



8. Sınıf Öğrencilerinin Cisimleri Görsel Tanıma ve Tanımlamaları: Cisim İmgeleri

8th Year Students' Definitions and Figural Recognitions of Solids: Concept Images

Elif Türnüklü, DEÜ, Buca Eğitim Fakültesi, elif.turnuklu@deu.edu.tr

Ayşe Simge Ergin, Matematik Öğretmeni, Uzman, MEB, asmge@hotmail.com

ÖZ. Bu araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin prizma, piramit, koni ve silindire ilişkin imgelerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerin bu cisimlere ilişkin tanımları ve görsel olarak tanımları incelenmiştir. Çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan maksimum çeşitleme örneklemeyle belirlenen 20 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen nitel veriler analiz edilirken içerik analizi tekniği kullanılmıştır. Elde edilen bulgularda cisimlerin yüzey özelliklerinin imgelerde ön plana çıktığı görülmüştür. Öğrencilerin tanımlarında piramitlerin taban yüzeyine bağlı aşırı özellemler, prizmaların 3 boyutlu cisimler olarak ifadesine bağlı aşırı genellemeler görülmüştür. Prototiplere bağlı imgenin her düzey öğrencide etkili olabildiği ve kavram yanlışlarına yol açabildiği sonucu ortaya çıkmıştır. Sonuçlara dayalı olarak cisimlerin öğretiminde yol gösterici ipuçlarına ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler. Kavram İmgesi, Cisimler, Cisim Tanımları

ABSTRACT. The purpose of this study was to investigate 8th students' concept images of prism, pyramid, cone and cylinder. For this purpose, students' definitions and figural recognitions of these objects were examined. Qualitative research method was used. Semi-structured interviews were conducted with 20 students chosen by maximum variation sample one of purposive sampling method. The collected qualitative data were analyzed by content analysis. In finding, the properties of solids's surfaces have been found to come forward in the images. Over specialization related to pyramids' base surface and overgeneralization depend on expression of prisms were found. As a result, images depending on the prototypes could be effective in all levels of students and they could lead to misconceptions. Based on the results, in the teaching of solids it has been achieved the guiding tips.

Keywords. Concept Image, Solids, Definition of Solids

SUMMARY

Purpose and Significance: Solids are one of the basic concepts in geometry and it is ranging from primary education to secondary education in the curriculum. In this educational process, it is important to examine if there are any problems about the concepts of solids. Because geometry education has targeted purposes and it aims to give desired gains to students. However, similar studies on elementary students are quite limited. Therefore, this study was planned to determine the structure of solids in the minds of elementary students. In this study, 8th students' definitions and figural recognitions of prism, pyramid, cylinder and cone were examined. So, the aim of this study was to investigate 8th students' concept images of these objects.

Methods: Qualitative research method was used in the study. It was conducted with 20 students chosen by maximum variation sampling method. These students who were different academic levels, attending with their mathematics achievement and teachers' views. The data were collected by semi-structured interview. During the interviews, the students were asked about definition of solids and figural recognition of them. To analyze the collected data, content analysis was used.

Results: According to results of the study were determined that participants were tend to personal definitions, so they were far from the formal definition. A lot of participant tried to

make it describing some features like surface, dimension and corner. Some of them described the solids by using everyday objects. For example; “Cone is a New Year hat.”, “Cylinder is such a roll”. Generally, the figural recognize of solids was shaped by non-critical properties. These could be caused by base surface or position of it.

Discussion and Conclusions: Definitions of prism, pyramid, cylinder, cone and visual recognitions of them have provided important information of their concept images. As a result, participants at all level have the same prototype image and similar misconceptions. “Pyramids’ base can be triangle, but not the square.”, “Solids should be flat.” and “The sides of prism should be long” were example of them. And also they lead to over generalization or over specialization. On the images of cone, there was usually having triangular circle and point properties. Expressions related to cylinder have showed that open form of it in the minds. As conclusions, prototypes may limit the concept images. In this sense, in order to have rich images various figural examples can be used. And also results of discussion, importance of understand critical properties of solids have emerged.

GİRİŞ

Öğrenciler derslerinde öğretilen kavramları yaşadıkları deneyimler ile ilişkilendirip bir anlam vererek kavrama yoluna gidebilmektedirler. Ancak birçok araştırma göstermiştir ki kavramlar üzerinde yanlışlar, eksiklikler, kısaca kavrama sorunları yaşanmaktadır (Ubuz ve Üstün, 2004; Hershkowitz, 1990; Burger ve Shaughnessy 1986). Öğrenilen kavramlara yanlış anlamların yüklenmesi veya anlam bütünlüğünün kurulamaması gibi durumlar, ilerleyen dönemlerde pek çok sorunu beraberinde getirmektedir. Matematğin sarmal yapısı var olan bir kavram yanlışlarının diğer kavramları da olumsuz etkilemesine izin vermektedir. Böylece kavramlar arasındaki ilişkilerin kurulmasına engel teşkil etmektedir (Özdeş, 2013). Geometrinin temelinde yer edinen kavramlardan biri olan geometrik cisimler konusu matematik müfredatlarında oldukça geniştir. Bu anlamda eğitimde hedeflenen amaçların elde edilmesi, istenilen kazanımlara öğrencilerin sahip olabilmesi adına eğitimsel süreçte geometrik cisim kavramlarıyla ilgili sorunların yaşanıp yaşanılmadığının öğrenilmesi önemlidir.

Matematsel kavramların öğrencilerin zihinlerinde nasıl yapılandığını araştırmak üzere yapılan çalışmalara bakıldığında kavram imgesi ve kavram tanımı yapılarıyla karşılaşıyoruz (Tall ve Vinner, 1981; Fujita ve Jones 2007; Clements ve Battista, 1992; Berkün, 2011; Avgören, 2011; Güllük, 2008; Türnüklü, Alaylı ve Akkaş, 2013). Tall and Vinner (1981) tarafından kavrama ait zihinsel resim, özellik ve süreçleri içeren bilişsel yapının tümü, “kavram imgesi” olarak tanımlanır. Literatürde kavram imajı, kavram görüntüsü olarak da geçen bu yapı, bir zihinsel süreç içinde bilinçli veya bilinçsiz olarak şekillenerek bireylerin bilişlerinde yer bulur ve yıllar boyu deneyimlerle birlikte inşa edilir. Kavram tanımı ise kavramı ifade etmek için kullanılan kelimeler bütünü olarak ele alınır (Tall ve Vinner, 1981). Tall ve Vinner (1981)’a göre “kavram imgesi” ve “kavram tanımı” birbirinden farklı ancak kişilerin kavramı oluşturmada öne çıkan durumlardır. Vinner (1991) ise kavram imgesi ile kavram tanımını birbiriyle etkileşime geçebilen, bilişsel yapıda bulunan iki farklı hücre olarak ele almıştır. Örneğin kavram imgesinin kavram tanımına göre şekillendiği durumlarda kavramın formal düzeyde yapılandığı sonucunu çıkarmıştır.

