

90°曲ったノズルからの噴流における乱れの解析

高 見 敏 弘

岡山理科大学工学部機械工学科

(1995年9月30日 受理)

1. 緒 言

曲った管路あるいはノズルから流出する噴流は、ボイラのバーナ、原子炉の循環パイプ、水車の入口ノズルあるいは工場・発電所からの排気・排水などに見られる。流体が曲った管内を流れる場合、流体は遠心力の作用を受けるため、管内には二次流れが発生する。そのため、曲ったノズルから流出する噴流は複雑な三次元流れとなり、その軌道が管軸方向からずれるなど、直管から噴出する流れには見られない特異な現象が起こる。

著者は、これまでに90°曲った円形ノズルより流出する空気自由噴流の速度分布、最大速度点の軌跡、広がりなどの噴流特性を調べ、ノズル近傍において複雑な流動を示す三次元噴流が流下するにつれて急速に軸対称噴流へと漸近していく様子を明らかにしてきた^{1,2)}。乱流噴流の平均特性はレイノルズ応力などの乱れに基づく諸量と密接に関連することが知られている^{3,4)}が、本研究で扱う三次元噴流の平均特性と乱れの特性間の関係について調べた報告は見あたらない。

そこで本研究では、曲りノズル出口から軸対称型の噴流へ移行するまでの領域において、噴流の中央対称面内の乱れのエネルギー収支およびレイノルズ応力収支を見積ることにより、平均流と乱れの関係を調べた。

主な記号 (図1参照)

d : ノズルの口径 = 40 mm

k : 乱れのエネルギー = $(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})/2$

R_c : ノズルの曲率半径 = 80 mm

$(\overline{U}, \overline{V}, \overline{W})$: (x, y, z) 方向の時間平均速度

(u', v', w') : (x, y, z) 方向の変動速度

W_0 : ノズル出口の最大速度 ≈ 21 m/s

(x, y, z) : ノズル軸を基準とした座標系

2. 実験方法および解析方法

2.1 実験方法

本実験に使用した装置は、送風機、整流用縮流筒、長さ2mで内径40mmの直管および

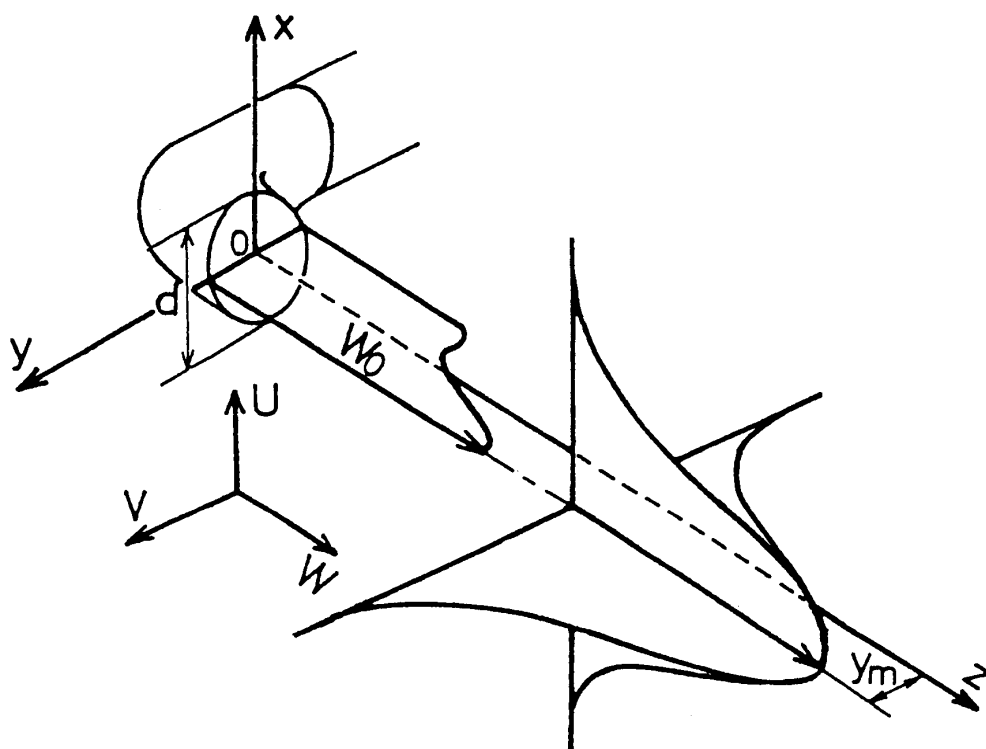


図1 座標系

内径 $d = 40 \text{ mm}$ の円管を曲率半径 $R_c = 80 \text{ mm}$ で水平方向に 90° 曲げた管路(ノズル)より構成されている^{1,2)}。実験条件はノズル出口のレイノルズ数 $W_a d / \nu \approx 40,000$ (断面平均速度 $W_a \approx 15.1 \text{ m/s}$) である。測定は $z/d = 0 \sim 20$ の中央対称面 ($y-z$ 面) 内において行い、単一傾斜型熱線プローブ軸回りに回転させることにより三軸方向の速度成分を測定した⁵⁾。また、局所等方性乱れに修正されたテラの仮設を適用して導かれる乱れの散逸率を測定した^{3,4)}。

なお、計測の不確かさ⁶⁾は時間平均速度: $\pm 3.2\%$ 、二次相関: $\pm 3.9\%$ および三次相関: 5.7% である。

2.2 解析方法

本研究では、流れが対称となる中央水平面 ($y-z$ 面) 内の流れを二次元流れと見なし、測定データを用いて乱れのエネルギー収支およびレイノルズ応力収支を見積ることにより、平均流と乱れの関係を検討した。

中央対称面における乱れのエネルギー k に対する方程式は、

$$A_k + G_k + T_k + D_k = 0 \quad (1)$$

となる。ここで、 A_k : 対流項、 G_k : 生成項、 T_k : 拡散項、 D_k : 散逸項を表し、

$$\begin{cases} A_k = \overline{V} \frac{\partial k}{\partial y} + \overline{W} \frac{\partial k}{\partial z} \\ G_k = (\overline{w'^2} - \overline{v'^2}) \frac{\partial \overline{W}}{\partial z} + \overline{v'w'} \left(\frac{\partial \overline{W}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{V}}{\partial z} \right) \\ T_k = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\overline{p'v'}}{\rho} + \overline{v'k'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\overline{p'w'}}{\rho} + \overline{w'k'} \right) \\ D_k = 15\nu \left(\frac{\partial \overline{w'}}{\partial z} \right)^2 \end{cases} \quad (2)$$

である。解析では、 T_k の横方向(y 方向)積分値が0となるように⁷⁾、測定した散逸率に一定値をかけて修正し⁸⁾、その後 T_k を残差として求めた。

また、レイノルズ応力 $\overline{v'w'}$ に関する方程式は、

$$A_s + G_s + T_s + R_s = 0 \quad (3)$$

となる。ここで、 A_s : 対流項、 G_s : 生成項、 T_s : 拡散項、 R_s : 圧力・歪相関項を表し、

$$\begin{cases} A_s = \overline{V} \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y} + \overline{W} \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \\ G_s = \overline{v'^2} \frac{\partial \overline{W}}{\partial y} + \overline{w'^2} \frac{\partial \overline{V}}{\partial z} \\ T_s = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\overline{p'w'}}{\rho} + \overline{v'^2 w'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\overline{p'v'}}{\rho} + \overline{v'w'^2} \right) \\ R_s = -\frac{\overline{p'}}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{w'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'}}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (4)$$

