y la (12) con la variable y se obtiene este otro sistema:

$$\frac{(B_1 D + K_1)x}{(m_1 D^2 + K_1 + B_1 D)} = \frac{(m_2 D^2 + K_1 + B_1 D + K_2 + B_2 D)x - (K_2 + B_2 D)u}{(K_1 + B_1 D)} \quad (16)$$

Cogiendo el sistema (15), lo que se consigue es reducirlo hasta simplificarlo al máximo:

$$\begin{aligned} & (m_1 D^2 + K_1 + B_1 D)(m_1 D^2 + K_1 + B_1 D)y \\ & = (B_1 D + K_1)(K_1 + B_1 D)y + (B_1 D + K_1)(K_2 + B_2 D)u \end{aligned}$$

Primer término y:

$$(m_1 m_2 D^4 + m_1 K_1 D^2 + m_1 B_1 D^3 + m_1 K_2 D^2 + m_1 B_2 D^3 + K_1 m_2 D^2 + K_1^2 + K_1 B_1 D + K_1 K_2 + K_1 B_2 D + m_2 B_1 D^3 + B_1 K_1 D + B_1^2 D^2 + B_1 K_2 D + B_1 B_2 D^2 - K_1^2 - B_1^2 D^2 - 2K_1 B_1 D)y$$

Deduciendo de aquí, se llega a la siguiente conclusión:

$$(m_1 m_2 D^4 + (B_1(m_1 + m_2) + B_2 m_1) D^3 + (K_1(m_1 + m_2) + K_2 m_1 + B_1 B_2) D^2 + (K_1 B_2 + K_2 B_1) D + K_1 K_2) y$$

Segundo termino u:

$$(B_1 D + K_1)(K_2 + B_2 D)u = (B_1 D K_2 + K_1 K_2 + B_2 B_1 D^2 + B_2 K_1 D)u$$

Se deduce esto:

$$(B_2 B_1 D^2 + (B_2 K_1 + B_1 K_2) D + K_1 K_2)u$$

$$\frac{\text{Salida (manillar)}}{\text{Entrada (terreno)}} = \frac{y(s)}{u(s)}$$

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{(B_1 B_2) s^2 + (K_1 B_2 + K_2 B_1) s + K_1 K_2}{(m_1 m_2) s^4 + (B_1(m_1 + m_2) + B_2 m_1) s^3 + (K_1(m_1 + m_2) + K_2 m_1 + B_1 B_2) s^2 + (K_1 B_2 + K_2 B_1) s + K_1 K_2} \quad (15)$$

Cogiendo el sistema (16), se hará lo mismo para simplificarlo:

$$(B_1 D + K_1)(K_1 + B_1 D)x = (m_2 D^2 + K_1 + B_1 D + K_2 + B_2 D)(m_1 D^2 + K_1 + B_1 D)x - (K_2 + B_2 D)(m_1 D^2 + K_1 + B_1 D)u$$

Primer término x:

$$(m_1 m_2 D^4 + m_1 K_1 D^2 + m_1 B_1 D^3 + m_1 K_2 D^2 + m_1 B_2 D^3 + K_1 m_2 D^2 + K_1^2 + K_1 B_1 D + K_1 K_2 + K_1 B_2 D + m_2 B_1 D^3 + B_1 K_1 D + B_1^2 D^2 + B_1 K_2 D + B_1 B_2 D^2 - K_1^2 - B_1^2 D^2 - 2K_1 B_1 D)y$$

Deduciendo de aquí, se llega a la siguiente conclusión:

$$(m_1 m_2 D^4 + (B_1(m_1 + m_2) + B_2 m_1)D^3 + (K_1(m_1 + m_2) + K_2 m_1 + B_1 B_2)D^2 + (K_1 B_2 + K_2 B_1)D + K_1 K_2) y$$

Segundo termino u:

$$(K_2 m_1 D^2 + K_1 K_2 + B_1 K_2 D + B_2 m_1 D^3 + B_2 K_1 D + B_2 B_1 D^2)u$$

Se deduce esto:

$$(B_2 m_1 D^3 + (K_2 m_1 + B_2 B_1)D^2 + (B_1 K_2 + B_2 K_1)D + K_1 K_2) u$$

$$\frac{\text{Salida (rueda)}}{\text{Entrada (terreno)}} = \frac{x(s)}{u(s)}$$

$$\frac{x(s)}{u(s)} = \frac{(B_2 m_1)s^3 + (K_2 m_1 + B_2 B_1)s^2 + (B_1 K_2 + B_2 K_1)s + K_1 K_2}{(m_1 m_2)s^4 + (B_1(m_1 + m_2) + B_2 m_1)s^3 + (K_1(m_1 + m_2) + K_2 m_1 + B_1 B_2)s^2 + (K_1 B_2 + K_2 B_1)s + K_1 K_2} \quad (16)$$

3. Constantes de las ecuaciones. Definición de los valores

Tal y como se ha podido ver en las ecuaciones anteriores en las que se simulan los tres sistemas mecánicos, se puede apreciar que entran en juego unos parámetros muy interesantes:

- La masa (M): en los sistemas anteriores existen dos masas. La primera (m_1) se corresponde con la masa que soporta el manillar. Esta masa a su vez se divide en dos: la masa del cuadro aportado al eje delantero y la masa del ciclista que aporta al tren delantero. Por otro lado, existe la segunda masa (m_2) que está determinada por la rueda junto con las botellas de la horquilla (la parte móvil del sistema). En el apartado 7 de este trabajo se explicará detalladamente cómo se calcula cada masa en cada situación.
- El coeficiente de amortiguamiento (B_1): parámetro que solo está presente en las horquillas de aire-aceite. Esta medida está caracterizada por el cartucho de aceite de la botella derecha. Más adelante, en el apartado 9 se verá el criterio utilizado para su cálculo.
- La constante de elasticidad de la rueda (K_2) y el coeficiente de amortiguamiento de la rueda (B_2): estos parámetros hacen referencia a la rueda, compuesta por la llanta y el neumático con su cámara de aire. La constante de elasticidad de la rueda ha sido calculada experimentalmente, mientras que el coeficiente de amortiguamiento de la rueda se ha obtenido teóricamente de una bibliografía.

4. Cálculo de las constantes de la rueda

Para calcular la K_2 el ensayo que se realizó fue aplicar una fuerza perpendicular hacia el suelo desde el eje de la rueda en sentido a favor de la gravedad. Se midió el descenso de dicho eje y se aplicó la ley de *Hooke* y de este modo se pudo calcular sin ningún tipo de problema. A continuación se presenta un esquema del ensayo:



Figura 11. Medida constante K rueda sin peso.

La imagen anterior representa la posición inicial de la que se parte. Lo que se hizo fue poner en el manillar un peso de 35kg ya que aproximadamente es el peso que ejerce un ciclista de 80kg –ciclista tipo que se ha escogido-. La rueda está inflada con la presión que recomiendan la mayoría de los fabricantes de neumáticos de montaña con un grosor de 1.95-2.10. La presión es de 3 bares. Con esto se consigue que se contraiga la rueda. Con el peso encima se midió el descenso y estos fueron los datos que se obtuvieron:



Figura 12. Medida constante K rueda con peso.

Para realizar los cálculos, se eligió la medida más grande ya que posee una mayor sensibilidad al cambio (SPAN). Dicho de otra manera, tiene más variación para el mismo peso y, por lo tanto, es más preciso para el experimento.

Una vez obtenidos estos datos, se calculó mediante la ley de Hooke.

Antes que nada se debe conocer en qué consiste esta ley. Según el libro *“Ferdinand P, Beer. Russell, JR. Mecánica de Materiales. Editorial McGraw.-Hill.2011”*, la ley de Hooke es la ley de elasticidad de Hooke fue originalmente formulada para casos de estiramiento longitudinal, establece que el alargamiento unitario que experimenta un material elástico es directamente proporcional a la fuerza aplicada sobre el mismo F (fuerza).

En la representación de dicha ley, para un resorte, la fuerza es igual al alargamiento o contracción por una constante (K).

$$F = -K * \Delta l \quad (17)$$

La fuerza en el sistema descrito anteriormente es la masa del cuerpo que se utilizó de experimento por la gravedad.

$$F = m * g = 35 \text{ Kg} * 9.81 \text{ m/s}^2 = 343.35 \text{ Newton} \quad (18)$$

La distancia del manillar al suelo se ha visto reducida 3mm.

$$K = -F / \Delta l = -343.35 / -0.003 = 114450 \text{ N/m} \quad (19)$$

Se obtiene que el valor de la K de la rueda es de 114450 N/m.

Para el cálculo de B, se extrajo de una tabla experimental, el número de botes que daba la rueda soltándola desde una determinada altura. Con esto se dedujo que la B era de 0.4 a 0.5 Ns/m.

$$B = 0,45 \text{ Ns/m} \quad (20)$$

5. Cálculo de masa. Calculo de reparto de masa a los ejes. Biomecánica de ciclista

Una vez definidos los parámetros correspondientes a la rueda, se pasa a calcular las masas:

La masa 2 (m_2) es la que se corresponde a las especificaciones de cada horquilla. Lo que significa que se aplica directamente. Interviene también la masa de la rueda, correspondiente a 1200g (llanta estándar de aluminio de doble pared). Se calcula que la

mitad de la horquilla es lo que pesan las barras y el tubo y la otra mitad corresponde al peso de las botellas. Con esto se deduce que el peso de la masa 2 es de:

$$m_2 = \text{Masa horquilla}/2 + (\text{rueda}) 1200\text{g}$$

$$m_2 \text{ Kinesis} = 1640 \text{ gr}$$

$$m_2 \text{ SR Suntour XCR} = 2380.5$$

$$m_2 \text{ Rock Shox Reba RL SOLO AIR} = 2143 \text{ gr}$$

El cálculo de la masa 1 se realizará por dos partes:

1. Peso del cuadro
2. Pese que ejerce el ciclista al eje delantero.

5.1. Peso del cuadro

Para poder ver cuánto peso se reparte en el eje delantero de la bicicleta, se han tomado las medidas de un cuadro de bicicleta. Se ha escogido el cuadro de una bicicleta TREK 6500 disk.



Figura 13. TREK 6500 disk 2013.

El cuadro de este modelo de bicicleta está hecho con aluminio con un peso neto –sólo del cuadro- de 11.5kg.

Una vez obtenidas las medidas reales y los ángulos del tubo, se dibuja en el programa de diseño asistido por ordenador SOLIDWORKS, para el cálculo de coordenadas para hallar el centro de masa.

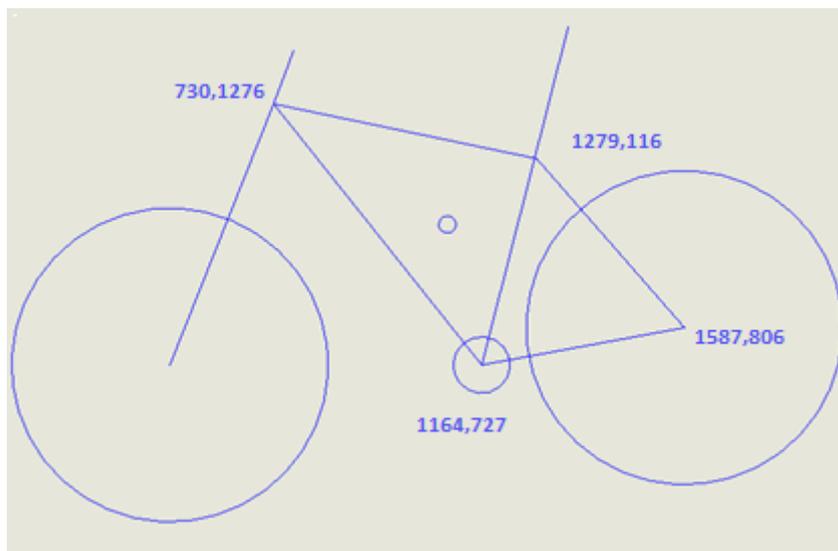


Figura 14. Esquema coordenadas cuadro.

Las medidas representadas en la imagen anterior son las que corresponden al sistema de referencia en la esquina inferior derecha del programa SOLIDWORKS, que tiene las coordenadas (0;0). El sistema de referencia es para tener un punto de partida, pero luego no será relevante, ya que se calcularán valores absolutos. Una vez obtenidas estas medidas, se adquieren los puntos medios. Se toman las barras como tubos cilíndricos en toda su longitud para ayudar a los cálculos, para que así desde todos los ángulos se perciban como rectángulos.

Las barras poseen las siguientes medidas (longitud x diámetro):

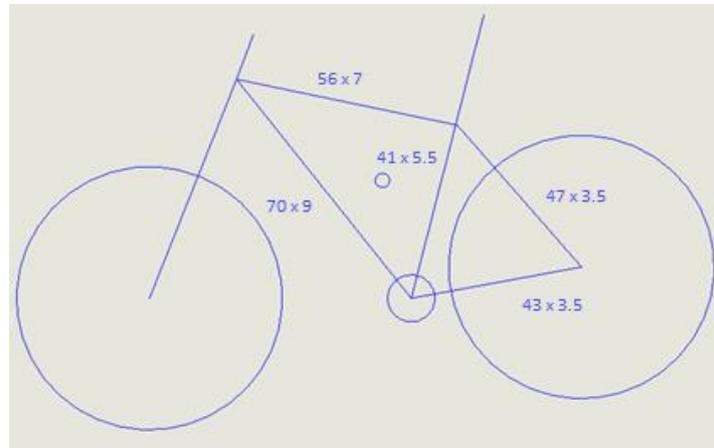


Figura 15. Esquema medidas cuadro.

Una vez obtenidas las medidas de las barras y las coordenadas de las uniones, lo que se hace es calcular los puntos medios para lograr el centro de masa:

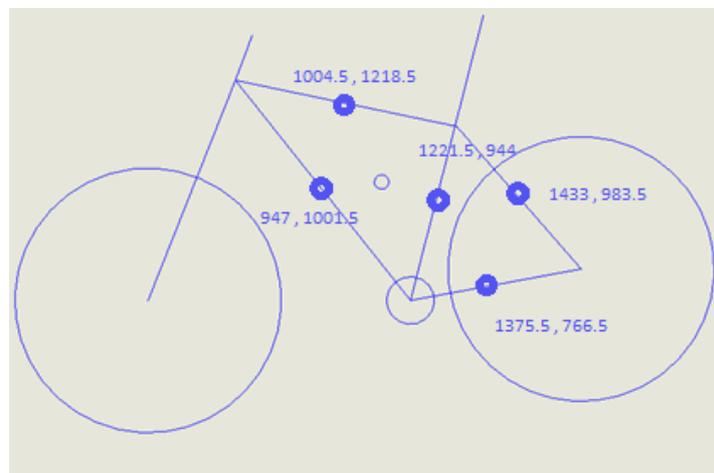


Figura 16. Esquema coordenadas medias cuadro.

Cuando ya se tienen las barras –representadas como prismas- y el centro de la barra – como coordenadas-, se puede calcular el centro de masa en ambos ejes.

Se necesita el área total de la vista del cuadro de la bicicleta. Esta área se calcula como el alto x el largo de cada tubo y luego se suma:

$$Area = 56 * 7 + 70 * 9 + 41 * 5.5 + 47 * 3.5 + 43 * 3.5 = 1562.5 \text{ mm}^2 \quad (21)$$

Ahora se calcula para cada eje el centro de masa. Para el eje horizontal es el x y para el eje vertical el y.

EJE X

$$\frac{392 \times 1004.5 + 630 \times 947 + 225.5 \times 1221.5 + 150.5 \times 1375.5 + 164.5 \times 1433}{1562.5} = 1093.48 \quad (22)$$

EJE Y

$$\frac{392 \times 1218.5 + 630 \times 1005.5 + 225.5 \times 944 + 150.5 \times 766.5 + 164.5 \times 983.5}{1562.5} = 1023.11 \quad (23)$$

Este es el punto donde se encuentra el centro de masa del cuadro respecto al punto de referencia:

$$(1093,48 , 1023,22) \text{ mm}$$

Al tener el centro de masa del cuadro y estar apoyado en los dos ejes de la bicicleta, se puede pasar a tratar como una viga bi-apoyada para el cálculo del reparto de pesos.

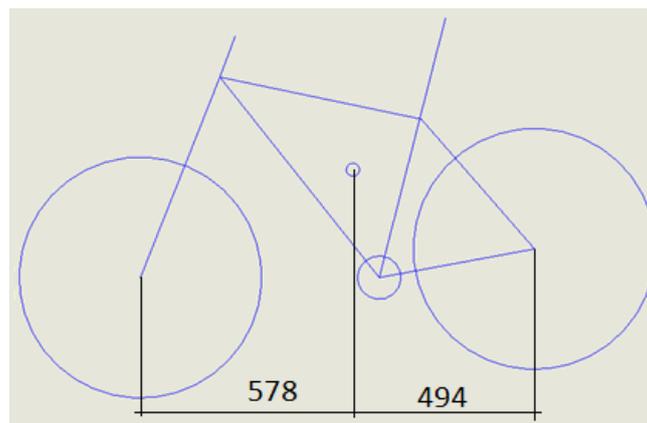


Figura 17. Esquema distancia ejes al centro de masa.

Esta es la fuerza que ejerce la masa del cuadro respecto a los dos ejes de las ruedas:

$$F = 11.5 \text{ Kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2 = 112.81 \text{ KN} \quad (24)$$

Cuando ya se tiene la fuerza que ejerce el cuadro sobre las ruedas se calculan las fuerzas resultantes de los ejes. Para que el sistema esté en reposo, el cuadro hará la misma fuerza en módulo pero de sentido contrario. La distancia en el eje x es la que se toma.

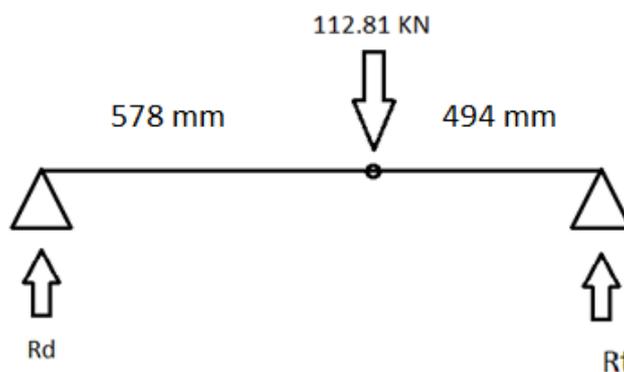


Figura 18. Representación viga bi-apoyada cuadro.

El sistema debe estar en reposo, por lo que la suma de la fuerza aplicada debe ser igual a las resultantes en mismo módulo pero de sentido contrario:

$$+Rd - 112.81 + Rt = 0 \quad (25)$$

Existen dos incógnitas y una sola ecuación. Por lo que se debe tener otra ecuación para poder resolver el sistema. La siguiente ecuación se obtiene mediante los momentos angulares. Dichos momentos deben ser 0, ya que el sistema está en reposo.

$$112.81 \times 578 - Rt1072 = 0 \quad (26)$$

Juntado las ecuaciones () y (), ya se pueden despejar ambas incógnitas dando el siguiente resultado:

$$Rt = 60.82 ; Rd = 51.99 \quad (27)$$

Lo que interesa es la masa que soporta el sistema, por lo que la fuerza se debe pasar a masa. Como en el cuerpo solo actúa la fuerza de la gravedad y ninguna aceleración más, se deduce la masa con la siguiente operación:

$$Masa = \frac{F}{g} = \frac{51.99}{9.81} = 5.29 \text{ Kg} \quad (28)$$

5.2. Peso del ciclista

Análogamente al peso del cuadro, el ciclista también tiene su importancia ya que el peso es un factor muy importante para la regulación del SAG de la horquilla. Se procede a calcularse de una manera similar al anterior.