Geometrik kavramlarda kavram ve kavram imgesinin birlikte şekillenmesi beklenir. Çünkü kavram öğrenme, kavram imgesini biçimlendirme anlamına gelmektedir (Vinner (1991). Böylece bireylere has olarak gelişen kavram imgesi, kavramın oluşumunda gerekli bir durum olarak görülür. Fakat kişilerin kavram imgeleri her zaman kavram tanımına uygun olmayabilir. Çünkü kavram tanımı; kavramı net bir şekilde belirleyen, matematik dünyası tarafından kabul edilen kelimeler ve semboller bütünü olarak geçmektedir (Vinner, 1983). Fakat tanımlar bireyler tarafından birbirlerinden farklı olarak kurulabilir, bu da bireyin kavram hakkındaki kişisel düşüncelerini ve deneyimlerini dolayısıyla kavram imgelerini yansıtmaya daha yakındır. Matematsel bağlamda kavram imgelerinin ve kavram tanımlarının incelenmesi de bu açıdan gereklidir (Vinner, 1991; Berkün, 2011). Bu anlamda çalışmada öğrencilerin geometrik cisimlerden prizma, piramit, koni ve silindire yönelik imgelerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

Tall ve Vinner (1981), önceden karşılaşılmış olan kavramla yeni bir ortamda karşılaşma durumunda, sahip olunan deneyimlerle birlikte o kavrama ait tanımı arka plana, kavram imgesini ön plana atmaya eğilimli olduğunu ifade etmiştir. Bu açıdan geometrik kavramlar değerlendirildiğinde kavramın sahip olduğu özelliklerin, tanım ve şekle ait imgelerin kavramsal açıdan önem taşıdığı görülür (De Villiers, 1998; Fujita, 2012). Bu çalışmada öğrencilerin belirli cisimlere ait tanımları ve görsel olarak tanımları incelenerek o cisimlere ait imgelerini ortaya çıkarmak esas alınmıştır.

Bireylerin geometrik kavramları öğrenmede gösterdikleri davranışları anlamlandırmada Van Hiele'nin ortaya attığı geometrik düşünme düzeyleri oldukça önemli rol oynamıştır. Gutierrez (1992), Van Hiele kuramını geometrik anlamayı sağlama ve geometrik anlamının gelişimi için oluşturulmuş bir model olarak tanımlamıştır. Van Hiele (1986) geometri düşünme modelini, geometri öğrenme hiyerarşisine göre beş düzeye ayırmıştır. Örneğin cisimleri fark etme, isimlerini söyleyebilme ve görünüşlerine göre diğerlerinden ayırabilme ilk düzey olan "görsel dönem"i işaret etmektedir. "Analiz düzeyi"nde olan bireyler ise cisimlerin her birinin özelliklerini analiz edebilir, birbirine benzer kılan ya da birbirinden farklı duruma getiren özellikleri tanımlar ve onları adlandırabilir (Gutierrez, 1992).

Fischbein (1993)'in ortaya attığı geometrik şekillere ait figür kavramı ise geometrik figürün sadece bir görsel imge değil, aynı zamanda kavramın kendisi olarak tanımlanmıştır. Görsel figürlerin ön planda olduğu durumlarda da tipik örneklerin (prototipler) etkili olabileceği anlaşılmıştır. Okazaki ve Fujita'nın (2007) çalışmasında şekillerin tipik çizimler dışında farklı duruşlarda sergilenerek verilmesi sonucunda bireylerin şekilleri tanımda sorunlar yaşadıkları görülmüştür.

Geometrik kavramlara ait tipik örneklerin (prototipler) kavram oluşumunda önemli bir rol üstlendiği görülür. Çünkü Hershkowitz (1990) tipik görsel çizimlerin, kavramsallaştırma noktasında bireylerin kavram yanılgısı yapmalarına neden olabileceklerini ortaya koymuştur. Bu durumu "prototip karar verme" olarak ifade etmiştir (Hershkowitz, 1990). Buna göre bireyler belli bazı tipik örneklerle dayanarak kavram imgelerini şekillendirebilir. Bu durumda iki farklı tipten bahsedilebilir. *Tip 1*, prototip örneklerle dayanarak yapılan görsel çıkarımların uymayan durumlara da kullanılması sonucu oluşan kavram yanılgılarını içermektedir. Öğrencilerin üçgenin yüksekliğini üçgenin içinde düşünüp, uymayan durumda da içine çizip yükseklik kabul etmesi bu tipe örnek verilebilir. Prototip şekillerin tipik özelliklerini çıkarım yaparken kullanma, prototipin özelliklerini kavramın diğer tipleri için de uygulamaları ise *Tip 2* olarak ifade edilmektedir. "Kare dışındaki tüm şekillerin dörtgen olmadığını iddia etme, çünkü kenarları eş uzunlukta olabilir ancak açılar eş olmuyor" yargısında bulunma örnek verilebilir (Hershkowitz, 1990).

Ders kitaplarına bakıldığında geometrik cisimlerin tek tip modellemeleri görülür. Prototipler de sıklıkla karşılaştığımız ve kullandığımız şekillerin görünümünü ifade etmede kullanılır. Bununla birlikte yaygın ve spesifik görsel karakteri sunarlar (Hershkowitz, 1990). Prototipleri oluşturan bir veya birçok örnek olabilir. Bu nedenle kavramı örnekleyen modellerin sunumu farkında olunması gereken bir konudur (Sarfaty ve Patkin, 2013). Cunningham ve Roberts (2010) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarının çokgenlerin köşegenlerini belirlerken prototipler dışındaki örneklerde başarısız oldukları saptanmıştır.

Matematikte formal tanımların ifade edilmesi akademik anlamda kavramlar açısından önem teşkil eder. Geometrik cisimlerin tanımları 6-8. sınıfların matematik ders kitaplarında (MEB, 2009) "prizma", karşılıklı paralel yüz çiftlerinden oluşan cisim olarak yer almaktadır. "Silindir" bir dairenin bir doğru boyunca paralel kaydırılarak süpürdüğü uzayı dolduran cisim olarak geçmektedir. "Piramit" tabanı çokgensel bölge ve yan yüzleri üçgensel bölge olan, yan ayrıtları bir noktada birleşen geometrik cisimlere verilen ad olarak geçmektedir. "Koni" ise bir dairenin bütün noktalarının dışındaki bir nokta ile birleşmesinden oluşan cisim olarak tanımlanmıştır. Ders kitaplarında verilen veya akademik olarak kullanılan tanıma ait özellikler kritik olarak nitelendirilir (Hershkowitz, 1990). Tanımlarda yer alan bu özellikler Hershkowitz'e göre bireylerin karar vermelerinde temel oluşturabilmektedir. Kritik olmayan özellikler ise çoğunlukla şekillerin prototip çizimlerinden kişilerin belirledikleri özellikler olabilmekte veya ikincil sırada önemli olabilmektedir. Kritik olmayan özelliklerin kişilerin sahip

oldukları kavram imgesi ile şekillendiği görülmektedir. Geometrik cisimler üzerine bir örnek verilirse; “Bu bir üçgen piramit çünkü tüm yüzeyleri üçgen şeklindedir.” ifadesi kritik özellik taşımaktadır. “Bu bir piramit çünkü tabanı kare şekline sahiptir.” ifadesi ise bu cismin piramit olması için kritik olmayan bir özelliktir çünkü piramitlerin tabanı herhangi bir çokgen olabilir (Sarfaty ve Patkin, 2013: 2). Bu anlamda tanımları analiz ederken kritik ve kritik olmayan nitelikler arasındaki farkı seçmek gerekir (Hershkowitz, 1990).

