Bartók y la sección áurea

Péter Halász

La sección áurea es una proporción específica conocida en la geometría ya desde la Antigüedad. La unidad dada consiste en una división en dos en la cual el total es proporcional a la parte mayor del mismo modo que la parte mayor a la menor. En términos matemáticos tiene este aspecto:

$$a : b = b : (a - b)$$

La solución de la ecuación muestra que, si a = 1, entonces b = 0,618. Este último es un número redondeado, ya que el resultado exacto -de modo similar a como ocurre con π- es un número con decimales infinitos. De esta proporción también podemos obtener series de secciones áureas:

1 sección áurea: 0,618;
la posterior: 0,382;
las siguientes: 0,236
0,146, etc...

Del mismo modo, la sección áuera es también punto de coincidencia de dos operaciones matemáticas básicamente diferentes. Los elementos de las series de la sección aúrea se pueden obtener mediante una resta (1 - 0,618 = 0,382; 0,618 - 0,382 = 0,236, etc.). Pero llegamos al mismo resultado si elevamos a una potencia (0,618 elevado a 2 = 0,382; 0,618 elevado a 3 = 0,236, etc.). Esta sorprendente coincidencia es única en la aritmética.

A principios del siglo XIII, el matemático de Pisa Fibonacci constituyó la así llamada "sucesión de Fibonacci". La esencia de esta serie matemática es que los elementos que siguen su orden son siempre iguales a la suma de los dos anteriores. Si comenzamos la suma con el número uno, la serie que sigue será: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, etc. En esta serie, la proporción entre elementos contiguos se aproxima por exceso a la de la sección áurea. Mientras que entre 2 y 3 ésta es, bastante inexactamente, 0,660, entre 55 y 89 es ya exactamente 0,618.

Fibonacci halló esta serie por medio del examen de la capacidad de reproducción de los conejos. Aparte de esto, no obstante, muchos más casos de la naturaleza reflejan las leyes de la sección áurea. El número de espirales estratificadas y montadas unas sobre otras de las piñas de los abetos sigue un orden de 5, 8, 13 y 21. De un modo parecido, el número de pétalos del girasol es generalmente 34, y en las espirales de éstos también encontramos 34, 55 y 89 elementos. Estos mismos números y proporciones se pueden reconocer en la estructura de otras flores, en la colocación de las hojas de los árboles, en el tallo y en la conformación de los cuernos de los animales rumiantes.

Y aún más: según ciertas medidas, en las proporciones del cuerpo humano también se muestran las de la sección áurea. Según esto, la sección áurea del cuerpo entero está en el ombligo; la de la parte superior afecta a la laringe, y la cabeza misma se divide por la línea de las cejas según dicho segmento. La mayor parte de las obras maestras de la escultura de la Antigüedad, como, por ejemplo, la estatua del Apolo de Belvedere, se corresponde con estas proporciones ideales observadas del cuerpo humano.

Mas la Antigüedad no sólo aplicó las proporciones de la sección áurea en la concepción que del cuerpo humano daba la naturaleza, sino que también las proyectó en sus creaciones construidas artificialmente. Se puede probar que, por ejemplo, una auténtica serie de secciones áureas está presente en la construcción del Partenón ateniense. La anchura y altura del edificio, la altura de las columnas y la distancia entre los capiteles y el techo se relacionan proporcionalmente según el mencionado segmento. En una de las obras maestras de la arquitectura de la Antigüedad, la pirámide de Keops en Gizeh, también se presentan sus reglas, aunque bien es cierto que en una forma visible más teórica que práctica. Las mediciones han demostrado que la superficie total de la pirámide está en la misma proporción con la superficie de los lados, que ésta con la superficie de la base. Cuando más tarde, en los tiempos del Renacimiento, tuvo lugar el conocimiento de los logros de la Antigüedad y, de nuevo, su aplicación, se redescubrió la sección áurea. Los planes arquitectónicos de gran formato de Miguel Angel, la basílica romana de S. Pedro o el monumento funerario florentino de los Medici se construyen igualmente según las normas de dichas proporciones.

