

超流動ヘリウム 4 中の量子渦粘性率の測定

小川 智之・重松 利信・藤井 佳子・中村 改樹
山口 稔・信貴豊一郎

岡山理科大学理学部応用物理学科

(1993年 9 月30日 受理)

1 はじめに

液体 ${}^4\text{He}$ は、2.17 K 以下で超流動状態に転移し、常流体と超流体の2つの成分からなる流体として記述される。常流体は粘性をもつ通常の流体として振舞うが、超流体は粘性のない完全流体のごとく振舞う。

ところで、超流体の速度 v_s がある臨界値を超えると、渦が発生し、これを介して超流体と常流体の間に相互摩擦力が働くようになる。 v_s の閉曲線に沿った線積分=循環を考えると、波動関数の一価性により、循環が h/m (h : プランク定数, m : ${}^4\text{He}$ 原子の質量) を単位

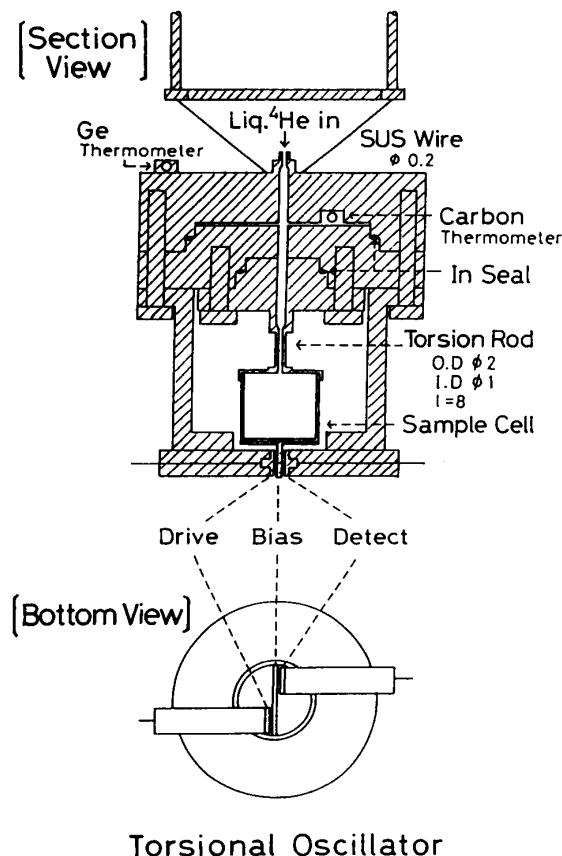


図1 ねじれ振子による粘性率測定セル。

として量子化されていることがわかる。そこで、 v_s 場に伴う渦を量子渦と呼ぶ。この渦の芯では、超流体成分が零であり、芯を連ねた渦糸あるいは渦輪が存在する。

量子渦の発生に伴う超流動の乱流の研究は、これまで主に熱カウンター流において行なわれてきた¹⁻³⁾。これらの研究により、渦糸密度が十分大きな場合には、実験結果をかなり良く説明しうる渦糸の運動についての理論が立てられている⁴⁾。しかし、渦はいかにして発生し成長するのかという問題については未だ定説がない。我々は、高い Q 値をもつねじれ振子を製作し、液体⁴Heの粘性率を測定した。この結果、超流動転移温度 (T_λ) 以下で、常流体の粘性に加えて、量子渦糸の発生に伴う粘性 (渦粘性) を観測したので報告し渦の発生条件について考察する。

2 実験装置と測定回路

ねじれ振子に外部からの振動が伝わらないように、①コイルばね4個でトップフランジを支持台より浮かせる ②クライオスタットのすぐ上にベローズを設ける。③ヘリウム槽を排気するメカニカルブースターポンプおよびキニーポンプは室外に設置するという防振対策を施した。