En primer lugar, se procede a un estudio de biomecánica de un sujeto. Se tomará un sujeto tipo, cuyas medidas son 80kg de peso y 1.79m de altura.

Se estudia el cuerpo humano para saber cuál es el reparto de la masa del cuerpo y el porcentaje que tiene cada parte y el volumen del mismo.

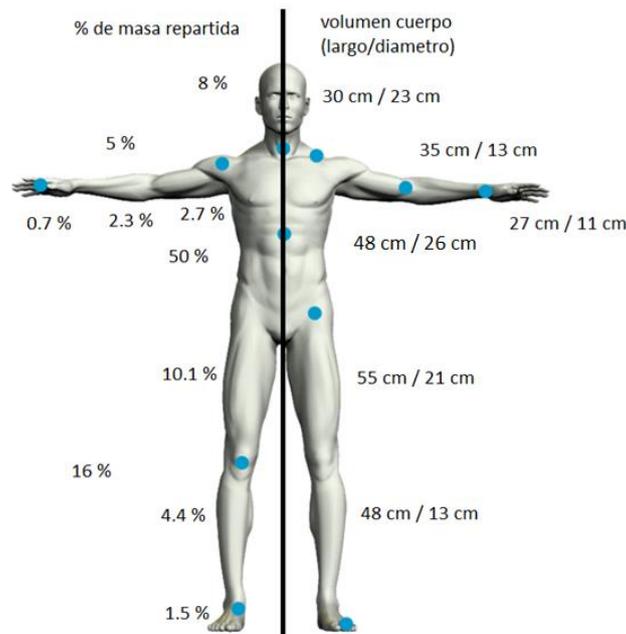


Figura 19. Medidas cuerpo humano.

Parte del cuerpo	Medidas (largo x diámetro) en cm	Vista en cada eje (área) cm ²	% masa	Masa neta (Kg)
Cabeza	30 / 23	690	8 %	6.4
Torso	48 / 26	1248	50 %	40
Humero	35 / 13	455	2.7 %	2.16
Antebrazo	27 / 11	297	2.3 %	1.84
Mano	N/A	N/A	0.7 %	0.56
Brazo completo	N/A	N/A	5 %	4
Muslo	55 / 21	1155	10.1 %	8.08
Tibia	48 / 13	624	4.4 %	3.52
Pie	N/A	N/A	1.5 %	1.2
Pierna completa	N/A	N/A	16 %	12.8

Tabla 5. Medidas cuerpo humano.

El área se elige como si en los dos ejes se estuviese viendo la misma superficie, es decir, como si cada parte del cuerpo fuese un prisma rectangular. Esto facilita mucho los cálculos, manteniendo resultados muy similares a los que se obtendrían si se hiciese con las mediciones reales.

Después de varios estudios y documentación, se llega a la conclusión de que la perfecta postura del ciclista al pedalear es la siguiente:

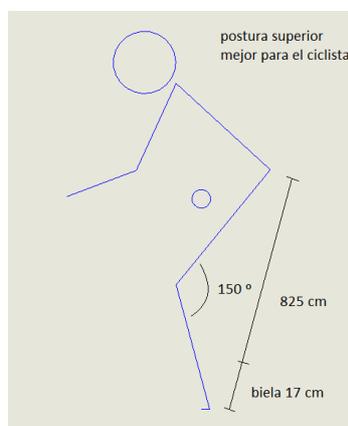


Figura 20. Postura correcta ciclista.

De manera similar a como se hizo con el cuadro de la bicicleta, se va a realizar el cálculo del centro de masa del cuerpo. Con esto se determinará el peso repartido en el eje delantero.

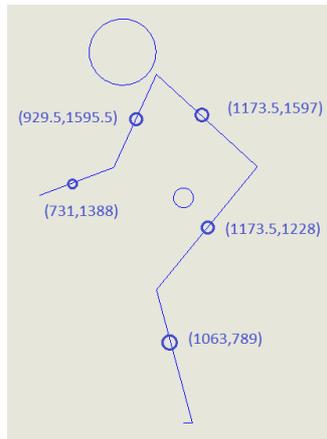


Figura 21. Esquema coordenadas cuerpo humano.

Una vez obtenido el centro de cada parte del cuerpo, se procede a realizar el cálculo del centro de masa general:

$$\text{Área total} = 624 + 1155 + 1248 + 455 + 297 = 3779 \quad (29)$$

Ahora se calcula para cada eje el centro de masa. Para el eje horizontal es el x y para el eje vertical el y.

EJE X

$$\frac{1063 \times 624 + 1173.5 \times 1155 + 1173.5 \times 1248 + 455 \times 929.5 + 297 \times 731}{3779} = 1090 \quad (30)$$

EJE Y

$$\frac{789 \times 624 + 1228 \times 1155 + 1597 \times 1248 + 1595.5 \times 766.5 + 1388 \times 297}{3779} = 1334.19 \quad (31)$$

Este es el centro de masa que corresponde con el cuerpo en la posición correcta de pedaleo.

$$(1090, 1334,19)\text{mm}$$

Se trata al cuerpo humano como si fuese una viga bi-apoyada, ya que descansa sobre el sillín y el manillar. Esto proporcionará un peso a cada elemento. El peso que esté en el manillar se transmitirá directamente a la horquilla y el peso del sillín será el que soporte la rueda trasera. Se debe tener en cuenta que es una aproximación, pese a esto, el margen de error con respecto a la realidad es mínimo.

La fuerza que corresponde con el peso del ciclista en el punto concreto anteriormente calculado es la siguiente:

$$F = 80 \text{ Kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2 = 784.4 \text{ KN} \quad (32)$$

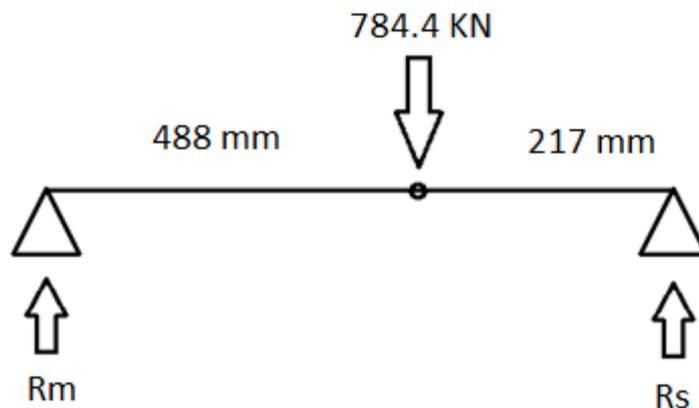


Figura 22. Esquema viga bi-apoyada cuerpo humano.

El sistema debe estar en reposo, por lo que la suma de la fuerza aplicada debe de ser igual a las resultantes en mismo módulo pero de sentido contrario:

$$+Rm - 784.4 + Rs = 0 \quad (33)$$

Existen dos incógnitas y una sola ecuación. Por lo que se debe tener otra ecuación para poder resolver el sistema. La siguiente ecuación se obtiene mediante los momentos angulares. Dichos momentos deben de ser 0, ya que el sistema está en reposo.

$$784.4 \times 488 - R_s 705 = 0 \quad (34)$$

Juntado las ecuaciones () y (), ya se puede despejar ambas incógnitas dando el siguiente resultado:

$$R_s = 542.96 ; R_m = 241.44 \quad (35)$$

Lo que interesa es la masa que soporta el sistema, por lo que la fuerza se debe pasar a masa. Como en el cuerpo solo actúa la fuerza de la gravedad y ninguna aceleración más, se deduce la masa con la siguiente operación:

$$Masa = \frac{F}{g} = \frac{241.44}{9.81} = 24.61 \text{ Kg} \quad (36)$$

La masa total que la horquilla soporta es: $5.29 + 24.61 = 29.9 \text{ Kg}$

6. Cálculo de las constantes de elasticidad K

Para calcular las constantes, se debe acceder de nuevo a la ley de Hooke. En los tres sistemas comentados hasta ahora, el único que no tendrá constante de elasticidad será el primero, es decir, el que corresponde con la horquilla rígida *Kinesis*.

El segundo sistema que corresponde a la horquilla *SR Suntour XCR* -horquilla de muelle- se debe suponer un SAG del 20% para poder calcular K .

$$120 \text{ mm} \times 20\% = 96 \text{ mm}$$

Por lo que el hundimiento previo es de 24 mm.

Fuerza que se aplica a la horquilla con ciclista subido

$$F = m * g = 29.9 * 9.81 = 293.32 \text{ N} \quad (37)$$

$$F = K \Delta l$$

$$K = \frac{F}{\Delta l} = \frac{293.32}{0.024} = 12221.67 \text{ N/m} \quad (38)$$

$$K \text{ de la horquilla de muelle} = 12221.67 \text{ N/m}$$

Para el tercer sistema, es decir, la horquilla de aire-aceite *Rock Shox Reba RL*, se debe calcular cuanta presión de aire hay que introducir en el cartucho a fin que cuando se aplique la fuerza anterior sólo se hunda 24mm la horquilla (un 20% de SAG).

Para dimensionar la antes mencionada presión de aire, se debe medir el cartucho. Se debe tener en cuenta que las barras tienen un diámetro de 32mm y el magnesio que forma las barras es de aproximadamente 1.5mm de grosor (medido con el calibre de la horquilla original).

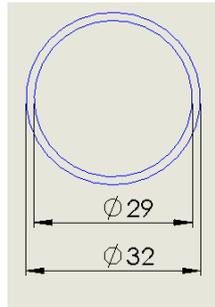


Figura 23. Interior barras horquilla.

Se define la presión como la fuerza ejercida sobre una superficie. Teniendo en cuenta que la parte móvil es el pistón que hace que la horquilla suba y baje, la superficie donde actúa el aire a presión es la siguiente:

$$S = \pi \left(\frac{29}{2}\right)^2 = 660.52 \text{ mm}^2 = 0.00066052 \text{ m}^2 \quad (39)$$

En reposo, el fabricante aconseja poner una presión de 105 a 120 PSI para una persona de 80kg de peso. Se selecciona 110 PSI:

$$110 \text{ PSI} * \frac{6894.75 \text{ Pa}}{1 \text{ PSI}} = 758422.5 \text{ Pa} = 0.7584225 \text{ MPa} \quad (40)$$

Se mide el SAG, que se mantiene igual que en el caso anterior, y el hundimiento será de un 20%, lo que se corresponden con 24mm.

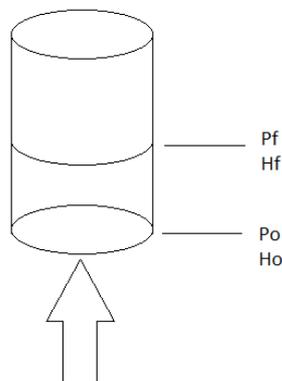


Figura 24. Esquema hundimiento barra-botella.

Derivado del dibujo, se puede ver la siguiente igualdad que la presión por la altura es proporcional siempre. De aquí despejamos P_f para calcular la presión final que soporta el pistón.

$$P_0 = 0.7584225 \text{ MPa}$$

$$H_0 = 120 \text{ mm}$$

$$H_f = 96 \text{ mm}$$

$$P_0 H_0 = P_f H_f$$

$$0.7584225 * 120 = P * 96$$

$$P = \frac{0.7584225 * 120}{96} = 0.948028125 \text{ Mpa} \quad (41)$$

Una vez que se ha obtenido la presión del pistón con la horquilla hundida por el peso de ciclista, se pasa a unidades de fuerza mediante la definición de presión.

$$F = P * A = 0.948028125 * (1000000 \text{ Pa}) * 0.0006605 \text{ m}^2 = 626.192 \text{ N} \quad (42)$$

Se puede deducir la siguiente gráfica. En ella, se observa un sistema lineal, donde hay una ecuación que define a esa recta. Dicha ecuación tiene una constante que es la pendiente, cuya constante corresponde en nuestro sistema con el coeficiente de elasticidad. Tan solo se debe despejar de la ecuación y se tendrá dicho valor.

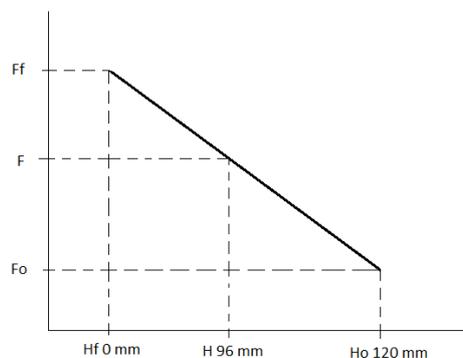


Figura 25. Recta en función fuerza-hundimiento.

$$F = pendiente (K) * (H - H_0) + F_f$$

$$K = \frac{F - F_f}{H - H_0} = \frac{293.32 N - 626.192 N}{0.096 m - 0.120 m} = 13869.66 N/m \quad (43)$$

Se establece que la K de la horquilla de muelle es de 13869.66 N/m

7. Cálculo de la constante de amortiguamiento B

En este apartado solo se estudiara el sistema de la horquilla *Rock ShoxReba RL SOLO AIR* ya que es la única que cuenta, en la barra derecha, con un depósito de 123ml de aceite SAE 5. Este depósito actúa con una válvula que se encarga de controlar el paso de aceite del interior al exterior, pudiendo, de este modo, controlarse el flujo. En este apartado se va a parametrizar ese valor como la constante de amortiguamiento (B).

Para realizar el cálculo de la constante de amortiguamiento de la horquilla, se debe recoger la ecuación de la posición de la rueda respecto al manillar. No se toma la ecuación completa, ya que la rueda apenas presenta amortiguamiento. La rueda seguirá fielmente al terreno siempre y cuando se tenga bien diseñada la B y la K de la horquilla. Se trabajara para el cálculo de la B con la siguiente ecuación:

$$G1 = \frac{(B_1 s + K_1)}{(m1s^2 + B_1 s + K_1)} \quad (44)$$

Cero = $-k_1/b_1$

Polos:

Si $B^2 - 4MK < 0$ complejo

Si $B^2 - 4MK > 0$ real.

Los valores de B y K modifican la posición de los polos y ceros del sistema y, por tanto, su comportamiento dinámico.

K ya está calculado por el SAG y el dato es 13869.66 Nm

M es 29.29kg y corresponde a lo que se reparte entre la horquilla del peso del cuadro y la persona.

Resultado: para una $B > 1287.95$ existen polos con parte real positiva. Si B es menor los polos con parte real negativa.

$B < 1287.95$ Ns/m

Se mide la frecuencia de resonancia para que el sistema no se quede oscilando indefinidamente:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{13869.66}{29.9}} = 21.5376 \quad (45)$$

$$\xi = \frac{B}{2M} \sqrt{\frac{M}{K}} = 0.000776428 * B \quad (46)$$

$$\xi = 0.000776428 * B > 0.707$$

$$B > 910.5756$$

La B tiene que estar entre 910.6 y 1287.9

8. Simulación de sistemas. MATLAB

Se realizarán las simulaciones con los parámetros anteriormente calculados y con los sistemas de ecuaciones de cada modelo de horquilla.

Estos perfiles que se estudian se harán de dos formas diferentes, es decir, teniendo en cuenta tanto la distancia como la velocidad que recorre dicho obstáculo para un estudio más profundo.

Todas las simulaciones se harán a tres velocidades:

- 5km/h, velocidad lenta muy característica de las subidas.
- 15km/h, velocidad moderada del usuario normal.
- 40km/h, velocidad alta que se puede corresponder tanto al descenso de un usuario normal como al llaneo de un usuario profesional.

8.1. Creación de perfiles de terreno

Se realizarán tres perfiles tipo de estudio para ver cómo responde cada sistema. Aquí se comparará cada horquilla dependiendo de cada perfil.

8.1.1. Perfil bordillo

En este perfil lo que se hará es bajar un bordillo de 15 cm de altura con la bicicleta.

```
%Prueba de trayectoria
format short %Dejamos este formato para que no saque muchos decimales
y las operaciones sean más sencillas.

Velocidad = ; %Esta es la variable de la velocidad. En ella se ponen
las velocidad en el que se va a recorrer el obstáculo. En nuestros
ensayos será 5 15 y 40. Las unidades son KM/h

velo=velocidad*10/36; % Cambio de unidades a m/s

N_p=2500; % número de puntos de estudio.
y=zeros(N_p,1);
Delta_x=0.01; % estudio de centímetro a centímetro.
```

```

x=0:Delta_x:(length(y)-1)*Delta_x;
y(x>10)=-0.15; % aquí se describe el salto del bordillo
y=y';

%figure;
plot(x,y)
xlabel('distancia(m)')
ylabel('perfil(m)')
title('trayectoria frente a desplazamiento')
axis([0 25 -0.5 0.5]); % limites inferior y superior
respectivamente.

%configurar la velocidad
t=x/velo;
T=((length(y)-1)*Delta_x)/velo;
figure;
plot(t,y)
xlabel('tiempo (segundos)')
ylabel('perfil (m)')
title('trayectoria frente a tiempo')
axis([0 T -0.5 0.5]); % limites inferior y superior
respectivamente.

```

8.1.2. Perfil Sinusoidal. Montículos

En este tipo de perfil se continuará por unos montículos de altura de 30cm en subida y 1m de largos. Representada por una sinusoidal.

```

%Prueba de trayectoria
format short %Dejamos este formato para que no saque muchos decimales
y las operaciones sean más sencillas.

Velocidad = ; %Esta es la variable de la velocidad. En ella se ponen
las velocidad en el que se va a recorrer el obstáculo. En nuestros
ensayos será 5 15 y 40. Las unidades son KM/h

velo=velocidad*10/36; % Cambio de unidades a m/s

N_p=2500; % número de puntos de estudio.
y=zeros(N_p,1);
Delta_x=0.01; % estudio de centímetro a centímetro.
x=0:Delta_x:(length(y)-1)*Delta_x;
y=0.06*sin(4*x); % forma de la señal sinusoidal que representa unos
montículos.

%figure;
plot(x,y)
xlabel('distancia(m)')
ylabel('perfil(m)')
title('trayectoria frente a desplazamiento')
axis([0 25 -0.5 0.5]); % limites inferior y superior
respectivamente.

```

```

%configurar la velocidad
t=x/velo;
T=((length(y)-1)*Delta_x)/velo;
figure;
plot(t,y)
xlabel('tiempo (segundos)')
ylabel('perfil (m)')
title('trayectoria frente a tiempo')
axis ([ 0 T -0.5 0.5 ]); % limites inferior y superior
respectivamente.