Literatür incelemesinde ülkemizde ortaokul öğrencilerinin geometriye yönelik kavramsal boyutlarının araştırıldığı çalışmaların genellikle 2 boyutlu şekiller üzerine olduğu görülmüştür. Çokgenler üzerine kavram imgelerinin araştırıldığı bir çalışmada (Berkün, 2011) yamuk şekli üzerine prototiplerin oluşturulduğu ve bu durumun kavram yanılgılarına neden olduğu ortaya çıkmıştır. Clements ve Battista'nın (1992) araştırmasında geometrik şekiller ile ilgili kavramların gelişmesinde görsel modellerin öne çıktığı görülmüştür. Bir başka çalışmada ise öğrencilerin şekillere ait doğru tanımlamayı yapmada sıklıkla zorluklar yaşadıkları ve bu duruma sahip oldukları kavram imgelerinin sebep olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Fujita ve Jones, 2007). Türnüklü, Alaylı ve Akkaş'ın (2013) dörtgenler üzerine yaptığı çalışmada ise ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kavramla ilgili tanımlarının, algıları ile birlikte şekil aldığı anlaşılmıştır. Avgören (2011)'in ortaöğretim öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin katı cisimler ile ilgili sahip oldukları kavram imgelerinin geometrik cisim modelleri ve sınıf içi geometrik çizimler ile benzerlik gösterdiği sonucu ortaya çıkmıştır.

Ortaokul öğrencileriyle 3 boyutlu cisimler üzerine benzer incelemelerin yapıldığı çalışmalar ise oldukça sınırlıdır. Ayrıca öğrencilerin geometrik cisimlere yönelik imgelerinin nasıl olduğunu açığa çıkartmak sınıfta etkili bir öğrenme ortamı yaratmak adına yardım edebilir. Bu anlamda literatüre katkı sağlayacağı düşünülmekle birlikte oluşabilecek kavram yanılgılarını öğrenme olanağı sağlayacaktır.

YÖNTEM

Bu çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin prizma, piramit, koni ve silindire dair imgelerini incelemek amaçlanmıştır. Araştırmada hedeflenen amaca uygun olarak öğrencilerin belirlenen cisimlerle ilgili imgelerinin neler olduklarını öğrenmek ve derinlemesine bilgiler edinmek adına nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay (durum) çalışması kullanılmıştır. Bu nitel araştırma yöntemi içinde görüşme tekniği kullanılmıştır. Çünkü görüşme bireyin görüşlerini, deneyimlerini ve duygularını ortaya çıkartır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Çalışma Grubu

Nitel çalışmada örnek olay çalışması için sosyoekonomik düzeyleri farklılık gösteren 5 okuldan amaçlı örnekleme yöntemine bağlı olarak öğrencilerin matematik başarı düzeyleri çeşitlilik sağlayacak şekilde maksimum çeşitlilik örneklemeyle katılımcılar belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme, durumların derinlemesine çalışmasına izin verdiğinden olayların açıklanmasında araştırmacıya yarar sağlar (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olacak şekilde 10'u erkek, 10'u kız toplamda 20 öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilerin 6'sı düşük, 8'i orta, 6'sı yüksek düzeydedir. Farklı başarı düzeyindeki öğrenciler belirlenirken matematik dersi notları ve öğretmen görüşleri dikkate alınmıştır. Görüşme yapılan öğrenciler kodlar ile ifade edilmiştir. Kodlardaki 1 numara kız öğrencileri, 2 numara erkek öğrencileri göstermektedir. Ayrıca maksimum çeşitlemenin seçilmesinin nedeni de çeşitlilik arz eden durumlar arasında herhangi ortak ya da paylaşılan olguların olup olmadığını anlamaya çalışmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Veri Toplama Aracı

Araştırmada elde edilen veriler yarı-yapılanmış görüşme formu kullanılarak toplanmıştır. Kullanılan görüşme formu hazırlanırken konu ile ilgili alan yazın, ders kitapları, kazanımlar incelenmiş ve elde edilen veriler ışığında görüşme formu hazırlanmıştır. Alanda yapılan çeşitli çalışmalar bireylerde geometrik kavramlara dair imgelerin, bu kavramın sahip olduğu özelliklerden, tanımdan ve temsil ederken kullanılan çizimlerden etkilendiğini ve

şekillendiği göstermiştir (Fujita, 2012; De Villers 1994; Fischbein, 1993). Bu konuda kullanılan veri toplama araçlarının ağırlıklı olarak açık uçlu maddelerden oluştuğu görülmektedir. Bunun için kullanılan görüşme formunda açık uçlu sorularla prizma, piramit, koni ve silindirin tanımları sorulmuş olup, görsel tanımlarını incelemek adına da belirli modeller kâğıt üzerinden gösterilmiştir. Bu görsellerin; tipik (prototip) ve tipik olmayan (prototip olmayan) modellerden örnekler teşkil etmesi amaçlanmıştır. Tipik modeller cisimlerle özdeşleşen, ilk akla gelen; tipik olmayanlar duruş pozisyonu farklı, formal tanımla uyum sağlayan modeller olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca verilen örneklerde cisimlere ait çizimlerin ve yüzeylerinin renklendirildiği modellerin bulunması da sağlanmıştır. Görüşmelerde öğrenciyi görüşmeye hazırlamak amacıyla, yapacağı görüşmenin sınav niteliği taşımadığı, sadece konu hakkında ne düşündüğünü ortaya çıkarmak için yapıldığı belirtilmiştir. Her bir görüşme ses kayıt cihazı ile kayıt edilmiş ve ortalama 15 dakika sürmüştür. Her bir kayıt yazılı doküman haline dönüştürülerek analiz yoluna gidilmiştir.

