Elementary Education Online, 6(2),305-312, 2007.
İlköğretim Online, 6(2),305-312, 2007. [Online]: http://ilkogretim-online.org.tr

Working on the Same Problem – Concepts; With the Usual Subjects – Prospective Elementary Teachers[*]

İsmail Özgür ZEMBAT [**]

ABSTRACT. The purpose of current study was to shed light on what concepts or ideas prospective elementary teachers drew on (and how) when they reasoned about problems related to division of fractions. The participants were 153 senior prospective elementary teachers who registered for a mathematics-methods course either during the 2004-2005 or 2005-2006 academic year. The participants were from a metropolitan city university located in the central part of Turkey. The study was based on an open-ended written assessment item administered during the very first class of the semester before any teaching. One of the applied open-ended questions was: "Write a real-world problem that would be solved or modeled by $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$." A question like this requires a detailed analysis of the concepts of division and fractions as opposed to getting a single numeric result. Such a question, to some extent, provided an opportunity to investigate these teachers' reasoning about division and fractions. The results showed that prospective elementary teachers had significant difficulties in thinking about fractions, division, and units.

Keywords: Conceptual understanding, reasoning, division of fractions, prospective elementary teachers, assessment.

SUMMARY

***Purpose and Significance*:** This study aimed to understand the reasoning styles prospective elementary teachers engaged in as they solved open-ended problems about division of fractions. Since the concept of division of fractions embodies several connected concepts such as division, fractions and unit, the assumption of the study was that teachers' reasoning on this concept would reveal what concepts or ideas they draw on when thinking about division of fractions and how they reason about it. Therefore, it is important to investigate nature of the modes of reasoning prospective elementary teachers' used when solving open-ended problems related to division of fractions.

***Methods*:** An assessment item was administered to 153 senior prospective elementary teachers who registered for a mathematics-methods course offered in an elementary education program at a major university located in a metropolitan city in the central part of Turkey. This item was administered within the very first class of the course before any teaching took place. One of the open-ended problems included in the assessment was "Write a real-world problem that would be solved or modeled by $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$." The students were asked to explain their thinking on paper. After the assessment, the students' responses were analyzed qualitatively.

***Results*:** There are several misconceptions and difficulties that prospective elementary teachers had when thinking about division of fractions. One of these difficulties seemed to originate from teachers' dependency on the part-whole meaning of fractions whereas they had to consider the alternative conceptions about the quantity to which they refer. Another limitation was teachers' oscillation between multiplication and division. Since the meaning of referents were limited, this going back and forth between the two operations lead to several misconceptions and pushed the teachers to choose one over the other without careful analysis. One other problem about division of fractions was their rote attachment to invert-and-multiply algorithm. Even though this algorithm makes the computations seemingly easy, when used as a rote tool, it complicates the process of understanding the components related to division of fractions.

***Discussion*:** It is not only enough to reveal prospective teachers' understanding of certain concepts, it is also important to help increase awareness on their part for such misconceptions. Such a pursuit might help prospective teachers become attentive to their future students' thinking, which is an important educational aspect in mathematics classrooms. This also requires a special attention to the nature of methods courses with respect to their content offered in the universities.

---

[*] Partial content of this article has been presented at the VII. National Mathematics & Science Education Congress, Gazi Univ, Turkey.

[**] Dr., Hacettepe University, Faculty of Education, Department of Elementary Mathematics Education, zembat@hacettepe.edu.tr.

Sorun Aynı – Kavramlar; Kitle Aynı - Öğretmen Adayları[*]

İsmail Özgür ZEMBAT [**]

ÖZ. Öğretmenlerin matematiksel kavramları anlamaları ve bunları kullanma becerileri birçok araştırmaya konu olmuştur. Bu çalışma öğretmen adaylarının kesirlerde işlemleri yorumlarken kavramsal anlamlardan nelere, nasıl odaklandıklarını incelemektedir. 2004-2005 ve 2005-2006 akademik yıllarında Türkiye'nin Orta Anadolu bölgesindeki bir Büyükşehir üniversitesinde sınıf öğretmenliğinde kayıtlı bulunan 153 tane son sınıf, sınıf öğretmeni adayına dönemin başladığı ilk derslerde açık uçlu sorulardan oluşan bir yazılı sınav uygulanmıştır. Uygulamada sorulan sorulardan birisi kesirlerde bölme işlemiyle ilgili olup "$2\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ işlemi ile modellenebilen (veya çözülebilen) sözel bir problem yazınız" şeklindedir. Bu soru, klasik anlamdaki işlem sonucuna yönelik sorulardan farklı olup kesirler ve bölme kavramlarını analiz etmeyi gerektirdiği için adayların bilgilerini ve nasıl akıl yürüttüklerini ortaya çıkarmakta etkili olmuştur. Yapılan analizler öğretmen adaylarının anlam bakımından kesirler, bölme ve birimlerle ilgili bir çok kavramda eksikliğinin olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Anahtar Sözcükler: Kavramsal anlama, muhakeme, kesirlerde bölme, öğretmen adayları, değerlendirme.