```

8.1.3. Perfil real. Piedras y obstáculos

En este terreno se simularán unas piedras que se repartirán a lo largo del piso. Es muy habitual encontrarse este tipo de perfiles en una ruta normal de montaña.

```

%Prueba de trayectoria
format short %Dejamos este formato para que no saque muchos decimales
y las operaciones sean más sencillas.

Velocidad = ; %Esta es la variable de la velocidad. En ella se ponen
las velocidad en el que se va a recorrer el obstáculo. En nuestros
ensayos será 5 15 y 40. Las unidades son KM/h

velo=velocidad*10/36; % Cambio de unidades a m/s

N_p=2500; % número de puntos de estudio.
y=zeros(N_p,1);
Delta_x=0.01; % estudio de centímetro a centímetro.
x=0:Delta_x:(length(y)-1)*Delta_x;
y(x>10)=0.04;
y(x>10.04)=0;
y(x>10.54)=0.04;
y(x>10.58)=0;
y(x>11.08)=0.04;
y(x>11.12)=0;
y(x>11.62)=0.04;
y(x>11.66)=0;
y(x>12.10)=0.04;
y(x>12.14)=0;

% en los puntos y lo que hacemos es levantar la señal 4 veces y
volverá a bajar para simular piedras de 4 centímetros de alto y 4 cm
la largo.

%figure;
plot(x,y)
xlabel('distancia (m)')
ylabel('perfil (m)')
title('trayectoria frente a desplazamiento')

```

```

axis ([ 0 25 -0.5 0.5 ]); % limites inferior y superior
respectivamente.

%configurar la velocidad
t=x/velo;
T=((length(y)-1)*Delta_x)/velo;
figure;
plot(t,y)
xlabel('tiempo (segundos)')
ylabel('perfil (m)')
title('trayectoria frente a tiempo')
axis ([ 0 T -0.5 0.5 ]); % limites inferior y superior
respectivamente.

```

8.2. Sistemas mecánicos en MATLAB

En este apartado se mostrará el código que se ha utilizado para representar cada sistema de horquilla.

8.2.1. Kinesis

```

format short
m1=29.9; %calculado por estudio biomecánico
m2 =2.143; % peso de la rueda.
m=m1+m2 % suma de la masa ya que no hay ningún elemento mecánico por
medio

k =114450; %calculado experimentalmente con incremento de longitud
b =0.5; %comprobado experimentalmente con los botes y dato según
bibliografía.

numx=[b k]; %numerador del sistema.

denx=[(m) (b) (k)]; %denominador del sistema.

'Salida x (manillar)'
printsys(numx,denx)

```

8.2.2. SR Suntour XCR 32

```

format short
m1=29.9; %calculado por estudio biomecánico
m2 =2.3805; % peso de la rueda.
k1 =12221.67; % calculado por SAG
k2 =114450; %calculado experimentalmente con incremento de longitud

```

```

b =0.45; %comprobado experimentalmente con los botes y dato según
bibliografía.

numx=[(b*m1) (k2*m1) (k1*b) (k1*k2)]; %numerador del sistema.
denx=[(m1*m2) (b*m1) ((k1*(m1+m2))+(k2*m1)) (k1*b) (k1*k2)];
%denominador del sistema.
'Salida x (Rueda)'
printsys(numx,denx)

numy=[(k1*b) (k1*k2)]; %numerador del sistema.
deny=[(m1*m2) (b*m1) ((k1*(m1+m2))+(k2*m1)) (k1*b) (k1*k2)];
%denominador del sistema.
'Salida y (Cuadro y Ciclista)'
printsys(numy,deny)

```

8.2.3. Rock Shox REBA RL Solo Air

```

format short
m1=29.9; %calculado por estudio biomecánico
m2 =2.143; % peso de la rueda.
k1 =13869.66; % calculado por SAG
k2 =114450; %calculado experimentalmente con incremento de longitud
b1= 1000;
b =0.45; %comprobado experimentalmente con los botes y dato según
bibliografía.

numx=[(b2*m1) ((k2*m1)+(b1*b2)) ((k1*b2)+(k2*b1)) (k1*k2)]; %numerador
del sistema.
denx=[(m1*m2) ((b1*(m1+m2))+(b2*m1)) ((k1*(m1+m2))+(k2*m1)+(b1*b2))
((k1*b2)+(k2*b1)) (k1*k2)]; %denominador del sistema.
'Salida x (Rueda)'
printsys(numx,denx)

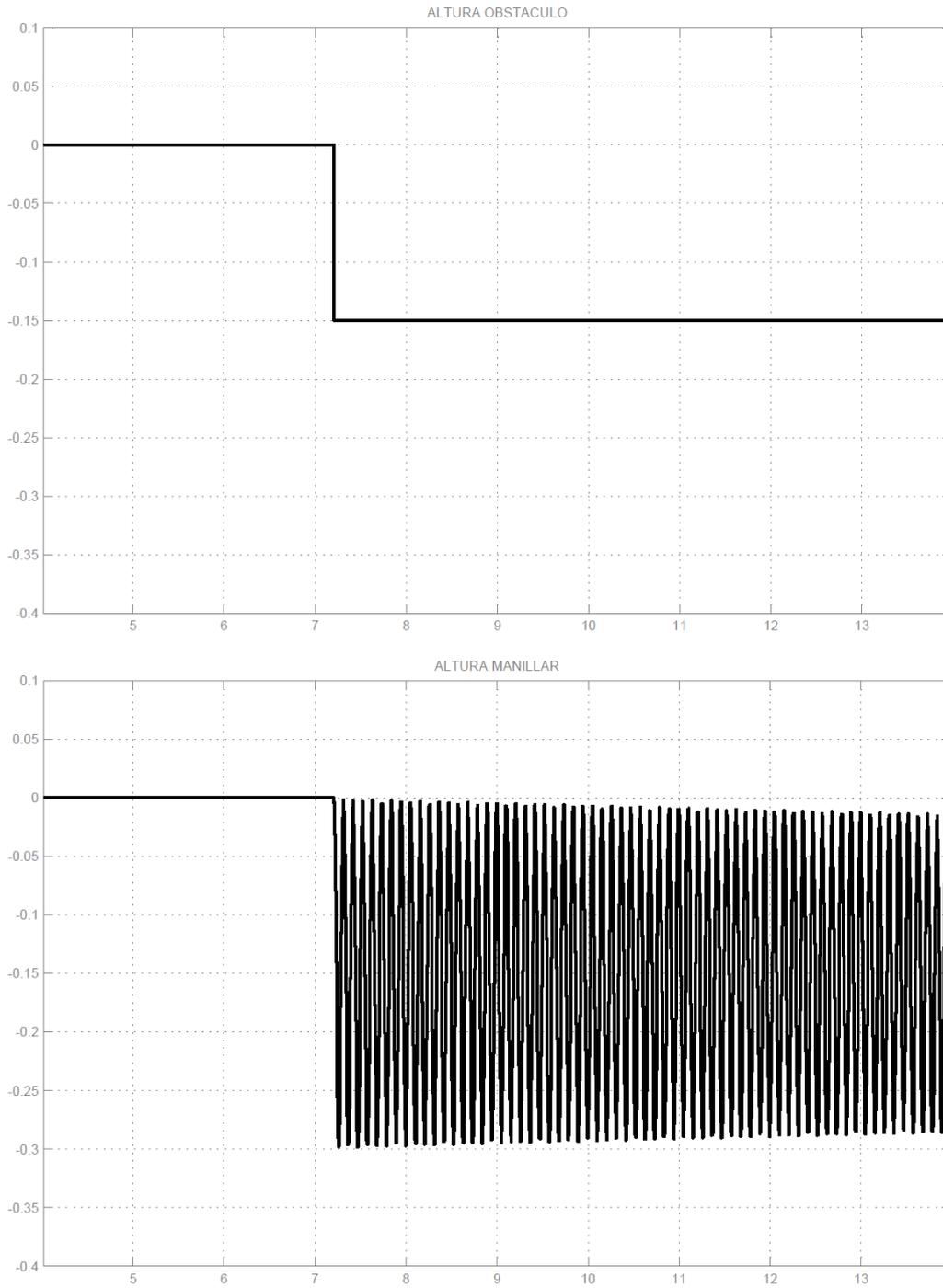
numy=[(b1*b2) ((k1*b2)+(k2*b1)) (k1*k2)]; %numerador del sistema.
deny=[(m1*m2) ((b1*(m1+m2))+(b2*m1)) ((k1*(m1+m2))+(k2*m1)+(b1*b2))
((k1*b2)+(k2*b1)) (k1*k2)]; %denominador del sistema.
'Salida y (Cuadro y Ciclista)'
printsys(numy,deny)

```

8.3. Gráficas y resultados

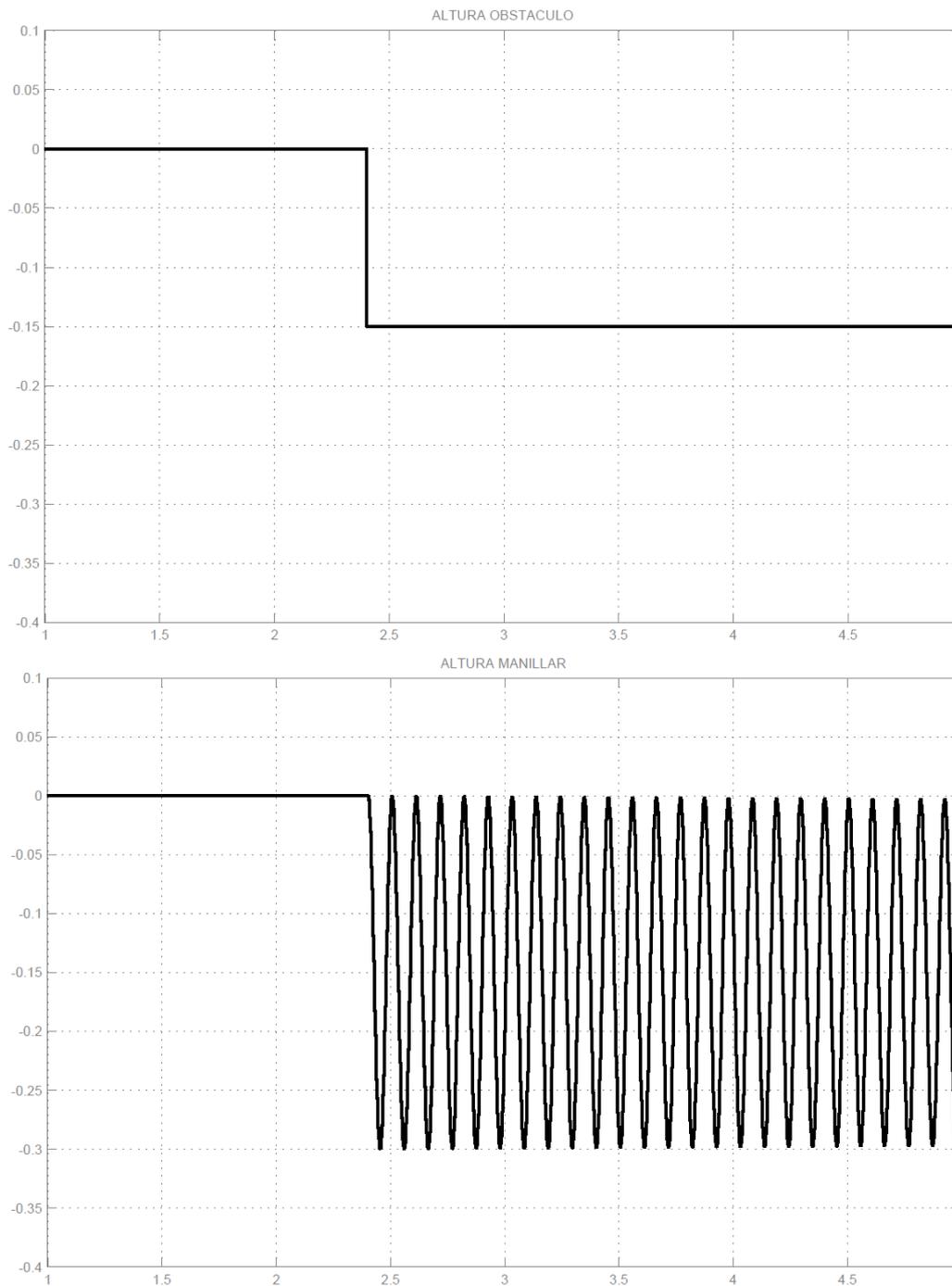
Ahora se mostrará todas las simulaciones obtenidas en *simulink* de los sistemas con las diferentes velocidades de test para ver cómo han respondido los sistemas ante dichos obstáculos.

8.3.1. Kinesis. Bordillo 5km/h



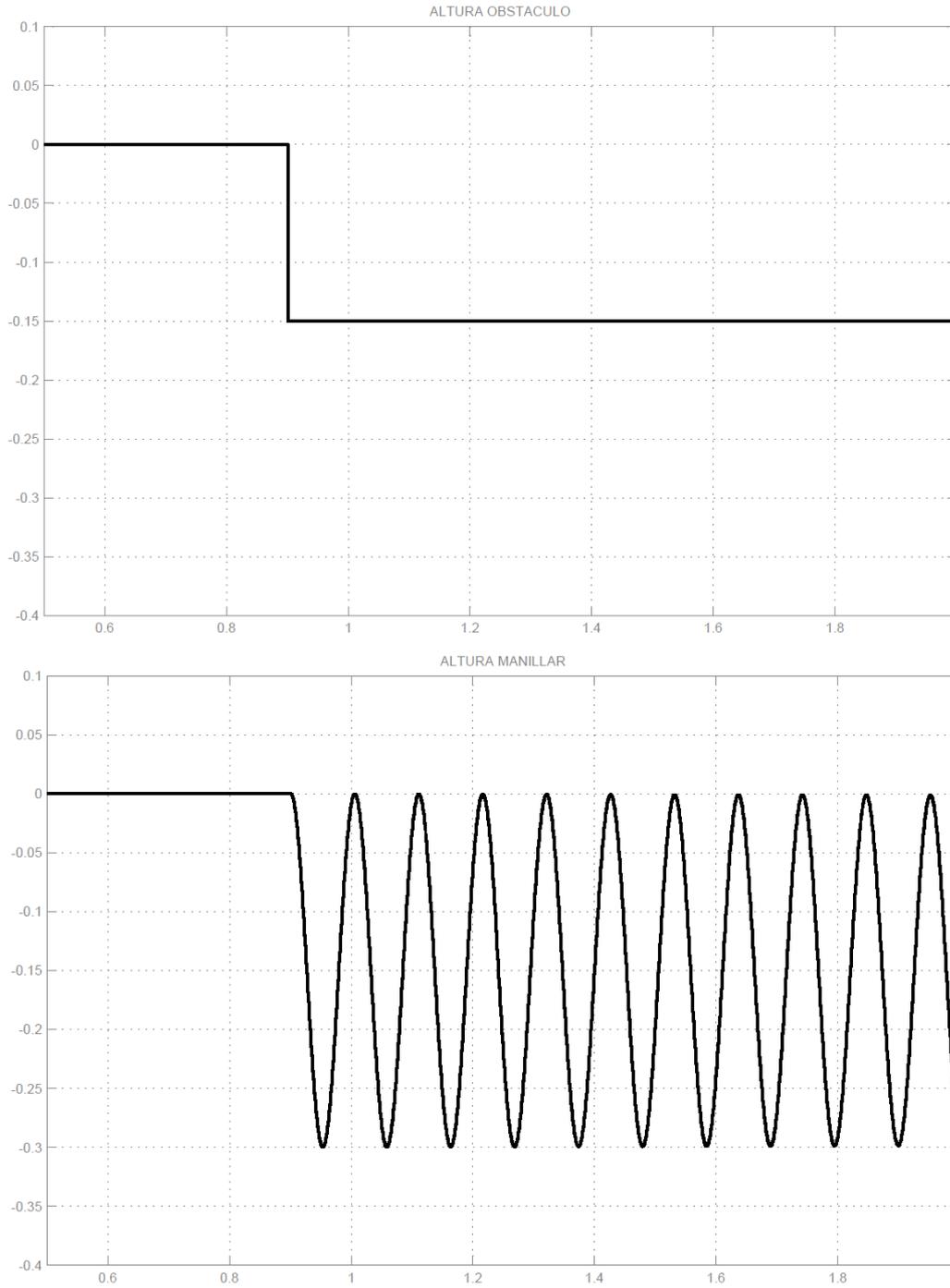
Se puede ver que la horquilla es muy inestable. Con el tiempo se acabaría estabilizando debido a las pérdidas. Estaría constantemente la rueda sin contacto con el terreno.

8.3.2. Kinesis. Bordillo 15km/h



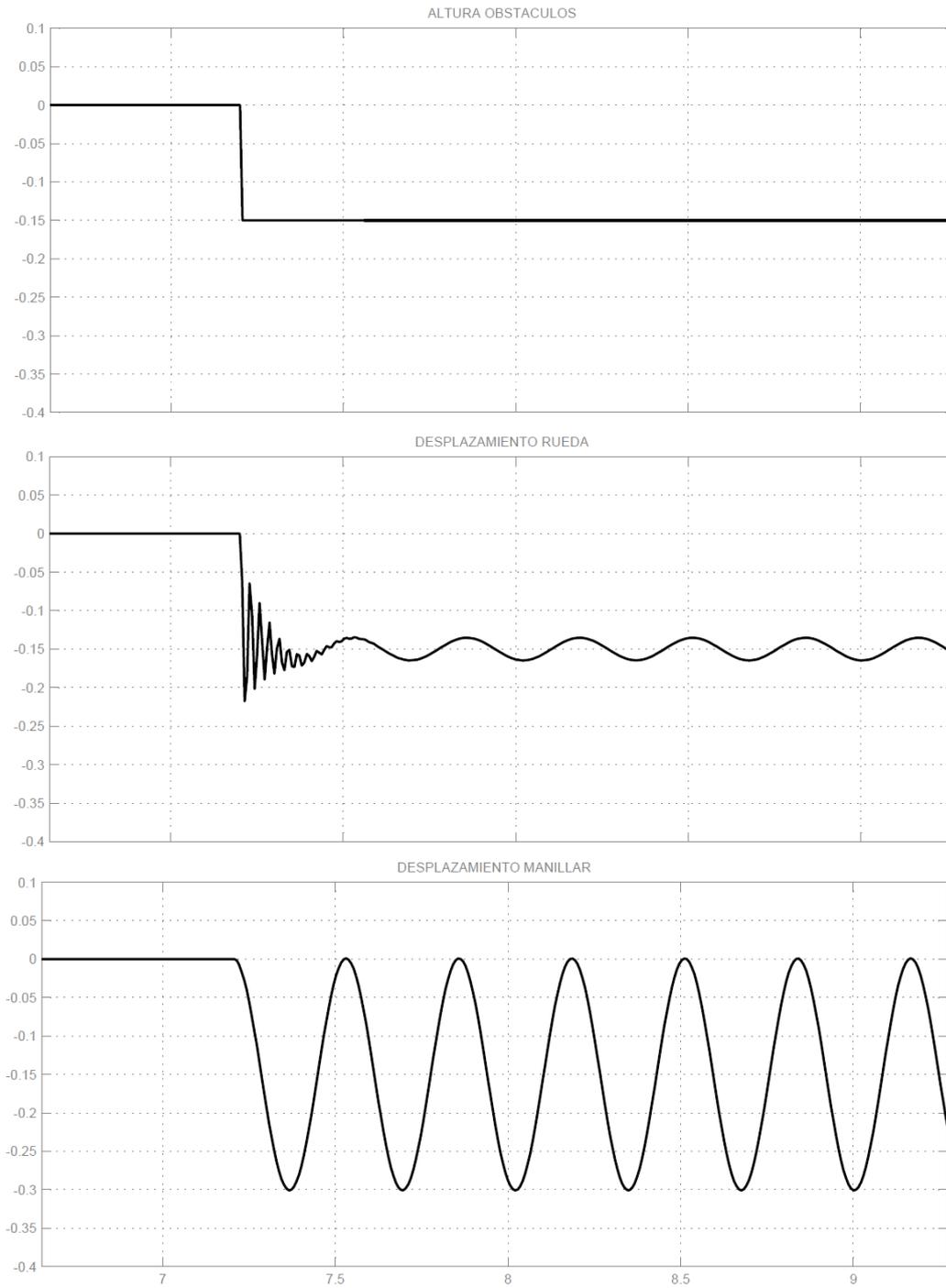
La horquilla sigue siendo muy inestable. Mejora algo pero no es nada viable.