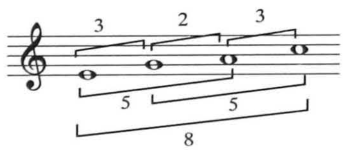
Una vez dicho esto, se plantea la pregunta: ¿ de qué manera son trasladables a la composición musical estas proporciones numéricas? Todo el mundo sabe que la relación entre música y matemáticas es una correspondencia conocida ya desde la Edad Media. En las obras de Johannes Ockheghem y Josquin des Prez, las últimas investigaciones han demostrado la existencia de numerosas leyes matemáticas, y entre éstas aparecen igualmente las proporciones de la sección áurea. Es cierto que, en la época clásico-romántica, este tipo de reflexión queda relegado a un segundo plano, pero en la nueva música del siglo XX, y más especialmente en la de los últimos cincuenta años, le ha sido asignado de nuevo un importante papel a la "matematicalización" de la música. Tal vez sea suficiente referirse a intentos de racionalización tales como la técnica dodecafónica de Schönberg, los métodos severamente establecidos del serialismo, las creaciones aleatorias de John Cage o los pensamientos incorporadores de las bases estocásticas a la composición musical de Iannis Xenakis.

¿Cómo se puede presentar la traducción de leyes matemáticas a reglas musicales en el arte de inspiración fundamentalmente tradicional de Béla Bartók? Aun dedicándonos solamente a investigar el papel de la sección áurea, podremos continuar nuestras indagaciones en varios niveles. Dado que en la música la relación entre los intervalos, la organización del ritmo, así como la construcción de la forma se basan en proporciones numéricamente expresables, será conveniente que busquemos las reglas de la sección áurea en estos tres campos.

En este terreno llegó a resultados excepcionalmente significativos el desaparecido musicólogo húngaro Ernö Lendvai, quien descubrió las reglas de la sección áurea en casi todas las obras de Bartók. Siguiendo sus pasos, muchos más se han esforzado en probar la presencia de estas proporciones en las composiciones de Bartók. Curiosamente, las observaciones teóricas de Lendvai, redactadas en los años 50, han repercutido en la composición musical húngara contemporánea. Partiendo de ésto, numerosos compositores se han esforzado en construir sus obras según los parámetros de la sección áurea. Este es un curioso ejemplo del caso en el que el papel descriptivo de la teoría de la música pasa a desempeñar una función prescriptiva. En lo que a continuación exponemos, trataremos de resumir la mayor parte de los descubrimientos de Lendvai.

Si investigamos la presencia de las leyes de la sección áurea en la interválica, consideraremos como punto de partida a la segunda menor, el intervalo más pequeño del sistema europeo temperado. Si a ésta le asignamos el número 1, los intervalos designados como doble, triple, quíntuple y ocho veces mayor,(según la sucesión de Fibonacci), es decir, la segunda mayor, la tercera menor, la cuarta justa y la sexta mayor, tienen que aparecer más significativamente. Curiosamente, estos intervalos se encuentran entre los elementos básicos de la pentatonía que resume el sistema tradicional de sonidos de las antiguas canciones populares húngaras.

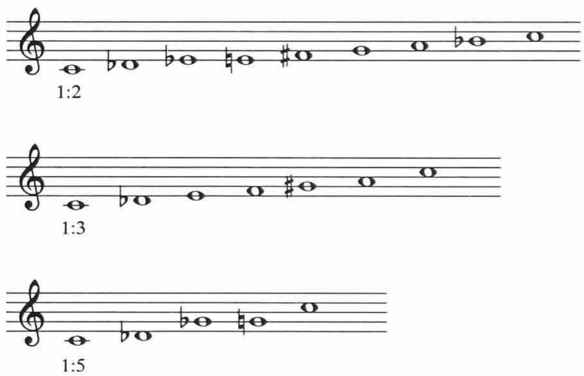
Ejemplo 1



Esta relación indica de qué modo encontró Bartók, de entre las fuentes musicales que conforman su arte, aquellas que le aseguraban del mismo modo las proporciones numéricas regulares de los elementos constituyentes de su sistema musical. En el caso de que examinemos una obra de Bartók de tal importancia como la *Suite de danzas* (1923), enseguida podremos encontrar estos tres intervalos de la sección áurea, ya que la organización de los temas de los tres primeros movimientos gira en torno a los intervalos de segunda mayor, tercera menor y cuarta justa.

Por otras parte, precisamente los tres intervalos recientemente mencionados son adecuados para que Bartók cree, partiendo de ellos, unos sistemas de sonidos que, si bien cubren el ámbito de una octava, no son diatónicos. Esas series de sonidos, que están construidas sobre la alternancia de la segunda mayor y menor, segunda menor y tercera menor, así como segunda menor y cuarta justa, hacen su entrada en la teoría de la música como escalas modelo de 1:2, 1:3 y 1:5.