GİRİŞ

Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının kavramları nasıl muhakeme ettikleri bugüne kadar çeşitli araştırmalara konu olmuştur (örneğin, Ball, 1990; Simon, 1993). Kesirler ve kesirlerle işlemler konuları öğrencilerin[1] en çok zorluk çektikleri kavramlar arasındadır. Bunun nedenlerinden birisi bu kavramların ilişkiler yumağından oluşan karmaşık (Thompson, 1993) bir yapıya sahip olmasıdır. Bu karmaşıklık, yeterli alt yapı oluşturulmadığında öğrencileri ikinci kesri "ters-çevirip-çarpma" gibi formülleri ezberleyip işlem yapmaya ya da kesirlerde bölmeye değişik anlamlar yüklemeye itmektedir.

Bu çalışma, kavramsal anlamayı temel alarak, gelecekte sınıfların lideri konumundaki öğretmen adaylarının kesirlerde işlemleri nasıl algıladıklarını incelemektedir. Kesirlerde bölme kendi içinde çeşitli temel kavramları içermektedir. Bunlar kesirler, bölme, bölmeyi oluşturan öğeler arası ilişkiler, birimler ve kalan olarak sıralanabilir. Zembat (2004) kesirlerde bölmeyi incelerken literatürü bu ana kavramlara dayanarak analiz etmiş ve matematik eğitimi literatürünün bu alanda verdiği mesajları incelemiştir. Yapılan bu analize göre ilk olarak, öğrenciler bölme kavramı üzerine düşünürken değişik yollardan faydalanmakta ve çeşitli modeller kullanmaktadır (Fishbein, Deri, Nello, & Marino, 1985). Bu modeller parçalamalı bölme (partitive division model) ve gruplamalı bölme (quotitive division model) modelleri olarak bilinmektedir. Bu şekilde bölmeyi iki değişik fakat ilişkili anlamıyla ele almak mümkündür. İlk anlam bölmenin "eş parçalama" anlamıdır. İlk modelde bölünen, bölen kadar eş parçalara (gruplara) ayrılır ve parçaların (grupların) büyüklüğü sorgulanır (örneğin, 10 elma 5 kişiye eş olarak pay edildiğinde kişi başına düşen elma sayısı gibi). İkinci modele göre de bölünen ve sonuç (parça/grup büyüklüğü) belirli olup grup sayısı (bölen) sorgulanır (örneğin, 10 elma belirli sayıda kişiye eş olarak pay edildiğinde kişi başına 2 elma düştüğünde toplam kişi sayısını sormak gibi). Öğrencilerin ilk model üzerinde daha çok yoğunlaştıkları ve bunun sonucunda ikinci tip modeli gerektiren durumlarda zorluk çektikleri görülmüştür (Tirosh & Graeber, 1989).

İkinci olarak bu alandaki literatür öğrencilerin (kesirlerde) bölme ile ilgili bir çok kavramsal yanılgıya sahip olduğunu ileri sürmektedir. Bölen ile bölünenin rollerini değiştirme (Graeber, Tirosh, Glover, 1986), bölenin daima tam sayı olması şartını arama (Greer, 1987), bölünenin her zaman bölenden büyük olmasına şartlanma (Toluk & Middleton, 1999) ve diğer bir kısım kavramsal yanılgılar birçok araştırmacı (örneğin, Bell, Swan, & Taylor, 1981; Ma, 1999) tarafından ortaya çıkarılmıştır.

---

[*] Bu makale kısmen Gazi Üniversitesi bünyesinde düzenlenen 7. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulmuştur.