8.3.3. Kinesis. Bordillo 40km/h



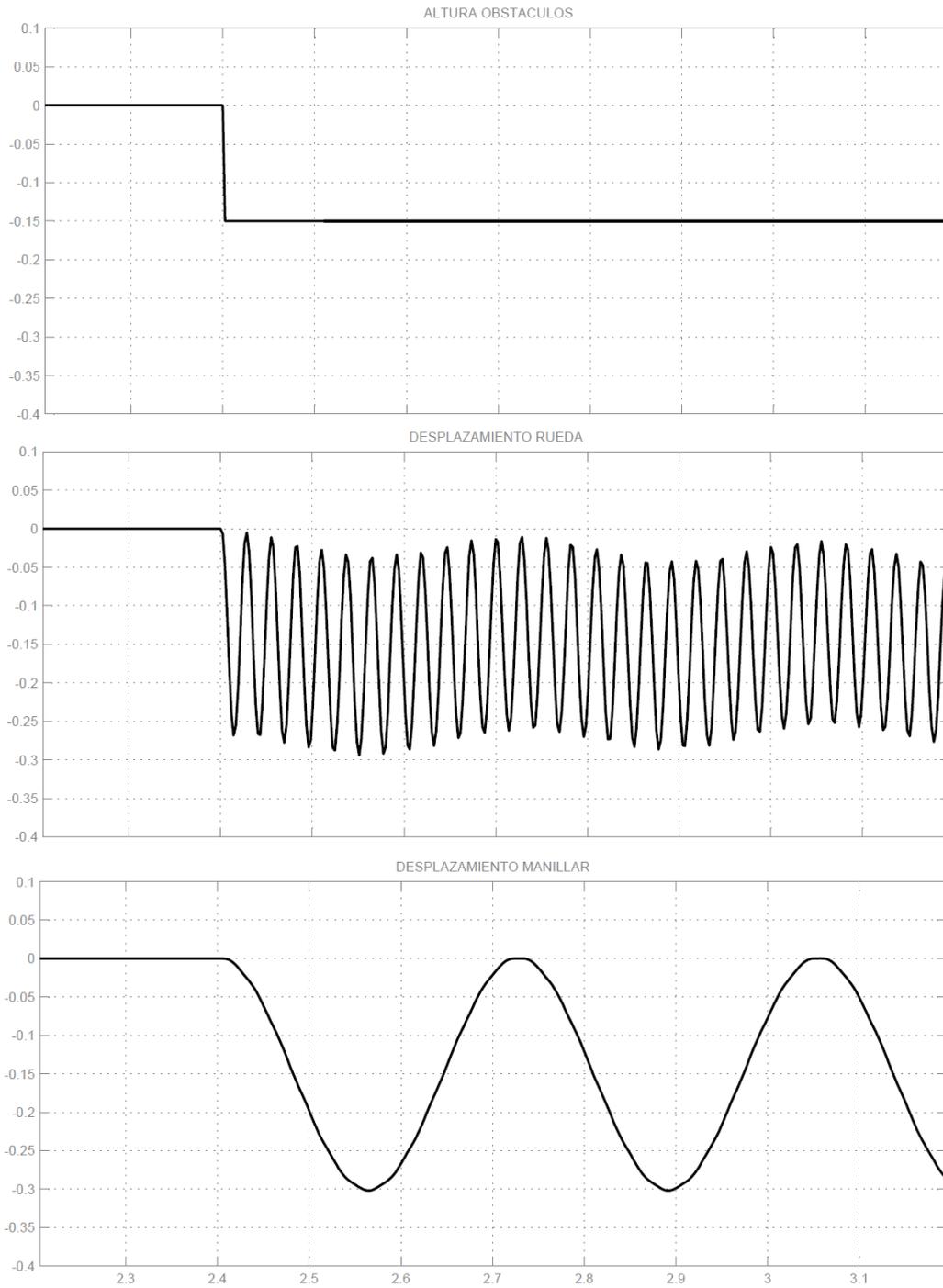
Como se puede observar, a todas las velocidades de test, al bajar un bordillo con una horquilla rígida, hace que rebote constantemente. Con el tiempo se estabiliza. Lo mejor será bajar muy despacio y con mucho control.

8.3.4. SR Suntour XCR 32. Bordillo 5km/h



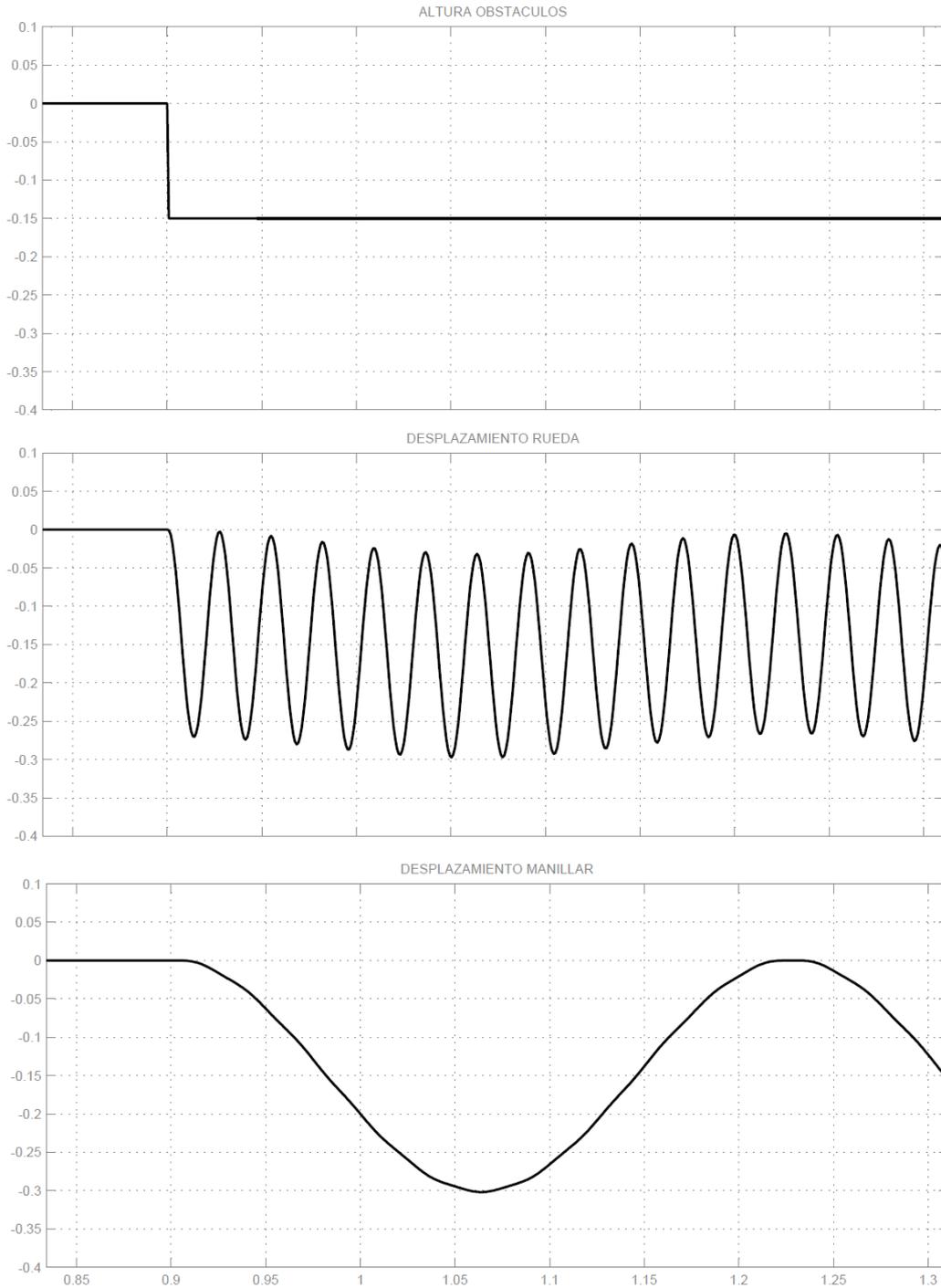
El contacto con de la rueda con el suelo parece mejor con esta horquilla. Tiene unas oscilaciones al principio pero la rueda se mantiene con más agarre. El manillar quedaría oscilando. Con el tiempo perderá energía y se estabilizara.

8.3.5. SR Suntour XCR 32. Bordillo 15km/h



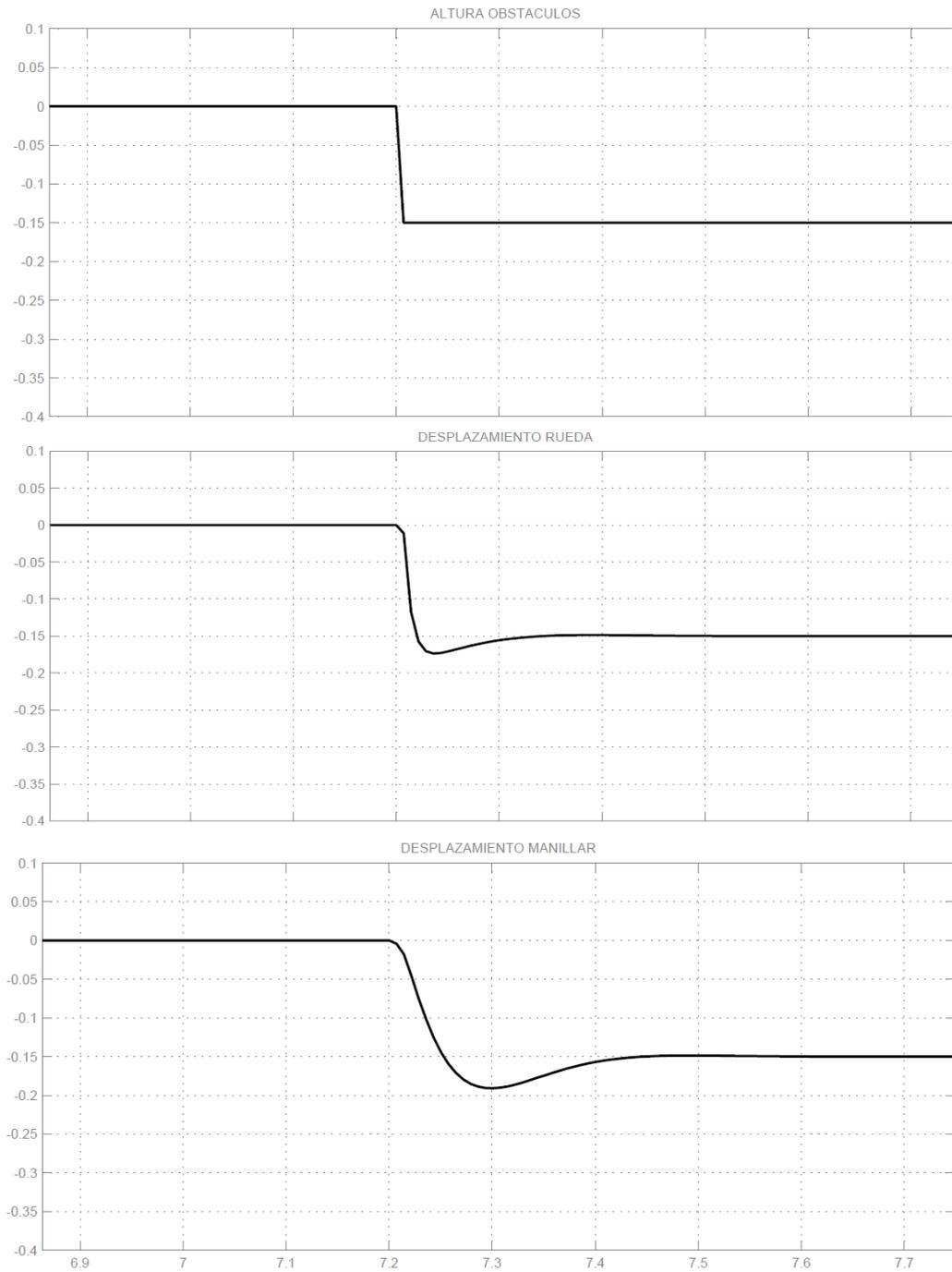
En este caso, el incremento de velocidad no ha sido satisfactorio. El manillar parece que está más estable, pero la rueda rebotaría más contra el suelo en mayores ocasiones. Esto provocaría una pérdida de contacto con el piso.

8.3.6. SR Suntour XCR 32. Bordillo 40km/h



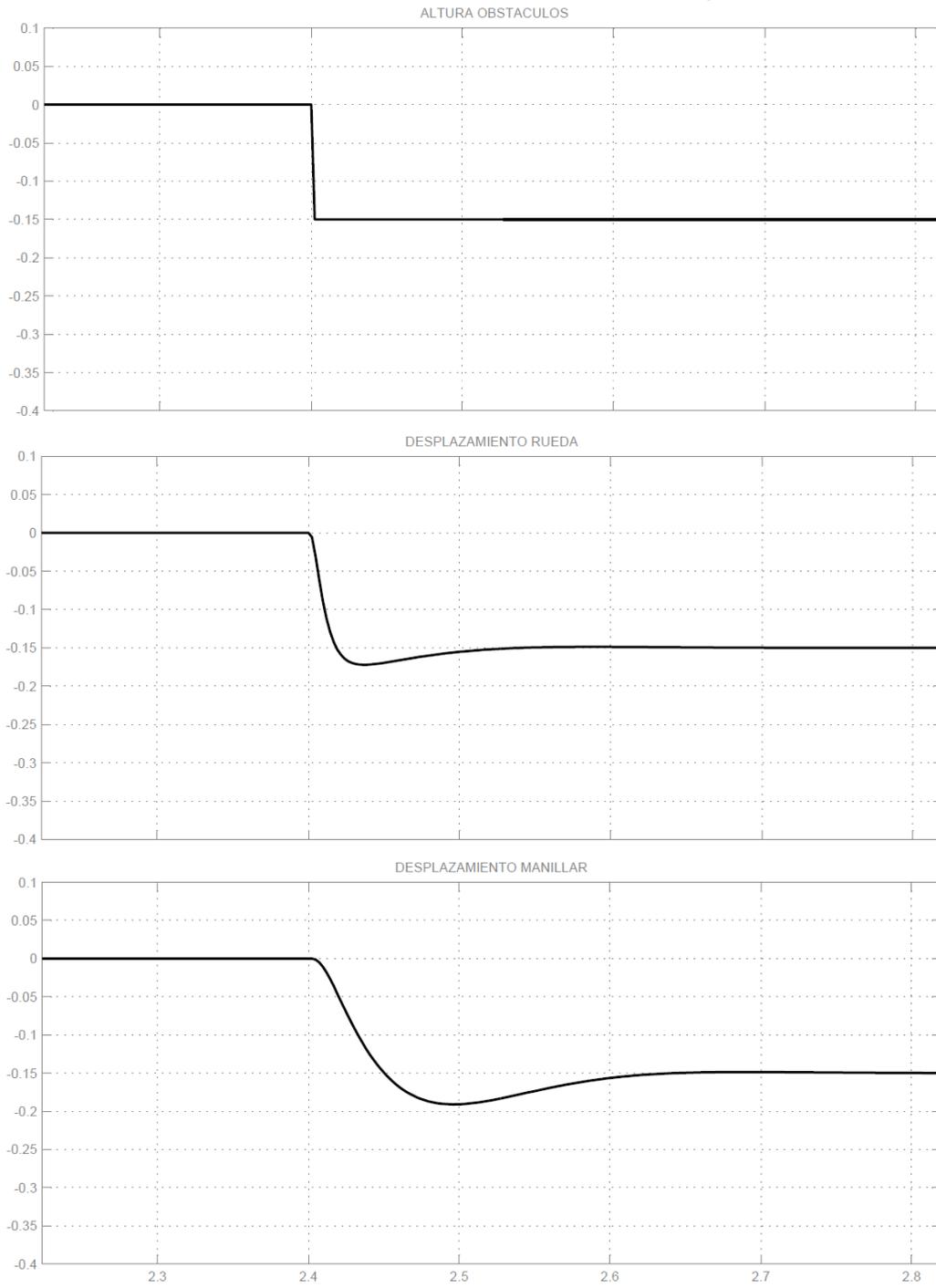
Tiene algo de contacto con el suelo, pero presenta bastantes oscilaciones. El manillar quedaría oscilando. Con el tiempo perderá energía y se estabilizará.

8.3.7. Rock Shox Reba RL Solo air. Bordillo 5km/h



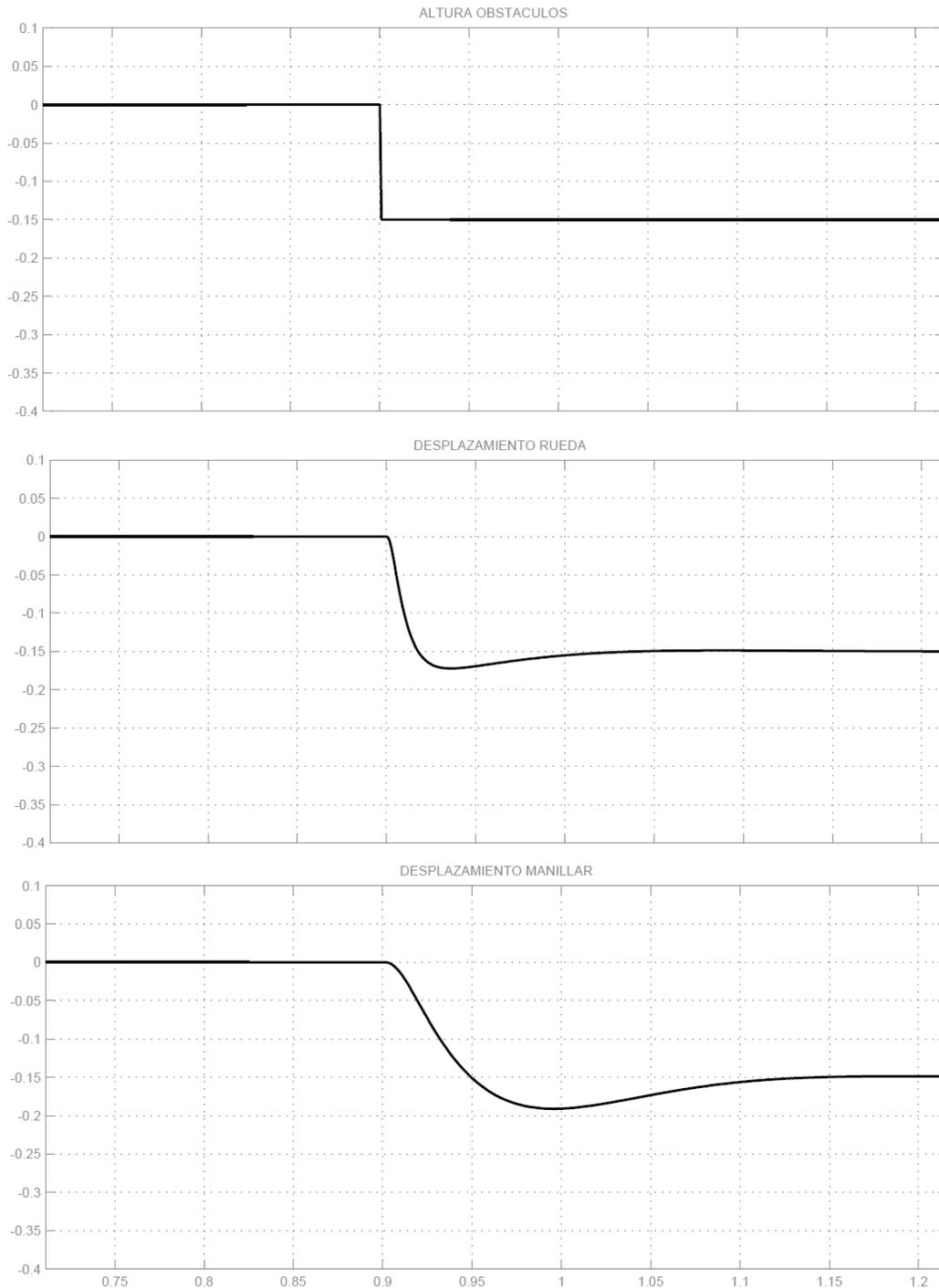
Esta horquilla absorbe muy bien el bordillo. Se recupera en apenas 0.2 segundos y la rueda en todo momento tiene contacto con el suelo. No perdería nada de tracción.

