

因子分析における感度分析ソフトウェア SAF/F の開発

長畑恵美子*・尾高 好政*・田中 豊**

*岡山理科大学情報処理センター

**岡山大学教養部

(1993年9月30日 受理)

1. はじめに

感度分析のねらいはデータの微小な変化が結果にどのような影響を与えるかを調べることにある。これまでに主因子分析法 (PFA)¹⁾, 最尤法による因子分析 (MLFA)²⁾, 最小二乗法による因子分析 (LSFA)³⁾, アルファ因子分析 (AFA)⁴⁾等における感度分析の方法を提案してきたが, ソフトウェア SAF はそれらのプログラムの集大成を意図したものである。SAF はこれまで, パソコンあるいはワークステーション上で, BASIC 及び S 言語を用いて (SAF/B⁵⁾, SAF/S⁷⁾ 開発を行ってきたが, 大規模なデータの処理や速度の点で問題があり, これらの問題の解決をはかるため, 大型計算機での処理を行う必要性が生じてきた。大型計算機には種々の計算機言語があるが, BASIC からの移植の容易さを考えて FORTRAN 言語を用い, 情報処理センターの大型計算機 FACOM M-380で開発を行うことにした。このたび因子分析における感度分析のソフトウェア SAF/F (Sensitivity Analysis in Factor analysis/Fortran) Version 1 を作成したので報告する。Version 1 では最尤法のみを取り扱っているが, 現在主因子法などの他の手法も開発中である。

2. 影響関数

感度分析の主要なツールとして影響関数 (influence function) を用いる。 $T = T(F)$ を分布関数 F の汎関数として表わされるパラメータとする。このとき点 \mathbf{x} における理論影響関数 $I(\mathbf{x}; T)$ は次のように定義される⁸⁾。

$$I(\mathbf{x}; T) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (\tilde{T} - T) / \epsilon$$

ここに $\tilde{T} = T(\tilde{F})$, $\tilde{F} = (1 - \epsilon)F + \epsilon\delta_{\mathbf{x}}$, $\delta_{\mathbf{x}}$: 点 \mathbf{x} に point mass 1 をもつ分布関数である。また, この定義式で理論分布関数 F をデータに基づく経験分布関数で置き換えたものを経験影響関数 (Empirical Influence Function: EIF) という。

3. 因子分析モデル

次のようなモデルを仮定する。

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\mu} + L\mathbf{f} + \mathbf{e}$$

ただし,

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= (x_1, \dots, x_p)^T && : p \times 1 \text{ 確率ベクトル,} \\ \boldsymbol{\mu} &= (\mu_1, \dots, \mu_p)^T && : p \times 1 \text{ 平均ベクトル,} \\ L &= (l_{ij}) && : p \times q \text{ 因子負荷行列,} \\ \mathbf{f} &= (f_1, \dots, f_q)^T && : q \times 1 \text{ 共通因子スコアベクトル,} \\ \mathbf{e} &= (e_1, \dots, e_p)^T && : p \times 1 \text{ 独自因子スコアベクトルである.} \end{aligned}$$

このとき、確率ベクトル \mathbf{x} の分散共分散行列 Σ は次のように分解される。

$$\Sigma = LL^T + \Delta$$

ただし、 Δ は独自因子スコアの分散共分散を表す対角行列である。このモデルでは直交因子を仮定しているが、これによって感度分析の一般性が失われることはない。

4. Δ および LL^T の影響関数

独自因子分散 Δ ならびに共通因子分散 $T = LL^T$ に対する影響関数 $\Delta^{(1)} = I(\mathbf{x}; \Delta), T^{(1)} = I(\mathbf{x}; T)$ が種々の因子分析に対して導かれている^{1),2),3),4)}。基本的な考え方^{9),10)}は因子分析の決定方程式に、摂動 $\Sigma \rightarrow \Sigma + \varepsilon \Sigma^{(1)}, \Delta \rightarrow \Delta + \varepsilon \Delta^{(1)}, T \rightarrow T + \varepsilon T^{(1)}$ を導入し、影響関数の定義に現れる分布関数の摂動によって生じる Σ の変化 $\Sigma \rightarrow \Sigma + \varepsilon \Sigma^{(1)}$ に対応する $\Delta^{(1)}$ と $T^{(1)}$ を評価することである。