[**] Dr., Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, zembat@hacettepe.edu.tr

[1] Burada "öğrenci" kelimesi sadece eğitim kurumlarındaki öğrencileri değil yaş ve ünvan kısıtlaması olmaksızın tüm öğrenenleri kastetmektedir.

Kesirlerde bölme söz konusu olduğunda "birimler" ve "kalan" kavramları da araştırmalarda geniş yer tutmaktadır. Bölme işleminde bölen veya bölünenin hangi birimleri referans alması gerektiğini ortaya çıkarmak öğrenciler için sorun yaratmakta (Armstrong & Bezuk, 1995; Sowder, Armstrong, Lamon, Simon, Sowder, & Thompson, 1998) ve aynı zamanda kesirlerde bölmeyi anlamada temel oluşturmaktadır. "Kalan" kavramının anlamı ve bölen ile olan ilişkisi de bölme işlemlerinde öğrenciler için zorluk çıkarmakta (Silver, Shapiro, & Deutsch, 1993) ve kesirler kavramı işin içine katıldığında durum daha da karmaşıklaşmaktadır.

Bir diğer ana mesele ise öğrencilerin kesirlerde bölmeyi "ters-çevir-çarp" türünden bir kural ile özdeşleştirmesidir ve çarpma ile bölme arasında bu şekilde bir bağ kurmaya çalışmasıdır (Zembat, 2004; Tzur & Timmerman, 1997). Bu tarz bir yaklaşım da kesirlerde bölmeyi kavramsal olarak özümsemeye engel teşkil etmektedir.

Literatürden edinilen bu bilgiler ışığında kesirlerde bölme, birçok kavramsal zorluğu olan, karmaşık ve öğretiminde özen gerektiren bir kavramlar yumağı olarak göz önünde tutulmalıdır. Makalede öğretmen adaylarının bu kavramlar yumağını nasıl ele aldıkları ve algılama çeşitleri incelenmiştir. Bu çalışmada, literatürdeki gibi kavram yanılgılarını açığa çıkarmanın yanı sıra bu tür yanılgılara sebebiyet veren kavramların Türkiye'deki iyi bir eğitim kurumundan seçilen öğretmen adaylarınca nasıl algılandığının bir analizi yapılmaktadır. Bu incelemedeki amaç, öğretmen adaylarının muhakemelerini bir araç olarak kullanıp, kesirlerde bölmeyi anlamada gerekli olan kavramsal incelikleri ortaya çıkarmak ve bunların öğretiminde ve öğretimi değerlendirmede nelere dikkat edilmesi gerektiğine dair çıkarımlarda bulunmaktır. Dolayısıyla bu çalışma matematik eğitimi alanına bahsi geçen iki boyutta katkı sağlamaktadır.

YÖNTEM

2004–2005 ve 2005–2006 akademik yıllarında sınıf öğretmenliğinde kayıtlı bulunan 153 tane son sınıf öğretmen adayına dönemin başladığı ilk derslerde bilgi seviyelerini öğrenmek amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan bir yazılı sınav uygulanmıştır. Uygulama esnasında öğretmen adaylarına kendi isimlerini yazmaksızın konular hakkında bildiklerini kâğıda dökmeleri istenmiştir. İsimlerini cevap kâğıtlarında belirtmeyecek olmaları, öğretmen adaylarına serbestçe ne biliyorlarsa yazma imkânı sağlamıştır. Cevaplarını verirken fikir sahibi olmadıkları konular üzerinde yorumda bulunmamaları ve tahmini cevaplar vermemeleri özellikle vurgulanmıştır. Böylece bilmedikleri halde sırf bir şeyler yazmış olmak için kâğıtlarını doldurmaları engellenmeye çalışılmıştır.

Uygulamada sorulan sorulardan birisi kesirlerde bölme işlemiyle ilgili olup "$2\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ işlemi ile modellenebilen (veya çözülebilen) sözel bir problem yazınız" şeklindedir. Bu tarz bir soru, klasik anlamdaki işlem sonucunu ön plana çıkaran sorulardan farklı olup, kesirler ve bölme gibi kavramları analiz etmeyi gerektirdiği için, adayların bu kavramlar üzerinde nasıl akıl yürüttüklerini ortaya çıkarmakta etkili olmuştur. Aksi takdirde, sadece bölme işleminin sonucu sorulsa, cevapların "ters-çevir-çarp" türünden işlemlerin ötesine geçemeyeceği veya öğrencilerin nasıl akıl yürüttüklerinin gizli kalacağı büyük olasılık dâhilindedir.

Yukarıda bahsi geçen soruya her bir öğretmen adayının verdiği yazılı cevaplar ayrıntılı olarak incelenmiştir. Öncelikle verilen cevapların tümü satır satır analiz edilerek söylenen her bir kelimenin anlamına odaklanılarak öğretmen adaylarının nasıl akıl yürüttükleri üzerinde düşünülmüş ve her bir adayın yöntemi kodlanmıştır. Daha sonra, ortak tarzda akıl yürüten adayların cevapları düzenlenmiş ve daha genel kategoriler elde edilmiştir. Bu kategorileri ortak yapan muhakeme çeşitleri üzerine yoğunlaşılmış ve en çok sorun teşkil eden kısımlar üzerinde durulmuştur. Yapılan analizler sonucunda öğretmen adaylarının anlam bakımından kesirler, bölme ve birimlerle ilgili kavramsal birçok eksikliğinin olduğu ortaya çıkmıştır. Bu eksiklikler nedenleriyle birlikte takip eden kısımda ayrıntılı olarak ele alınmaktadır.

BULGULAR

Öğretmen adaylarından, sahip oldukları tüm bilgilerden faydalanarak, cevaplarını dağıtılan boş kâğıtlarda ayrıntılı olarak açıklamaları istenmiştir. Analiz sonucunda ortaya çıkan bulgular aşağıda ana kısımlar ve ilgili örneklerle sunulmaktadır.

1. Öğretmen adayları kesirleri sadece "belirli sayıda parçaya ayrılmış olan bir bütünün bir kısmı" anlamıyla ele aldıkları için kesrin bir "miktar" belirtebileceğini göz ardı etmişler ve bu da kesir içeren soruların analizinde kendileri için zorluklar ortaya çıkarmıştır. Örneğin sıkça yazılmış olan soru tiplerinden birisi "*Ahmet* $2\frac{1}{2}$ *km'lik yolun* $\frac{3}{4}$ *'ünü yürürse, kaçta kaçını yürümüş olur*?" şeklindedir. Bu soru dikkatle incelendiğinde, öğretmen adaylarının belli bir miktar olan $2\frac{1}{2}$'nin dörtte üçlük bir kısmına odaklandıkları ama bu dörtte üçlük kısmın miktar olarak (kilometre cinsinden) kaç birime denk geldiğini göz ardı ettikleri görülmektedir. Yani eldeki parçalara odaklanıp parçaların büyüklüğünü dikkate almamışlardır. Sadece bununla kalmayıp kesirlerde bölmenin "bir kesrin içinde başka bir kesrin sayısını belirlemek" anlamını, kesirlerde çarpmanın "bir kesrin başka bir kesir kadarının miktarı" anlamıyla özdeşleştirmişlerdir. Bu karışıklığın ana sebeplerinden birisi parçaların miktarına odaklanmaktan ziyade parçaların kendisine odaklanmaları ve bu esnada da amacın "bir kesrin içindeki başka bir kesrin sayısını belirlemek" olduğunu göz ardı etmeleridir. Dikkat edildiğinde bu şekilde tasarlanmış olan bir sorunun cevabı hiç işlem yapmaya gerek kalmadan 3/4 olarak bulunur, çünkü "kaçta kaçını yürür" sorusuna cevap "3/4'ünü yürürse" şeklinde sorunun içinde verilmektedir.

Yukarıdaki analizde "bilmiyorlar" saptamasından çok "göz ardı etmekteler" yorumu özellikle yapılmaktadır. Çünkü sadece yazdıkları bir kaç satır cevapla "konuyu veya konunun ihtiva ettiği kavramları bilmiyorlar" gibi bir genellemeye gidilemeyeceği düşünülmektedir.

2. Makalenin başında Fishbein ve arkadaşlarının (1985) öğrencilerin nasıl akıl yürüttüklerinden hareketle ortaya attığı parçalama (partitive) ve gruplama (quotitive) modellerinden bahsedilmişti. Bu modelleri göz önüne alarak öğretmen adaylarının verdiği bir kısım cevap aşağıda analiz edilmektedir. Bir kısım öğretmen adayı "*2,5 litrelik süt* $\frac{3}{4}$ *litrelik kaplara paylaştırıldığında her kaba kaç litre süt düşer*?" şeklinde soru önermişlerdir. Sorunun soruluş tarzından belli bir miktarın (2,5 L), belli ebatlardaki (3/4 L) kaplara paylaştırılmasının söz konusu olduğu söylenebilir. Dolayısıyla parçalamalı bölme modeli ön plana çıkmaktadır. Bu model benimsenerek sanki 2,5 litrelik süt 3/4 litrelik kaplara pay ediliyormuş gibi soru tasarlanmıştır. Buraya kadar soruda herhangi bir sıkıntı görülmemekle birlikte sorunun devamındaki "*her kaba kaç litre süt düşer*?" sorgulaması öğretmen adaylarının ne tarz bir muhakemeye sahip olduğunu açığa çıkarmaktadır. Dikkat edilirse yine ilk kategorideki gibi cevap, tasarlanan problemin içinde 3/4 olarak verilmektedir. Kâğıtlarına bu soruyu yazan öğretmen adayları parçalamalı bölmeye kendilerini şartlandırdıkları için gruplamalı bölme ile ilgili bir soru yazmak yerine öncelikle eldeki miktarı (bölünen) belirlemişlerdir. Daha sonra da 3/4 birimini bir grubun ebadı olarak (*3/4 litrelik kaplar*) ele almalarına rağmen, "*her kaba kaç litre süt düşer*?" ifadesiyle aslında kapların sayısını sormaları gerekirken tekrardan kapların ebadına odaklanmışlardır. Yani problemin ana temasında paylaştırma olması ve parçalamalı bölmenin ilk başvurdukları model olması, onları kap sayısını sormaktansa kap büyüklüğüne yönlendirmiştir.

Aynı şekilde "*Ahmet* $2\frac{1}{2}$ *araziye sahiptir. Ölmeden önce* $\frac{3}{4}$ *'ünü evlatlarıyla paylaşmak istedi. Her kişiye ne kadar pay düşer*?" cevabını veren öğretmen adayları da benzer bir ikilem yaşamaktadırlar. Parçalamalı bölme modelinden hareketle eldeki bütünün paylaştırılması gerektiğini ve her payın büyüklüğünün belirlenmesi gerektiğini düşünerek "Her kişiye ne kadar pay düşer?" tarzında bir sorgulamayı benimsemişlerdir. Bunun nedenlerinden birisi, öğretmen adaylarının neyin nasıl pay edildiğine ve pay sayısının mı yoksa pay büyüklüğünün mü incelenmesi gerektiğine kanaat getiremiyor olmasıdır. Buradaki zorluklardan bir diğeri de "$2\frac{1}{2}$ arazi" ifadesinde 2,5 tane belli ebattaki araziden mi bahsedildiğinin yoksa "2,5 dönüm" tarzında bir birimin mi referans alındığının tam olarak açık olmamasıdır. Böyle bir eksiklik de diğer örneklerde görüleceği gibi kesirlerde bölmeyi anlamada engel teşkil etmektedir.

3. Öğretmen adayları arasında en sık karşılaşılan yöntemlerden birisi de bölme işlemini modellemek yerine kesirlerde bölmede ikinci kesri ters-çevirip-çarpma formülünden faydalanarak verilen işlemi "$2\frac{1}{2} \text{ x } \frac{4}{3}$" haline dönüştürüp, bu yeni işlem için bir model oluşturmaya çalışmalarıdır. Örneğin "*Ayşe'nin elinde $2\frac{1}{2}$ dilim baklavası vardır. Bu baklavanın $\frac{4}{3}$'ünü Ali'ye vermek istese, Ali'ye verdiği baklava miktarı ne kadar olur*?" sorusu öğretmen adayları tarafından en yaygın olarak verilen soru türüdür. Burada öncelikle bir adım atılarak modellenmesi istenilen bölme işlemi, ikinci kesir ters çevrilip çarpılmak koşuluyla, çarpmaya çevrilmiştir. Daha sonra bu yeni işlem, kesirlerde çarpmanın "bir kesrin belli bir kısmının miktarını belirlemek" anlamı dikkate alınarak, sözel bir probleme dönüştürülmüştür. Buradan hareketle, öğretmen adaylarının kesirlerde bölmeyi yorumlarken, ikinci kesri "ters-çevirip-çarp" formülünü temel bir araç olarak kullandıkları ve bölmenin anlamına odaklanmaktan ziyade, bölmenin (kendileri için) eş anlamlısı gibi görünen bir formüle bağlandıkları söylenebilir. Ayrıca bu formüle odaklanırken bir çokluğun $\frac{4}{3}$'lük bir kısmının ödünç verilemeyeceği gerçeğini de göz ardı etmektedirler. Bu soruna bir sonraki kısımda daha ayrıntılı değinilmektedir.

4. Bazı öğretmen adaylarının bölme işlemini modellemeye çalışırken birimlerle ilgili ciddi zorlukları olduğu ortaya çıkmıştır. Örneğin "*Bir tabakta iki tane tam bir tane de yarım elma vardır. Bu elmaların $\frac{4}{3}$'lük kısmını Ayşe yemiştir. Geriye kalan elmaları da kardeşine bırakmıştır. Kardeşine kalan elma ne kadardır*?" şeklinde modellenen sözel problemler öğretmen adaylarının birimlerin içeriği hakkında düşünürken çektiği zorlukları ortaya koymaktadır. Bu tarz bir zorluk, yukarıda da verildiği gibi, sözel problemlerin merkezine bölme yerine çarpma işlemini koymaktadır. Çünkü eldeki bir büyüklüğün 4/3'ünün başka birisine verilemeyeceği veya 4/3 kesrinin anlamının tam olarak ne olduğundan emin olmayan öğretmen adayları, bileşik kesirlere (üzerine kurdukları sözel modellerde) rahatlıkla yer verebilmektedir.

5. Bir kısım öğretmen adayı da matematiksel olarak doğru olsa da içerik (context) bakımından uygun olmayan problemler yazmaya çalışmışlardır. Buna örnek olarak "*Ayşe'nin üç Velinin de bir elması vardır. Ayşe iki elmayı bitirip diğer elmanın da yarısını yemiştir. Veli de elmasını 4'e bölüp 3 parçayı yemiştir. Ayşe'nin yemiş olduğu elmalar Veli'nin yemiş olduğu elmalardan kaç tane yapar*?" verilebilir. Bu örnekte "bir çokluk (Ayşe'nin yemiş olduğu elmaların sayısı) kendi içinde diğer bir çokluktan (Veli'nin yemiş olduğu elmaların sayısı) kaç tane içerir?" sorusuna odaklanılmakta fakat gerçek hayatta böyle bir sorunun anlamsız olabileceği göz ardı edilmektedir. Bu tarz bir soru öneren öğretmen adayı (tek kişi) sadece bölmenin matematiksel yapısını (onu da çarpmanın tersi gibi düşünerek) göz önüne almaktadır. Fakat, bu yapıyı modellerken gerçek yaşam durumlarına uygun hale nasıl dönüştürülebileceğine dikkat etmemektedir. Bu kısmı ilginç yapan diğer bir husus da, 153 tane öğretmen adayından sadece bir tanesinin doğruya en yakın bu cevabı verebilmesi ve diğer tüm adayların yukarıda açıklandığı tarzda doğru olmayan cevaplar önermeleridir.

6. Son olarak, bir kısım öğretmen adayı da gruplamalı bölmeyi anlamlı bir şekilde içselleştirebilmelerine rağmen o anlamı nasıl kullanacağını bilememektedir. Bunlara örnek olarak "*Ali'nin $2\frac{1}{2}$ milyon parası vardır. Bu parayı $\frac{3}{4}$ milyonluk parçalara ayırmak istiyor. Bunu nasıl yapar*?" sorusu

ele alınabilir. Örnekte de görüldüğü gibi (birimler göz ardı edilirse) elde bir çokluk olması gerektiği ve bu çokluğun belli büyüklükteki kısımlara ayrılması gerektiği bilinmekte, ancak ayırma işlemi esnasında ya da sonucunda neye odaklanılması gerektiğine dikkat edilmemektedir. Bu sorun kesirlerde bölmenin gerçek anlamda ne demek olduğunun tam olarak anlaşılamamasından kaynaklanmaktadır.

Bu çalışma nicel yönden verilen cevapların sayısı dikkate alınarak incelendiğinde aşağıdaki tablo ile karşılaşılmaktadır.

Tablo 1. *Problem çeşitleri ve öneren kişi sayısı (yüzdesi).*

Önerilen Problemin Çeşidi	Problemi Öneren Kişi Sayısı
Grup 1: Miktarı göz ardı edip parça sayısına odaklanan problemler	31 [%20]
Grup 2: Gruplamalı bölme yerine yalnız parçalamalı bölmeden hareketle oluşturulan problemler	24 [%16]
Grup 3: Ters-çevir-çarp kuralını modelleyen problemler	72 [%47]
Grup 4: Birimlerin karıştırıldığı problemler	17 [%11]
Grup 5: Matematiksel olarak doğru fakat içerik (context) olarak tutarsız problemler	1 [≅ %1]
Grup 6: Gruplamalı bölme uygulamasının tutarsız yapıldığı problemler	8 [%5]

Tablodan da görüldüğü üzere, öğretmen adaylarının %50'ye yakını (1), (2), (4) ve (6)'da belirtilen tarzda sorular önermiş olup %50'ye yakını da (3)'teki gibi kurala dayalı cevap üzerinde yoğunlaşmıştır. Sadece bir öğretmen adayı matematiksel olarak doğru bir cevap (5) vermiştir. Bu son öğretmen adayı hariç tam anlamıyla doğru olarak nitelendirilebilecek kesirlerde bölme problemi yazabilen bir aday çıkmamıştır ki bu da düşündürücüdür.

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Makalede öğretmen adaylarının kesirlerde bölmeyle ilişkili kavramları nasıl algıladığı ve bu algılamanın sebep olduğu sonuçlar üzerine ayrıntılı bir analiz yapılmıştır. Böyle bir analiz aynı zamanda öğretmen adaylarının akıl yürütme biçimlerini de modellemeye imkân tanımaktadır. Bu tarz modeller üniversitelerde öğretmen adaylarını eğiten matematik eğitimcileri için de metot derslerini tasarlamada ve yenilemede önem arz etmektedir. Sunulan bulgulardan hareketle çalışmaya katılan öğretmen adaylarının kesirleri ve kesirlerde bölmeyi kavramsal analizlerinin zayıf ve yetersiz olduğu ortaya çıkmıştır. Bu tarzda yetersiz muhakemenin sebeplerinin ayrıntılı bir analizi hâlihazırda üniversitelerde yapılan derslerin tasarımına ışık tutacaktır.

Öğretmen adaylarının çektiği zorlukların başında kesirlerin anlamı, özellikle miktar belirtme özelliği, gelmektedir. Kesirler kavramının içeriği tam olarak anlaşılmadan kesirler üzerinde işlemlere odaklanmak faydasız bir çabadan öteye geçemeyebilir. Sıkıntılardan bir diğeri bölme ile çarpma arasında gel-gitlerin yarattığı sorundur. İki işlemin anlamı birimler yeterince dikkate alınmadığı için kavramsal yanılgılara yol açmakta ve birinin yerine diğerinin tercih edilmesine sebep olmaktadır. Öğretmen adaylarının ana sorunlarından birisi de kesirlerde bölme işlemlerinde ikinci kesri "ters-çevir-çarp" kuralına olan bağlılıklarıdır. Bu kural, hesaplamada kolaylık sağlasa dahi, anlamı bilinmeksizin ezberlendiği takdirde kesirlerde bölme ile ilgili problemlerde kavramsal sorunlar doğurmaktadır. Bahis konusu olan bu zorlukların açığa çıkarılması dahi başlı başına, üniversitelerdeki metot derslerinin tasarımı için ipuçları sunarak katkı sağlamaktadır.

Yukarıda özetlenen kavramsal sorunlar son sınıf öğrencisi olan ve bir dönem gibi bir süre sonunda mezun olup öğretmenlik ehliyetini alacak olan öğretmenlerde gözlemlenmiştir. Mezuniyete bu kadar yakınken öğretmen adaylarının kesir, bölme, birim ve çarpma gibi kavramlara dair sahip oldukları anlamsal sorunlar göz ardı edilemeyecek derecede önemlidir. Türkiye'nin önde gelen üniversitelerinden birisine devam eden bu öğretmen adaylarından bir tanesinin bile matematik ve içerik bakımından doğru bir model üretememesi, üniversitedeki öğretimin niteliğinin incelenmesi gerektiğine işaret etmektedir. Türkiye'deki eğitim sisteminin bugüne kadarki durumu dikkate alındığında, diğer üniversitelerdeki öğretmen adaylarında da benzer kavramsal zorluklara rastlamak olasıdır. Mühim olan bu zorlukların derslerin tasarımında özenle dikkate alınması ve öğretmen adaylarının mezun olmadan önce en azından kesir ve bölme gibi temel kavramlar hakkında doğru matematiksel bilgiler edinmelerinin sağlanmasıdır.