である。エネルギー収支の計算と同じく、 T_s 中の圧力変動による拡散は無視して A_s 、 G_s 、 T_s を算出し、 R_s を残差として求めた。

3. 結果および考察

測定および解析は $z/d = 0 \sim 20$ の領域について行ったが、以下では流れが顕著に変化する領域 $z/d = 0 \sim 10$ について図示する。なお、図中の数値はノズル出口の最大速度 W_0 とノズル口径 d を用いて無次元化した値、破線は数値0の線、一点鎖線は最大速度点の位置 y_m を表す。

3.1 測定結果

ノズル出口では、高速領域がノズルの曲り外側に偏り、ノズル中央部付近に低速領域が現れる(図2)。この低速領域は、流下するにつれて徐々に狭くなり、 $z/d \approx 3$ で消失する。 $z/d \approx 5$ より下流では、最大速度点を頂点とする滑らかな分布を示しながら、最大速度点は曲り外側(+ y 方向)へほぼ直線的に移動していく。また、噴流幅の広がり率は内側(- y 方向)に比べて外側(+ y 方向)で大きくなる。

ノズル出口の乱れのエネルギー k の分布(図3)には、ノズル両端部の速度勾配の大きいせん断層に k の大きい(乱れの強い)領域が現れ、内部では最大速度点付近および低速領域

($y/d \cong \pm 0.25$)に k の小さい(乱れの弱い)領域が現れる。ノズル両端の強い乱れの領域は流下するにつれて広がるが、曲り内側の乱れは流出後徐々に減衰するのに対して、曲り外側の乱れは急速に成長して $z/d \cong 2$ 付近で最大となった後、減衰する。一方、最大速度点付近($y/d \cong 0.25$)の弱い乱れの領域は $z/d \cong 1$ で消失するが、低速領域($y/d \cong -0.25$)の

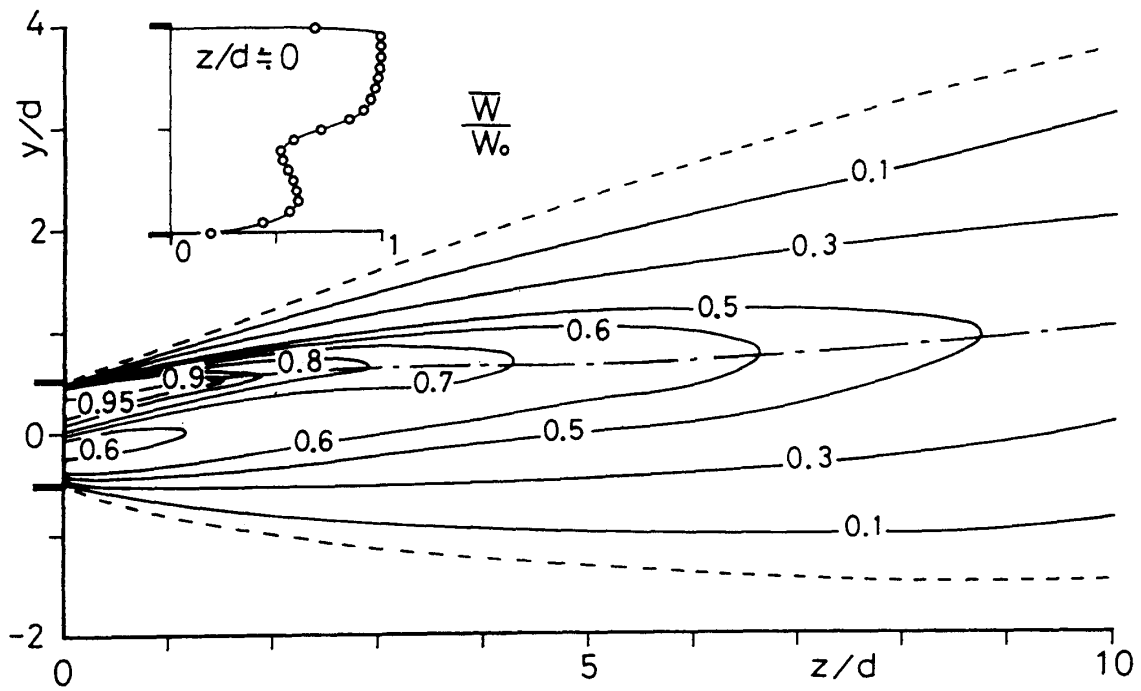


図2 平均速度 \bar{W}

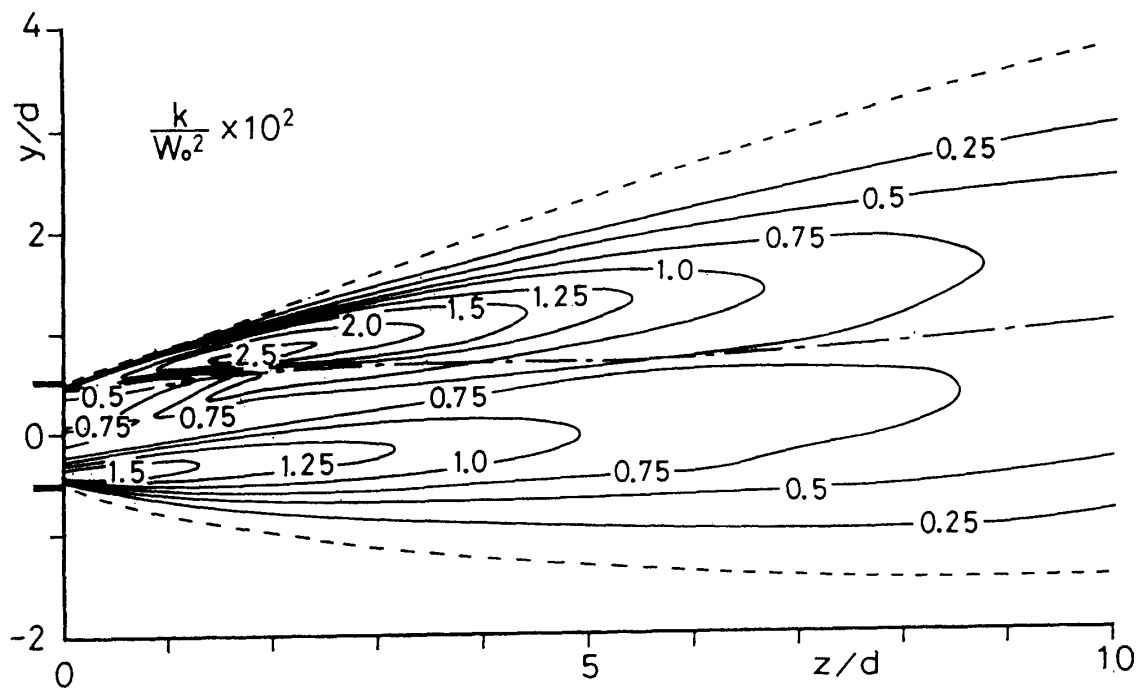


図3 乱れのエネルギー k

弱い乱れの領域は二つの強い乱れの領域にはさまれて噴流中央部を流下する。そして $z/d \approx 7$ より下流では、最大速度点に関してほぼ対称な乱れのエネルギー分布を示すようになる。

レイノルズ応力 $\overline{v'w'}$ (図4) も乱れのエネルギー k と同じく、ノズル両端から下流に向かって広がるせん断層内で急速に成長した後、徐々に減衰する。また、噴流内部の破線で示す0の等値線は平均速度 \overline{W} の極値の位置とほぼ一致する。曲り内側と外側を比べると、外側でのレイノルズ応力がかなり大きく、この大きな運動量交換作用に伴い曲り外側で噴流のレイノルズ応力がかなり大きく、この大きな運動量交換作用に伴い曲り外側で噴流幅が急激に大きく広がる。このため曲り外側のせん断層内では速度の減衰が大きくなるが、レイノルズ応力が小さい乱流拡散の弱い噴流中央部では相対的に速くなり、その結果、 $z/d \approx 3 \sim 6$ の間では最大速度点の位置が y 方向にほとんど変化することなく流下するものと考えられる。 $z/d \approx 7$ 付近より下流では、乱れのエネルギー分布ほど対称な分布を示さず、レイノルズ応力分布には曲りノズル出口近傍での非対称な速度勾配の影響がかなり下流まで現れる。

三次相関の和 $\overline{v'k'} (= (\overline{v'u'^2} + \overline{v'^3} + \overline{v'w'^2})/2)$ (図5) は曲り外側せん断層内で符号が反転し、また曲り外側のノズル出口から連なる相関0の破線は乱れのエネルギー k の極大点とほぼ一致する。このことは、エネルギーが乱れの大きい領域から小さい領域へ伝達されていることを示している。したがって、曲り外側のせん断層内では勾配型の拡散仮設が成立するが、曲り内側のせん断層内では符号の反転がみられず、勾配型の拡散仮設が適用できないように思われる。

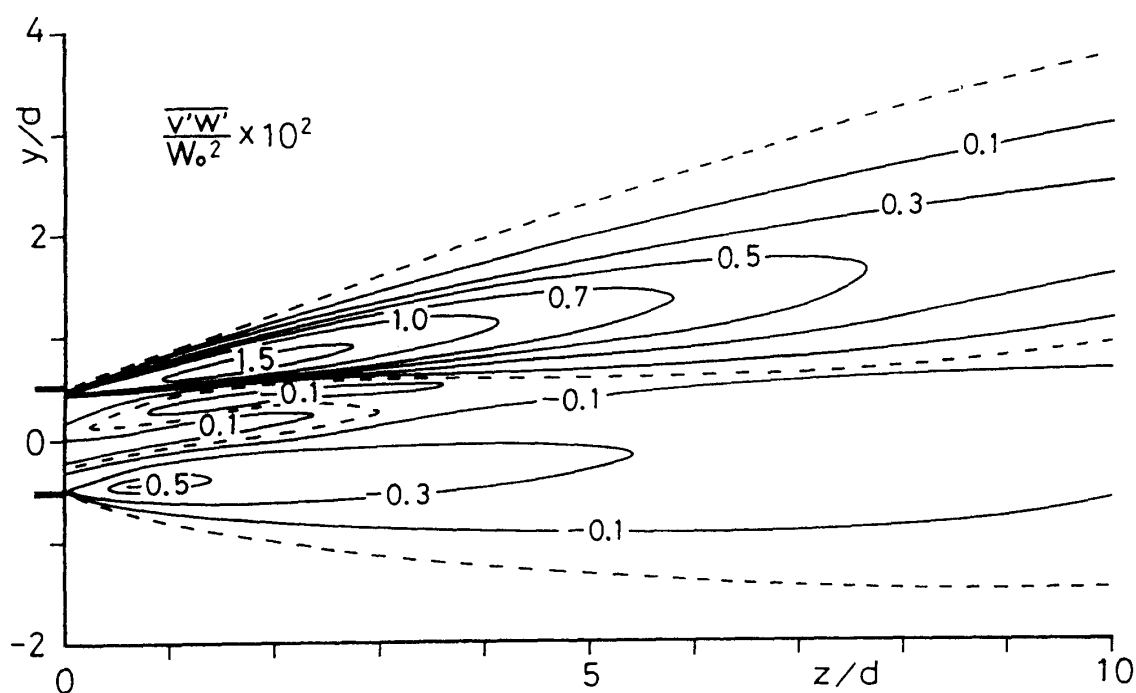


図4 レイノルズ応力 $\overline{v'w'}$

図6は、測定データを用いて求めたレイノルズ応力の主応力⁹⁾

$$\left. \begin{matrix} \sigma_3 \\ \sigma_2 \end{matrix} \right\} = \frac{\overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{2} \pm \left| \frac{\overline{v'w'}}{\sin(2\theta)} \right| \quad (5)$$

をベクトル表示した結果である。ここで、 $\theta = (1/2)\tan^{-1}\{2\overline{v'w'}/(\overline{v'^2} - \overline{w'^2})\}$ は z 軸に対

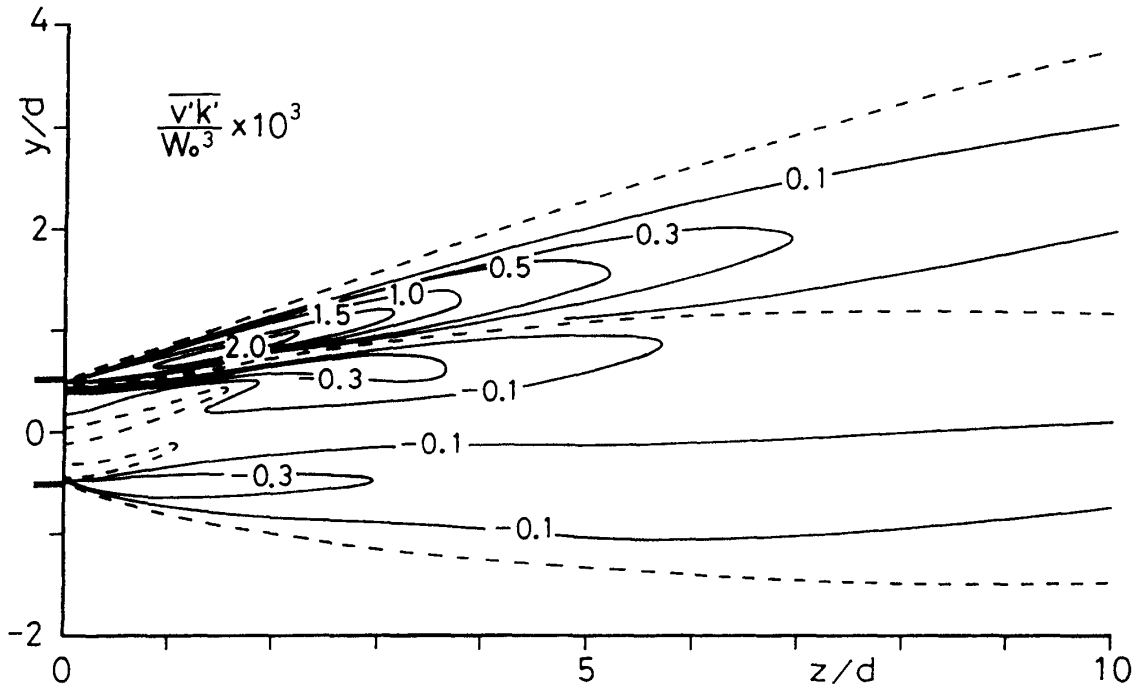


図5 三次相関の和 $\overline{v'k'}$

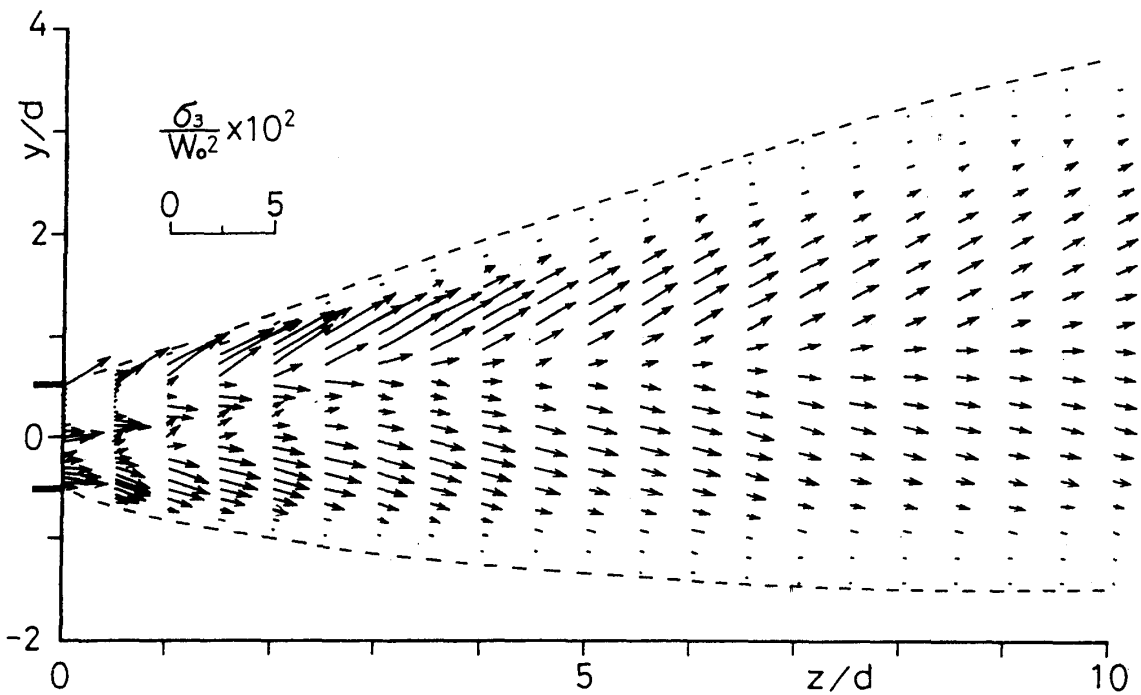


図6 レイノルズ応力の主応力 σ_3

する傾斜角度である。中央対称面内では主応力 σ_3 が σ_2 よりも非常に大きい偏平な応力楕円を示すので、 σ_3 のみを図示している。噴流周辺部では、曲り外側・内側ともに σ_3 の主応力軸方向が噴流の広がる方向を向いており、せん断層内の流体はせん断応力が0となる方向に広がることを示している。また、ノズル出口近傍の噴流中央部に見られる低速領域では、曲り外側の最高速流体と内側的高速流体の両者から乱流拡散作用を受けていることを示している。

3.2 乱れのエネルギー収支

対流項 A_k (図7) については、曲り外側のせん断層では乱れのエネルギー k が上流の損失領域から下流の利得領域へ対流輸送されているのに対して、内側のせん断層では周辺部から内部に向かう横方向(+y 方向)の輸送を示す。しかし、数値の大きさは他項に比べて全体に小さく、エネルギー収支における対流項の寄与は比較的小さい。

生成項 G_k の分布 (図8) は、全領域で平均流から乱れのエネルギーが獲得されることを示している。ノズル出口近傍の高速領域および低速領域は生成の小さい領域、噴流両側のせん断層では生成の大きい領域となり、このような生成率分布の特徴は乱れのエネルギー分布の特徴と一致する。

拡散項 T_k (図9) について見ると、ノズル口の両端から連なる0の破線が横方向(y 方向)のエネルギー伝達を表す $\overline{v'k'}$ (図5) の極大値あるいは極小値を連ねた線とほぼ一致することから、三次相関和の勾配 $\partial \overline{v'k'}/\partial y$ が T_k に寄与しているものと考えられる。

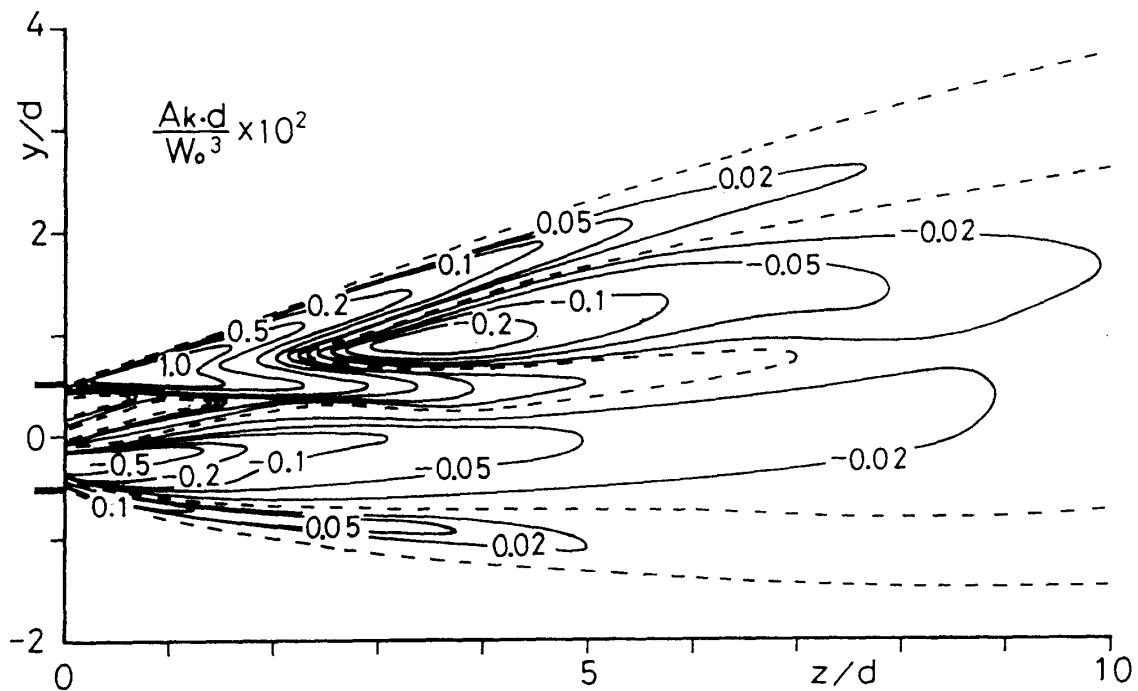


図7 乱れエネルギーの対流項 A_k

噴流周辺部の散逸項 D_k (図10) は生成項 G_k と類似した分布形を示し、生成・散逸の平衡関係が存在するように思われる。しかし、ノズル出口近傍の噴流内部では生成の小さい領域が高速・低速の両領域に見られるのに対して、散逸の小さい領域は曲り外側の高速領域のみに現れ、平衡状態は成立しないようである。このようなノズル出口近傍の非平衡

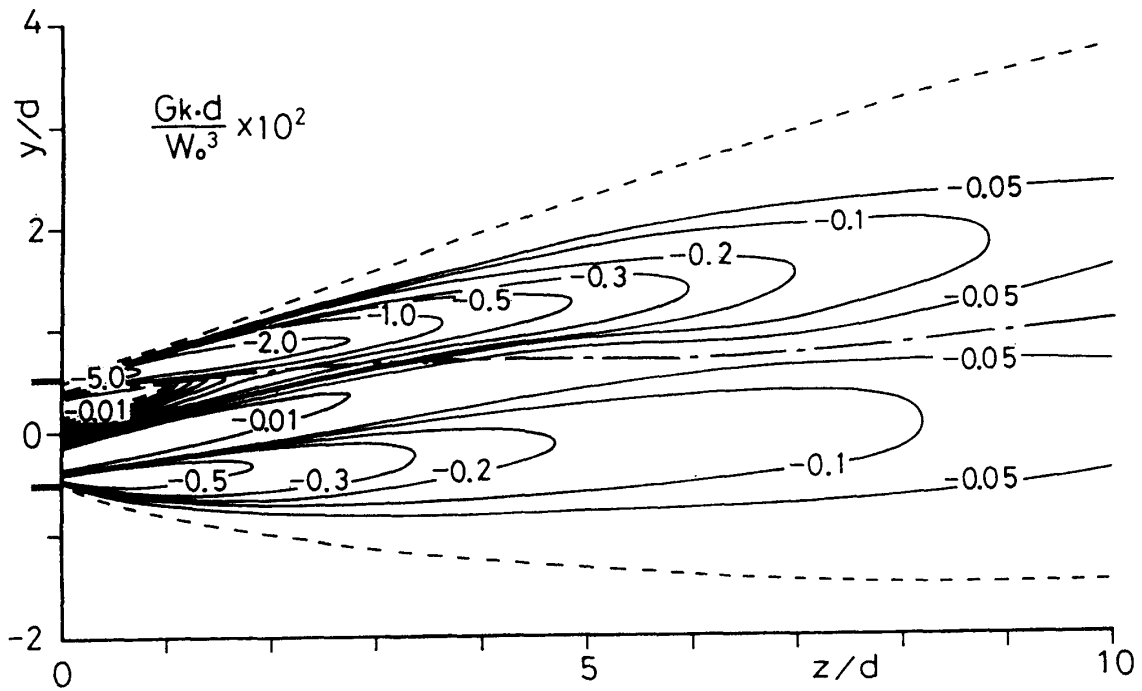


図8 乱れエネルギーの生成項 G_k

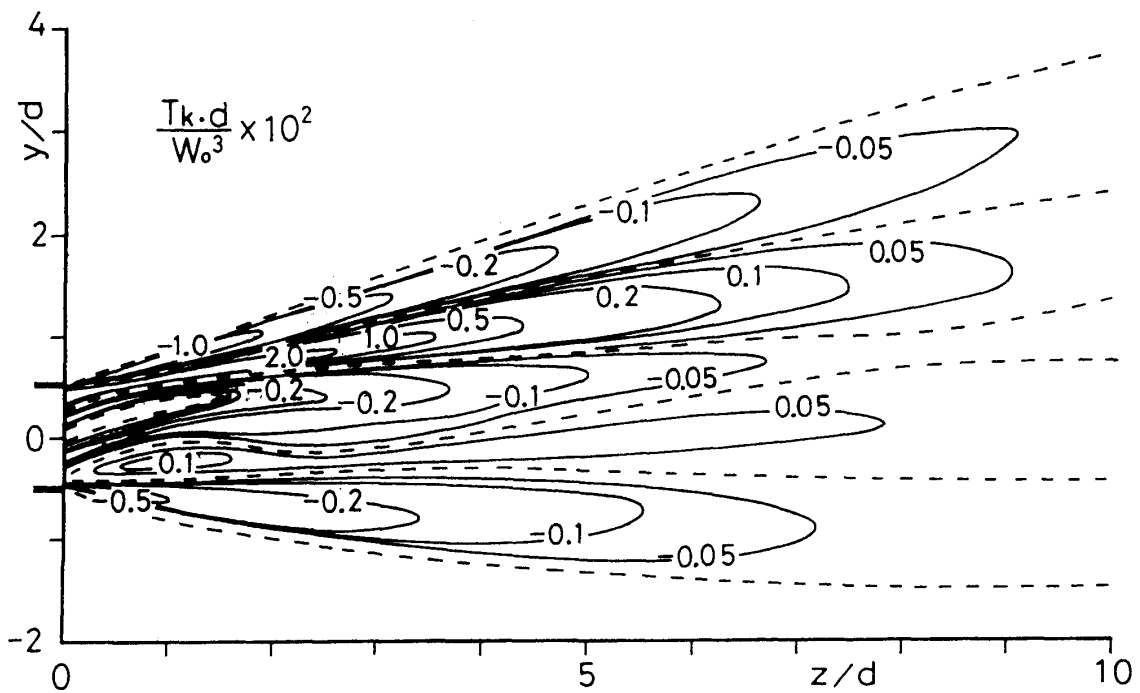


図9 乱れエネルギーの拡散項 T_k

領域では、曲りノズル内で発生した曲り外向き(+y方向)の二次流れが存続し、対流項 A_k の作用がエネルギー収支にかなり影響している。

領域全体($z/d \cong 0 \sim 20$)でみると、上流 $z/d \leq 3$ 付近までは各項とも大きな値を示すが、下流 $z/d \geq 4$ では徐々に減衰し、主に生成と散逸が釣合う形となる。測定領域($z/d \cong 0 \sim 20$)における各項の領域平均値を求めると、 $A_k : G_k : D_k \cong -0.004 : -0.064 : 0.068$ となり、概ね生成と散逸が全体として平衡している。

3.3 レイノルズ応力収支

対流項 A_s (図11) は、エネルギー収支の対流項 A_k と同じく、ノズル出口近傍の噴流内部では二次流れ \bar{V} による寄与がみられるのに対して、噴流周辺部のせん断層では軸方向流れ \bar{W} により上流から下流へレイノルズ応力が対流輸送されることを示す。また、対流項の寄与は他項に比べてかなり小さい。

生成項 G_s (図12) は曲り外側と内側のせん断層内では逆符号の分布を示し、生成作用がレイノルズ応力 $\overline{v'w'}$ の分布 (図4) に大きな影響を及ぼしている。また、二次流れの影響がみられるノズル出口近傍を除いて、符号の反転を表す破線は $\overline{v'w'}$ の破線とほぼ一致する。特に、ノズル出口の曲り外側から下流の噴流中央部へ延びる破線は最大速度点とほぼ一致しており、生成項のうち $\overline{v'^2 \partial \bar{W} / \partial y}$ がレイノルズ応力収支に大きく寄与するものと考えられる。

拡散項 T_s (図13) は、三次相関 $\overline{v'^2 w'}$ の横方向(y方向)勾配 $\partial \overline{v'^2 w'} / \partial y$ が大きく寄与

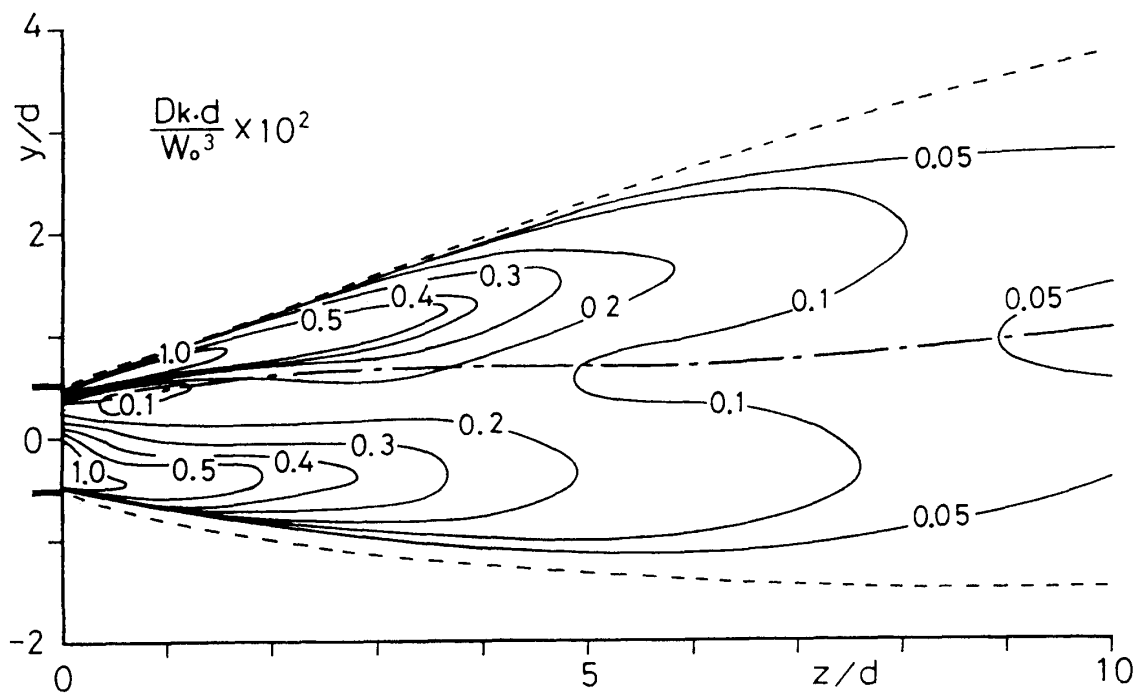


図10 乱れエネルギーの散逸項 D_k

している。ノズル口近傍 ($z/d \cong 0 \sim 3$) の曲り外側のせん断層では大きい値を示すが、数値は生成項 G_s に比べてかなり小さく、レイノルズ応力収支における拡散項の寄与は小さい。

残差として求めた圧力・歪相関項 R_s (図14) は、生成項 G_s と逆符号のよく似た分布を示す。エネルギー収支では生成項と散逸項の間に平衡関係が存在することを示唆したが、レ

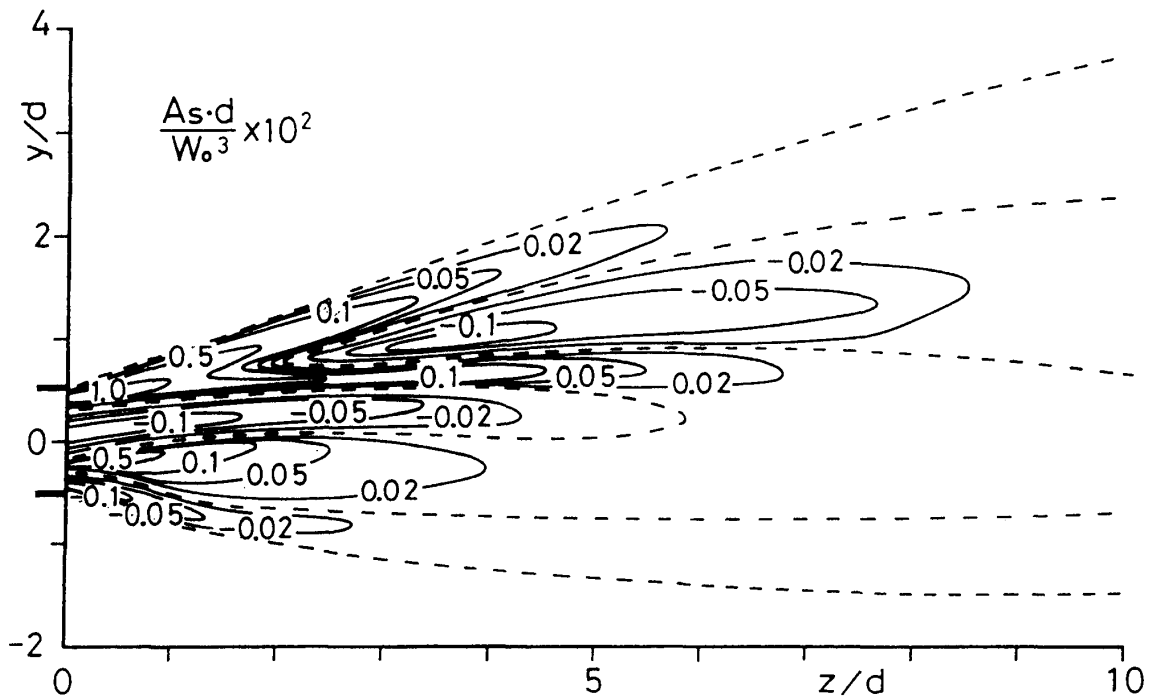


図11 レイノルズ応力の対流項 A_s 。

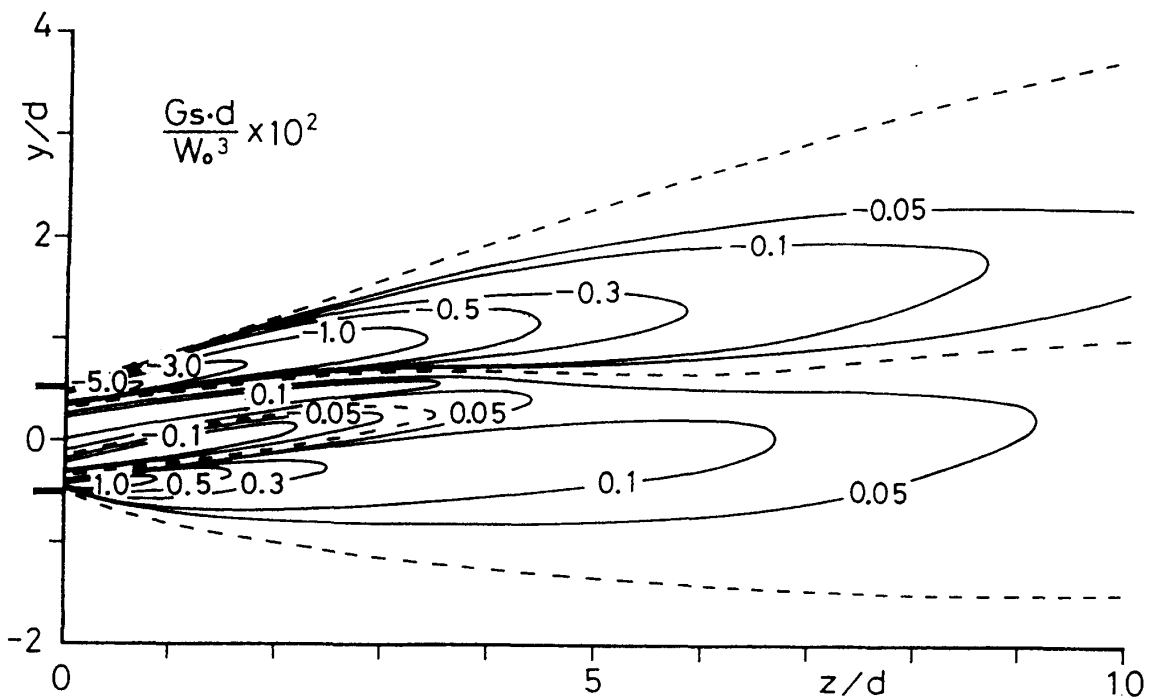


図12 レイノルズ応力の生成項 G_s 。

レイノルズ応力収支では生成項と圧力・歪相関項が全体として平衡していると見なすことができる。

測定した全領域 ($z/d \cong 0 \sim 20$) を最大速度点より曲り外側 ($y > y_m$) と内側 ($y < y_m$) の二つの領域に分けて各項の領域平均値を求めると, $A_s : G_s : T_s : R_s \cong 0.004 : -0.078 : -0.001 :$

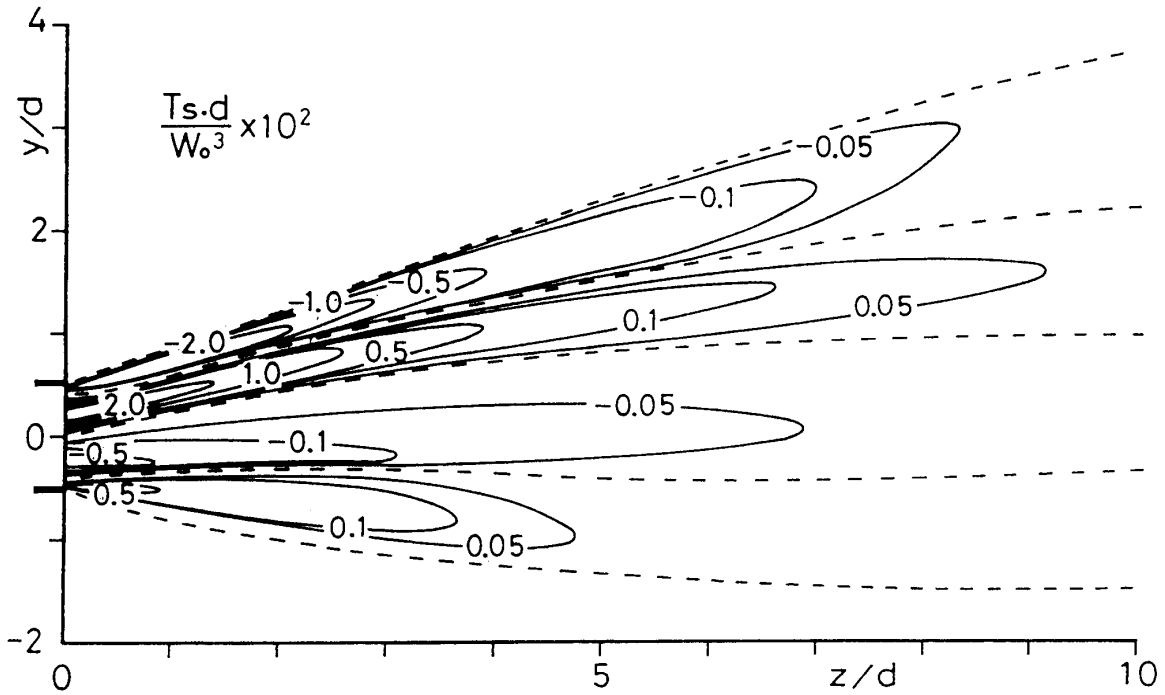


図13 レイノルズ応力の拡散項 T_s

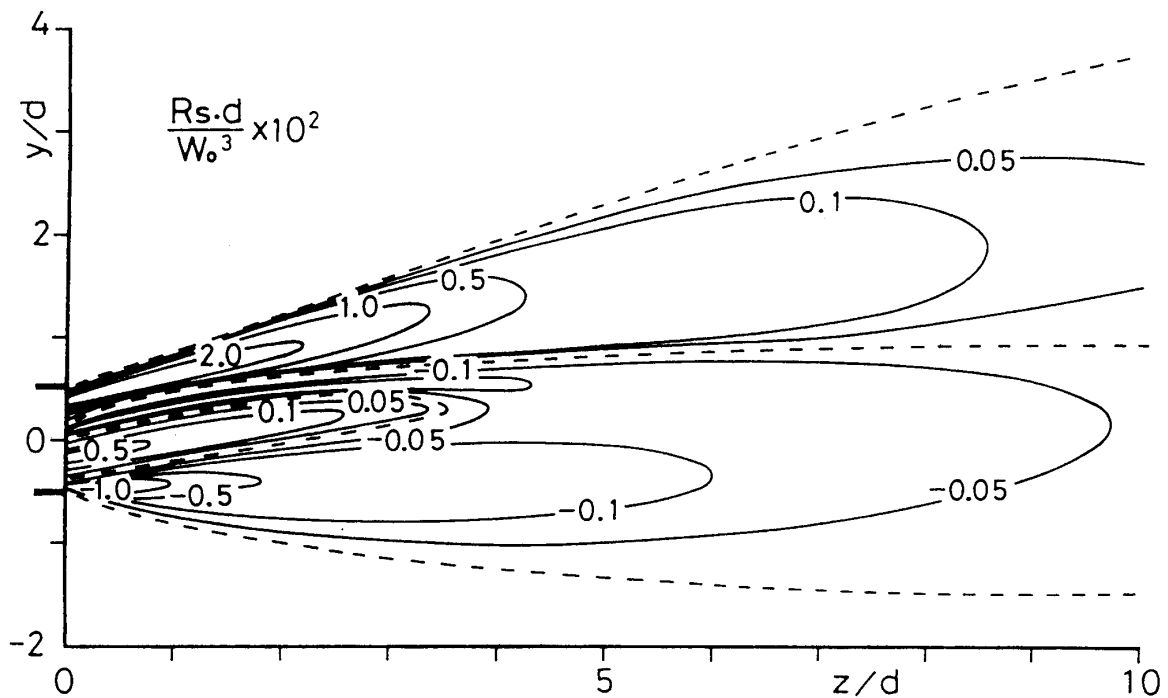


図14 レイノルズ応力の圧力・歪相関項 R_s

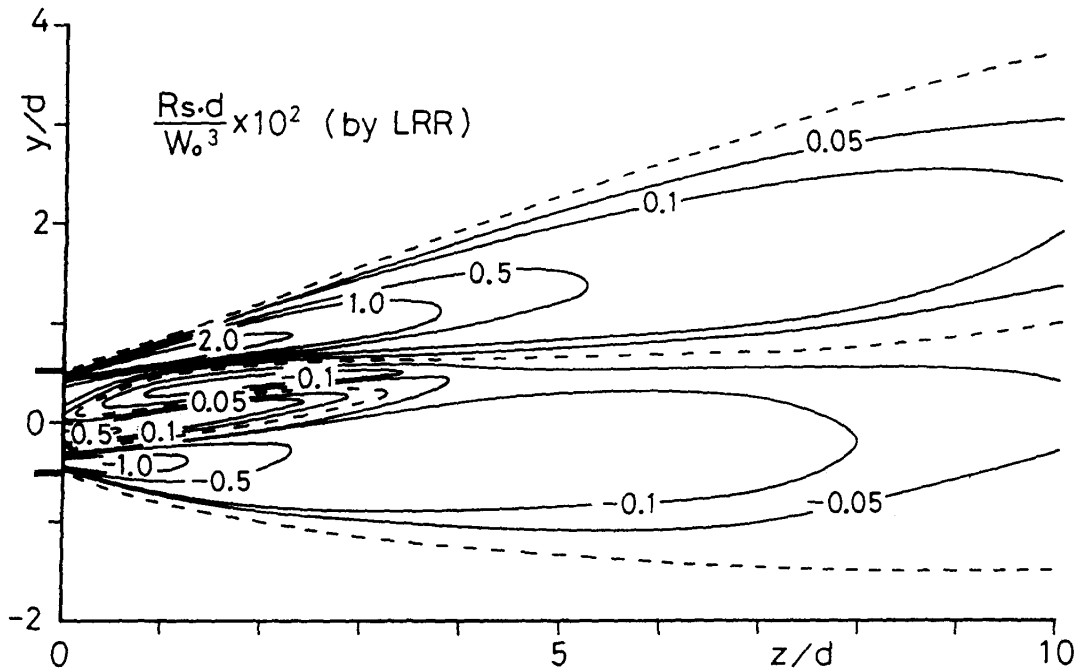


図15 LRR モデルによる圧力・歪相関項 R_s .

0.075 ($y > y_m$), 0.003 : 0.030 : -0.002 : -0.031 ($y < y_m$) となり, それぞれの領域内で生成項は圧力・歪相関項とほぼ釣り合っている。このことは, 最大速度点を横切ってレイノルズ応力の授受は行われにくいことを意味している。また, 曲り外側の生成作用の方が活発なため, レイノルズ応力はかなり下流まで非対称な分布を示すものと考えられる。

最後に, 測定データを用いて算出した LRR モデル¹⁰⁾による圧力・歪相関項

$$R_s = C_1 \frac{\overline{v'w'}}{k} \varepsilon - \left\{ \frac{C_2 + 8}{11} G_s - \frac{30C_2 - 2}{50} \left(\frac{\partial \overline{W}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{V}}{\partial z} \right) k + \frac{8C_2 - 2}{11} D_s \right\} \quad (6)$$

を図15に示す。ここで, $D_s = \overline{w'^2} \partial \overline{W} / \partial y + \overline{v'^2} \partial \overline{V} / \partial z$ および $\varepsilon = D_k$ (図10)。モデルの経験定数 C_1, C_2 は, 残差として求めた R_s (図14) によく一致するよう種々の組合せを調べ, 最終的に LRR モデルと同じ $C_1 = 1.5, C_2 = 0.4$ とした。図示はしないが, モデル式の等方性回帰項(第1項)と平均歪の応答項(第2項)は同程度の作用を示す。また第2項では, k 項と D_s 項は類似した逆符号の分布を示し互いに打消し合うので, 結局 G_s 項中の $\overline{v'^2} \partial \overline{W} / \partial y$ が R_s に大きく寄与している。モデルによる R_s はレイノルズ応力収支より求まる R_s をかなりよく近似している。

4. 結 論

90°曲ったノズルより流出する噴流の中央対称面内の流れについて, 測定データを解析し, 以下の知見を得た。

- i) 乱れのエネルギーが最大速度点に関してほぼ対称な分布を示しても, レイノルズ応力

はかなり非対称な分布を示す領域が存在する。

ii) 乱れのエネルギー収支では生成項と散逸項が、レイノルズ応力収支では生成項と圧力・歪相関項が全体として平衡していると見なすことができる。

iii) 最大速度点より曲り外側・内側それぞれの領域で、レイノルズ応力の収支が成立する。

iv) 経験定数を適切に選べば、LRR モデルにより圧力・歪相関を近似することができる。

参考文献

- 1) 須藤・高見・檜原：日本機械学会論文集(B編), 53-487 (1987), 839.
- 2) 須藤・高見・島田・檜原：日本機械学会論文集(B編), 55-512 (1989), 1078.
- 3) Heskestad, G.: Trans. ASME (J. Appl. Mech.), **32**-4 (1965), 721; 735.
- 4) Wygnanski, I. and Fiedler, H.: J. Fluid Mech., **38**-3 (1969), 577.
- 5) 須藤・高見・檜原：日本機械学会論文集(B編), 58-546 (1992), 379.
- 6) ASME (日本機械学会誌)：計測の不確かさ, (1987), 26 (丸善).
- 7) Townsend, A.A.: The Structure of Turbulent Shear Flow, (1976), 194 (Cambridge Univ.).
- 8) Rotta, J.C.(大路訳)：乱流, (1975), 203 (岩波書店).
- 9) Gessner, F.B. and Jones, J.B.: J. Fluid Mech., **23** (1965), 689.
- 10) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W.: J. Fluid Mech., **68** (1975), 537.

Turbulence Analysis in a Jet Issuing from 90° Curved Nozzle

Toshihiro TAKAMI

Department of Mechanical Engineering,

Faculty of Engineering,

Okayama University of Science,

Ridai-cho 1-1, Okayama 700, Japan

(Received September 30, 1995)

A free jet has been investigated experimentally and analytically, which is issued from a 90° curved nozzle. Turbulence data have been analyzed by estimating a balance of turbulence energy and Reynolds stress in a symmetric plane of the jet. Analytical results are compared with predicted ones by a Reynolds-Stress-Model which was proposed by LRR, to confirm the performance of the turbulence model in the complex three-dimensional turbulent flow.