Analiz

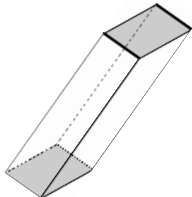
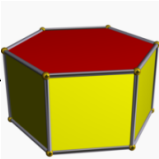
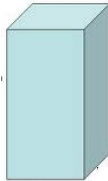
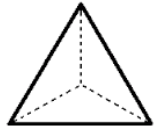
Elde edilen nitel veriler analiz edilirken içerik analizi tekniği kullanılmıştır. İçerik analizinde temelde yapılan işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu yöntem kullanılarak veriler analiz edilmiştir. Öncelikle tanımlardan elde edilen veriler formal olanlar ve olmayanlar şeklinde ana kategoriler içerisinde incelenmiştir. Ayrıca verilerde geçen ortak ifadeler bazı özel kategorileri de beraberinde getirmiştir. Örneğin silindirde “açınımdan yola çıkma” olarak yer alırken; konide “somut örnekler verme” şeklinde ortaya çıkmıştır. Görsel tanıma bağlı elde edilen veriler ise prototip özellik taşıyanlar ve taşımayanlar kategorileri eşliğinde incelenmiştir. Böylelikle elde edilen verilerin kritik ve kritik olmayan özellikler içerip içermemesine bağlı olarak analiz edilmesi sağlanmıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin görsellere dair yaptıkları seçimler frekanslarla, ifadeleri de alıntılar halinde sunulmuştur.

BULGULAR

Araştırmada elde edilen bulgularda prizma, piramit, koni ve silindir için görsel olarak tanıma ve tanımlamalar sunulacaktır. Böylelikle öğrencilerin cisimler için genelde sahip oldukları imgeler ortaya konulacaktır.

Katılımcılara Tablo 1’de verilen cisimler gösterilerek hangilerinin prizma olduğu sorulmuştur. Alınan yanıtların frekansları Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1. Prizmaya Örnek Gösterilen Cisimlerin Frekansları

	1.şekil	2.şekil	3.şekil	4.şekil
Geometrik Cisimler				
f	16	6	15	10

Tablo 1 deki değerler dikkate alındığında katılımcıların tipik görünümündeki ve derslerde sıklıkla kullanılan prizmaları (dikdörtgenler prizması ve kare prizma) tanıdıkları

altıgen prizmayı prizma olarak kabul etmedikleri görülmüştür. Ayrıca piramidi işaretleyenlerin de olduğu görülmektedir.

Katılımcıların görsel olarak tanıırken genelde kritik olmayan özellikleri kullandıkları görülmüştür. Bunlardan biri cisimleri prototiplerden yola çıkarak tanımadır. Özellikle 2.şekildeki altıgen prizmanın prizma olarak nitelendirilmemesi bu durumu işaret etmiştir. Bir diğeri modellerin üç boyutlu, tüm yüzeylerinin eş oluşu, köşeli oluşu gibi özelliklerle tanımadır. Özellikle 4.şekil için prizma diyenler bu duruma örnektir. Bu tür yanılgıların sebepleri neden bunları işaretledikleri sorulduğunda ortaya çıkmıştır. Katılımcıların bazılarının yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Bir dakika! 2.şekil prizma değildir. Çünkü üstünde bir altıgen vardır, yanlarında kareler vardır, yine altında bir altıgen vardır. Hani bütün yüzleri farklı... Prizmada bütün yüzleri şey olması lazım galiba mesela dikdörtgen prizmada bütün yüzler dikdörtgen. 4.şekil prizma çünkü bütün yüzleri üçgen (E2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

1.şekil dikdörtgenlerden oluşan prizma buna da dikdörtgenler prizması olduğu için karşılıklı kenarları eşit ve uzun bir şekil olduğu için. 3.şekilde aynı öyle kare ve dikdörtgenlerden oluşan bir şekil karşılıklı şeyleri birbirine eşit olduğu için seçtim... 2.şekil sadece altıgen ve kareden oluşuyor, hiç uzun bir şekil değil. 4.şekilde sadece üçgenler, e de zaten hiç fikrim yok (H1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci).

Dikdörtgenin 3 boyutlu hali diyebilirim mesela, Kibrit kutusu gibi bir şey prizma, köşeleri uzun yan tarafları uzun, baş tarafları yan taraflarından kısa olduğu için olabilir (O2 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

4.şekil üç boyutlu, yükseklik ve kenarı var, prizmadır (Y1 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde, prizmaya ilişkin bazı yanılgıların prizma imgelerine yön verdikleri görülmektedir. Yukarıda verilen öğrencilerin ifadelerinden de görüleceği gibi dikdörtgen veya kare prizma olmayanların prizma olarak nitelendirilmedikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin “kibrit kutusu gibi” veya “hiç uzun bir şekil değil” ifadelerinde imgelerine yerleşen prototip prizma şeklini işaret ettikleri görülmektedir. Kibrit kutusu şeklindeki benzetme öğrencinin doğru olan prizma modelini belirlemesine yardımcı olurken daha az rastlanan altıgen prizmayı belirlemede engel oluşturmuştur. Buna karşın altıgen prizma öğrencilerin 6’sı tarafından örnek gösterilmiştir. Bu öğrencilerin prizma olarak tanımlarında cismin üç boyutlu oluşu, yüksekliği olması gibi kritik olmayan nedenler ortaya çıkmıştır. Ancak içlerinde sadece C1 kodlu iyi düzeyde öğrencinin “*Paralellik olduğu için altıgenler de olabilir*” şeklinde kritik bir ifade sunduğu görülmüştür. Bununla birlikte 4. şekilde verilen cismin de prizma olarak nitelendirilmesi yine benzer özelliklerden kaynaklanmıştır.

Seçilen modeller üzerinden elde edilen veriler öğrencilerin imgeleri adına kısıtlı bilgiler verebilir. Bu anlamda imgelerinin kavram tanımıyla olan ilişkilerini de incelemek gerekir. Ancak katılımcılar prizmayı tanımlamakta zorlanmışlar, zihinlerinde oluşan imgeyi tarif etmeye çalışmışlardır. Böylece öğrencilerin oluşturdukları imgeler üzerine detaylar tespit etmek mümkün olmuştur. Öncelikle öğrencilerin akademik tanımlardan uzak oldukları daha çok prizmaların yüzeylerini tarif etmeye odaklandıkları görülmüştür Tanımlarda boyut, yüz, köşe ve taban kavramları öne çıkmış ve bunları tarif ederek bazı özelliklerine vurgu yapmışlardır. Böylece ortaya çıkan durumlardan biri, prizmaların cisimlerin genel bir ailesi olduğuna dair tanımlamalardır. Her düzeyden öğrencinin “üç boyutlu cisimdir” ifadesini değişik şekillerde ifade ettiği görülmüştür. Hatta “Tüm üç boyutlular prizmadır.” ifadesi ile aşırı genellemeye varmışlardır. Bir diğeri, prototip modeller ile ilişki kurmalarıdır. Tariflerinde genelde dikdörtgenler prizma ve kare prizmanın olduğu görülmektedir. Tanımlarda ortaya çıkan bir başka durum ise piramidi ifade eden özellikler sunmaları olmuştur. Aşağıda öğrencilerin durumlara örnek tanımları yer almaktadır:

Prizma, bir cismin 3 boyutlu görünen halidir (N1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

3 boyutlu bir cisimdir. Üç boyutlu cisimlerin hepsi prizmadır (H2 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

Tabanında köşeleri olan ve cismin boyutlu hali diye düşünüyorum. Mesela kare prizmada karenin boyutları var tabanı, tavanı, yan yüzleri oluyor; karenin boyutlandırılmış hali (S1 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

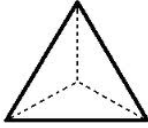
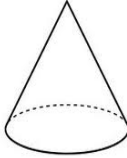
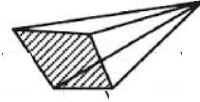
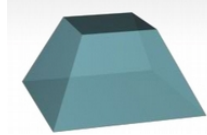
Herhangisinin birleştirilerek oluşturulmuşuna gibi geliyor. Mesela kareleri birleştirerek, kareyle dikdörtgenleri o zaman kare prizma oluşuyordu. Dikdörtgen birleşerek dikdörtgen prizma oluyordu. Üçgen prizma, üçgenleri biraz fazla uzun yaptığımız zaman iki tanesini yan yana yapıştırdığımız zaman üçgen prizma oluyordu (M2 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

Prizma üst yüzeyleri üçgensel bölge olan geometrik cisim oluyor (A2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

Üçgenlerden oluşan bir şeymiş gibi geliyor (L1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

Katılımcıların piramitleri görsel olarak tanımlarını incelemek adına Tablo 2’de bulunan resimler kullanılmıştır. Öğrencilere hangisinin piramit olduğu sorularak elde edilen frekanslar tabloda belirtilmiştir.

Tablo 2. Piramide Örnek Gösterilen Cisimlerin Frekansları

	1.şekil	2.şekil	3.şekil	4.şekil
Geometrik Cisimler				
f	11	0	15	4

Tablo 2 deki değerler incelendiğinde, öğrencilerin piramide verdiği örneklerin 3.şekil üzerine yoğunlaştığı anlaşılmaktadır. Öğrencilerin yaklaşık yarısı ise piramit örneği olarak Tablo 2’deki 1.şekli vermiştir. Tablo 2’deki 4.şekil ise az öğrenci tarafından seçilmiştir. Öğrencilerin bu cisimleri neden seçip seçmedikleri sorulduğunda ise prototip imge etkisiyle karşılaşmıştır. Prototip imgelerin oluşmasında “taban yüzeyi” ve “duruş özelliği” güçlü karakterler olarak öne çıkmaktadır. Katılımcıların piramidi tanıırken dikkat ettiği bu özellikler, belirli kavram yanlışlarına işaret etmiştir. Katılımcıların bazılarının yanıtları şöyledir:

3.şekil, başka yok. Kenarlarının üçgen olmasına, altının kare olmasından(K2 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

3.şekil bir yamuk yani piramit olamaz, tam düz durmaz. Piramit olması için altında bir tabanı olması gerek ve dört köşesi veya üç köşesi olması gerek... O yüzden 1.şekil üçgen, piramit de üçgendir, 4.şekil ise yarısı olmayan bir piramittir (I1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)

1.şekil 1 var. Bir de 4.şekil benziyor... 3.şekil olamaz çünkü yan yatıyor (R2 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)

3.şekil piramit. Bir de 1.şekil olabilir, emin değilim tabanı üçgen olduğu için (B2 kodlu, düşük düzeyde öğrenci).

Verilen ifadelerden anlaşıldığı gibi katılımcılar piramidi görsel olarak tanıırken “tabanının kare olması” gibi taban yüzeyine bağlı ya da “yan yatma, yamuk durma” gibi duruş özelliği bağlı imgelerle hareket etmiştir. Özellikle düşük düzeydeki öğrencilerin 3’ünde duruş özelliklerine bağlı prototiplerin olduğu anlaşılmıştır. Tablo 2’deki 4.şekil için ise “biraz kesik gibi göstermişler ama piramit”, “yarısı olmayan bir piramittir” şeklinde ifadelerin yer aldığı görülmüştür. Ayrıca Tablo 2’de bulunan 1.şeklin prizma olarak nitelendirilmesi de görsel seçimlerini etkilemiştir.

1.şekle prizma demiştin piramit olamaz o zaman, sadece 3.şekil (B1 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

1.şekil ve 3.şekil. Ama aslında 1.şekil üçgen prizma gibi duruyor burada (N1, iyi düzeyde öğrenci).

Öğrencilerin piramit tanımları incelendiğinde de piramide ilişkin oluşturdukları imgelerin genellikle aynı olduğu görülmüştür. Katılımcılar piramidi tanımlarken kişisel tanım yaparak zihinlerinde oluşan imgeyi ifade etmeye çalışmışlardır. Hatta öğrencilerden bazıları mısır piramitlerini örnek vererek tanımını oluşturmuştur. Bir katılımcı ise “Koniye benziyor ama bu sefer dairesel değil köşeleri olan, yan yüzleri üçgenlerden oluşan şekillerdir.” şeklinde piramidi, koni ile ilişki kurarak tanımlamaya çalışmıştır. Fakat genel olarak öğrencilerin tanımlarına bakıldığında piramitlerin tabanının belirli bir yüzey olma imgesi taşıdığı anlaşılmıştır. Bir öğrencinin “Piramidin tabanı üçgen mi kare mi tam olarak emin değilim ama kare gibi geliyor” şeklinde ifadesi taban yüzeyi üzerine tereddütlerin yaşandığını göstermiştir. Yapılan görüşmelerden bazı alıntılar aşağıda sunulmuştur.

Piramit, altında kare bir tabanı olan üstüne doğru yükselen üçgen biçimindeki şeylere denir (İ1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci)

Piramit, altı kare şeklinde üstü üçgen çıkıyor, yukarı doğru üçgenler çıkıyor üstte birleşiyor (G2 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

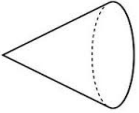
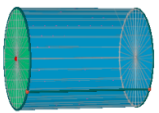
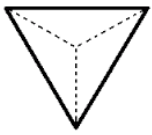

Piramit, taban alanı üçgen olan, yan kenarları da yani üç tane kenarı da üçgen olan, yine yukarısında bir tane dik köşe olan cisimdir (A1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Piramit, tabanı böyle dikdörtgen gibi şekli böyle biraz daha yamuk gibi... Etrafı üçgen ama tabanı dikdörtgen(C1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci)

Öğrencilerin tanımlarında piramitlere ait “dik”, “üste yükselme”, “sivri” gibi kişisel yorumlar veya “yanlarının üçgen” den oluşması şeklinde ifadelerle geçmektedir. Piramit için; tabanlarının çokgen olması, (çokgenin kenarları ile) tepeleri ortak bir noktada birleşmesi kritik özelliklerdir (Gökbulut, 2010). Böylece piramitlerin kritik özelliklerinden sayılabilen yanal yüzeylerinin üçgensel bölgelerden oluşması ve tepe noktasına sahip olması öğrencilerin bir kısmı tarafından kişisel olarak ifade edilmeye çalışılmıştır. Ama piramitlerin tabanının kare olması gibi taban yüzeyine yönelik kritik olmayan özellikler öğrencilerin aşırı özelleme yapmalarına sebep olmuştur. Bu durum kritik olmayan özelliklerin piramit imgelerinde etkili olduğu ve kavram yanılgıları yaşattığını ortaya çıkartmıştır. Çünkü buradaki aşırı özelleme piramitlerin tabanının herhangi bir çokgensel bölge olabileceği düşüncesini engellemektedir (Hershkowitz, 1990).