8.3.8. Rock Shox Reba RL Solo air. Bordillo 15km/h



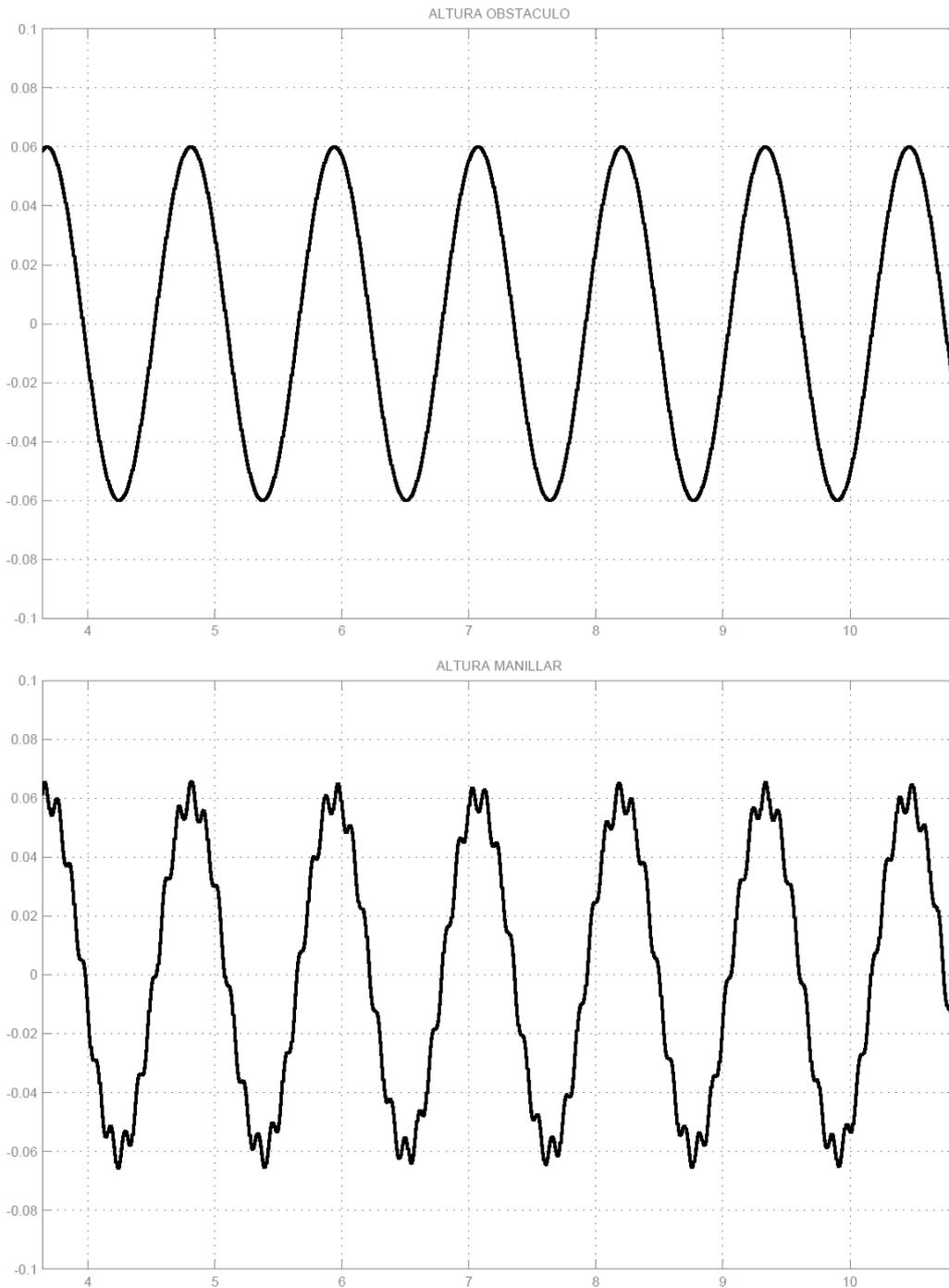
Esta horquilla absorbe muy bien el bordillo. Se recupera en apenas 0.2 segundos y la rueda en todo momento tiene contacto con el suelo. No perdería nada de tracción.

8.3.9. Rock Shox Reba RL Solo air. Bordillo 40km/h



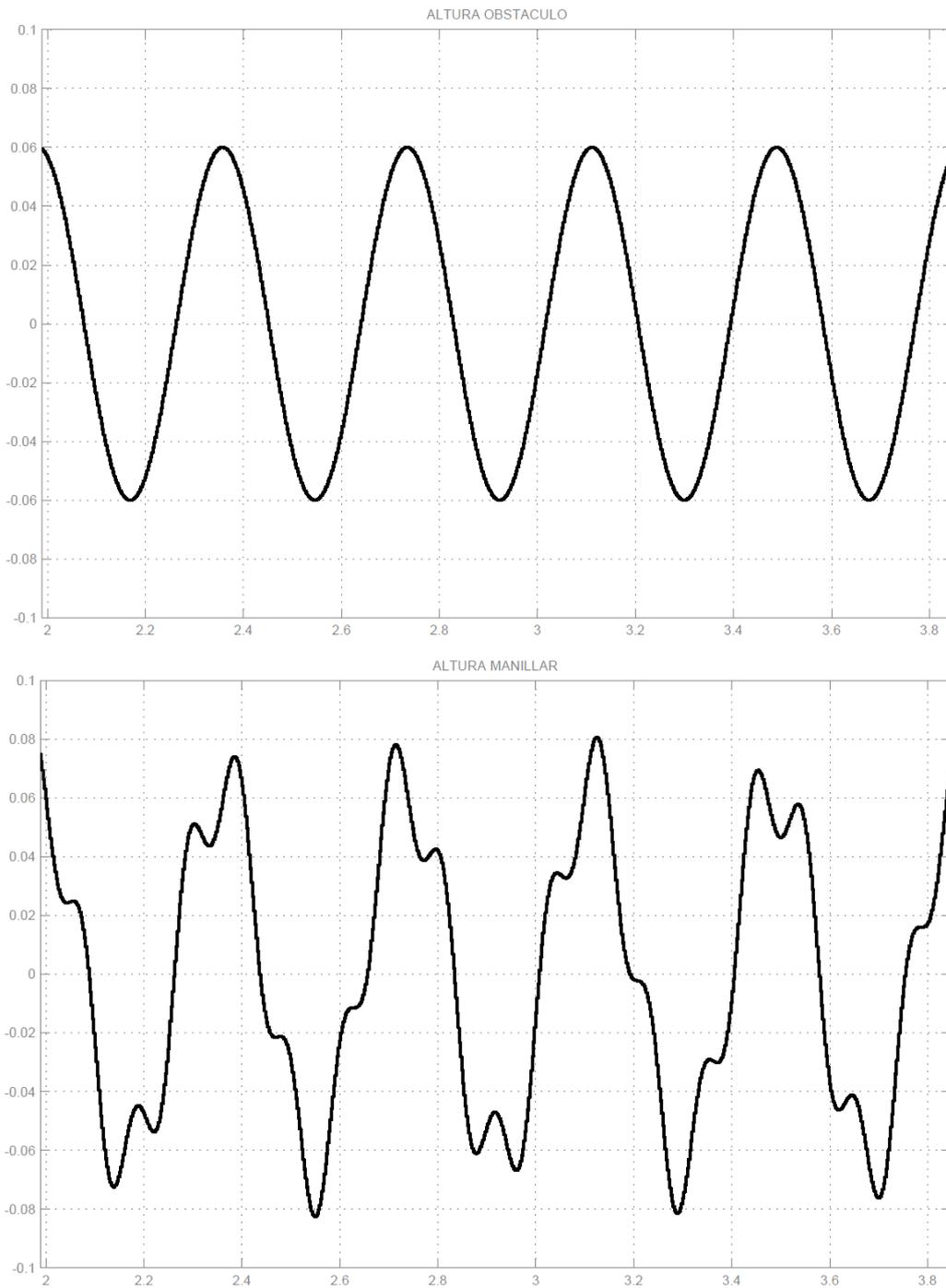
Por lo que se ve, la Rock Shox Reba es la que mejor funciona en el perfil bordillo. En este caso de 40 Km/h la rueda parece que durante muy poco tiempo está en el aire, y el manillar bajaría más lentamente a estabilizarse. Aun así, es la mejor para este tipo de perfiles.

8.3.10. Kinesis. Montículos 5km/h



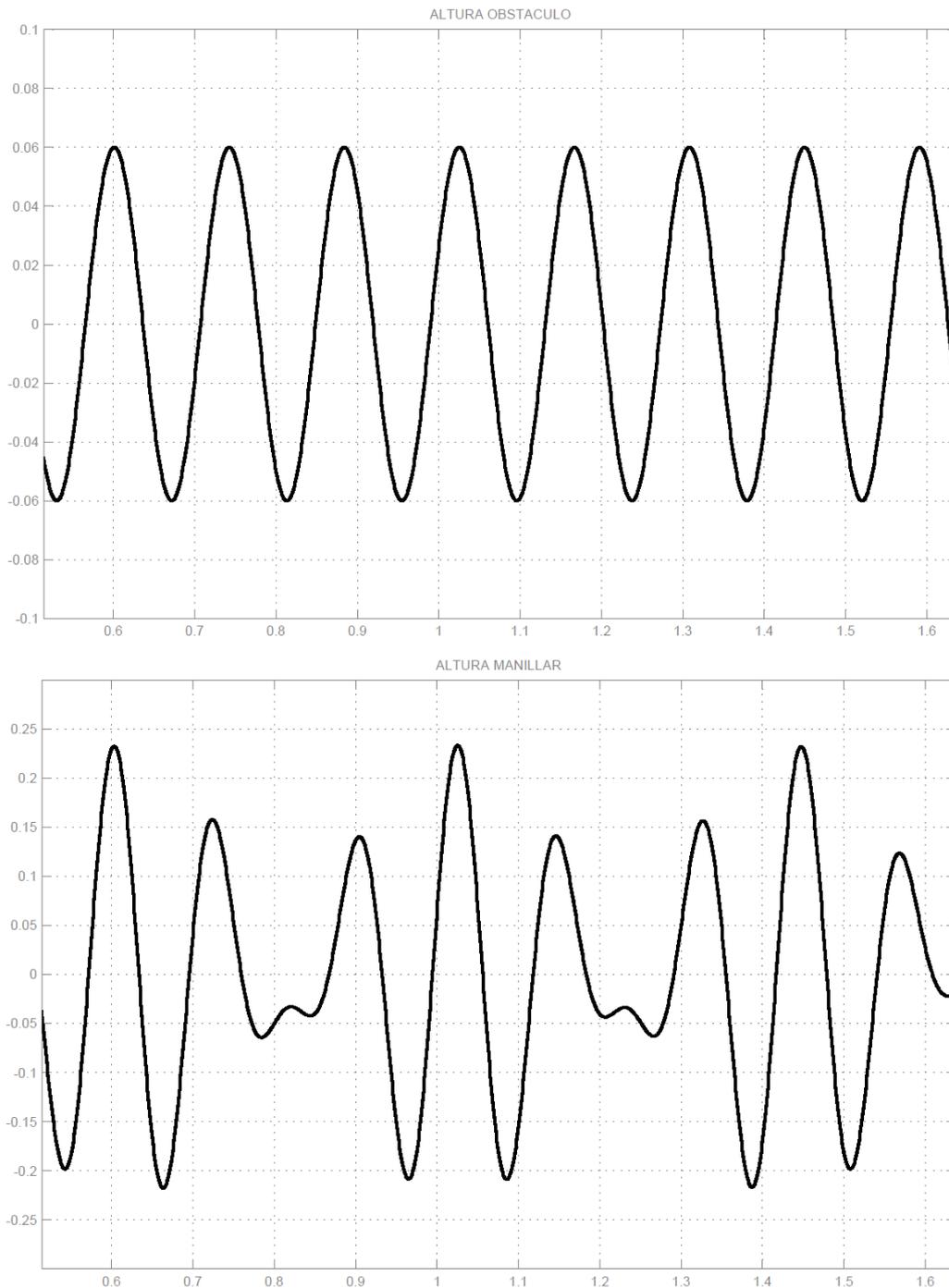
Por lo que se observa, sigue el perfil pero con oscilaciones en las crestas. Esto significa que rebotaría y no agarraría.

8.3.11. Kinesis. Montículos 15km/h



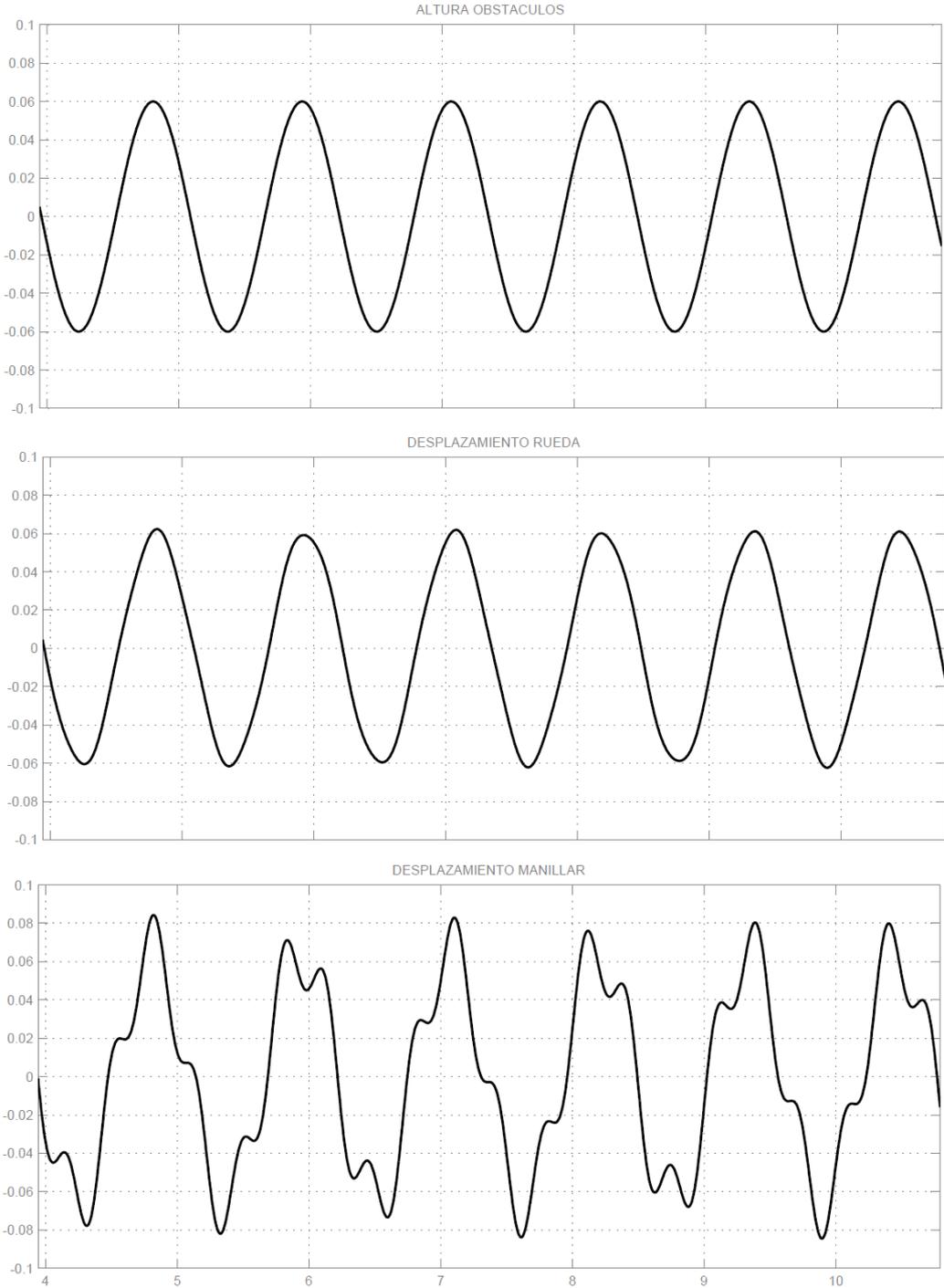
Cuanta más velocidad se alcance, peor se comporta el sistema.

8.3.12. Kinesis. Montículos 40km/h



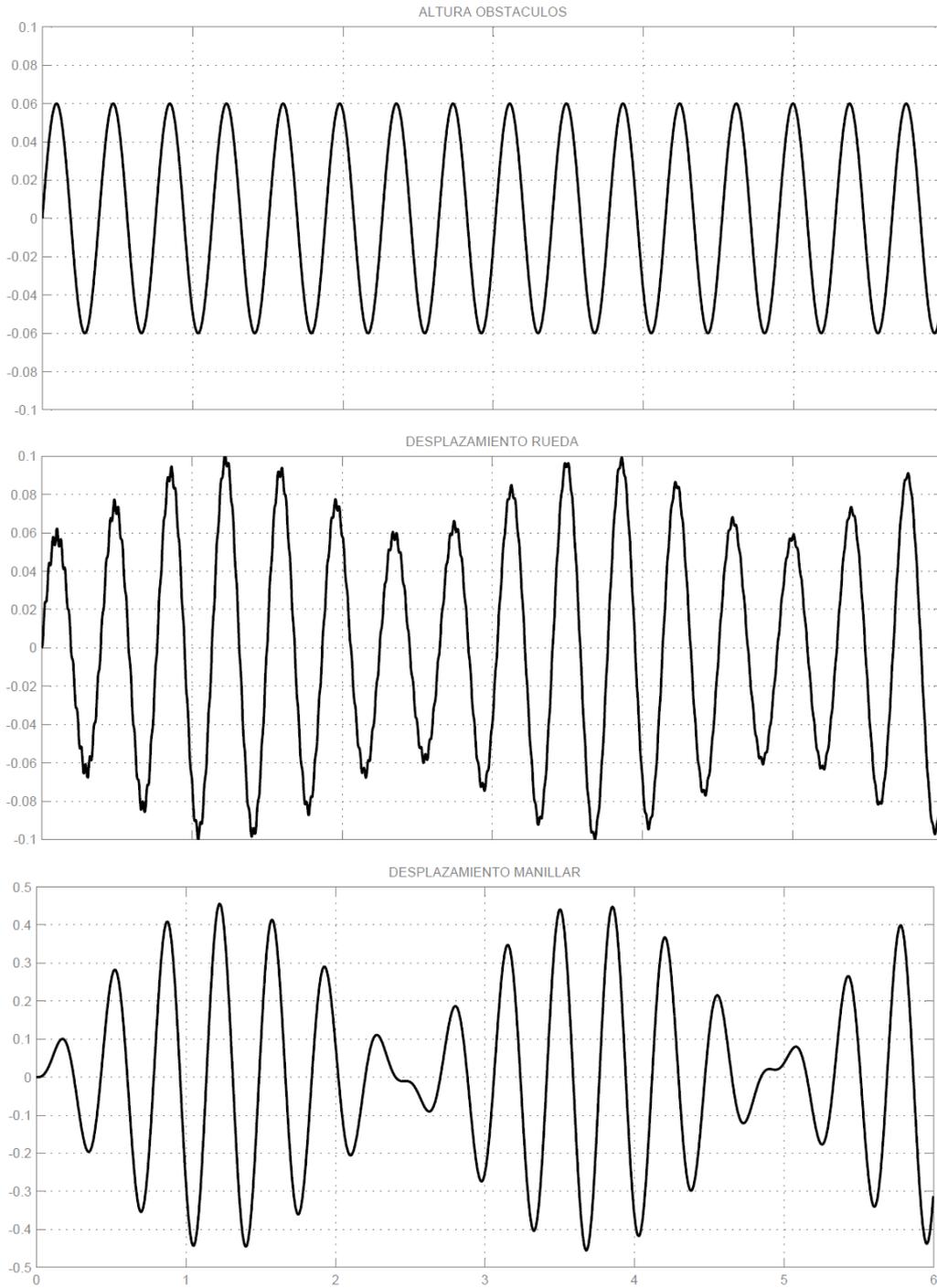
Tal y como se puede observar aquí, se descontrola completamente. Esto haría que en ningún momento tuviese contacto. Es peligroso. Las horquillas rígidas no se pueden usar en este tipo de terrenos.