4.1 最尤法の場合

S を Σ の最尤推定とすると、最尤法の場合の L と Δ の決定方程式は次のように表される¹¹⁾。

$$\hat{\Delta}^{-1/2}(S - \hat{\Delta})\hat{\Delta}^{-1/2} = V_1 \Lambda_1 V_1^T + V_2 \Lambda_2 V_2^T: \text{spectral decomposition,} \quad (1)$$

$$\hat{L} = \hat{\Delta}^{1/2} V_1 \Lambda_1^{1/2}, \quad (2)$$

$$\hat{\Delta} = \text{diag}(S - \hat{L}\hat{L}^T). \quad (3)$$

ここで、 $\Lambda_1 = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_q), \Lambda_2 = \text{diag}(\lambda_{q+1}, \dots, \lambda_p)$ は $\hat{\Delta}^{-1/2}(S - \hat{\Delta})\hat{\Delta}^{-1/2}$ の大きい方から q 個の固有値と残りの $p - q$ 個の固有値であり、 V_1, V_2 はそれに対応した固有ベクトルである。これらの決定方程式は標本において定義されているが $n \rightarrow \infty$ のとき S は Σ に収束するため S を Σ に置き換えて母集団での理論影響関数を導くことができる。決定方程式(1)~(3)において、標本分散行列 $S \rightarrow S + \varepsilon S^{(1)}, S^{(1)} = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T - S$ のような摂動を導入する

と、 $\hat{\Delta}$ と \hat{T}^* の経験影響関数 $\hat{\Delta}^{(1)}, \hat{T}^{*(1)}$ が得られる²⁾。その具体的な求め方は次のとおりである。

第1段： $R_{jk}^{*(1)}$ を計算する。ただし $j \neq k$

$$R_{jk}^{*(1)} = S_{jk}^{(1)}, \quad j \neq k.$$

第2段： $R_{jj}^{*(1)}$ に関して連立1次方程式を解く。

$$\{1 + (\hat{\Delta}^{-1/2} \hat{T} \hat{\Delta}^{1/2})_{jj}\} R_{jj}^{*(1)} - \sum_{l=1}^p a_{(j)l} R_{ll}^{*(1)} = \sum_{l=1}^p \sum_{l' \neq l}^p b_{(j)ll'} R_{ll'}^{*(1)} + C_{jj}, \quad j = 1, \dots, p,$$

ここに

$$\begin{aligned} a_{(j)l} = & \sum_{s=1}^q \sum_{r=1}^q \left\{ \frac{1}{2} v_{ls} (QV)_{lr} + \frac{1}{2} (QV)_{ls} v_{lr} + \hat{\Delta}_{ll}^{-1} v_{ls} v_{lr} \right\} \hat{\Delta}_{jj} v_{js} v_{jr} \\ & + 2 \sum_{s=1}^q \sum_{r=q+1}^p \lambda_s (\lambda_s - \lambda_r)^{-1} \left\{ \frac{1}{2} v_{ls} (QV)_{lr} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} (QV)_{ls} v_{lr} + \hat{\Delta}_{ll}^{-1} v_{ls} v_{lr} \right\} \hat{\Delta}_{jj} v_{js} v_{jr}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{(j)ll'} = & \sum_{s=1}^q \sum_{r=1}^q \hat{\Delta}_{ll}^{-1/2} \hat{\Delta}_{ll'}^{-1/2} \hat{\Delta}_{jj} v_{ls} v_{lr} v_{js} v_{jr} \\ & + 2 \sum_{s=1}^q \sum_{r=q+1}^p \lambda_s (\lambda_s - \lambda_r)^{-1} \hat{\Delta}_{ll}^{-1/2} \hat{\Delta}_{ll'}^{-1/2} \hat{\Delta}_{jj} v_{ls} v_{lr} v_{js} v_{jr}. \end{aligned}$$

$$\text{ただし, } Q = \hat{\Delta}^{-3/2} R^* \hat{\Delta}^{-1/2}.$$

第3段： $\hat{\Delta}_{jj}^{(1)}$ を求める。

$$\hat{\Delta}_{jj}^{(1)} = S_{jj}^{(1)} - R_{jj}^{*(1)}, \quad j = 1, \dots, p.$$

第4段： $\hat{T}_{jk}^{*(1)}$, $j \neq k$ を求める。

5. 種々の影響尺度

5.1 推定値 $\hat{\Delta}$ と \hat{T}^* への影響

$\hat{\Delta}$ と \hat{T}^* に対する影響は $\hat{\Delta}^{(1)}$ と $\hat{T}^{*(1)}$ によって評価できる。これらを、スカラー値に要約する仕方として以下のような尺度を用いる。

- (1) $\|\hat{\Delta}^{(1)}\|$,
- (2) $D_{us}(\hat{\Delta}^{(1)}) = \hat{\Delta}^{(1)T} [\hat{V}_D(\hat{\Delta})]^{-1} \hat{\Delta}^{(1)}$,
- (3) $D_{ms}(\hat{\Delta}^{(1)}) = \hat{\Delta}^{(1)T} [\hat{V}(\hat{\Delta})]^{-1} \hat{\Delta}^{(1)}$,
- (4) $\|\hat{T}^{*(1)}\|$.

ただし、行列 $\hat{V}(\hat{\Delta})$ と $\hat{V}_D(\hat{\Delta})$ は Δ の漸近共分散行列およびその対角要素からなる対角行列に対する推定値である。

5.2 Δ の推定精度への影響

推定精度への影響尺度（回帰分析における COVRATIO に対応する量）として、次の式を定義する。

$$\widetilde{CVR} = \det(\tilde{\Psi}_{(i)}) / \det(\Psi)$$

Ψ は $\hat{\Delta}_{jj}$ と $\hat{\Delta}_{uu}$ の間の漸近共分散行列, $\tilde{\Psi}_{(i)}$ は i 番目の観測値を落としたときの $\hat{\Delta}_{jj}$ と $\hat{\Delta}_{uu}$ の間の漸近共分散の近似値 ($\hat{\Delta}^{(i)}, \hat{T}^{(i)}$ を用いた近似) である。この値が 1 より大きい (小さい) ことは i 番目の個体を落とすと推定精度が悪く (良く) なることを意味する。実際には, $\widetilde{CVR} = \det(\tilde{\Psi}_{(i)}) / \det(\Psi) - 1$ を計算する。

5.3 適合度への影響

適合度への影響尺度として次の式を定義する。

$$(\tilde{\chi}^2)^{(i)} = -(n-1)(\tilde{\chi}_{(i)}^2 - \chi^2)$$

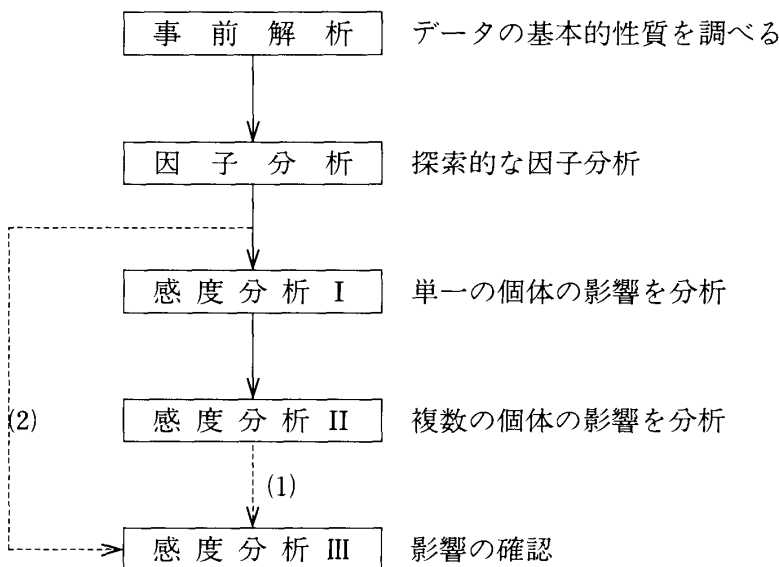
χ^2 は適合度に対する尤度比統計量, $\tilde{\chi}_{(i)}^2$ は i 番目の個体を落としたときの適合度統計量の近似値 ($\hat{\Delta}^{(i)}, \hat{T}^{(i)}$ を用いた一次近似) である。この値が 0 より大きい (小さい) ことは i 番目の個体を落とすと適合度が良く (悪く) なることを意味する。

6. SAF/F の概略

SAF/F は, バッチ形式で FACOM-M380 上で稼動している。以下にその概略を述べる。

6.1 SAF/F の流れ図

以下に, SAF/F の流れ図を示す。



感度分析 III の実行は, 因子分析及び感度分析 I, II を行った条件と同じでなければならない。また, (1) の流れは, 個体を落としたとき感度分析 I, II を再実行する場合であり, (2) は因子分析結果の影響のみをみる場合である。

6.2 SAF/F の機能

SAF は以下に示すように大きく 5 つの部分からなっている。

(1)事前解析

データ入力とデータの基本的性質を調べる部分であり、以下のような機能を持つ。

- ・平均、分散などの基本統計量の計算
- ・データの多重散布図
- ・P-P plot, Q-Q plot (データの正規性のチェック)

(2)因子分析

・種々の探索的な因子分析を行う部分であり、以下の4種の手法を用意した。

- P F A (主因子分析) ……開発中
- M L F A (最尤法)
- L S F A (最小二乗法) ……開発中
- A F A (アルファ因子分析) ……開発中

(3)感度分析 I

・単一の個体の影響を分析する部分であり、以下の影響尺度を求める。

$$\|\hat{\Delta}^{(1)}\|, \|\hat{T}^{*(1)}\|, D_{us}, D_{ms}, \widetilde{CVR}, (\bar{\chi}^2)^{(1)}$$

- ・それぞれの統計量の index plot を出力する

(4)感度分析 II

・複数の個体の影響を分析する部分であり、EIF に対して以下の2つの分析手法を用意した。

- P C A (主成分分析)
- C V A (正準変量分析)

- ・分析結果の散布図を出力する。

(5)感度分析 III

影響の確認をする部分であり、以下のことを行う。

- ・実際に影響の大きい個体を落として因子分析を行う。
- ・影響の大きいデータが特異なデータかどうかの確認のため多重散布図を描く。
- ・SIF を求め、EIF との散布図を出力する。

6.3 SAF/F の入力データ形式

'データセット名'	処理データ名	(必須)
'METHOD=手法'	因子分析の手法	(必須)
ML: 最尤法,	P: 主因子法	
LS: 最小二乗法,	A: アルファ因子分析	
'NF= n'	因子数	(必須)
'MAXIT= n'	最大反復回数	(デフォルト: n=50)
'CONV= ε'	収束判定条件	(デフォルト: ε=0.0001)
'GRAPH=YES or NO'	グラフの出力	(デフォルト: NO)

'SENS3=YES or NO' 感度分析Ⅲの実行 (デフォルト: NO)

'SENS3=YES' の時の入力形式

'SENS3=YES', $s_1, s_2, n, o_1, \dots, o_n$

s_1 : SIF の計算 (1: 実行する, 0: 実行しない)

s_2 : 感度分析 I, II の再実行 (1: 実行する, 0: 実行しない)

n : 落とす個体数

o_i : 落とす個体番号

(注) n の数と o_i の指定個数を同じにする。

'GRAPH=NO' の場合でも感度分析Ⅲのグラフは出力する。

(例) SIF の計算を行い, No. 75 と No. 82 を落とし, 感度分析 I, II は再実行しない場合

'SENS3=YES', 1, 0, 2, 75, 82

6.4 SAF/F の JCL の例

以下は, MARDIA のデータを, 最尤法を用いて, 因子数 2, 最大反復回数 100, 収束判定条件 0.000001 でグラフを出力し, 感度分析Ⅲを行うときの FACOM-M380 の JCL (Job Control Language) ¹²⁾ である。

```
//XXXXXXXXA(a)JOB (, 200), CLASS=B, MSGCLASS=H, REGION=1024K
```

```
/*JOBPARM LINES=12
```

```
// EXEC PGM=SENS3P1(b)
```

```
//STEPLIB DD DSN=CEN0150. SAFF1. LOAD(c), DISP=SHR
```

```
//FT05F001 DD*
```

```
  XXXXXXXX. XXXXXXX. DATA (MARDIA)..... データーセット名
```

```
  METHOD=ML'..... 因子分析の手法 (最尤法)
```

```
  NF=2'..... 因子数
```

```
  MAXIT=100'..... 最大反復回数
```

```
  CONV=0.000001'..... 判定条件
```

```
  GRAPH=YES'..... グラフの出力
```

```
  'SENS3=YES', 1, 0, 2, 75, 82..... 感度分析Ⅲの実行
```

```
//FT06F001 DD SYSOUT=A
```

```
//FT06F001 DD DSN=&&PLOT, DISP= (NEW, PASS), UNIT=SYSDA,
```

```
//SPACE= (TRK, (10, 10))
```

```
//EXEC PGM=PSPCNV
```

```
//STEPLIB DD DSN=PP1, LINKLIB, UNIT=SYSDA, VOL=SER=MSPSYS, DISP=SHR
```

```
//XYSYS DD DSN=&&PLOT, DISP= (OLD, DELETE)
```

```
//SYSPRINT DD SYSOUT=*
//WORK DD UNIT=SYSDA, SPACE=(CYL,(1,1)), DISP=NEW
//MPTMST DD DSN=SYS1, KPATNLIB, DISP=SHR
//GDFILE SYSOUT=*
//SYSIN DD DSN=SYS2, PROCLIB (PSPCNVP)=SHR
//
```

(注) a) ジョブ名

b) 実行するプログラム名

c) 実行するプログラムのロードモジュールの入っているデータセット名

7. 数 値 例

例題 (Mardia et al. Multivariate Analysis. 1979. Table 1.2.1 Open/closed book data)¹³⁾の分析を通して SAF/F の主な機能を説明する。このデータは88人の学生に対して、5教科の試験を行ったものである。最初の2教科は教科書を見ながら (open book)、後の3教科は教科書を見ずに (closed book) 行ったものである。変数数は $P=5$ 、個体数は $n=88$ で、Mardia らに従って、2因子モデル ($q=2$) を仮定して最尤法で分析する。

因子分析の結果を見ると(表1)、バリマックス回転後の因子負荷量の値は、第1因子で変数3, 4, 5が大きく、第2因子で変数1, 2が大きい。これより、第1因子は、closed book 因子を表し、第2因子は open book 因子を表しているものと考えられる。

次に、感度分析 I の部分で計算される独自分散行列 $\hat{\Delta}$ の影響関数 $\hat{\Delta}^{(1)}$ のノルム $\|\hat{\Delta}^{(1)}\|$ のインデックスプロットを見ると No. 75と No. 82が大きな値を持っている(図1-(a)) ので $\hat{\Delta}$ に対して影響が大きいと考えられる。また、 D_{ms} では、No. 75, No. 88の他、No. 54と No. 56が大きい(図1-(b))。推定精度 (CVR) を見ると No. 75と No. 82は+, No. 54と No. 56は-の値をとっている(図1-(c))。従って、No. 75と No. 82は落とすと推定精度が悪くなるデータで、No. 54と No. 56は推定精度が良くなるようなデータであることが分かる。適合度への影響を見る χ^2 は、No. 75と No. 82は-の値、No. 54と No. 56は+の値を持つ(図1-(d))。従って、前者は落とすと適合度は悪くなり、後者は適合度が良くなるデータであることがわかる。

感度分析 II で求めた CVA の散布図を見ると、No. 75と No. 82は1軸に対して大きく、No. 54と No. 56は、2軸に対して大きく、それぞれの対の中では影響の方向は似ており、対の間では影響の方向が違うものと考えられる(図2)。

ここで、No. 75と No. 82を落として因子分析を行うと、結果は次の様になる。(表2) これを見ると、変数1の独自分散は、0.4664から0.1787に大きく変化している。この結果と全データとを用いた結果と比較するために縦軸に第一因子、横軸に第二因子をとり全データの結果は×、No. 75と No. 82を落とし結果を○で散布図を書く(図3)。これを見ると、

表1 最尤法による因子分析の結果
(The open/closed book data, n=88 ; two-factor model)

Variable	Factor loadings		Unique variances
1	0.2702	0.6787	0.4664
2	0.3600	0.6721	0.4187
3	0.7429	0.5095	0.1886
4	0.7402	0.3167	0.3518
5	0.6982	0.2857	0.4310

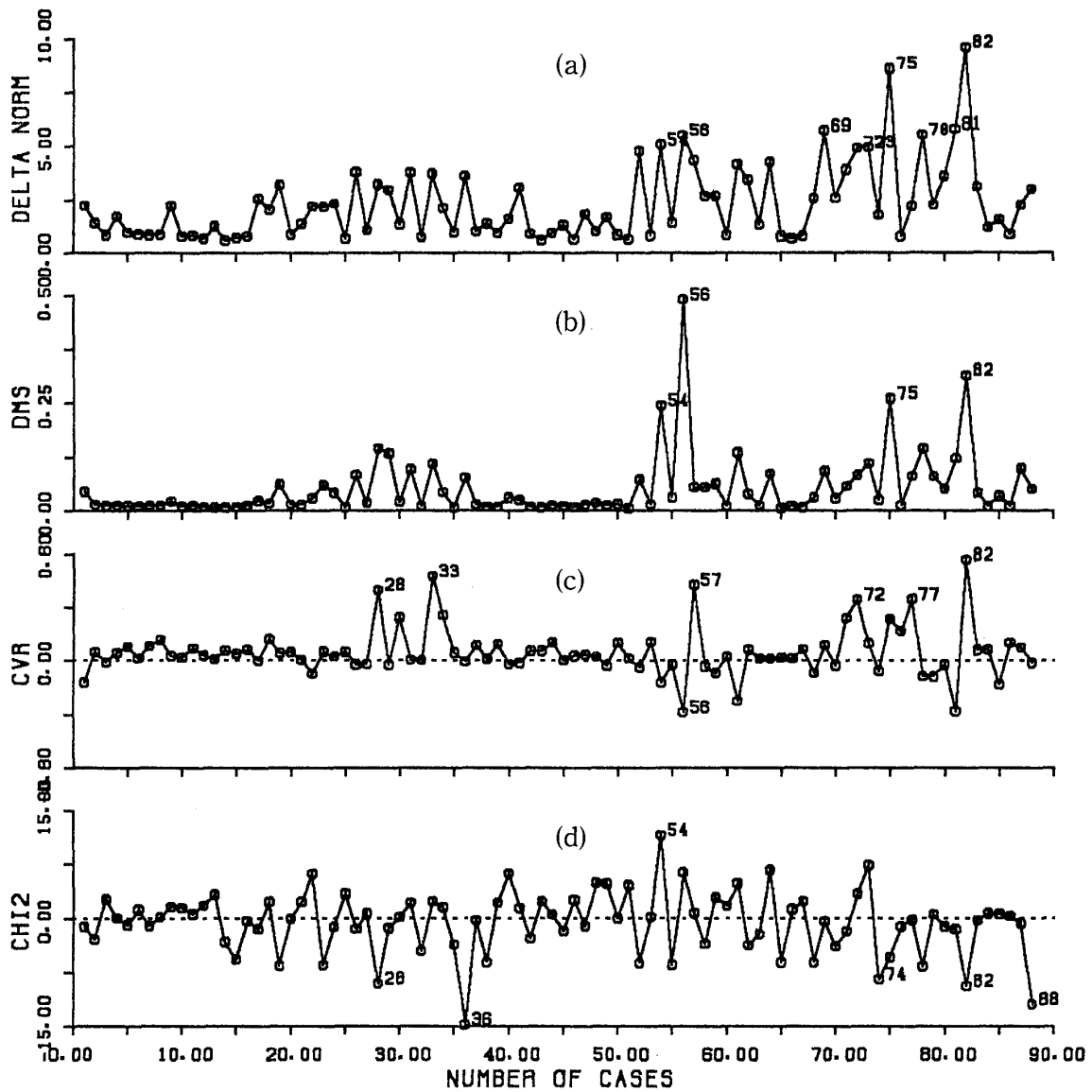


図1 種々の影響尺度のインデックスプロット
横軸：個体番号，縦軸：(a): $\|\hat{\Delta}^{(1)}\|$, (b): D_{ms} , (c): \widetilde{CVR} , (d): $(\tilde{\chi}^2)^{(1)}$

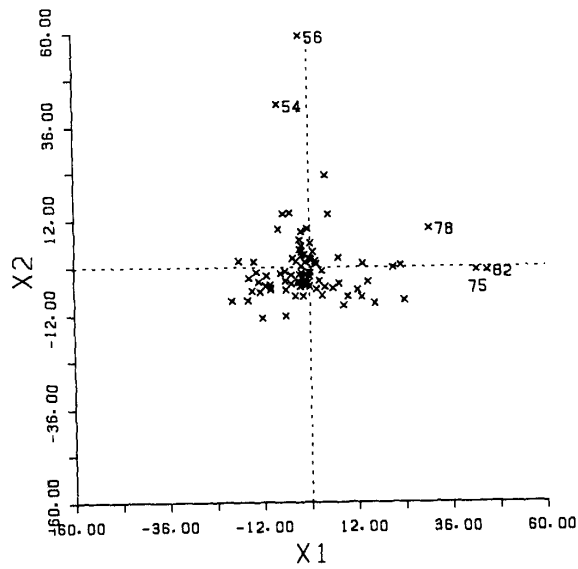


図2 CVA の散布図
 横軸：第1正準変量
 縦軸：第2正準変量

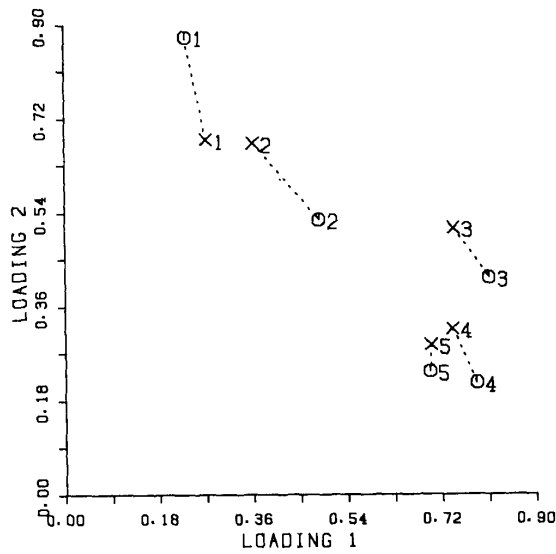


図3 因子負荷行列の変化の散布図
 ×：全データ,
 ○：No. 75, No. 82を落とした場合
 横軸：第1因子, 縦軸：第2因子

全データを用いた場合は、open book に対して変数 1 と 2，及び closed book に対して変数 3，4，5 とはうまく分離されているが，No. 75 と No. 82 を落とした結果は変数 1 は変数 2 とは別方向に移動し，先に述べた 2 因子の解釈が困難になってくるように見える。こ

のことから、No. 75と No. 82は 2 因子モデルを支えている重要なデータであると考えられる。

影響の大きいデータ No. 75と No. 82が、生データで異常なデータかどうかを見るため

表2 最尤法による因子分析の結果
(The open/closed book data, n=86 ; two-factor model ; No. 75, No. 82 Omitted)

Variable	Factor loadings		Unique variances
1	0.2310	0.8763	0.1787
2	0.4857	0.5262	0.4872
3	0.8096	0.4147	0.1726
4	0.7851	0.2126	0.3384
5	0.6957	0.2340	0.4612

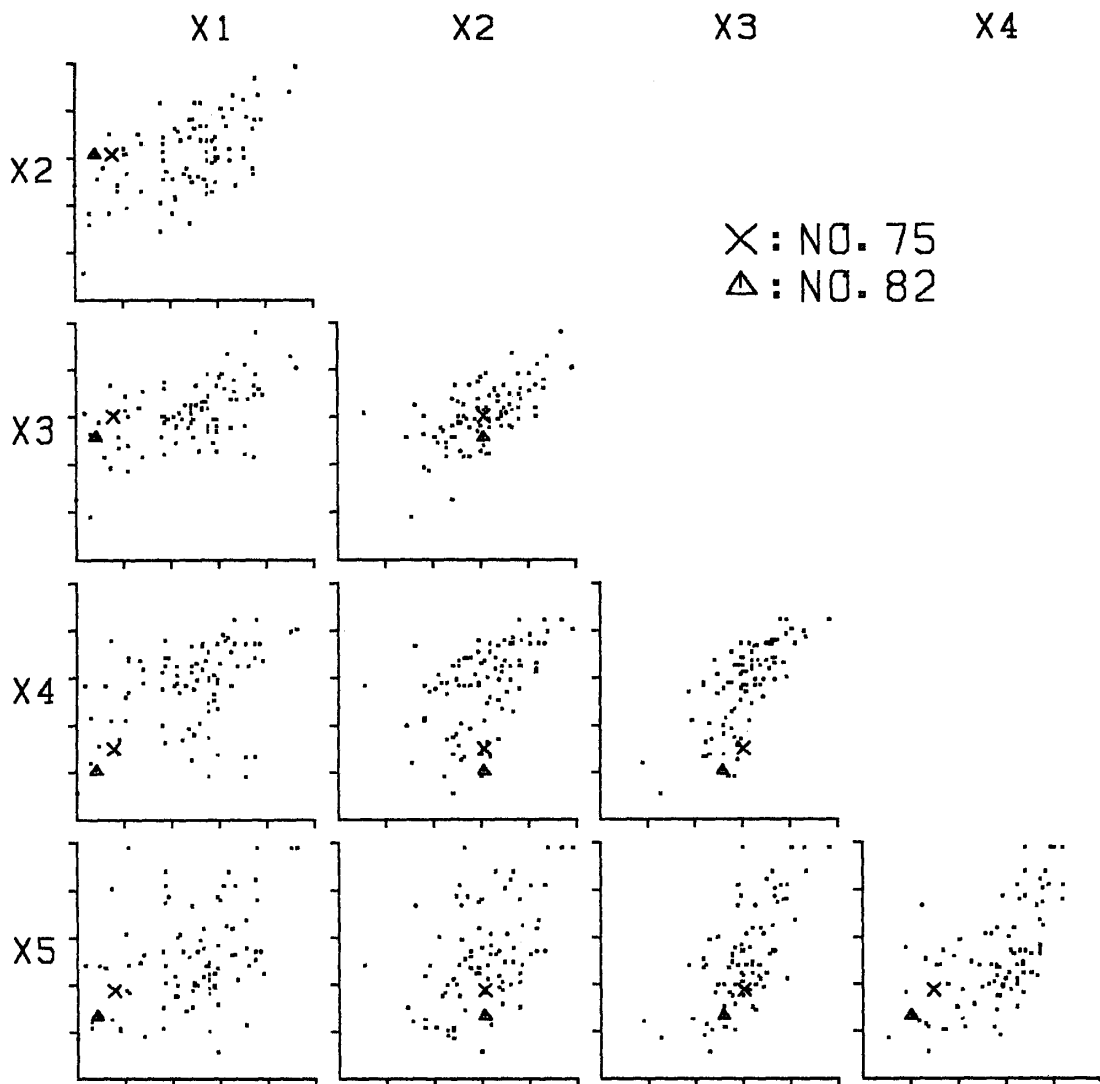


図4 生データの多重散布図 × : No. 75, △ : No. 82を表す

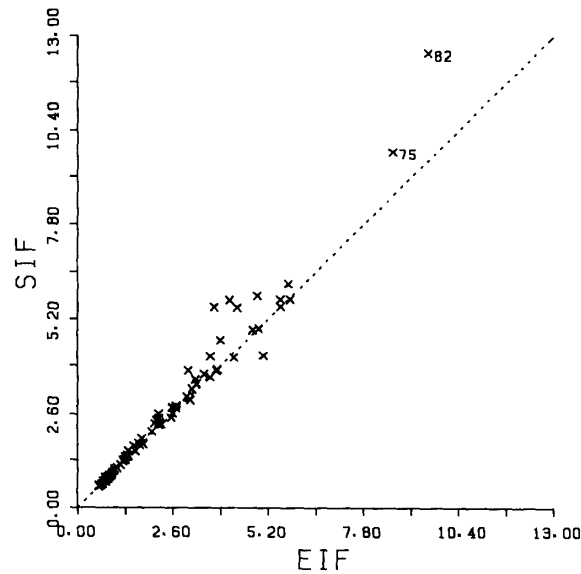


図5 $\|\hat{\Delta}^{(1)}\|$ の EIF と SIF の散布図
横軸：EIF, 縦軸：SIF

に多重散布図を描いてみると(図4), 変量1に対しては割合端の方にあるが特別外れているようには見えない。他の変量に対しては全く異常なデータとは思われない。構造の複雑な因子分析については, 生データからでは影響の大きいデータは見つけることは困難である。