Katılımcılara tabloda verilen modeller gösterilerek hangilerinin koni olduğu sorulmuştur. Alınan yanıtların frekansları Tablo 3’te sunulmuştur.

Tablo 3. Koniye Örnek Gösterilen Cisimlerin Frekansları

	1.şekil	2.şekil	3.şekil	4.şekil
Geometrik Cisimler				
F	19	0	0	19

Tablo 3’teki frekanslar incelendiğinde, genel olarak katılımcıların koniye ait görsellere doğru yanıtlar verdikleri anlaşılmıştır. Ancak içlerinden sadece biri koniyi görsel olarak tanımadığını ifade etmiştir. Katılımcılara bunları neden seçtikleri sorularak imgeleri incelenmiştir.

Yanıtlar incelendiğinde her düzeyden öğrencide koninin “üçgen şeklinde olma” imgesinin ön planda olduğu anlaşılmıştır. Ayrıca, koninin “altının yuvarlak olması” ve “sivrilmesi” olarak öğrenciler tarafından ifade edilen özellikler, görsel olarak tanırken taban ve tepe noktasına dikkat ettiklerini işaret etmiştir. Bunun yanında bazı öğrencilerin görüşmeler sırasında, örnek verdikleri cisimlerden Tablo 3’te bulunan 4.şeklin koninin 3 boyutlu hali olduğunu ifade etmeleri de dikkat çekici bir durum olmuştur. Her düzey öğrencide karşılaşılan bu durumlar aşağıda örneklendirilmiştir:

Çünkü üçgen şeklinde altında yuvarlak olduğu için kolayca anlaşılabilir (M2 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

4.şekil bir koni, 1.şekil de yan duran bir koni geri kalanlar değil. Yine bir çember var bide üçgen var yani böyle bir şekil sanki üçgenle çember birleşmiş böyle beraber bir şekil olmuşlar (E2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

Diğerlerinden farklı zaten altında daire var ama üst tarafa doğru üçgen şeklinde dik geliyor (Y1 kodlu, orta düzeyde öğrenci.)

Üçgen ucunda da yuvarlak (S2 kodlu, düşük düzeyde öğrenci).

Öğrencilerin koni tanımları incelendiğinde, koniyi görsel olarak tarif etmeye yöneldikleri anlaşılmıştır. Bunun için “özellikleriyle ilgili ifadeler sunarak” ya da “çevreden somut örnek vererek” koniyi açıklamaya çalışmışlardır. Katılımcıların sadece biri ise “Altı daire üstü şey gibi piramit gibi oluyor.” şeklinde piramit ile ilişkilendirerek tanımlaya çalışmıştır. Katılımcıların görsel olarak tanırken verdiği kişisel ifadeler tanımlarda da yer almış; koni yüzeylerinin yuvarlak ve üçgen, ucunun da sivri olma özelliklerinin imgelerinde bulunduğunu göstermiştir. Bu durumlar akademik olmayan tanımların oluşmasına neden olmuş, kritik özelliklerin matematiksel dilden uzaklaşılarak belirtmeye çalışıldığını göstermiştir. Öyle ki taban yüzeyi “çember, daire, yuvarlak” olarak, yanal yüzünü “üçgen” olarak ve tepe noktasını “sivri, nokta” olarak ifade etmişlerdir. Görüşmelerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Koni tabanı böyle daire, üste doğru inceliyor en üstte 1 nokta şeklinde bitiyor (L1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

Alt tabanı yuvarlak diye düşündüm, yukarı doğru birleşiyorlar üçgen gibi ama yuvarlak (S1 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

Tabanı çemberden oluşuyor, yukarı belli bir yüksekliği var, en ucu dik sivri, 1 tane köşesi var, altı çemberden oluştuğu için köşesi yok (A1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

Aralarında iyi, orta ve düşük düzeyler bulunan katılımcıların koniyi açıklarken başvurduğu somut örnekler ise külah, yılbaşı şapkası ve huni olmuştur. Ayrıca öğrencilerin bazı ifadelerden koniyi, kâğıdın katlanmış hali olarak (üçgeni katlama veya dikdörtgeni katlama) düşünmeleri formallikten uzak bir şekilde imge oluşturduklarını göstermiştir.

Koni o yılbaşı şapkası böyle. Üçgen oluyor, altı daire üstü üçgen böyle kapanıyor şekil. Bir tane üçgeni aldık böyle katladık, koni oluyor. Gazetelerden de yapılıyor mesela. Dondurma külahı.(H2 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

Huni mi? Dikdörtgeni böyle şey olarak katlıyorlar ucunda üçgen (S2kodlu, düşük düzeyde öğrenci).

Koni altında bir çember var, onda da yine bir dikdörtgenin yukarıdan aşağı bir şekilde kıvrılması; sanki şey hani mesela bazı çiğdem satıcıları yapıyorlar ya külahın sanki koyulmuş gibi altında yuvarlak olmuş gibi (E2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

Katılımcıların silindiri görsel olarak tanımlarını incelemek adına Tablo 4’te bulunan cisimler kullanılmıştır. Öğrencilere hangisinin silindir olduğu sorulmuştur. Elde edilen sonuçlar Tablo 4’te verilmiştir.

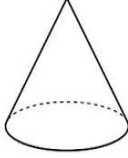
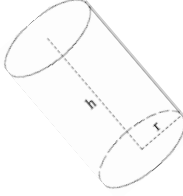
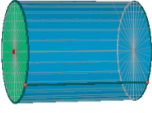

Tablo 4’e bakıldığında katılımcıların tamamı 2.şekli silindire örnek gösterebilmiştir. 3.şekil de öğrencilerin neredeyse tamamı tarafından silindir olarak tanınmıştır. Dönme hareketiyle gösterilen bu görsellerde öğrencilerin sorun yaşamadığı görülmüştür. Ancak 4.şekil öğrencilerin örnek gösterirken tereddüt ettikleri bir cisim olarak karşımıza çıkmıştır.