ねじれ振子による粘性測定セルの構造を図1に示す。全体は、黄銅ブロック、decoupler, torsion ロッド, サンプルセル, バイアス電極, ドライブ電極, ディテクト電極よりなりたっている。黄銅ブロックは振子のねじれ運動の支点となる重要なものである。振子のねじれ軸に対する黄銅ブロックの慣性能率は $4050\text{g} \cdot \text{cm}^2$ であり、振子の慣性能率 $2.9\text{g} \cdot \text{cm}^2$ と比べて3桁以上大きいので、ねじれの支点として十分な大きさであった。

ねじれ振子の感度を上げるためには、外部からの振動が振子に伝わるのを極力抑える必要がある。そこでステンレス製の直径0.02cmのワイヤー3本で作った decoupler の下に黄銅ブロックを吊り下げ、振子を機械的に孤立させた。水平方向の振動に対しても効果があるように、ワイヤーは45度の角度に張った。

Torsion ロッドは振子の Q 値を決める重要な部分である。 Q 値を上げるには、BeCuを用い、熱硬化して剛性率を高めるのが最善である。しかし、今回は、ロッド部分の工作の都合上、燐青銅を使用した。ロッドは長さ0.8cm, 外径0.2cm, 内径0.1cmに加工した。この0.1cmの穴は、液体⁴Heをセルに導入するラインである。Torsion ロッドの上部のインジウムシール用フランジ, torsion ロッドおよびロッドの下部の蓋は燐青銅の一体物で作った。

液体⁴Heの満たされるサンプルセルは、内径1.54cm, 高さ1.57cm, 肉厚0.03cmの黄銅製である。空のセルの慣性能率に対する、液が壁にひきずられることによる慣性能率の増加分の比率を大きくする為に、サンプルセルはできるだけ軽くした。第二の測定シリーズでは、サンプルセルをエポキシ樹脂のスタイキャスト1266で製作した。スタイキャスト製セルの内面は、施盤加工後再び樹脂を塗布することにより黄銅製セルの内面に比べ滑ら