8.3.13. SR Suntour XCR 32. Montículos 5km/h



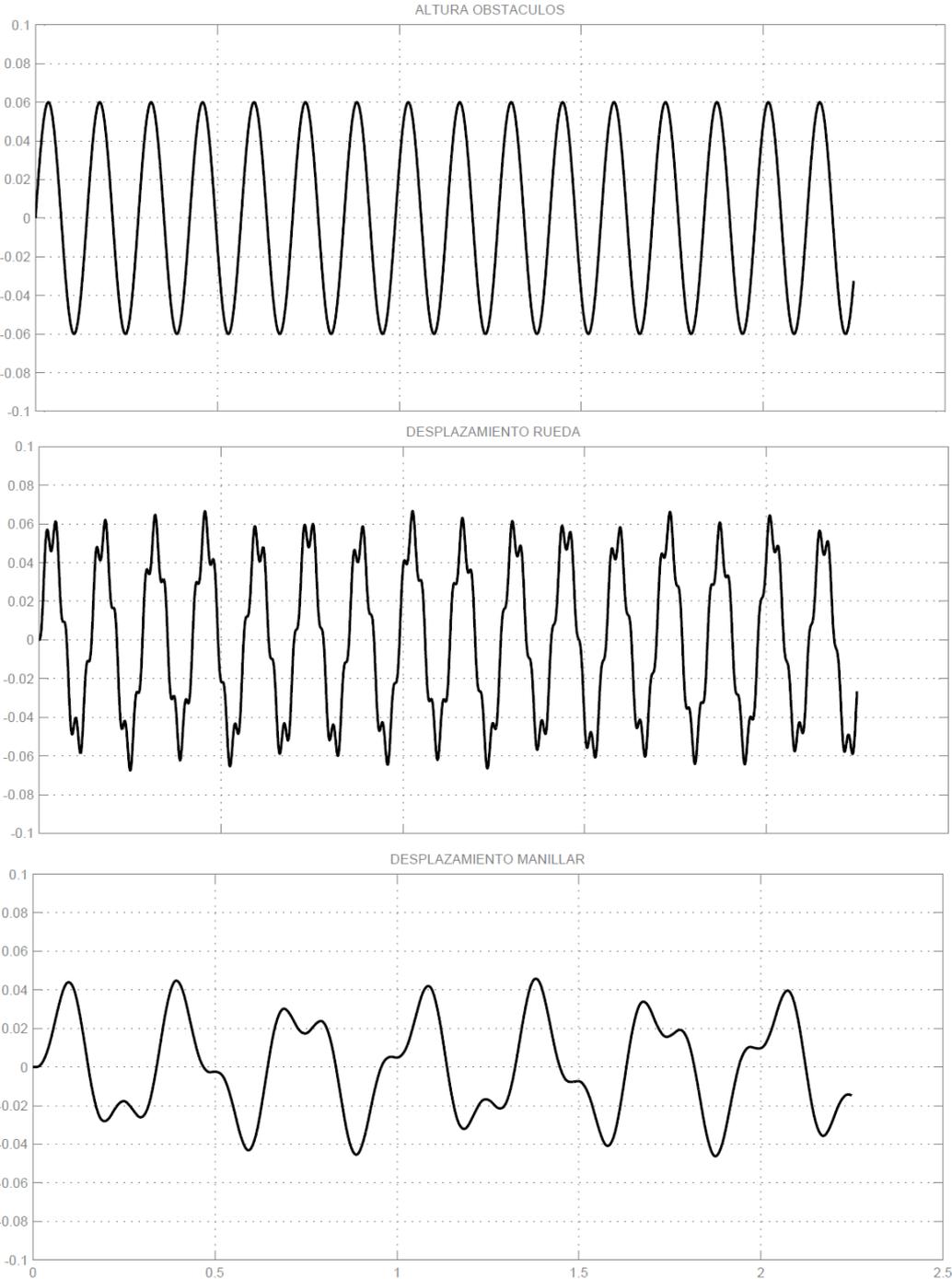
La horquilla de muelle, a poca velocidad tiene grandes oscilaciones el manillar. Respecto a la rueda, sigue fielmente al terreno.

8.3.14. SR Suntour XCR 32. Montículos 15km/h



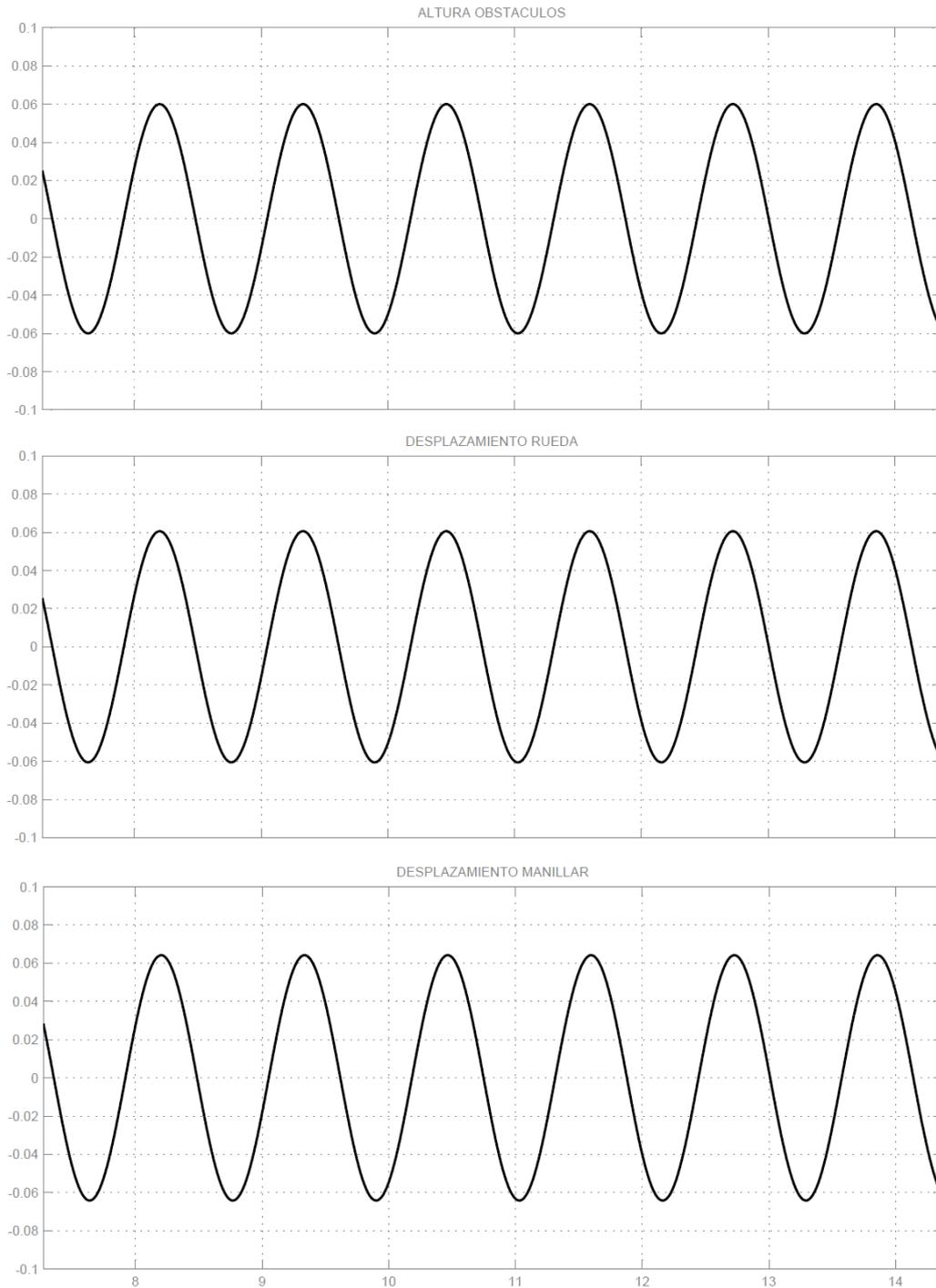
Cuanta más velocidad se alcanza, parece que tiene mejor funcionamiento respecto al manillar. La rueda, a mayor velocidad, parece que pierde más rápidamente el contacto con el piso.

8.3.15. SR Suntour XCR 32. Montículos 40km/h



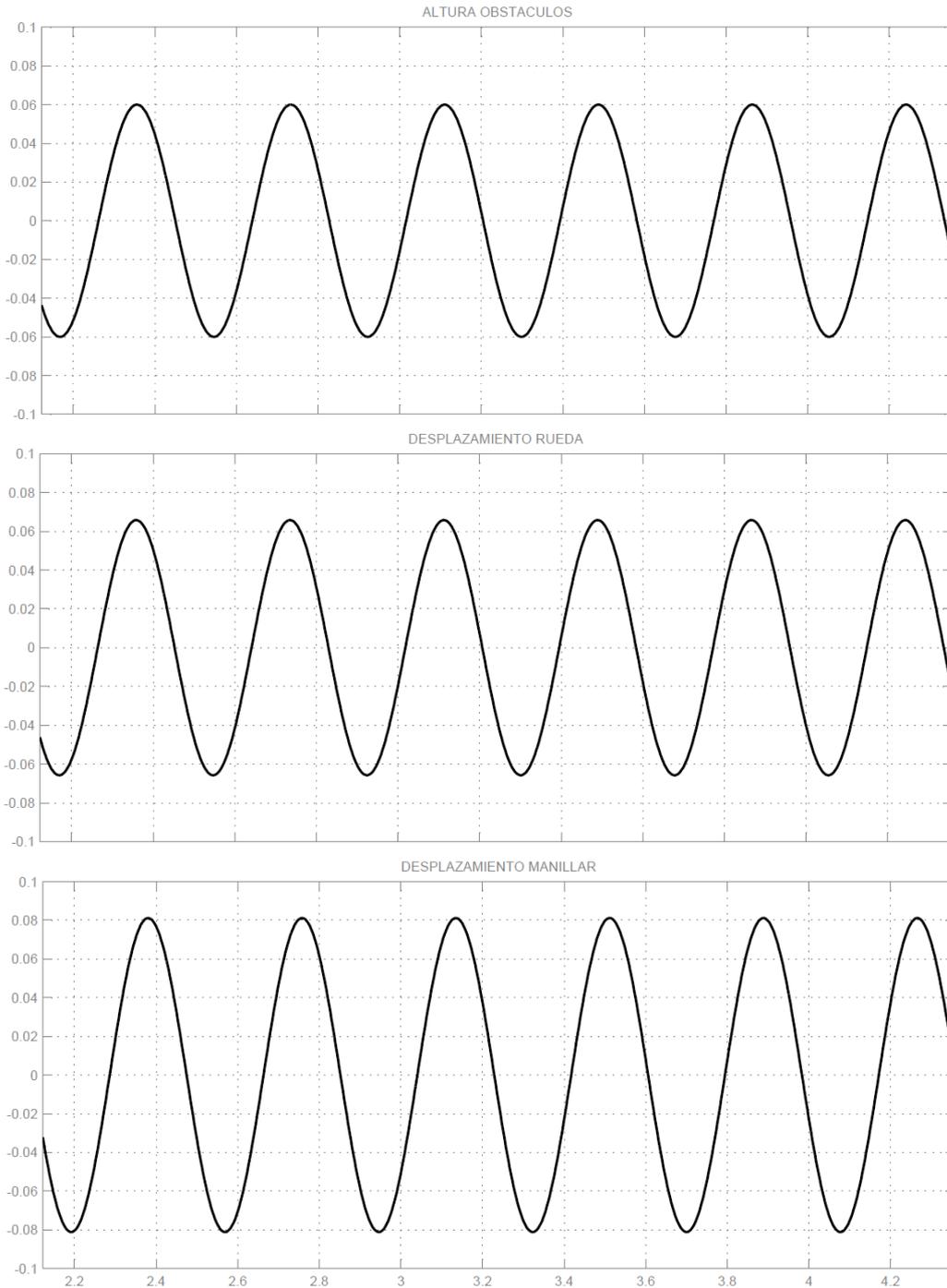
Aquí se aprecia que a gran velocidad, la rueda no sigue fielmente el terreno y el manillar transmitiría muchísimas vibraciones a las manos del ciclista.

8.3.16. Rock Shox Reba RL Solo air. Montículos 5km/h



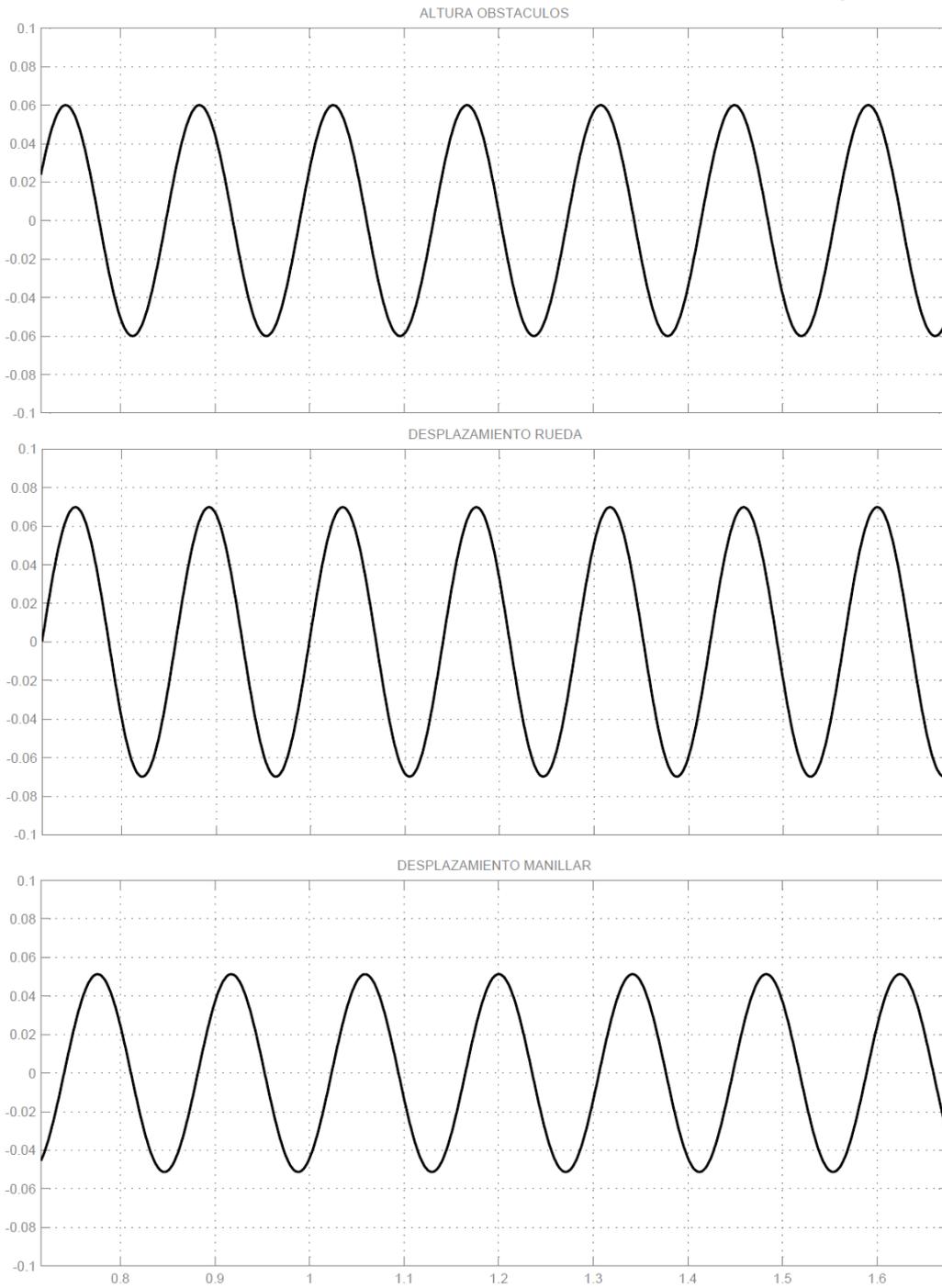
En cambio, la de aire con aceite sigue fielmente tanto la rueda (control) y el manillar (comodidad al conducir)

8.3.17. Rock Shox Reba RL Solo air. Montículos 15km/h



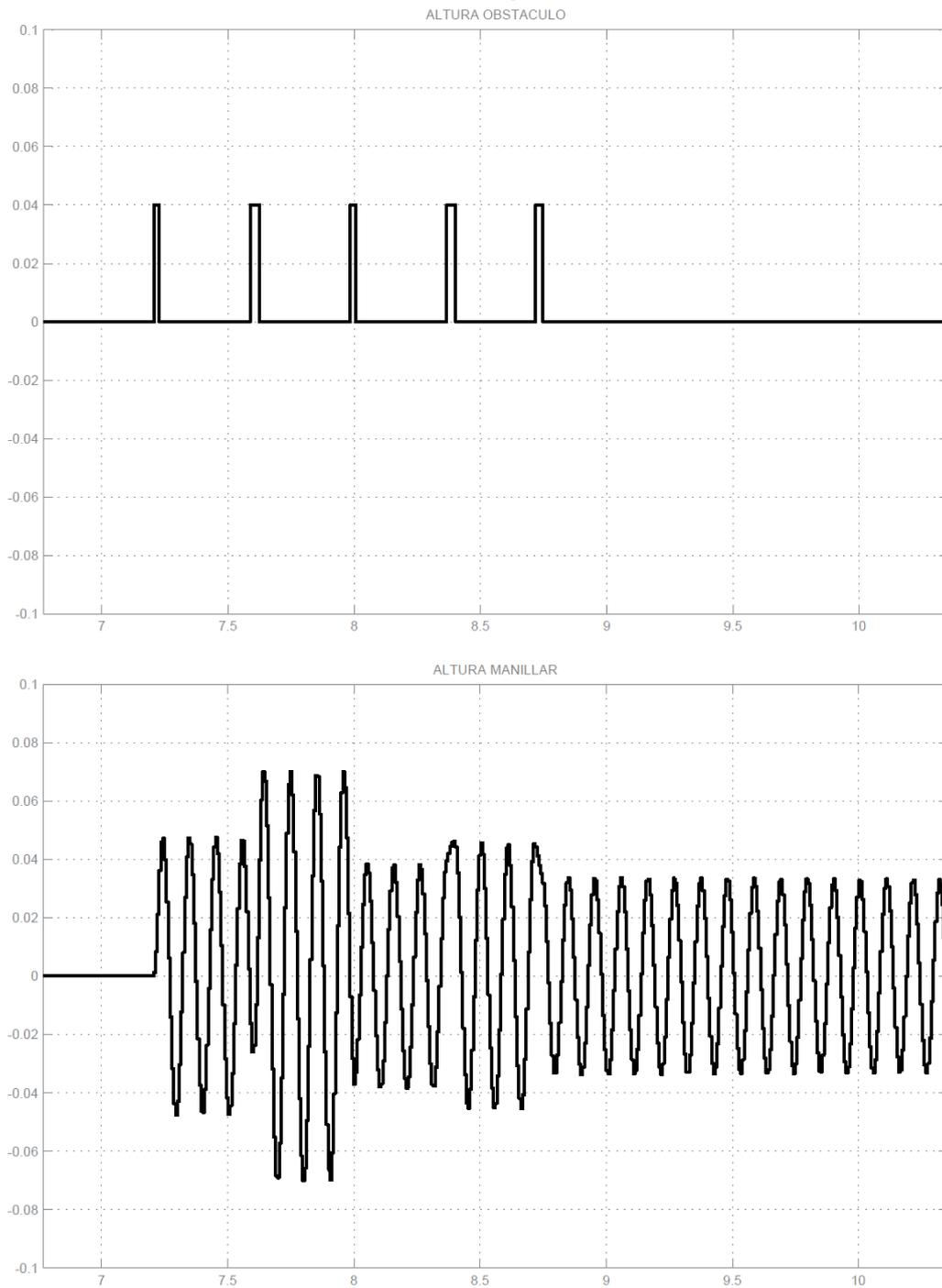
Aunque la velocidad aumente, se mantiene el contacto con el suelo en todo momento y el confort sigue presente.

8.3.18. Rock Shox Reba RL Solo air. Montículos 40km/h



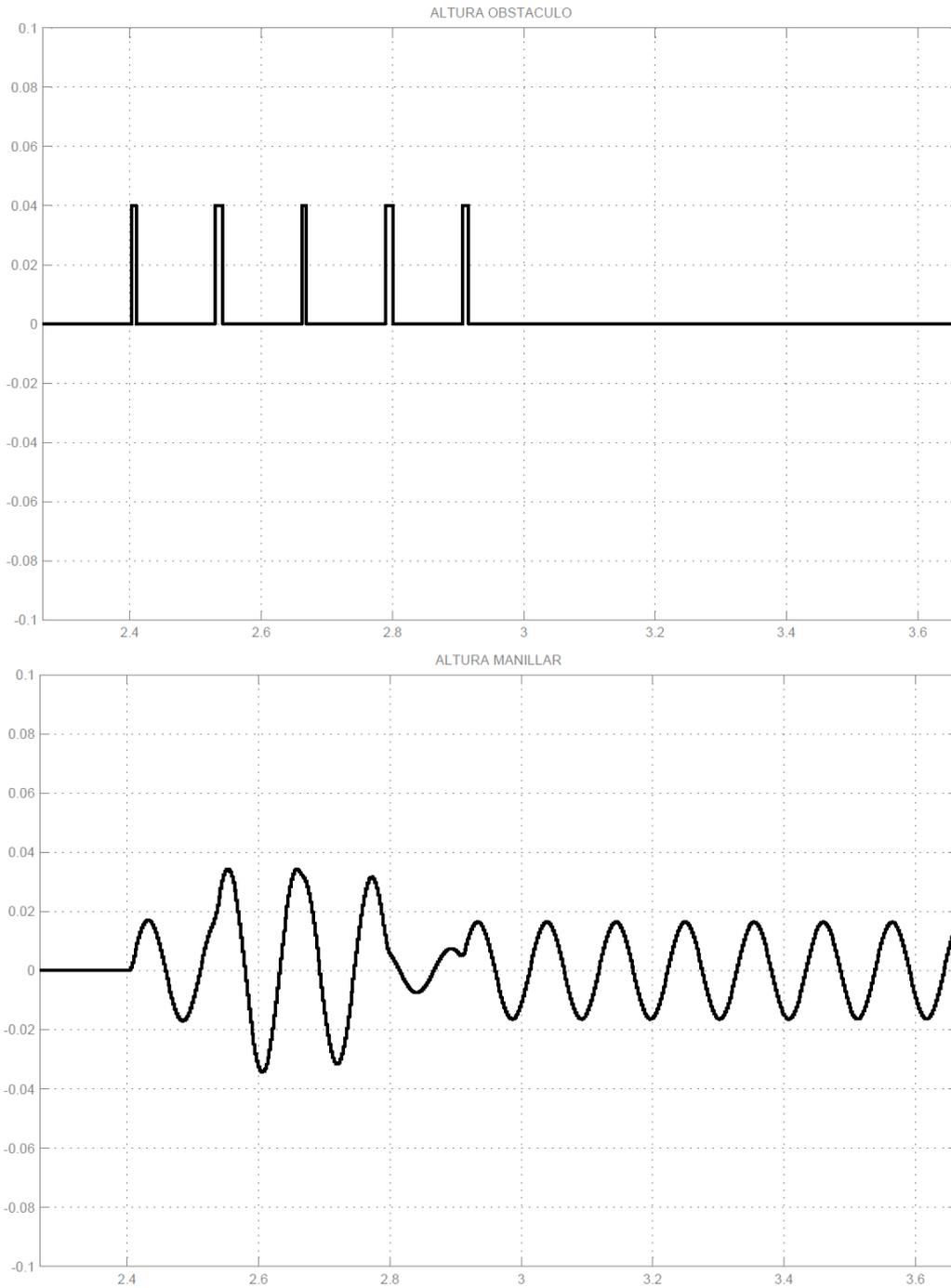
Se ha comprobado otra vez que esta horquilla, en este tipo de terreno, es mejor que las otras dos anteriores. En todo momento tiene contacto, tracción y el manillar sigue fielmente al terreno.

8.3.19. Kinesis. Piedras 5km/h



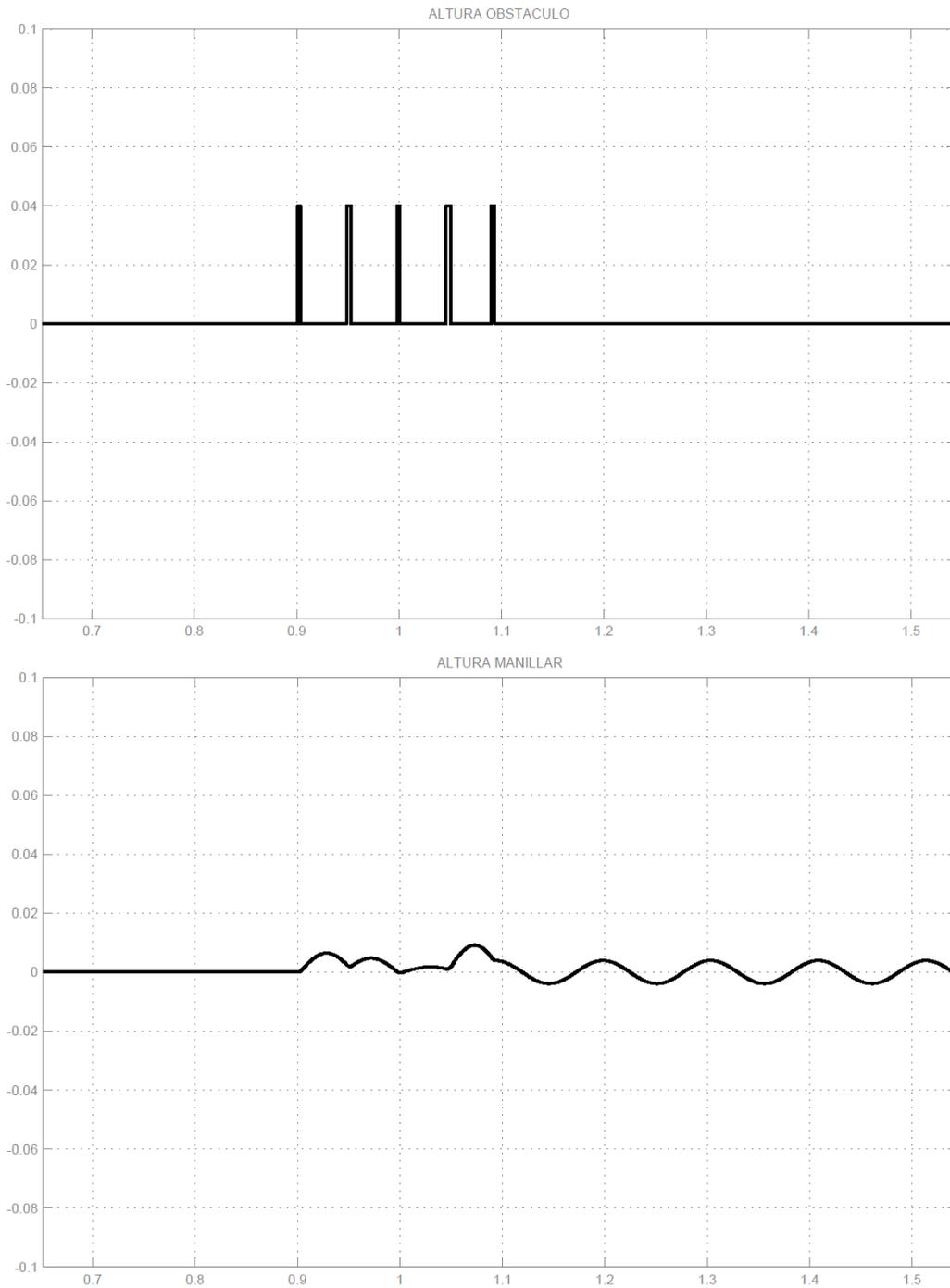
Esto es un perfil real. La horquilla rígida cuando coge las piedras, empieza a botar. No se tiene mucho tacto.

8.3.20. Kinesis. Piedras 15km/h



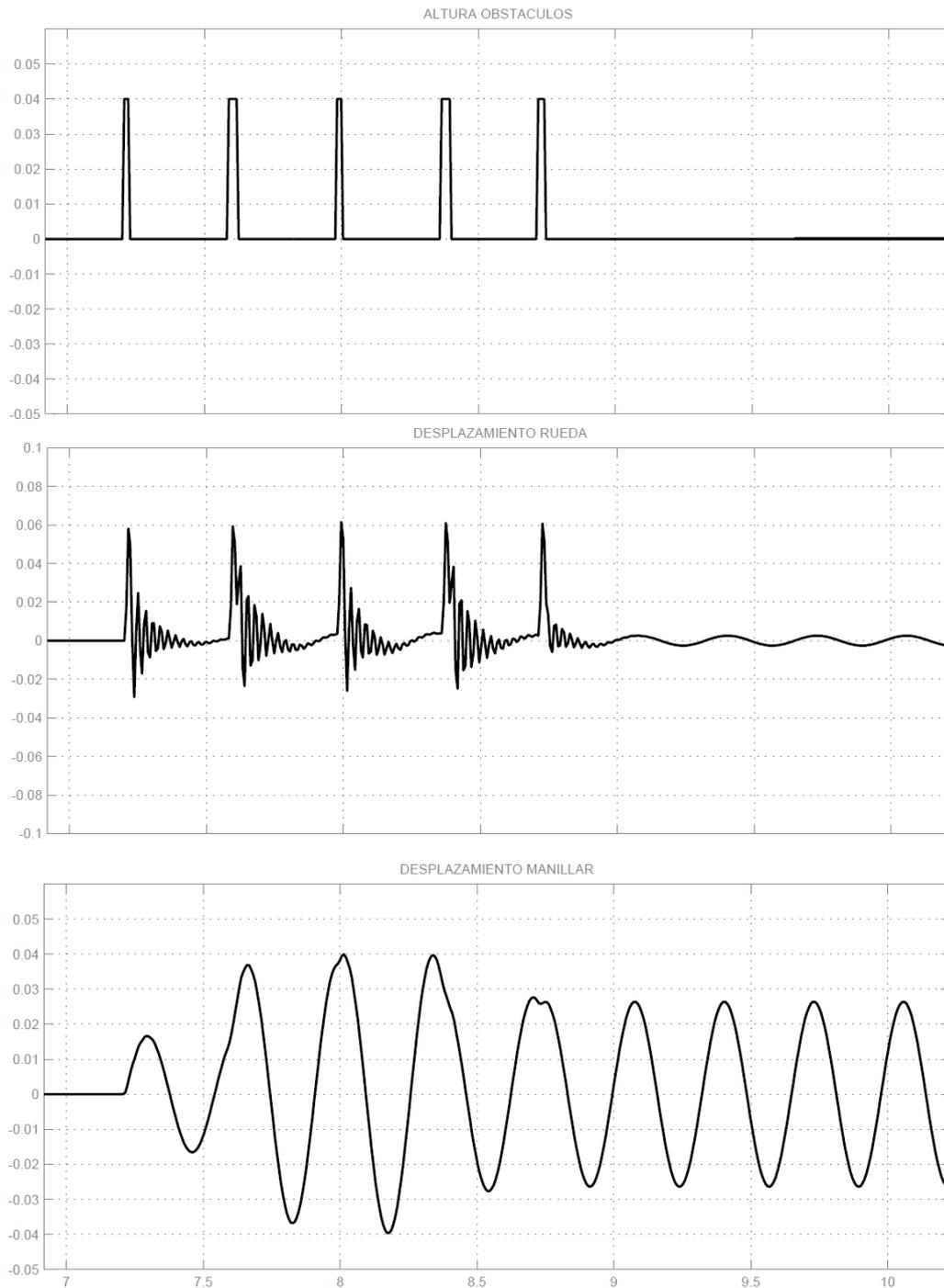
Cuando la velocidad aumenta, se pasan los obstáculos más rápido y se notan menos. Aun así, sigue oscilando.

8.3.21. Kinesis. Piedras 40km/h



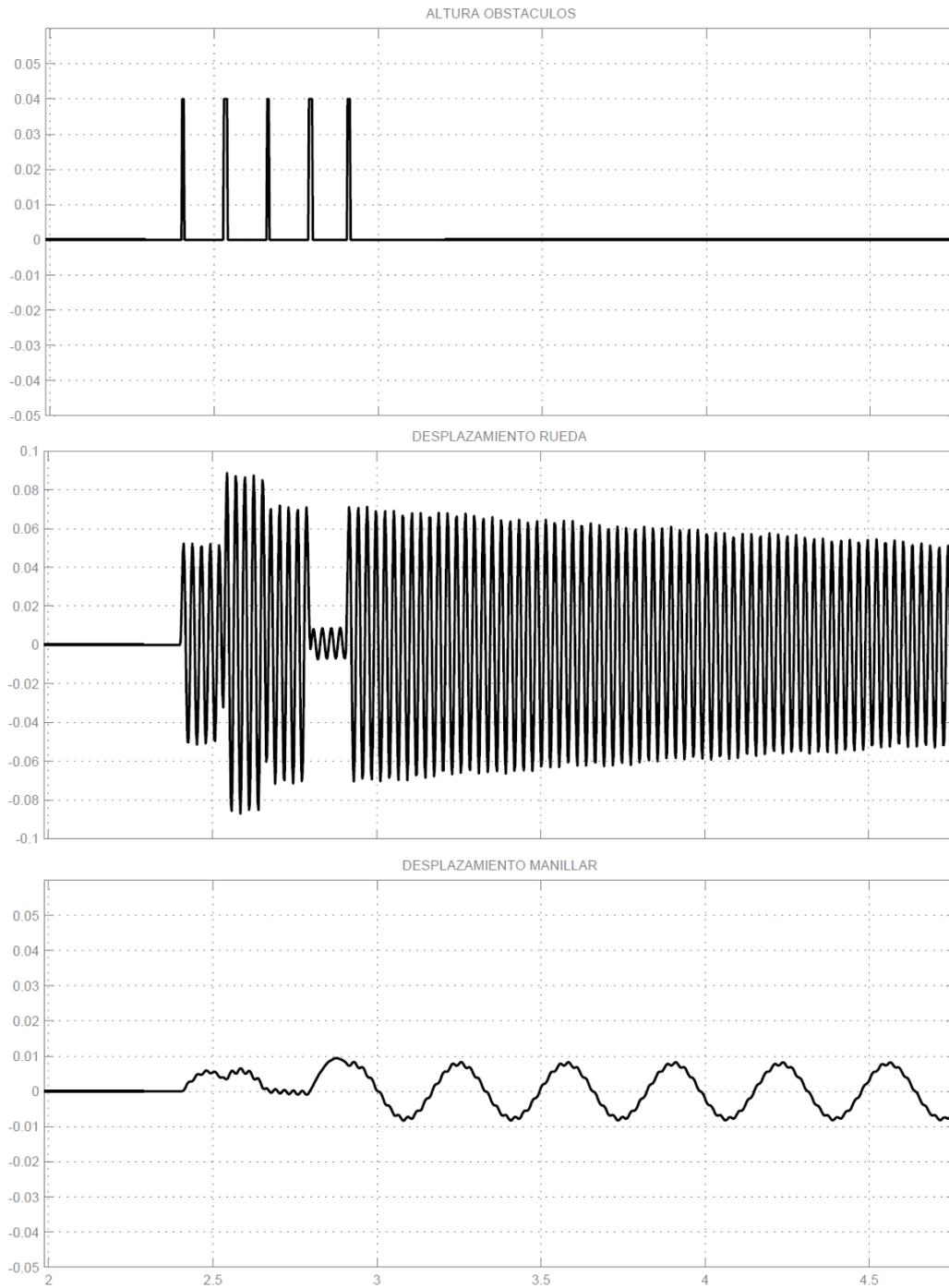
A gran velocidad, la horquilla no amortigua, pero al pasar tan rápido el sistema apenas se entera. Esto significa que se tendría algo más de contacto, pero penalizando que debemos ir rápido. En una curva, puede ser peligroso.