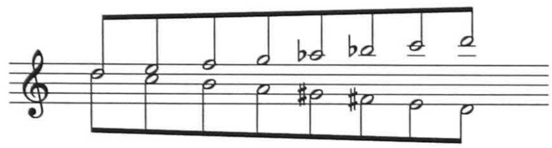
Ejemplo 2



El origen de éstas se remonta al siglo XIX, pues también las podemos hallar en las obras de Liszt, Mussorgsky o Debussy. Si buscamos entre las obras de Bartók, podremos reunir una auténtica colección de ejemplos de estas escalas. Por ejemplo, en el movimiento que abre el cuarto *Cuarteto de cuerda* son este tipo de escalas las que dominan hasta el final.

El sistema de Ernö Lendvai, que se extiende a todo el mundo musical de Bartók, muestra que estos intervalos de la sección áurea no son sino los constitutivos del cromatismo particular del mencionado músico. Esta parte del sistema es el complemento dialéctico de la así llamada diatonía bartokiana, que se basa en una serie de sonidos de siete grados (sonidos concomitantes). Esta diatonía (re-mi-fa♯-sol♯-la-si-do) no usa precisamente aquellos sonidos de la serie dodecafónica con cuyo sonido base están en relación según la sección áurea (re-fa-sol-si). Estas dos confrontaciones se presentan muy claramente en una obra emblemática de Bartók, en el contraste de los momentos del comienzo y del final de la *Cantata profana*. La escala de la introducción contiene la cromática de la sección áurea, mientras que la escala del solo de tenor que cierra muestra la diatonía de los sonidos concomitantes. Al mismo tiempo, la naturaleza complementaria de estos dos sistemas muestra que pueden ser imaginados asimismo como la inversión en espejo el uno del otro.

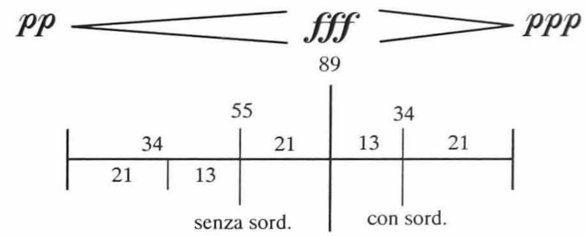
Ejemplo 3



La demostración de la manera en que progresa el inconfundible idioma armónico de Bartók, partiendo de estas células diatónicas y cromáticas nos llevaría aquí a una mayor profundización.

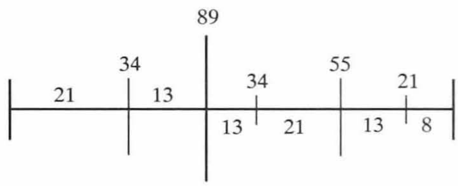
Si consideramos las proporciones del ritmo, nos tropezamos inevitablemente con el rígido orden de las divisiones rítmicas tradicionales (2/4, 3/4, 6/8, 4/4). La música de Bartók (con más o menos modificaciones) está también construida básicamente sobre estos elementos rítmicos. Ya en una obra para piano tan temprana como es el *Allegro barbaro* (1911), en lugar de la subdivisión regular de 4 + 4 aparecen los acordes repetidos en agrupaciones de tres, cinco e incluso trece. También apuntan en esta dirección los ritmos de subdivisión irregular, alguno de los llamados ritmos búlgaros, los cuales fueron empleados con predilección por Bartók en más obras (*6 danzas en ritmo búlgaro*; *Mikrokosmos,* 148-153; *Cuarteto de cuerda nº 5*, 3er movimiento). Un ejemplo característico de esta división rítmica es el movimiento final de la obra de 1936 *Música para cuerdas, percusión y celesta*. En este movimiento, el tema escrito en 4/4 (es decir, en 8/8) tiene su subdivisión en 2 + 2 + 3, según sus acentos rítmicos; o, lo que es lo mismo, en cada compás hace aparecer los números básicos de la sucesión de Fibonacci (2, 3, 5, 8).