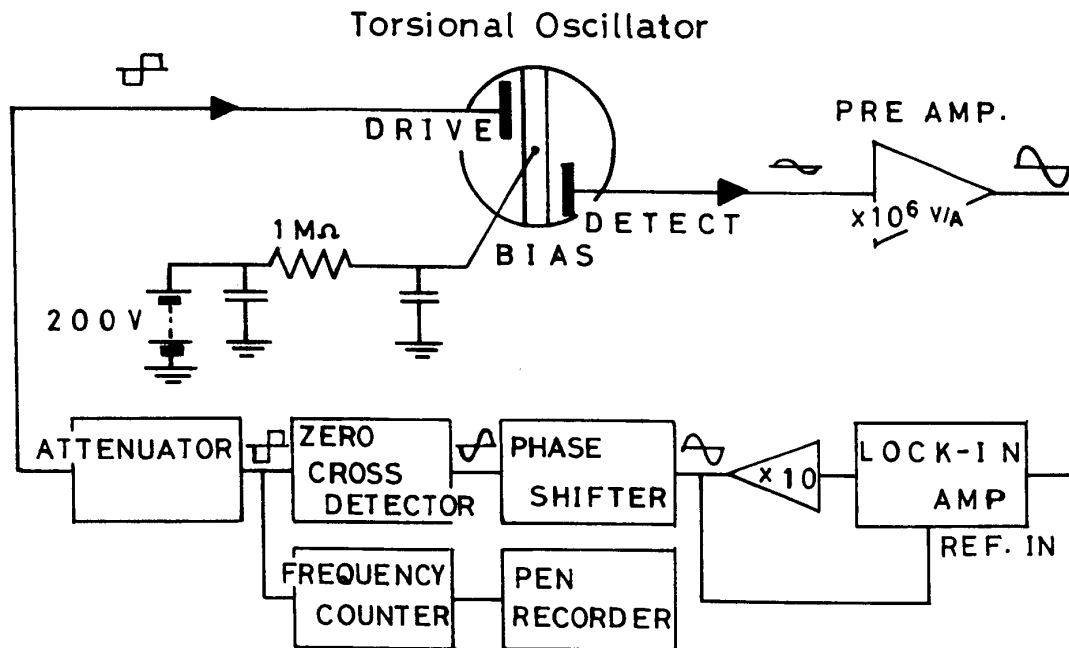


図2 ねじれ振子を自励振動させる電気回路。

かにした。

バイアス電極は黄銅製で、サンプルセルの下部に絶縁用カプトン膜を挟んで、スタイキャスト2850FTで貼りつけた。ドライブおよびディテクト電極は、バイアス電極との間隔を狭く保って、黄銅ブロックにビスで固定した。組立後、間隔を測定したところ、ドライブ電極とバイアス電極との間は $50 \pm 5 \mu\text{m}$ 、ディテクト電極とバイアス電極との間は $85 \pm 5 \mu\text{m}$ であった。

サンプルセルの温度測定には、図1に示すように、液体 ^4He に浸されているカーボン抵抗温度計を使用した。カーボン抵抗の温度較正はゲルマニウム抵抗温度計により行った。

抵抗測定には交流ブリッジを用い、 10^{-10}W 以下の電力で測定し、ジュール発熱を極力抑えた。

次に測定回路について述べる。ねじれ振子は、ドライブ電極に加えられた矩形波電圧によって振子を駆動させ、その固有振動数をディテクト電極に現れた正弦波信号から知るものである。振子を固有振動数でかつ、一定振幅で駆動させるために、図2のような帰還回路を構成した。コンデンサーを形成している電極間に働く力は、 $F = CV^2/(2d)$ (C : コンデンサーの容量、 V : 電極間の電圧、 d : 電極間間隔)で表される。ドライブ電極に加えられた矩形波電圧は1V程度であるので、200Vのバイアス電圧をかけることにより、電極間に働く力を大きくすると同時に、ドライブ電圧の変化に対する力の変化を一次比例で近似することができる。

Pre amp. には、NF社の電流入力型 (Model LI-76) を使用し、 $10^4 \sim 10^6$ の増幅を行った。Lock-in amp. (EG & G社, Model 124A) はバンドパスフィルターとして使用して

いる。振子の振動モードのうちねじれ振動を励起する為には、入力信号と出力信号の位相差を $\pi/2$ に保つ必要がある。そこで、信号の位相を任意に変化させることのできる位相調整回路を自作した。Zero cross detector は、一定の電圧をドライブ電極に印加するためのものである。位相調整回路から出力された任意の大きさの正弦波は、zero cross detector を経て、一定の大きさで、正弦波と同じ周波数をもつ矩形波に変換される。振子を安定駆動させるには、矩形波の正出力と負出力の大きさと時間間隔が、かなり正確に等しい必要がある。

3 測定原理

ねじれ振子の運動方程式は次のように記述される。

$$I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\mu\theta - \beta_n \frac{d\theta}{dt} - T_4 - T_r + T_{ex} \quad (1)$$

ここで、 I_0 は空のセルの慣性能率、 θ はねじれ角、 μ はねじれの定数、 $\beta_n d\theta/dt$ はねじれ振子自体に起因する減衰項、 T_4 は液体⁴He の粘性により振子に及ぼすトルク、 T_r はセルの壁の突起が振動に伴い⁴He を押しよけることにより振子に及ぼすトルク、 T_{ex} はドライブ電極の交流電場によるトルクで、この項により振子は、固有振動数で、強制振動を行う。

今の場合、ねじれ振子の固有振動数は1kHz 程度、粘性侵入深さ（振子にひきずられる液層の厚さ）は1ミクロン程度、またねじれ振動によるセルの壁の振幅は1ミクロン程度であることを考慮して(1)式を近似的に解く⁵⁾。セルが空の時の固有振動数を f_0 とし、液体⁴He をセルに満たした時固有振動数が Δf だけ減少したとすると、

$$\Delta f = \frac{k}{2} (\pi f_0 \rho \eta)^{1/2} R^3 \left(h + \frac{R}{2} \right) \frac{1}{I_0} + C \quad (2)$$

と書くことができる。ここで、 ρ は粘性流体の密度（従って T_λ 以下では常流体の密度）、 η は粘性率、 R はセルの半径、 h はセルの高さ、 I_0 は空のセルの慣性能率、 k 、 C は定数である。 k はセルの実際の表面積が計算で求めた値とは異なることからくる係数である。 C はセルの壁の突起が振動に伴い⁴He を押しよけることから生じる項で、液体全体の密度に比例する。2.5K 以下では液体⁴He の密度の温度変化は0.7%以下なので一定値と見なしでよい。2つの温度の粘性率があらかじめわかっておれば、これより k 、 C を決定でき、 Δf の測定値より任意の温度における粘性率を求めることができる。

次に、セルの壁の速さについて考える。ドライブ電圧を変えることにより壁の振幅すなわち壁の速さを変えることができる。 T_λ 以下では、壁からほぼ粘性侵入深さの距離にある常流体のみが壁にひきずられて動くので、壁の速さを変えると、壁の近くにおいて、壁および常流体と超流体の間の相対速度の大きさが変化する。壁の速さは、ディテクト電流を測定することにより次式から求められる。

$$\bar{v} = \frac{2R}{\pi r_0} \frac{d_2^2}{\epsilon_0 S_2 V} i_0 \quad (3)$$

ここで、 \bar{v} は壁の平均速度、 R はセルの半径、 r_0 はセルの中心からディテクト電極の中心までの距離、 d_2 はバイアスディテクト電極間の平均距離、 ϵ_0 は真空中の誘電率、 S_2 はディテクト電極の面積、 V はバイアス電圧、 $2i_0$ はディテクト電流の peak to peak 値である。

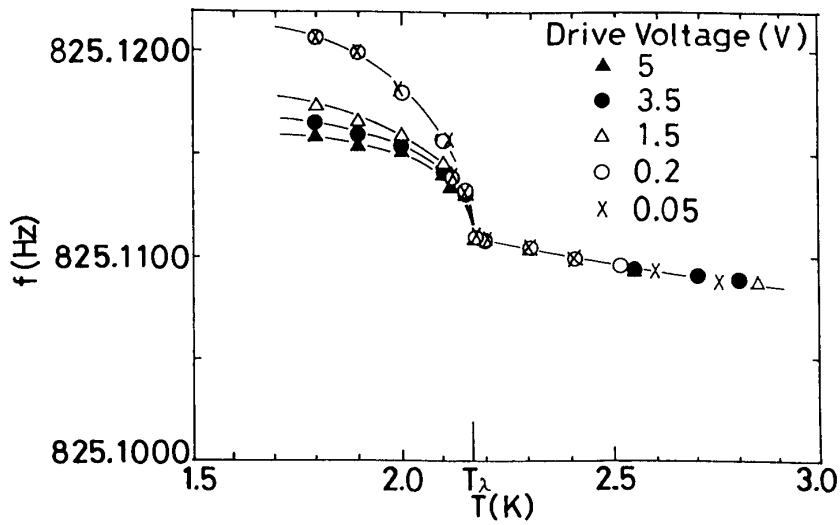


図3 セルに液体 ^4He を詰めたときの固有振動数と温度の関係 (黄銅製セル)。

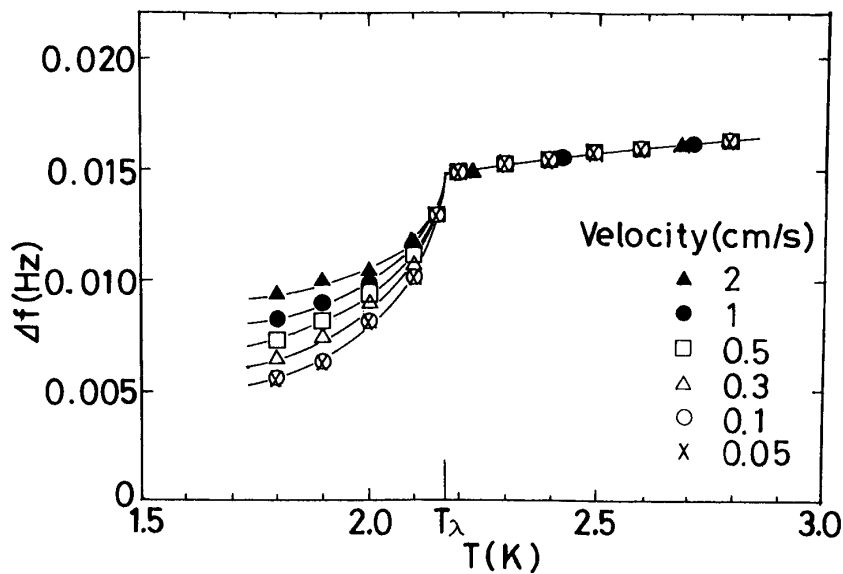


図4 セルが空のときと液体 ^4He を詰めたときの固有振動数の差の温度変化。パラメーターはセルの壁の平均速度 (黄銅製セル)。

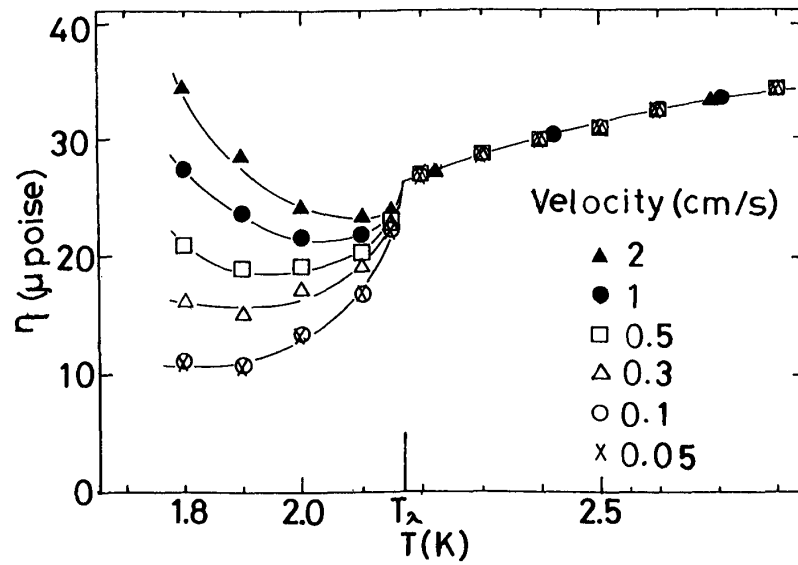


図5 粘性率の温度変化。 T_λ 以下では粘性率は壁の平均速度に依存している（黄銅製セル）。

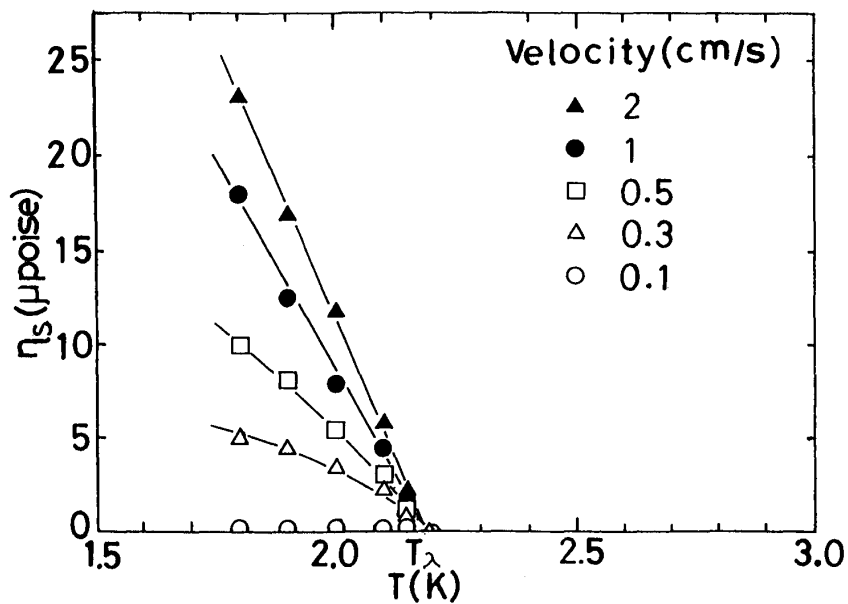


図6 渦粘性率の温度変化（黄銅製セル）。

4 測定結果と解析

黄銅製セルを用いた結果を最初に示す。まずセルが空の状態では固有振動数 f_0 の温度変化を測定した。温度降下につれ f_0 は僅かに上昇し、2.8K から1.8K における変化は 1×10^{-3} Hz であった。空の状態での Q 値は約 8×10^5 であったが、ドライブ電圧を上げ振幅を大きくすると、これに伴う Q 値の減少が見られた。次に、セルに液体⁴He を一杯に満たし、飽和蒸気圧下において固有振動数 f を測定した。ドライブ電圧を0.05V から 5V まで変えて測定したところ、図3に示すように T_λ 以上では、ドライブ電圧、即ちセルの壁の速度

による f の差はなかったが、 T_λ 以下では、大きな差異が現れた。測定は温度降下の方向と上昇の方向で行い一致することを確認した。周波数の精度は $3 \times 10^{-4} \text{ Hz}$ であった。セルが空の時と液体 ^4He が入った時との f の差 Δf の温度変化を、セルの壁の平均速度 \bar{v} をパラメーターとして図4に示す。 \bar{v} が 0.05 cm/s と 0.1 cm/s の場合 T_λ 以下でも差異は見られず、この速度までは渦糸が発生してなくて、常流体の粘性のみが存在することがわかる。そこで、(2)式において η に Nadirashvili 等⁶⁾が測定した常流体の粘性率 η_n を代入し、 1.8 K と 2.5 K において右辺の値が 0.05 cm/s の場合の測定値 Δf と一致するように k および C を決めた。逆にこの k , C の値を用い 0.05 cm/s の場合の測定値 Δf より η を求めると、 $1.8 < T < 2.5 \text{ K}$ では Nadirashvili 等の η_n の値とよい一致を示した。このことより、 \bar{v} が 0.1 cm/s 以下のとき、我々は常流体の粘性率を正しく測定していたことが確かめられた。 $T > 2.5 \text{ K}$ では液体 ^4He の密度の温度変化が無視できなくなるので $C = C(T)$ として密度の温度依存性を考え C を求めた。

k , C は \bar{v} の大きさに依らない値であるから、上の k , C の値を用い、(2)式より η を求めると、図5のようになった。

$$\eta_s = \eta - \eta_n \quad (4)$$

として定義される η_s を渦粘性率と呼ぶ。図6に η_s の温度依存性を \bar{v} をパラメーターとして示す。 η_s は、壁の近くにおいて壁および常流体と超流体との間の相対速度が、臨界速度以上になった時に生じる量子渦糸による粘性である。そこで、粘性率の速度依存性を知るために、図6を温度をパラメーターとして書き直すと図7に示すようになる。 \bar{v} が約 0.1 cm/s 以上で、 η_s が生じていることがわかる。

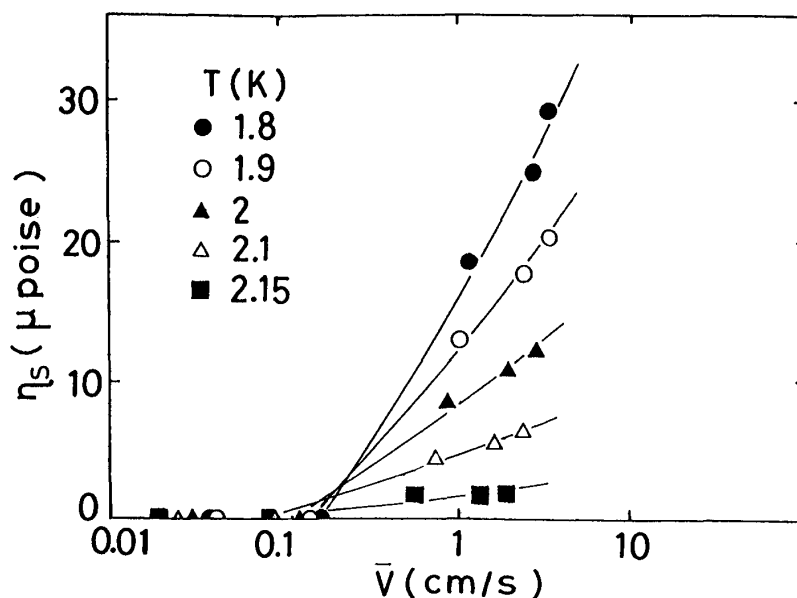


図7 渦粘性率と壁の平均速度の関係 (黄銅製セル)。

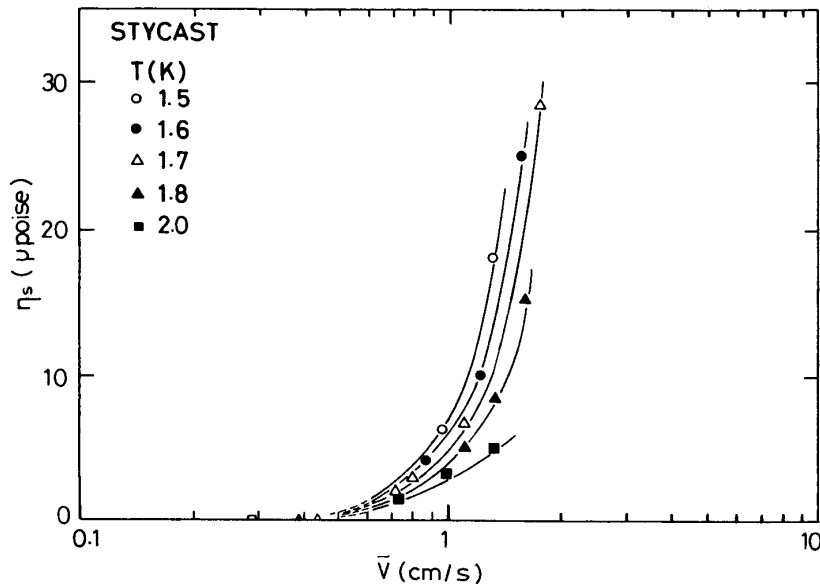


図8 渦粘性率と壁の平均速度の関係（スタイキャスト製セル）。

黄銅製セルをスタイキャスト1266製セルに取り替え、同様の測定を行った。図8に、渦粘性率と壁の平均速度の関係を示す。渦粘性が生じはじめる時の壁の平均速度は、スタイキャスト製セルでは約0.5cm/sであり、黄銅製セルに比べ約5倍大きい。つまり、表面の粗い黄銅壁の方が滑らかなスタイキャストの壁に比べ量子渦が発生しやすいことがわかる。また $\eta_s - \bar{v}$ の関係も2つのセルでは異なっている。

量子渦が発生して超流体が乱流状態になる時の、流れの速度を臨界速度という。流れの速度としては壁に対する超流体の速度をとる場合と超流体と常流体の相対速度をとる場合（熱カウンター流のとき）とがある。通常の粘性流体では、直径 D のパイプ中の流れに対する Reynolds 数 $R = \bar{v}D/\eta$ がある臨界値を超えると渦が発生する。一方、粘性のない超流体については、この議論を適用することはできない。ちなみに、量子渦が発生する時、常流体について Reynolds 数を計算すると、その値は通常流体に対する臨界値よりはるかに小さく、常流体は層流状態と考えられる。では、超流動ヘリウムにおける臨界速度は何によって決まるのであろうか。ランダウは渦輪のエネルギー E と流体に対するインパルス P を用い、 E/P の最小値が臨界速度を与えるとした。この式を半実験的に修正した表式は、管の直径が 10^{-2} cm 以上のものではかなり良く実験と合っているが、これ以下では実験で得られた臨界速度の方が計算値より小さくなっている⁷⁾。我々のねじれ振子の場合、流体の動きのある層の厚さは、粘性侵入深さの程度であるから、1ミクロン程度である。粘性侵入深さを管径にとって上の表式から計算すると、 ~ 10 cm/s となり実験値の20~100倍である。つまり我々の実験も、流れの層が薄い（管径が小さい）場合には上の表式はあてはまらないことを示している。そして量子渦の生成には表面が非常に強く影響することがわかる。表面の粗さが単に超流体の速度場に影響を与えるだけなのか、あるいは、表面にあると考

えられる“渦の芽”に影響を与えるためなのかは、今のところ明かではない。今後、表面の粗さを体系的に変化させて、測定を行う必要がある。

5 ま と め

ねじれ振子を製作し、液体⁴He の粘性率を、飽和蒸気圧下1.8K から2.8K の温度領域で測定した。超流動転移温度以下では、セルの壁と超流体との間の相対速度が臨界速度を超えると、常流体による粘性に加えて量子渦糸の生成に起因する渦粘性が観察された。この臨界速度は壁の粗さに大きく依存することがわかった。量子渦の生成機構を調べるためには、壁の粗さと臨界速度の関係を更に詳しく調べる必要がある。

参考文献

- 1) J. H. Tough : *Progress in Low Temperature Physics*, North Holland, Amsterdam **Vol. 8** (1982) chap. 3.
- 2) M. Yamaguchi, Y. Fujii, M. Nakamura, T. Shigi : *Cryogenics* **30**, (1990) 370.
- 3) M. Yamaguchi, Y. Fujii, M. Kishida, M. Nakamura : *Jpn. J. Appl. Phys.* **26**, (1987) 87.
- 4) K. W. Schwarz : *Phys. Rev.* **B18**, (1978) 245.
- 5) 藤井佳子, 小川智之, 竹迫憲治, 重松利信, 中村改樹, 山口 稔, 信貴豊一郎 : *低温工学*, **vol. 29**. No. 3 (1994) 掲載予定.
- 6) Z. sh. Nadirashvili, J. S. Tsakadze : *J. Low Temp. Phys.* **37**, (1979) 169.
- 7) J. Wilks, D. S. Betts : *An Introduction to Liquid Helium*, Oxford Univ. Press, Oxford (1987) Chap. 14.

Eddy Viscosity Measurements on Superfluid Helium Four

Tomoyuki OGAWA, Toshinobu SHIGEMATSU, Yoshiko FUJII
Masaki NAKAMURA, Minoru YAMAGUCHI, Toyoichiro SHIGI

Department of Applied Physics Faculty of Science

Okayama University of Science

Ridai-cho 1-1, Okayama 700, Japan

(Received September 30, 1993)

The viscosity of liquid ${}^4\text{He}$ has been measured by means of a high- Q torsional oscillator at temperatures between 1.8 K and 2.8 K under saturated vapour pressure. Below the superfluid transition temperature, the eddy viscosity in addition to the viscosity caused by the normal fluid component was observed when the velocity of cell-wall exceeded the critical velocity. The magnitude of the critical velocity depends on the roughness of the cell wall. In the case of a cell with rough wall, the critical velocity is low compared with a cell with smooth wall.