Literatürde de yapıldığı gibi bahsi geçen tarzda kavramsal sorunların belirlenmesi işin bir boyutu olmakla birlikte öğretmen adaylarının bu yanılgılara karşı duyarlılığının artırılması konunun diğer önemli bir boyutudur. Duyarlılık arttıkça öğretmen adayları yukarıda verilen türden analizler yapmaya sevk edilebilir ve bu da ileride kendi sınıflarında kullanacakları (öğrencileri) değerlendirme ölçütlerini gözden geçirmelerine yardımcı olabilir. Eğer makalede bahsi geçen esas soru yerine sadece işlemin sonucunu isteyen bir soru sorulsaydı, öğrenci kâğıtlarında "10/3" şeklinde, öğrencilerin muhakemesine dair en ufak bir fikir bile vermeyen, bir sonuçla karşı karşıya kalınacaktı. Bu tarz deneyimler üzerinde düşünüldüğünde öğretmen adayları da soru tiplerinin avantaj ve dezavantajları üzerine düşünme imkânı bulacaktır. Bu imkânı yaratacak olanlar matematik eğitimcileridir. Eğitimciler verdikleri derslerde öğretmen adaylarını öğrenciler hakkında daha iyi bilgi edinmeye yarayacak olan ölçme tekniklerine ve problemlerine odaklayabilmelidir. Ayrıca öğretmen adaylarının öğrencilerin söylediklerini ve nasıl akıl yürüttüklerini inceleyerek bunlara karşı daha duyarlı olmaları sağlanmalıdır. Bunu sağlamanın yollarından birisi öğretmen adaylarının kendi muhakemelerinin farkına varmalarını sağlamak ve makalede verilen tarzda analizlere eğilmelerini teşvik etmektir. Bir diğer yöntem de kesirlerde bölme gibi karmaşık kavramların derslerde sadece aritmetik anlamları dikkate alınarak ele alınmaması ve kavramsal olarak da derinlemesine incelenmesidir. Kavrama yönelik eğilimin artırılması, Milli Eğitim Bakanlığı'nın yeni ilköğretim matematik programına göre hazırlanan ve derslerde kullanılan ilköğretim kitaplarının bu eğilime destek veren nitelikte olması ile daha kolay sağlanabilir.

KAYNAKÇA

Armstrong, B. E., & Bezuk, N. (1995). Multiplication and division of fractions: The search for meaning. In J. Sowder & B. P. Schappelle (Eds.), *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades* (pp. 85-119). Albany, NY: State University of New York Press.

Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144.

Bell, A., Swan, M., & Taylor, G. (1981). Choice of operations in verbal problems with decimal numbers. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 399-420.

Fishbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 3-17.

Graeber, A. O., Tirosh, D., & Glover, R. (1986). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 95-102.

Greer, B. (1987). Nonconservation of multiplication and division involving decimals (Brief Report). *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(1), 37-45.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Silver, E. A., Shapiro, L. J., & Deutsch, A. (1993). Sense making and the solution of division problems involving remainders: An examination of middle school students' solution processes and their interpretations of solutions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 117-135.

Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 233-254.

Sowder, J. T., Armstrong, B., Lamon, S., Simon, M. A., Sowder, L., & Thompson, A. (1998). Educating teachers to teach multiplicative structures in the middle grades. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(2), 127-155.

Tirosh, D., & Graeber, A. O. (1989). Preservice elementary teachers' explicit beliefs about multiplication and division. *Educational Studies in Mathematics*, 20(1), 79-96.

Thompson, P. W. (1993). Quantitative reasoning, complexity, and additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, 25(3), 165-208.

Toluk, Z., & Middleton, J. A. (2004). The development of children's understanding of quotient: A Teaching experiment. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 5(10).Online: http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/default.htm

Tzur, R., & Timmerman, M. (1997). Why do we invert and multiply? Elementary teachers' struggle to conceptualize division of fractions. In J. A. Dossey, J. O. Swafford, M. Parmantie & A. E. Dossey (Eds.), *Proceedings of the 19th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 553-559). Bloomington-Normal, IL: Eric Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Zembat, İ. Ö. (2004). *Conceptual development of prospective elementary teachers: The case of division of fractions*, The Pennsylvania State University, University Park, unpublished PhD thesis.