Öğrencilere bu cisimleri neden seçip seçmedikleri sorulduğunda ortaya çıkan durumlar, silindiri görsel tanırken yüzeylerine dikkat ettiklerini göstermiştir. Bu duruma örnek olarak bazı görüşmeler sunulmuştur:

Çünkü bu cisimleri açtığımızda daire ve dikdörtgen oluşacağını biliyorum (Y1 kodlu, orta düzeyde öğrenci)

Tabanı iki tane yüzeyi olduğu ve köşeleri olmadığı için (S2 kodlu, düşük düzeyde öğrenci).

Tablo 4. Silindire Örnek Gösterilen Cisimlerin Frekansları

	1.şekil	2.şekil	3.şekil	4.şekil
Geometrik Cisimler				
f	1	20	19	13

Katılımcılar görüşmelerde sıklıkla Tablo 4'teki 4.şeklin silindir olup olmadığı konusunda şüphelerini dile getirmişlerdir. Cismin silindire örnek verilmemesinin nedenleri incelendiğinde, prototiplerin dışında olmasından kaynaklandığı anlaşılmıştır. Öğrenciler 4.şekli "yamuk bir şekil", "düz değil", "eğri" olarak düşünüp, silindir imgelerine sokmamışlardır. Silindir olarak örnek verirken aralarında şüphelendiklerini ifade eden, silindire benzediğini söyleyenler de olmuştur. Böylece prototip imgelerin etkisi silindirde de ortaya çıkmıştır. Yapılan görüşmelerde seçimlerinin nedenleri sorulduğunda bazıları şöyledir:

4. şekilde biraz şüphelendim çünkü bu üst tarafın biraz eğimli gitmesinden dolayı ama yine de ad olarak düşündüm (A2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

4. şekil biraz benzemiyor gibi geldi ama bu yan kısmı pek belli değil gibi geldi. Ama biraz böyle bakınca anladım benzediğini (M2 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

4.şekilde biraz tereddüt ettim yamuk durmasından dolayı (S2 kodlu, düşük düzeyde öğrenci).

Öğrencilerin silindir tanımları incelendiğinde, açınımdan yola çıkarak yapılan tanımlar dikkat çekmiştir. Öğrencilerin verdiği ifadelerden, genellikle öğrencilerin silindirin açık şeklini düşündükleri anlaşılmıştır. Bu durum kavram imgelerinde, silindirin iki daire ve bir dikdörtgenden meydana gelmesi şeklinde yer aldığını göstermiştir. Görüşmelerden bazıları sunulmuştur:

İki tane çemberin bir tane de dikdörtgenin birleşmiş halidir, üstünde bir tane çember altında bir tane çember ve çevresinde bir tane döner bir şekilde dikdörtgen vardır (E2 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

İki daire ve bir dikdörtgenden oluşan bir cisimdir, silindir iki daireyi alt ve üst taban olarak koyduğumuzda dikdörtgenin onların çevresinde döndürülmesiyle oluşur. Yüksekliği vardır, işlemleri yaparken silindirin açınıma bakarız (Y1 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

Yuvarlak ve dikdörtgenden oluşuyor ama dikdörtgeni yuvarlayarak oluşan ve üst ve alt yüzeyi yuvarlaklardan oluşan şekildir (H1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci).

Silindir tanımlarında açınım yapma dışında "çevredeki nesnelere" yararlanarak ya da "köşe veya kenar" özelliklerinin yoksunluğuna vurgu yaparak ifade etmeye çalıştıkları anlaşılmıştır. İçlerinden bir öğrenci ise koni-silindir kavramlarını karıştırarak yanlış tanım oluşturmuştur. Bu durum görsel olarak tanırken de görülmüştür. Katılımcılar genellikle "boru" veya "rulo" nesnelere kullanmış ve benzetmişlerdir.

Silindir iki ucu yuvarlak, gövdesi de bir boru şeklinde (G2 kodlu, orta düzeyde öğrenci).

Kenarları yuvarlak, böyle yuvarlak düz şeyli, böyle bir rulo şeklinde (E1 kodlu, düşük düzeyde öğrenci).

Yüzeyleri daire olan, kenar köşeleri olmayan şekillerdir (L1 kodlu, iyi düzeyde öğrenci).

Genel olarak geometrik cisimleri görsel olarak tanıma ve tanımlamalardan elde edilen bulgular kavram imgeleri adına önemli bilgiler vermiştir. Cisimlere ait görsellerin ve tanımsal özelliklerin imgelere etkisi olduğu elde edilen ortak bir bulgu olmuştur.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Farklı düzeylerde öğrencilerle yapılan bu nitel araştırma neticesinde elde edilen bulgular, öğrencilerin imgeleri üzerinde bazen farklı, bazen ise ortak durumların yaşandığını göstermiştir. Her düzeyden öğrencinin benzer yanılgılara, prototip algılara sahip olabileceği sonuç olarak ortaya çıkmıştır. Genel olarak öğrencilerin cisim imgelerine yön veren “yüzey özelliklerinin” olduğu görülmüştür. Prototip diye tabir edilen ve genelde cisim tanıtılırken kullanılan tipik modellere dair imgenin her düzey öğrencide etkili olabildiği sonucu ortaya çıkmıştır. Görsel tanıırken öğrencilerde ortaya çıkan bu durumlar şöyle ifade edilebilir:

- “ Cismin tabanı veya yan yüzlerinin belirli bir şekle sahip olması”
- “ Cisimlerin eğik olmaması ” gerektiğidir.

Bunlar da prototip imgeler ile kavram yanılgısına düşüldüğünü göstermekte ve Hershkowitz’in (1990) tanımladığı 2.Tip genelleme hatasını işaret etmektedir. Bu durumlar, prizmanın ve piramitlerin tabanlarının herhangi bir çokgen olabileceği ya da cisimlerin dik pozisyon dışında olabileceği düşüncelerini engellemektedir. Monaghan (2000)’nın ifade ettiği gibi prototipler sınırlı görsel algılar yaratarak kavramı sınırlandırabilmektedir. Öyle ki, düzlemsel şekillerde olduğu gibi öğrencilerin geometrik cisimleri duruş itibari ile karıştırdıkları görülmüştür. Berkün (2011)’nün çokgenler üzerine yaptığı çalışmada, Clements ve Battisha (1992)’nin dikdörtgen-paralel kenar bulgularında duruş farklılığından kaynaklanan benzer sonuçlar bulunmuştur.

Öğrencilerin formal tanımlardan uzaklaştıkları ve kişisel tanımlara yöneldikleri görülmüştür. Literatürde de birçok çalışmada (Türnüklü, Alaylı ve Akkaş; 2013; De Villiers, 1998; Tall ve Vinner, 1981) kişisel tanımların akademik tanımlardan daha fazla yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Akademik tanımlardan uzaklaşma cisimlerin sahip olduğu kritik özelliklere yeterince dikkat edilmediğini göstermiştir. Kritik olmayan özelliklerin öğrenciler üzerinde etkili olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Cisimlere ait tanımlar genel olarak; De Villiers (1998) ‘in belirttiği gibi öğrenciler bildikleri özellikleri sıralayarak ekonomik olmayan ya da Hershkowitz’in (1990) ifade ettiği kritik olan özelliklerin bulunmamasından kaynaklanan eksik tanım olarak oluşturulmuştur. Ayrıca çevrede görülen nesnelere ifade edilmesiyle de tanımlar oluşturulmaya çalışılmıştır. “Yılbaşı şapkası”, “kibrit kutusu”, “dondurma külâhı”, “boru” gibi somut örneklerin verilmesi bu tür davranışların gözlemlendiği Van Hiele düzeylerinden “görsel düzey” e karşılık gelmektedir (Fujita, 2012). Bu da en düşük düzeyi göstermektedir.

