Elementary Education Online, 7(1), 218-222, 2008.
İlköğretim Online, 7(1), 218-222, 2008. [Online]: http://ilkogretim-online.org.tr

ÇEVİRİ

How Our Methods Of Writing Algebra Have Evolved: A Thread Through History

Jack Oliver
Nambour, Qld
beja@westnet.com.au

We have not always had our present clever ways of Writing algebraic equations and expressions. This paper attempts to trace how our system has developed since the dawn of civilisation. We all look at a few snapshots taken at distinct times to illustrate this progress.

Cebri Yazma Metotlarımız Nasıl Değişim Gösterdi: Tarihe Yolculuk

Çeviren: Suphi Önder BÜTÜNER
Karadeniz Teknik Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Öğrencisi,
Trabzon Düzköy Çayırbağı İlköğretim Okulu Matematik Öğretmeni

Cebirsel eşitlik ve ifadeleri yazmada belirgin yollarımız her zaman olmamıştır. Bu çalışma medeniyetin doğuşundan beri, sistemimizin nasıl geliştiğini ortaya çıkarmaya çalışmaktadır. Cebri yazma metodundaki gelişimi göstermek için farklı zamanlardan alınmış birkaç farklı örneği inceleyeceğiz.

Eski Mısır ve Yunan

Moskova papirüsünün 14.problemi (M.Ö 1850, Eves, 1983, s.11)

Yüksekliği 6birim, tabanında bulunan karenin kenar uzunluğu 4 birim, tepesinde bulunan karenin uzunluğu 2birim olan bir kesik piramit veriliyor. Bu piramidin hacmini bulunuz.

Dördün karesini al, sonu. 16. 4'ün iki katını al sonuç 8, 2'nin karesini al sonuç 4, 16, 8 ve 4'ü topla sonuç 28, 6'nın üçte birini al sonuç 2, 28'in iki katını al sonuç 56.

M.Ö 2600'lerde Babil Tabletlerinden (Eves, 1983, s.14).

Dairenin çevresi 60, kirişin orta noktasının daireye olan en yakın uzaklığı 2'dir. Buna göre kirişin uzunluğu kaç birimdir?

2'nin iki katını al, 20'den 4'ü çıkar. Sonuç, 16. 20'nin karesini al, 400. 16'nın karesini al, 256. 400'den 256'yı çıkar, 144. 144'ün karekökünü bul, 12. Bu karekök kirişin uzunluğudur.

Babil'den aritmetikle ilgili bir alıştırma (Boyer, 1989, s.32)

İki sayının toplamı 6 tam ½ ve çarpımları 7 tam 1/2. Bu sayılar kaçtır?

- Altı tam bir bölü ikinin yarısını bul. Sonuç: 3 tam ¼
- 3 tam ¼'ün karesi. Sonuç: 10 tam 9/16

- 10 tam 9/16'dan 7 tam 1/2 'yi çıkar. Sonuç: 3 tam 1/16
- 3 tam 1/16'nın karekökünü bul. Sonuç: 1 tam ¾
- 1 tam ¾'e 3 tam ¼'ü ekle. Sonuç: 5
- 3 tam ¼ 'ten 1 tam ¾ 'ü çıkar. Sonuç: 1 tam ½

Aranan sayılar 5 ve 1 tam ½'dir.

Yukarıdaki 3 alıştırma, aritmetik ve geometrik problemlerin geçmişte nasıl çözüldüğüne dair çok fazla bilgi sunmaktadır. Buradan ne sonuç çıkarabiliriz?

- Açıklamalar sonucu bulmak için bir çeşit reçetedir.
- Problem verilmiş bir grup sayı için özeldir.
- Farklı sayılarla verilen aynı problemin cevapları, farklı sayıları değiştirerek kolayca bulunabilir.

Burada söylenmelidir ki; Hem Mısırlılar hem de Babilliler yıllarca tüm aritmetikle ilgili tabletleri yapmışlardır. Örnek olarak, Babilliler, kil üzerine yazılı, birçok örneğine sahip olduğumuz çarpım tablosunu yapmışlardır. Mısırlılar ise diğer tabletler arasında kesirleri kullanmalarında onlara yardımcı olan tabletlere sahiptirler.
Zamanın kısa dönemlerinden söz etmiyoruz. En Eski belgeler, Mısır ve Mezopotamya'da ilk defa gelişmiş medeniyetler gördüğümüz, M.Ö 3000'lere dayanır. Bundan önceki ağır gelişim bin yıl olmasa da, yüzyıl olmalıdır. En eski belgelerden, dünyanın bu bölümlerinin en azından 2500 yıldan bu yana medeniyetin devam ettiğini gördükleri söylenebilir. Matematiksel problemleri çözmek için etkileyici teknikler geliştirmek için geniş zamanımız olacak. Bu belgelerin bize gösterdiği, çeşitli problemlerin çözümü için algoritmalar ve reçetelerdir. Bu belgeler, genellikle algoritmaların nasıl geliştirildiğine dair bize bilgi vermez.

Yunan

Öklit'den Arşimete, Yunan dönemi hakkında çok az şey söyleyebiliriz. Çok sayıda önemli cebir probleminin Öklid'in çeşitli kitaplarında geometrik form'larda incelendiği dönem, Yunan geometrisinin altın çağıydı (Kramer, 1982, s.370).

3.yüzyılın ortalarında yaşamış olan Alexandria Diophantus bize bir takım bilgiler sunmaktadır. Diophantus 3 kitap yazmıştır. Bunlar:

- **Arithmetica** (13 kitabın 6'sı mevcuttur)
- **On Polygonal Numbers** (Bir bölümü mevcuttur)
- **Porism** (Kayıptır)

Aritmetica bizi ilgilendirir. Sayı teorisi üzerine yazılmış bir kitaptır. Mevcut bölümleri, bugün bizim tanımlı ve tanımsız eşitlikler olarak adlandırdığımız 130 problemin çözümünü içerir. Bu kitaptaki problemlerden biri (4. kitabın 10. problemi); Öyle 2 sayı bul ki, bu iki sayının toplamı, küpler toplamına eşit olsun şeklindedir. (Eves, 1983, s.119).

Diophantus bilinmeyen için kısaltma kullanarak cebirsel sembolü tanıtmıştır (Eves, 1983, s.317). Bu zamana kadar, problemler ve çözümleri kağıt üzerinde düz yazı şeklinde yapılmaktaydı. Bu çözüm metodunu anlamak çok zordu ve kullanışsız bir yoldu. Kısaltmaları tanıtmak, problemleri ve çözümlerinin anlaşılmasını kolaylaştırdı ve daha kullanışlı hale getirdi. En azından gelecek 1000 yıldan bu yana başlıca matematikçilerin önceki yaklaşımı kullandıkları söylenmelidir.

Matematikteki gelişmeleri üç döneme ayırabiliriz. Bu dönemler aşağıdaki şekilde adlandırılırlar.

- **Sözel Dönem**: Her şeyin tamamiyle yazıldığı, Diophantustan önceki dönem.
- **Kısaltmaların kullanıldığı Dönem**: Bazı kısaltmaların tanıtıldığı zaman (M.S yaklaşık olarak 250–1600).
- **Sembollerin kullanıldığı Dönem**: Çalışma, standardize edilmiş kurallar kümesi tarafından manipüle edilebilen semboller içinde tamamiyle ifade edilebilir.

Makalenin devamı, sembolik dönem için bize yol gösterecek olan kısaltma dönemindeki gelişmelerden bahsedecektir. Bu problemlerin çözümünde, Diophantus bugünün terminolojisiyle yazılan ifadelerle karşı karşıya gelecektir. Örneğin;

$$2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$$

Bu zamana kadar, bu sözcüklerle ifade edilmekteydi (sözel).

‘ ilk sayı, ikinci sayının küpünün 2 katı ve ikinci sayının dört katından, ikinci sayının karesinin üç katı ve beşten çıkarılarak oluşturulur. Bu tip ifadeleri kavramak ve kullanmak oldukça zor olmalıydı. Diophantus bunu kendi stiliyle tekrar yazdı.

$$K^{\gamma}\beta\,\zeta\,\delta\,\pitchfork\,\Delta^{\gamma}\gamma\,\mathring{M}\,\varepsilon$$

Görüldüğü gibi, bu oldukça kısadır ve kurallar verilir. Sadece bir göz atmada kavranacak kadar kolaydır. Etkili bir anahtar Tablo 1’de verilmiştir. Ekleme yan yana koymaktır. Eklenmiş terimler sol tarafta gruplandırılmış ve çıkarılmış terimler ise sağ tarafta gruplandırılmıştır (Eves, 1983, s.128–129).

Tablo 1

Büyük Harf		Küçük Harf	
$\mathring{M}$	Birim		
ζ	Bilinmeyen	β	2
Δ^{γ}	Bilinmeyenin Karesi	γ	3
K^{γ}	Bilinmeyenin Küpü	δ	4
$\pitchfork$	Eksi	ε	5

Sayılar için küçük yunan harfleri kullanılır (Standart Klasik Yunan Sistemi) ve işlemler için büyük Yunan harfleri kullanılır. Eksi işareti, ekstra bir ayağı olan büyük lambda sembolüyle gösterilir. Bilinmeyende ζ sembolüyle gösterilir. Bu semboller Tablo 2’de özetlenmiştir.

Diophantus zamanında, 0 ile ilgili hiçbir sembol yoktur. Yukarıda ifade edildiği gibi, Diophantus, döneminin cebirsel sembollerini tanıtmaya çalışan matematikçilerin en önde geleniydi. Diophantus’tan Rönasansın ilk yıllarına kadar, seyrek girişimler olduysa da, 15 ve 16. yüzyıllara kadar gerekli daha ileri düzeyde bir gelişim gösterilememiştir.

Bu noktada cebirsel kısaltmalarla ilgili olarak, Hint matematikçilerinin yaptıkları çalışmalara değinilmelidir (Eves, 1983, s.130; Kramer, 1982, s.66). Diğerlerinin arasında, Bragmagupta, 7. yüzyılda kısaltma biçimini kullanmıştır. Bragmagupta’dan sonraki diğer Hintli matematikçiler kısaltmanın benzer şekillerini kullanmışlardır. Tablo 3'te temel sembol ve işlemler için bir anahtar verilmiştir

Tablo2

$K^{\gamma}\beta$	Bilinmeyenin Küpünün iki katı
$\zeta\ \delta$	Bilinmeyenin Dört katı
Λ	Eksi
$\Delta^{\gamma}\gamma$	Bilinmeyenin karesinin üç katı
$\overset{\circ}{M}\ \varepsilon$	Beş Birim

Tablo 3

Madde	**Entegrasyon**
Toplama	Yan yana koyarak
Çıkarma	Çıkan sayı üzerindeki leke
Çarpma	Çarpılacak faktörlerden sonra **bha** yazılır.
Karekök	ka
Bilinmeyen	yā
Bilinen tamsayı	rū
İkinci bilinmeyen	kā

Tablo 4, Bragmagupta'nun notasyonunun modern cebirsel ifadelere dönüştürülmüş şeklini sunmaktadır. Diophantus'tan sonraki süreçte, hem Hint hem de Arap matematikçileri, karmaşık problemlerdeki araştırmaları içinde onlara yardım etmesi için cebirsel kısaltmayı kullanmışlardır. Bu bizi Avrupa'nın matematik dünyasının merkezi olduğu Rönesans dönemime götürür. Bu dönemde daha çok ileri matematikle ilgilenildi ve gelişmiş bir terminolojiye şiddetle ihtiyaç duyuldu.

Tablo 4

Modern ifade	**Brahmagupta'nın ifadesi**
$x+8$	yā rū 8
$5xy$	yā ka 5 bha
$\sqrt{4x}$	ka yā 4 bha
$x-7$	yā rū 7

Makalenin sonuç bölümü, 1450'den 1650'ye kadar geçen dönemi göz önüne sermektedir. Bu süre boyunca, çeşitli matematikçiler kısa ve yalın işaretlerden oluşan yazı yöntemi (stenografi) ilerlemişlerdi ki, bu yazı sistemi 1600'lerin ortalarına kadar kısaltmalardan sembollere gelişiyordu. Biz bugün tanınabilir bir cebir yazma sistemine sahibiz. Bunun nasıl gerçekleştiği göstermek için çeşitli zamanlardan alınmış kısa ve yalın işaretlerden oluşan yazı yöntemi (stenografi)'ne bakmalıyız (Hogben, 1936, s.259).

İlk örneğimiz, Regiomontanus'tan. De triangulisin yazarı, gerçek ismi, Johann Müller of Königsberg (1436–1476)—zamanının önemli bir matematikçisi (Boyer, 1989, s.272). 1464'ten bir örnek,

3 census et 6 demptis 5 rebus aequatur zero,

3x2 ve 6'yı 5x'den çıkar, eşittir 0 şeklinde okunur. 30 yıl sonra, Pacioli '**Summa de arithmetica**' adlı kitabında aynı ifadeyi yazmıştır (1494).

3 ce p 6 m 5 rebus ae 0, olarak

Robert Recorde, eşittir için ‘=’ sembolünü 1557’de kitabı olan ‘**The Whetstone of Witte**’ adlı kitabında tanıtmıştır. (Eves, 1983, s.130).

1558’de Flandradaki Simon Steven (1548–1620), $3x^2 - 5x + 6 = 0$ ifadesini aşağıdaki şekilde yazmıştır.

$$3\,\textcircled{2} - 5\,\textcircled{1} + 6\,\textcircled{\cdot} = 0$$

$$\overset{\textcircled{2}}{3} - \overset{\textcircled{1}}{5} + \overset{\textcircled{\cdot}}{6} = 0$$

Fransa’da 1591’de Francois Viete ise bu denklemi 3 in A quad – 5 in A plano + 6 aequator 0 şeklinde yazmıştır.

Viate tüm zamanların en büyük matematikçilerinden biridir. Fakat notasyonu, stevin’in notasyonu ile karşılaştırıldığında daha çok cazip gelmiştir.

Gelecek yüzyıla geldiğimizde, Descartes 1637’de $3x^2 - 5x + 6 = 0$ şeklinde yazmıştır.

Regiomontaus (1414), Diophantusun kullandığı yapıya benzer, bir yapı kullanır. Regiomantus sıfır sembolüne işaret eder ki, bu Diophantus tarafından kullanılmamıştır. Fakat Regiomontaus kısaltmalar yerine uzun kelimeler kullanmıştır. Regiomontaus ve Pacioli’nin her ikiside tüm ifadeyi sıfıra eşitlemeden önce, tüm pozitif terimleri eşitliğin sol tarafında, negatif terimleri ise eşitliğin sağ tarafında olacak şekilde gruplandırmıştır. Stevin(1585), Viete’nin (1591) ‘+’, ‘-’ , ve ‘=’ sembollerini içerek şekilde yaptığı gibi, modern yapıya benzer bir yapı kullanmışlardır. Modern notasyonumuza benzer şekilde, Vieta 1. bilinmeyen için A sembolünü kullanmış, ikinci bilinmeyen için ise B sembolünü kullanmıştır. Bunun yanında, Vieta, kısaltmalar ve uzun kelimelerin bir karışımını kullanmıştır. Descartes modern çağın başlangıcında, bilinmeyenler için alfabenin sonundaki harfleri, bilinenler için alfabenin başındaki harfleri kullanmıştır.
Bu noktada, yukarıda bahsettiğimiz gibi matematiksel notasyonların çarpıcı bir şekilde genişlediği modern çağa girdiğimizden dolayı makalemizi sonlandırıyoruz.

Kaynaklar

Boyer, C. (1989). *A History of Mathematics* (rev.). Newyork: Wiley
Eves, H. (1983). *Great Moments in Mathematics Before 1650.* The Mathematical Association of America.
Heath, T. (1908; rev. 1956). *The Thirteen Books of Euclid’s Elements* (2nd Ed.). Dover Publications.
Hogben, L. (1936, rev. 1989). Mathematics for the Million. Rendlesham, UK: Merlin Pres.
Kramer, E. (1982). *The Nature and Growth of Modern Mathematics*, Vol. 1. Princeton University Press.