8.3.22. SR Suntour XCR 32. Piedras 5km/h



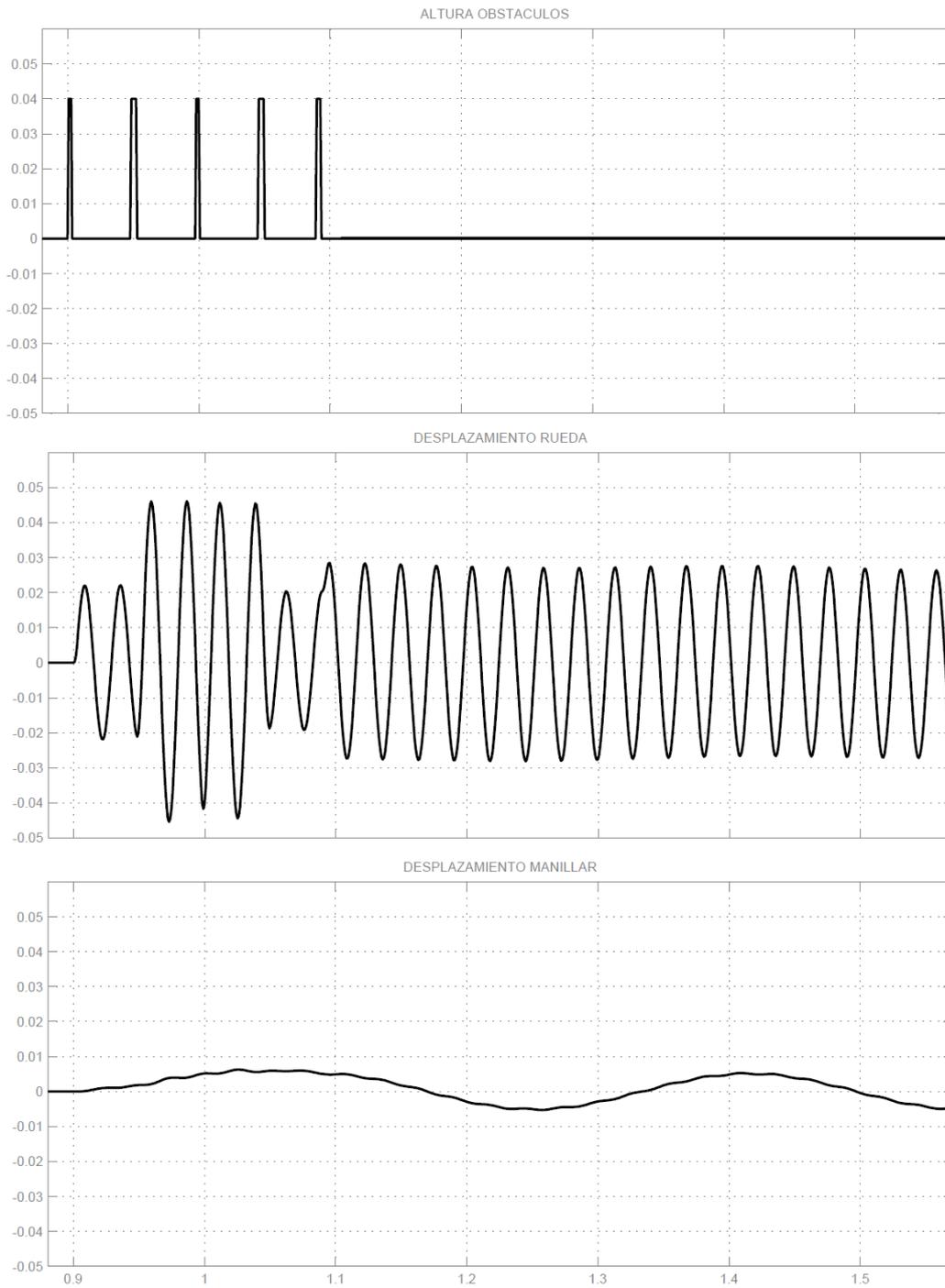
La rueda en este caso pega el salto cuando se encuentra con el obstáculo, pero se estabiliza una vez pasado. Por el contrario, el manillar sigue vibrando más tiempo. Puede llegar a ser incómodo.

8.3.23. SR Suntour XCR 32. Piedras 15km/h



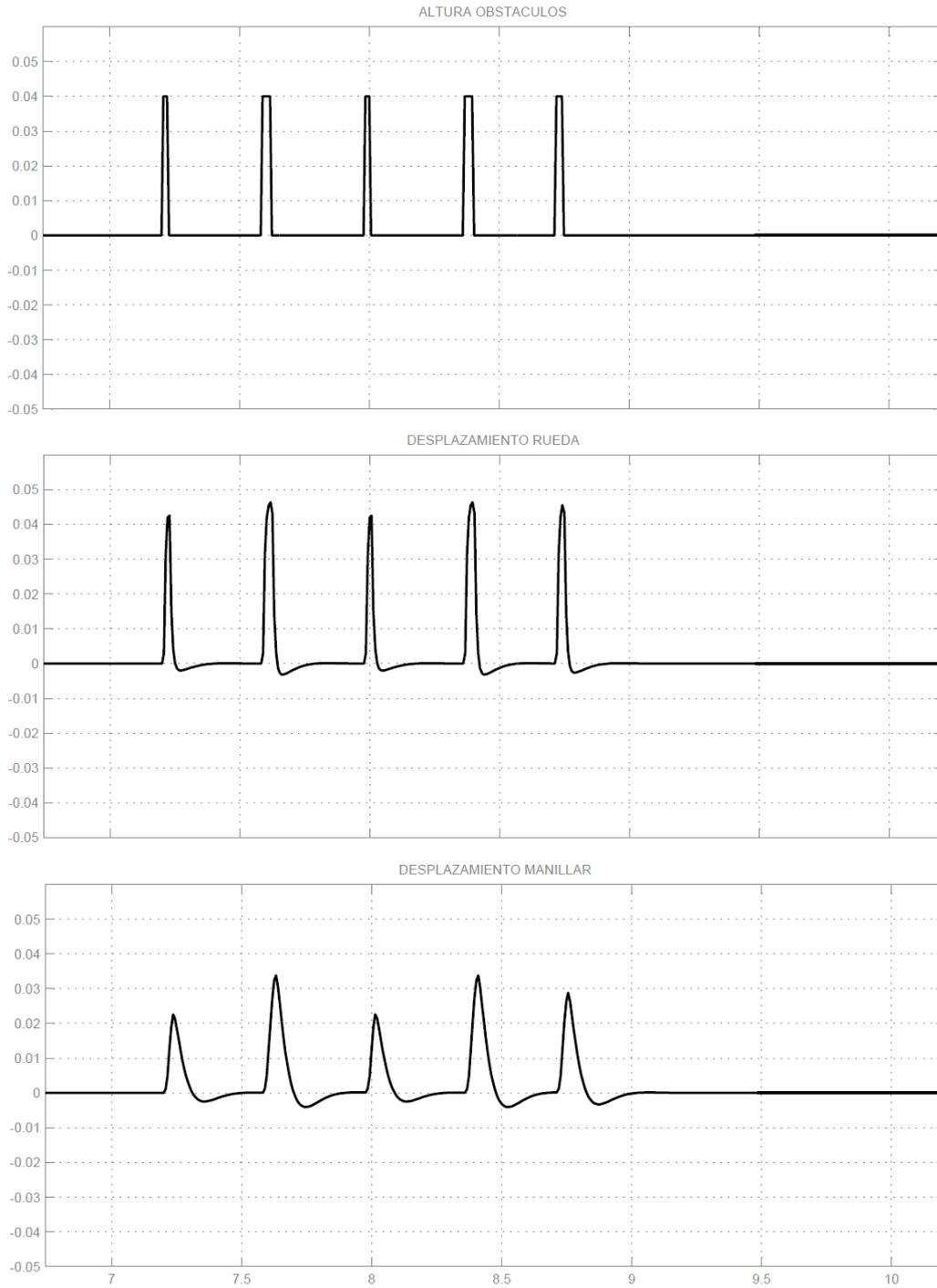
En este caso, la velocidad es un factor importante. La rueda se descontrola. El manillar tiene una oscilación de 1 centímetro arriba-abajo.

8.3.24. SR Suntour XCR 32. Piedras 40km/h



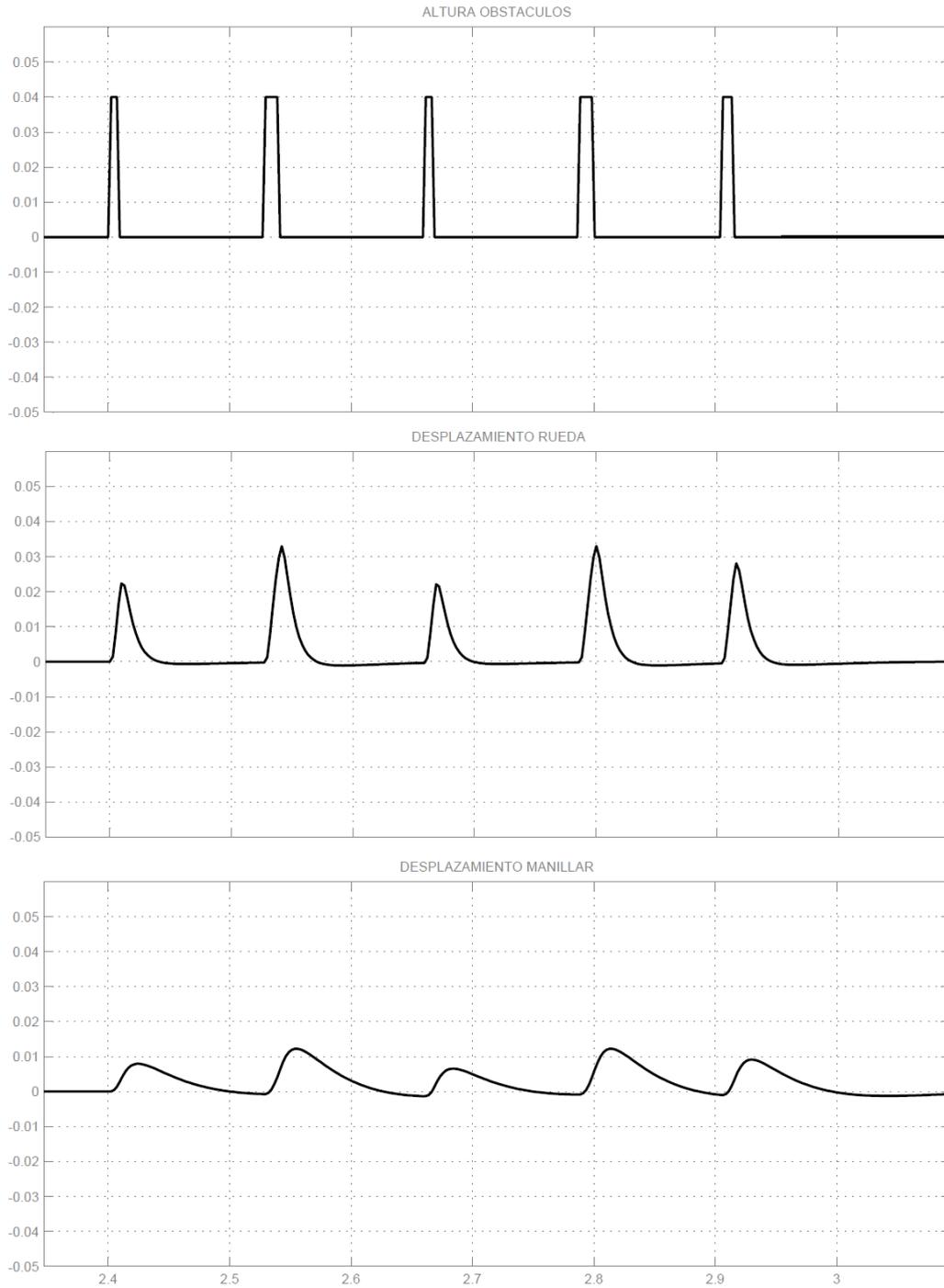
La rueda en este caso entra en vibración constante. No tiene nada de agarre. En cambio, la velocidad de 40 km /h hace que en el manillar no se aprecie. La comodidad para el ciclista no es mala.

8.3.25. Rock Shox Reba RL Solo air. Piedras 5km/h



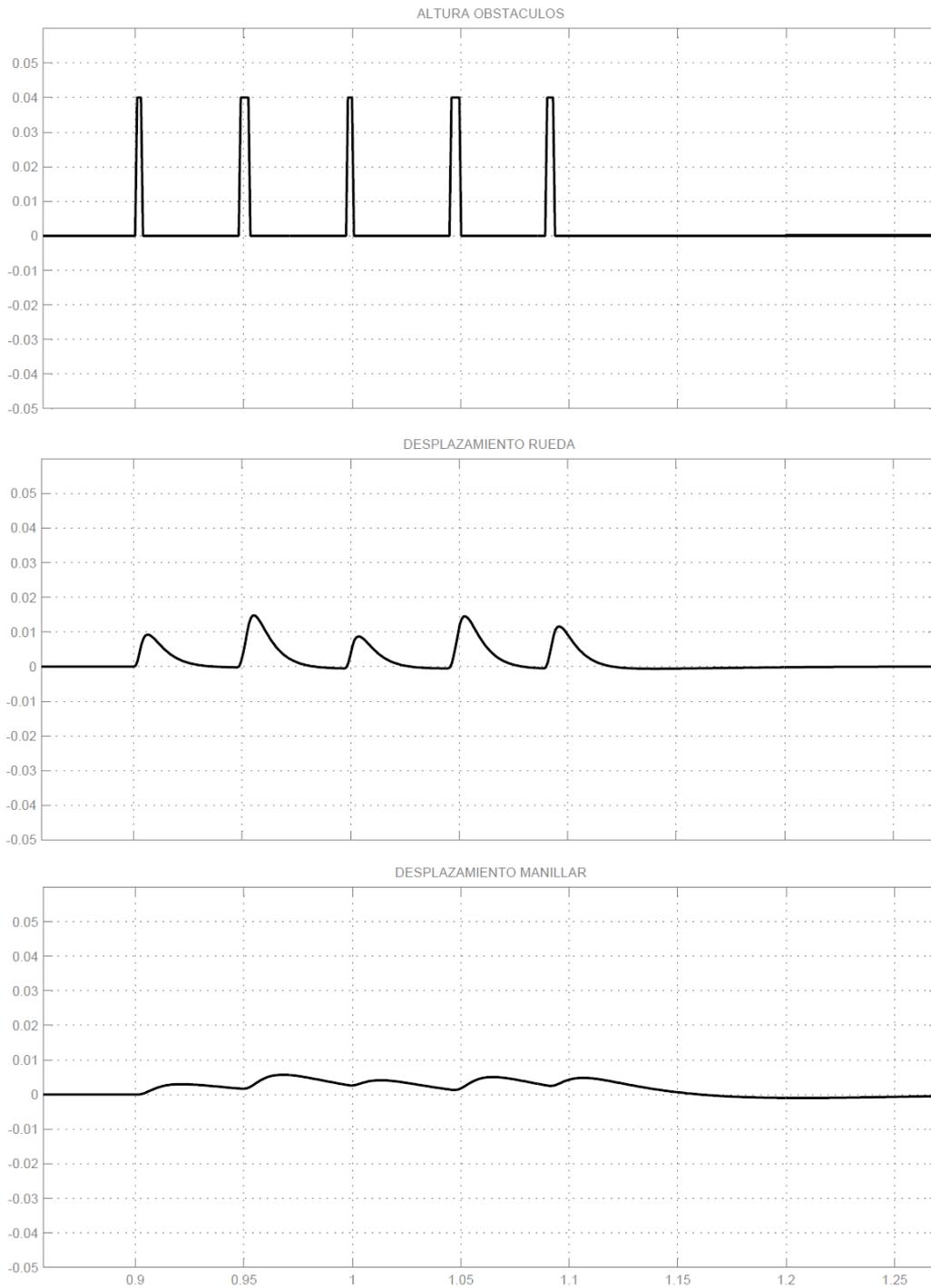
Este tipo de horquilla, parece que absorbe muy bien las piedras. Cuando vuela la calma al terreno es estabiliza muy rápido. El manillar se entera de los obstáculos pero los reduce al 50 %.

8.3.26. Rock Shox Reba RL Solo air. Piedras 15km/h



Cuanto mayor es la velocidad, menos se entera el manillar. Lo pasa más rápido y suave. La rueda sigue teniendo muy buen contacto.

8.3.27. Rock Shox Reba RL Solo air. Piedras 40km/h



A 40 km/h el sistema es muy bueno. En todo momento absorbe el obstáculo y el manillar va pasando por encima muy suavemente.

9. Conclusiones y futuro trabajo

Las conclusiones que se han obtenido una vez analizadas las tres horquillas y las gráficas, es que la mejor horquilla es la Rock Shox Reba RL Solo Air. En los tres terrenos tipo, es la que menos se descontrola y en todo momento se puede ver que la rueda está en constante contacto con el terreno.

Se llega a la conclusión de que la horquilla rígida (Kinesis) puede valer perfectamente para carretera, ya que aporta un factor muy importante para la bicicleta que es la ligereza. Pero si se quiere llevar por caminos de tierra o con obstáculos, provocará que la rueda delantera no tenga agarre ni control.

La horquilla SR Suntour XCR 32, es válida para caminos y obstáculos pequeños, pero a velocidades bajas. Cuando se circula a velocidades altas, es una horquilla muy inestable y con mucho rebote debido al muelle. Puede ser una horquilla ideal para una bicicleta de gama media y un usuario poco exigente que lo que busca es una amortiguación económica.

Y por último, la Rock Shox Reba Solo Air, es la horquilla más completa que se ha podido observar. En cualquier tipo de terreno y a cualquier velocidad, se adapta perfectamente al terreno. Puede usarse para un ciclismo de montaña exigente donde lo que se busca es mucho control en el descenso y tracción.

La mejor horquilla en prestaciones, ligereza, tracción, control y comodidad al usuario en los brazos es la Rock Shox REBA Solo air.

Un trabajo futuro que se puede seguir, es la investigación de cómo afectaría el sistema si la constante de amortiguamiento de la horquilla fuese variable mientras se está en ruta. Podría ser un factor muy importante la autorregulación en el tema de la competición de la modalidad de descenso (Down Hill), ya que en las zonas de bajada brusca se necesita una horquilla blanda que absorba bien los impactos y en las zonas planas, donde los *bikers* pedalean con fuerza, se necesita una horquilla más bien dura para que no se pierda la potencia en el hundimiento de la amortiguación.

Esto podría lograrse con un líquido llamado magnetorreológico.

10. Bibliografía

[1]. Catálogos comerciales de Suntour, Rock Shox, RST y Fox.

[2]. Tutoriales MATLAB.

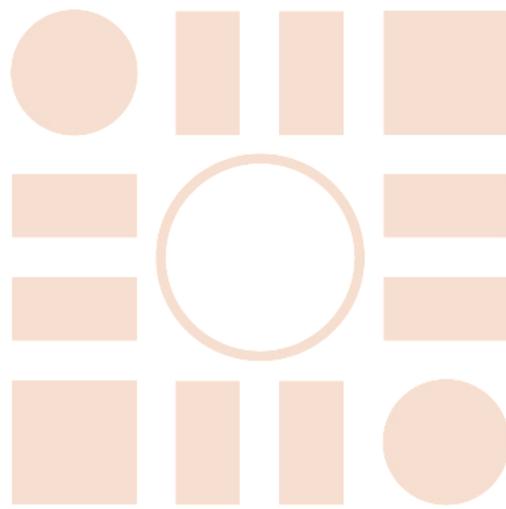
[3]. Conocimientos propios.

[4]. Ingeniería de control moderna. Katsuhiko Ogata. Pearson.

[5]. http://apps.webofknowledge.com/UA_GeneralSearch_input.do?product=UA&search_mode=GeneralSearch&SID=S2cggYTMaWmciWALoIw&preferencesSaved

[6]. Adaptive-Sliding Mode Semi-Active Bicycle Suspension Fork, SICE Annual Conference 2010 August 18-21, 2010, The Grand Hotel, Taipei, Taiwan

Universidad de Alcalá
Escuela Politécnica Superior



ESCUELA POLITECNICA
SUPERIOR



Universidad
de Alcalá