Si examinamos el aspecto formal de la música de Bartók, obtendremos los resultados más dignos de atención. De nuevo se nos ofrece como ejemplo la obra que es la síntesis por excelencia de aquella: la "*Música...*". Según el análisis de Lendvai, su movimiento inicial consigue poner en música la sucesión de Fibonacci con una exactitud sorprendente. La longitud total del movimiento (junto con un compás "de clavo" no representado en la partitura) es de 89 compases. La división de éstos según la sección áurea señala el punto culminante después del compás 55. En el compás 34 de la primera parte se quita la sordina de los instrumentos, volviéndose a colocar 13 compases después del clímax. En el principio de la primera parte, la exposición de la fuga contiene en total 21 compases, mientras que los 21 que cierran el movimiento se pueden dividir de nuevo en 13 + 8. La serie de proporciones asociada a esto muestra que toda la construcción del movimiento refleja el ciclo que también se presenta en las entradas del tema de la fuga, ya que, en los pares de las proporciones, según nos vamos acercando al punto culminante, es siempre la sección más larga la que encontramos en primer lugar, mientras que, una vez que lo hemos alcanzado, el orden se invierte.



Ejemplo 4

Podemos reconocer una forma muy parecida asimismo en el movimiento lento de *Música...* Aquí, el tipo formal preferido de Bartók, la forma puente A-B-C-B-A, es realizada también en el marco indicado de la sección áurea. Si uniformamos los compases que cambian convirtiéndolos en un 4/4 regular, encontramos que este movimiento está también compuesto por 89 compases. Dentro de éstos, hallamos los principales puntos en que se sustenta la forma en los compases que se corresponden con los números de Fibonacci.



Ejemplo 5

El análisis formal más cuidadosamente expuesto de Ernö Lendvai está dirigido a la partitura de la *Sonata para dos pianos y percusión*. Aquí es estudiado basándose en medidas no sólo un único movimiento, sino el conjunto del ciclo de tres movimientos. Es un hecho realmente sorprendente que la sección áurea de las 6.432 corcheas de la obra entera, la número 3.975, caiga exactamente al principio del movimiento lento. Más aún: dondequiera que seleccionemos secciones más o menos largas, hallamos las proporciones de la sección áurea en sus divisiones interiores. Al mimo tiempo, estas dos creaciones clásicas de Bartók, la "*Música...*" y la "*Sonata...*", no solamente reflejan en su forma el orden de la sección aúrea. La construcción de su temática contiene precisamente el par antagónico cromático-diatónico anteriormente mencionado. Los temas recargados que giran en círculo se transforman en diseños temáticos clarificados y enderezados. Por tanto, de este modo se eleva la dialéctica de la temática de la música a un nivel filosófico, y da forma musical al pensamiento tan característico de Bartók de "*per aspera ad astra*".

Tampoco debemos hacer caso omiso de las críticas que, en mayor o menor medida, se oponen a la teoría de la sección áurea. Si alguien se toma la molestia de cotejar el análisis aquí citado de Lendvai con las partituras, se puede dar cuenta de que el bisturí analizador a veces se comporta de un modo un tanto inexacto. Especialmente, en los ejemplos tomados de "*Música*...", parece como si las divisiones medidas con exactitud matemática se deslizaran no pocas veces hacia delante o hacia atrás. Pero, en lugar de expresar nuestro desengaño, debemos intentar hallar una explicación lógica a estas desviaciones.

En este punto se plantea la siguiente pregunta: ¿se esforzó acaso Bartók conscientemente en introducir reglas matemáticas en su música? Como es lógico, jamás podremos encontrar la respuesta definitiva a esta pregunta. Al mismo tiempo, hay que decir que no hay nada en los escritos y declaraciones de Bartók que pueda mostrar algún indicio de esta clase de cálculos. Y lo que es más: en los esbozos de sus obras no se encuentra ninguna señal de que se hubiera propuesto intencionadamente establecer las proporciones interválicas, rítmicas o formales según el orden de la sección áurea.

Por el momento, podemos decir simplemente que estas proporciones no se presentan en las composiciones de Bartók como el fruto de una intención consciente, sino más bien como el resultado de la intuición creadora dinámica del artista. Naturalmente, esta conclusión no acaba con la validez de las observaciones teóricas, sino que únicamente hace que nos fijemos en que no debemos otorgar demasiada importancia a las proporciones más o menos exactas de la sección áurea. En el cosmos de la música de Bartók, nutrida de numerosas fuentes, el pensamiento matemático no tiene una significación de primer orden, sino que en la imagen del mundo del compositor, que ambiciona orden y claridad, podemos descubrir con toda seguridad y no sin motivo el influjo del orden de las proporciones numéricas. ■

Traducción: **Miriam Gómez Morán**