次に, 我々の提案している経験影響関数を用いた尺度の妥当性を見るために, 実際にデータを1個ずつ落として標本影響関数 (Sample Influence Function : SIF) $\hat{\Delta}_{(SIF)}^{(1)} = -(n-1)(\hat{\Delta}_{(i)} - \hat{\Delta})$, ($i=1, \dots, p$) ($\hat{\Delta}_{(i)}$: i 番目の観測値を落した時の Δ の推定値) を計算し, $\hat{\Delta}_{(SIF)}^{(1)}$ と経験影響関数 $\hat{\Delta}_{(EIF)}^{(1)}$ のノルムの散布図を描く(図5)と大きいものは大きく, 小さなものは小さく, 割とよく45°の線に乗っている。従って, 時間のかかる SIF を用いるよりは, 我々の提案する EIF を用いる方が有効であると考えられる。

8. おわりに

現在のシステムは, 最尤法のみが実行可能であるが, 主因子法, 最小二乗法及びアルファ因子分析の手法も組み込み中である。また, 影響関数は1次の項までの計算しか行っていないが, 2次の項まで行うようにすればよりよい精度になると考えられる。SAF/Fは, 現在の所バッチ形式で稼動しているため, 会話形式のSAF/B, SAF/Sのように段階的に分析結果を検討しながら実行するのに比べて, 融通性は低い。しかし, 高速処理(前節の例題では CPU Time 約4秒)のため全ての結果を一括して分析できる優位性がある。図形処理は PSP¹⁴⁾を使用して, プリンター上に出力されるが, 会話形式 Version も開発して CRT 画面上で見ることができるようにもしたいと考えている。

参考文献

- 1) Tanaka, Y. and Odaka, Y. (1989). Influential observations in principal factor analysis. *Psychometrika*, **54**, 475—485.
- 2) Tanaka, Y. and Odaka, Y. (1989). Sensitivity analysis in maximum likelihood factor analysis. *Communications in Statistics*, **A18**, 4067—4084.
- 3) Tanaka, Y. and Odaka, Y. (1989). Sensitivity analysis in least squares factor analysis. *Data Analysis, Learning Symbolic and Numeric Knowledge* (Edited by E. Diday), Nova Science Publishers, 141—148.
- 4) Mateo, Z. F., Odaka, Y. and Tanaka, Y. (1993). Sensitivity Analysis in Alpha Factor Analysis. *Japan Journal of Biometrics*, **14**, 1—15.
- 5) 尾高好政, カスターニョ・エドワルド, 田中 豊 (1990). 因子分析における感度分析ソフトウェア: SAF/B. 第4回日本計算機統計学会大会論文集, 59—62.
- 6) Tanaka, Y., Castañõ-Tostado, E. and Odaka, Y. (1990). Sensitivity analysis in factor analysis: methods and software. *COMPSTAT 1990* (Edited by K. Momirović and V. Mildner), Physica-Verlag, 205—210.
- 7) 井上恭子, 尾高好政, 田中 豊 (1991). 因子分析における感度分析ソフトウェア SAF/S. 第5回日本計算機統計学会シンポジウム論文集, 53—56.
- 8) Hampel, F. R. (1974). The influence curve and its role in robust estimation. *J. Amer. Statist. Assoc.* **69**, 389—393.
- 9) Tanaka, Y. (1988). Sensitivity analysis in principal component analysis: Influence on the subspace spanned by principal components. *Communications in Statistics*. **A17**, 3157—3175.
- 10) Tanaka, Y. (1989). Influence functions related to eigenvalue problems which appear in multivariate analysis. *Communications in Statistics*, **A18**, 3991—4010.
- 11) 丘本 正 (1986): 「因子分析の基礎」 日科技連
- 12) 富士通株式会社, FACOM OS IV/F4 MSP ジョブ制御言語文法書
- 13) Mardia, K. V., Kent, J. T. and Bibby, J. M. (1979). *Multivariate Analysis*. Academic Press.
- 14) 富士通株式会社, FACOM OS IV PSP 文法書 GSL V10用

Development of Statistical Software SAF/F -Sensitivity Analysis in Factor Analysis

Emiko NAGAHATA*, Yoshimasa ODAKA*, Yutaka TANAKA**

**Information Processing Center, Okayama University of Science*

1-1 Ridaicho, Okayama 700, Japan

***Department of Statistics, Okayama University*

2-1-1 Tsushimanaka, Okayama 700, Japan

(Received September 30, 1993)

Statistical software SAF/B and SAF/S have been developed so far sensitivity analysis in factor analysis in BASIC and S language by Tanaka, Odaka, and Castañó-Tostado (1990) and Inoue, Odaka, Tanaka (1991). For all these versions, the main objective is to investigate how a small change of data affects the outcome of the analysis and to detect influential observations.

For the similar purpose we are developing SAF/F in FORTRAN using the main frame FACOM M-380 of the Information Processing Center, Okayama University of Science. With this software sensitivity analysis can be carried out for the factor analysis of large data sets. This is a report of the first version of SAF/F.