Prizma ile ilgili tanımlardan ve görsel olarak tanıyabilmeden anlaşılması ki öğrencilerin prizma üzerine imgelerinde yüzeylerin etkisi fazladır. Bir cismin yüzeylerine bakarak prizma olup olmadığına karar vermeleri, kritik özellikler içermeyen tanımlar sunmaları söz konusu olmuştur. Prizma imgelerinde tanımlara dair genel bir aile (3 boyutlular) ortaya çıkabilirken görsel tanıma bağlı kısıtlı bir aile (dikdörtgen, üçgen veya karesel bölgelerden meydana gelen cisimler) ortaya çıkabilmektedir. Piramit ile ilgili tanımlardan ve görsel olarak tanıyabilmede ise taban yüzeyine bağlı özelliklerin ön planda olduğu, imgelerinde önemli bir yer tuttuğu anlaşılmıştır. Koni üzerinde öğrencilerin genel olarak yuvarlak (çember-daire), üçgen ve sivri uçlu olma özellikleri imgelerinde yer almaktadır. Konide özellikle gördüğümüz 2 boyutlu olarak çizimsel anlatımların materyal desteğinin önemli olduğu konusunda dikkat çekmiştir. Silindir ile ilgili tanımlardan ise genel olarak öğrencilerin zihinlerinde silindirin açık halinin yer aldığı görülmüş, görsel tanıırken ise duruş özelliklerinin etkisinde oldukları anlaşılmıştır.

Geometrik cisimlerden “üçgen prizma” ve “üçgen piramit” in öğrenciler tarafından sık sık karıştırıldığı görülmüştür. Görüşmelerde bu durum bazen ses benzerliğinden kaynaklı doğal bir durum, bazen ise kavramsal bir sorun olmuştur. Bu tür kavramsal sorunları çözmek adına

kavramlarının kritik özelliklerinin anlaşılması sağlanabilir. Bu anlamda kavramlara ait zengin imgelerin oluşması ve tipik çizimlerin kavram yanlışlarına yol açmaması adına tipik olan yaklaşımların dışında öğrencilere ek örneklerin sunulmasının önemli olacağı düşünülmektedir. Her düzeyden öğrencinin geometrik cisimler ile ilgili kavram yanlışlarına sahip olabileceği düşünülerek, kavramlar ile ilgili öğrencilere sorgulama yapmalarının ve akademik tanımlarda öne çıkan cisimlere ait kritik özellikleri öğrencilere hissettirmenin önemli olacağı düşünülmektedir.

Bu çalışma sınırlı sayıda öğrencilerle gerçekleşse de öğrencilerin zihinlerinde yer alan prizma, piramit, silindir ve koni ile ilgili yapılar hakkında fikir edinilmesini sağlamıştır. Benzer yapıların ve yanlışların başka bireylerde de sahip olabileceği göz önüne alındığında, süreç içinde ortaya çıkabilecek sorunların neler olabileceği ve önüne nasıl geçilebileceği konusunda yardımcı olmuştur. Bu çalışma 8. Sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Bu nedenle benzer bir çalışma matematik öğretmenleri ile gerçekleştirilip, imgeleri incelenebilir. Bu anlamda kavram imgelerini açığa çıkartmak adına yapılacak çalışmaların arttırılması da önerilebilir.

KAYNAKÇA

- Avgören, S. (2011). *Farklı Sınıf Seviyelerindeki Öğrencilerin Katı Cisimler (Prizma, Piramit, Koni, Silindir, Küre) İle İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajı* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü). https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/giris.jsp_adresinden_13.05.2014 tarihinde indirilmiştir.
- Berkün, M. (2011). *İlköğretim 5 ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler üzerindeki imgeleri ve sınıflandırma stratejileri* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Burger, W. ve Shaughnessy, J.M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry, *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 31-48.
- Clements, D. H. ve Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial understanding. *Handbook of research mathematics teaching and learning*. (Edt: D. A. Grouws). New York: McMillan Publishing Company. pp. 420-465
- Cunningham, F. ve Roberts, A. (2010). Reducing the mismatch of geometry concept definitions and concept images held by pre-service teachers, *IUMPS The Journal*, 1, 1-17.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals, *For The Learning of Mathematics*, 14, 11-18.
- De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 248-255). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24 (2),139-162.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60-72.
- Fujita, T.,ve Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing, *Research in Mathematics Education*, 9 (1&2), 3-20.
- Gökbulut, Y. (2010) *Sınıf Öğretmeni Adaylarının Geometrik Cisimler Konusundaki Pedagojik Alan Bilgileri* (Yayımlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü). https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/giris.jsp_adresinden_12.04.2014 tarihinde indirilmiştir.
- Gutierrez, A. (1992). Exploring the links between van Hiele levels and 3 dimensional geometry, *Structural Topology*, 18, 31-48.
- Gülkılık, H. (2008). Öğretmen Adaylarının Bazı Geometrik Kavramlarla İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının Ve İmaj Gelişimlerinin İncelenmesi Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü). https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/giris.jsp_adresinden_13.04.2014 tarihinde indirilmiştir.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological Aspects of Learning Geometry. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition*(pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2009). İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals, *Educational Studies in Mathematics*, 42 (2),179-196.

- Okazaki, M., ve Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In H. Woo, K. Park & D. Seo (Eds.), *Proceedings of The 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 41-48.
- Özdeş, H. (2013). 9. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü). <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezSorguSonucYeni.jsp> adresinden 10.04.2014 tarihinde indirilmiştir.
- Sarfaty, Y. ve Patkin, D. (2013). The Ability of Second Graders to Identify Solids in Different Positions and to Justify Their Answer, *Pythagoras*, 34(1), 212-222.
- Tall, D. ve Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity, *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-16.
- Türnüklü, E., Gündoğdu-Alaylı, F. ve Akkaş, E. N. (2013). Investigation of prospective primary mathematics teachers' perceptions and images for quadrilaterals, *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(2), 1225-1232.
- Ubuz, B. ve Üstün, I. (2004). Figural and conceptual aspects in identifying Polygons, *Eurasian Journal of Educational Research*, 16, 15-26.
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Academic Press, Inc.: Orlando, Florida.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning mathematics. In D. O. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht: Kluwer.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14, 293-305.
- Yıldırım, A. ve Şimsek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınları.