

## "Denken Sie wirklich ich könnte logisch denken?" - wie Lernende mathematische und physikalische Darstellungsformen sortieren

Ingmar Klappauf und Gunnar Friege

Leibniz Universität Hannover, Institut für Didaktik der Mathematik und Physik,  
AG Physikdidaktik, Welfengarten 1a, 30167 Hannover  
klappauf@idmp.uni-hannover.de, friege@idmp.uni-hannover.de

### Kurzfassung

Tabellen, Graphen, Bilder, Formeln und Texte - all diese Darstellungsformen mathematischer und physikalischer Natur werden im Physikunterricht vielfältig genutzt und sind in der Regel miteinander verknüpft. Ziel dieser Studie ist es herauszufinden, welche Zusammenhänge die Schülerinnen und Schüler zwischen den Darstellungen sehen und wie sie diese begründen. In der vorliegenden Studie (N=229, 10. Jahrgangsstufe) sollten Gymnasialschülerinnen und -schüler 26 Darstellungen aus o.g. Kategorien zum Themenfeld 'Dynamik' im Stil einer Sortieraufgabe sinnvoll zu Gruppen sortieren. Zu jeder Gruppe sollte weiterhin eine kurze schriftliche Begründung angegeben werden, weshalb ausgerechnet diese Darstellungen als zusammengehörig empfunden wurden. Die denkbaren Sortierungen waren dabei nicht - wie bei einer Zuordnungsaufgabe - eindeutig, sondern vielfältig. Untersucht wurden mögliche Muster in der Zusammenstellung der Gruppen und in den Begründungen. Erste Ergebnisse werden hier präsentiert.

### 1. Darstellungsformen im Physikunterricht

Der Umgang mit unterschiedlichen Darstellungsformen sowie deren Übersetzung ineinander ist im Physikunterricht grundlegend für "das Entstehen von Kommunikationsprozessen" (vgl. [1]). Anerkannt ist weiterhin der Nutzen von Darstellungswechseln für das Verständnis der jeweiligen Sache (vgl. [2]). Im Sinne dieses Beitrages verstehen wir Darstellungsformen als Formeln, Graphen, Bilder (ikonische Darstellungen physikalisch interpretierbarer Situationen), Tabellen und Graphen – also Darstellungen, welche funktionale Zusammenhänge in physikalischem Kontext repräsentieren können. Andere Darstellungen wie z. B. Flussdiagramme sind dabei nicht berücksichtigt. Die Rolle von Darstellungswechseln in Bezug auf Problemlösen sind (aktuell) Teil physikdidaktischer [3] oder mathematikdidaktischer Forschung [4].

Wenig erforscht ist bislang, wie Schülerinnen und Schüler selbstständig mit Darstellungen umgehen, die im Zusammenhang mit zahlreichen anderen Darstellungen interpretiert werden können. So wurde der im nächsten Abschnitt beschriebene methodische Ansatz gewählt, um zu untersuchen:

Wie sortieren und kategorisieren Lernende Darstellungen funktionaler Zusammenhänge in physikalischem Kontext, deren Zusammenhänge vielfältig interpretierbar sind?

### 2. Sortieraufgaben

Das besondere Charakteristikum einer Sortieraufgabe ist, dass Probanden nach eigenem Ermessen als zusammengehörig beurteilte Items zu Gruppen sortieren und ihre Auswahl begründen oder ihr Auswahlkriterium benennen. Somit bieten Sortieraufgaben die Möglichkeit Vorstellungen, Empfindungen und Konzepte in einem Themengebiet sichtbar zu

machen. Damit bieten sie mehr Freiheiten als klassische Zuordnungsaufgaben, bei denen die entsprechenden Kombinationen von Items eindeutig sind und auch entsprechend scharf zwischen korrekten und falschen Zuordnungen unterschieden werden kann. Bei Sortieraufgaben ist die Bewertung korrekt/falsch nicht für jede Kombination determiniert, sondern maßgeblich von der Begründung der Probanden abhängig. Sortieraufgaben beschränken sich nicht auf fachdidaktische Forschung (z. B. [5], [6]), verbreitet ist die Sortierung auch in anderen Domänen, wie der Lebensmittelindustrie, mit dem Sortieren von Items wie Gewürzen oder Bieren [7].

### 3. Gestaltung von Material und Datenerhebung

In der vorliegenden Sortieraufgabe sind die zu gruppierenden Items insgesamt 26 Bilder, Texte, Tabellen, Graphen und Formeln (vgl. Abb. 1). Es gibt bei der Sortierung keine eindeutig korrekte Lösung und keine Referenzlösung. Lediglich die für die Sortierung gegebenen Begründungen können fachlich schlüssig sein oder nicht. Demzufolge wären auch Gruppierungen in Kategorien wie „Alle Bilder“, „Alle Texte“, „Alle Tabellen“ etc. denkbar. Solch naive Sortierungen wurden aber durch einen geeigneten Hinweis im Aufgabentext ausgeschlossen, um zu verhindern, dass derartige Sortierungen als Vermeidungsstrategie vorgenommen werden. Weiterhin ist die Anzahl der gegebenen Items pro Darstellungsform nicht gleich, um kein bestimmtes Sortierschema nahzulegen.

Um eine Abschätzung der physikalischen und mathematischen Kompetenz der Probanden vorzunehmen, werden die vergangene Halbjahres- und Zeugnisnote in den Fächern Physik und Mathematik sowie Deutsch erhoben. Die Einstellungen zur Phy-

sik und Mathematik sowie dem zugehörigem Unterricht wurden ebenfalls erfragt. Die Dauer inklusive Vortest betrug 45 Min.

Mithilfe von sechs Schülern der 10. Jahrgangsstufe wurde die Konstruktion der Aufgaben in Bezug auf Dauer, Verständlichkeit und Auswertbarkeit überprüft. Nach einer Revision wurde die Aufgabe in zehn 10. Klassen zum Ende des Schuljahres 2014/15 an niedersächsischen Gymnasien durchgeführt. Insgesamt lagen N=229 (m=92, w=108, N/A=29) auswertbare Datensätze vor.

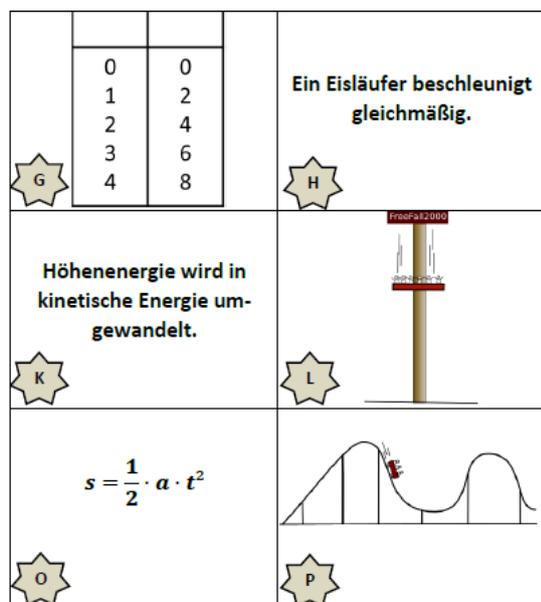


Abb.1: Ausschnitt aus Bogen der zu sortierenden Darstellungen.

#### 4. Auswertung

Ein zentrales Mittel zur Auswertung *quantitativer Aspekte* stellt dabei die Zuordnungsmatrix dar (siehe Abb. 2). In dieser symmetrischen Matrix<sup>1</sup> ist abzulesen, welche Kombinationen von Darstellungen wie oft zusammen in einer Gruppe sortiert wurden. Als *Hotspot* bezeichnen wir dabei Kombinationen, welche von min. 25% der jeweiligen Probanden sortiert wurden. Durch die Betrachtung dieser Hotspots können Rückschlüsse auf Sortierpräferenzen geschlossen werden.

*Qualitative Aspekte* wurden im Rahmen der bisherigen Auswertung nur begrenzt erfasst und beschränken sich auf die Mysterydarstellungen (siehe nächster Abschnitt).

Für detailliertere Auswertungen wurden aus der Gesamtstichprobe einzelne Kohorten gebildet. Diese sind Mädchen, Jungen, High-Achiever (HA, Ø-Note M und Ph besser als 2), und Low-Achiever (LA, Ø-Note M und Ph schlechter als 3,5) um eventuelle Unterschiede aufzuzeigen. So wurde zu jeder Kohorte auch die zugehörige Zuordnungsmatrix aufgestellt.

<sup>1</sup> Zu beachten ist, dass die in Abb. 2 gezeigten Matrizen aufgrund der Symmetrie der Übersicht halber nur Dreiecksmatrizen zeigen.

#### 5. Erste Ergebnisse

Pro Schüler wurden etwa 18 Darstellungen genutzt (m: 18,3 SD=5,3; w: 17,9 SD=5) und 6 Gruppen gebildet (m:6,2 SD=1,5; w=6 SD=1,6). Eine zu vermutende kohortenspezifische Vermeidung von Formeln konnte nur schwach beobachtet werden, da über alle Kohorten – auch bei schwachen und starken Schülern – etwa 3 – 4 Formeln ausgewählt wurden<sup>2</sup> (HA: 4,3 SD=1,4; LA: 3,6 SD=2,3).

In knapp 83% aller sortierten Gruppen ist mindestens ein Bild oder ein Text vertreten. Dies legt die Vermutung nahe, dass diese Darstellungsformen eine Art Ankerfunktion haben und den Schülerinnen und Schülern als „Kondensationskeim“ bei der Anreicherung ihrer Sortierung mit weiteren Darstellungen dienen (siehe Ausblick).

Bei der Betrachtung der Zuordnungsmatrix (siehe Abb. 2) fällt auf, dass deutliche Präferenzen herrschen und sich Hotspots relativ klar abgrenzen lassen. LA zeigen dabei erwartungsgemäß weniger Hotspots als HA – diese sind aber überwiegend eine Teilmenge der Hotspots der HA, d.h. mit steigender Schülerleistung ergänzen sich weitere Hotspots zu den bereits vorhandenen. Gemessen an diesen Ergebnissen liegen keine Hinweise auf grundsätzlich andere Sortierpräferenzen stärkerer und schwächerer Schüler vor. Eine Übersicht, welchen Darstellungsformen die Hotspots zuzuordnen sind, findet sich in Tab.1.

| Darstellungsform | Kennung        |
|------------------|----------------|
| Formel           | a,c,f,n,o,v,x, |
| Text             | h,k,m,q,y,z    |
| Bild             | b,i,l,p        |
| Graph            | d,e,r,t,w      |
| Tabelle          | g,j,s,u,       |

Tab.1: Übersicht – Welche Darstellung der Untersuchung gehört zu welcher Darstellungsform?

Zu einer vollständigen Beurteilung dieser ersten Erkenntnisse muss künftig die Begründung der Sortierung durch die Schüler mit einbezogen werden, um die fachliche Schlüssigkeit abschätzen zu können. Bezüglich einer ersten Durchsicht der Begründungen ist festzustellen, dass sich nur selten rein mathematische oder rein physikalische Argumentationen in den Begründungen identifizieren lassen (vgl. hier auch [1]).

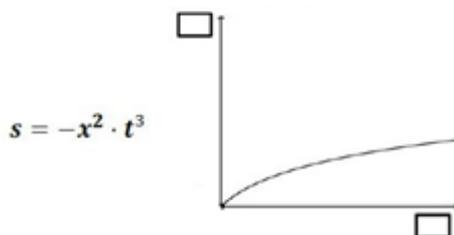
Weiterhin wurden den Probanden auch Darstellungen angeboten, die im Rahmen der üblichen Schulphysik keine naheliegende Deutung ermöglichen (siehe Abb. 3). Beim Umgang mit diesen „Mysterydarstellungen“ zeigte sich, dass bei der Begründung der Sortierung auf Oberflächenmerkmale ausgewichen wurde. Bei der gegebenen Formel wurde z. B.

<sup>2</sup> Zu beachten ist hierbei, dass dennoch etwa die Hälfte angebotener Formeln nicht zur Sortierung genutzt wurden!

|   | a  | b  | c  | d  | e  | f  | g  | h  | i  | j  | k  | l  | m  | n  | o  | p  | q  | r  | s  | t  | u  | v  | w  | x  | y  | z  |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| a | 15 | 1  |    |    | 1  | 1  | 1  | 1  | 13 |    | 1  | 1  |    |    | 1  |    | 2  | 3  | 1  |    | 2  | 1  | 1  |    | 1  | 2  |
| b | 15 | 16 | 14 |    | 1  | 1  | 3  | 1  | 1  | 1  |    | 1  | 1  | 2  | 3  | 2  | 3  | 5  |    |    | 1  | 1  | 2  | 3  | 2  | 2  |
| c | 2  | 1  | 7  |    | 6  | 1  | 3  |    |    |    |    | 1  | 1  |    |    | 1  | 1  | 2  |    |    |    |    |    |    |    |    |
| d | 1  | 1  | 2  | 18 |    |    |    |    |    |    | 4  |    | 1  | 11 |    | 3  | 4  |    | 2  | 2  | 5  | 1  | 1  |    | 1  | 1  |
| e | 3  | 2  |    | 1  | 16 |    |    |    |    |    | 1  | 1  | 2  | 1  | 1  | 1  |    | 2  | 1  |    |    | 1  | 1  | 2  | 3  |    |
| f | 1  | 1  | 2  | 1  |    | 11 |    | 16 | 5  | 1  | 1  | 1  |    |    |    |    | 8  | 2  |    |    |    |    | 7  | 10 |    | 3  |
| g |    | 1  | 1  | 1  |    | 2  | 17 |    | 20 |    |    |    | 2  | 1  | 1  | 5  |    | 1  | 8  | 2  |    | 3  | 4  | 6  |    | 10 |
| h | 2  |    | 1  | 3  | 3  |    | 6  | 21 |    | 19 |    | 4  | 1  | 2  |    | 1  | 2  | 3  | 1  |    | 2  | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| i | 6  | 2  |    |    | 2  | 1  | 1  | 1  | 18 |    | 21 |    |    | 11 |    | 1  | 1  | 1  |    |    | 18 |    | 3  |    | 1  | 2  |
| j | 1  | 1  |    | 2  | 1  | 1  | 2  | 1  | 1  | 19 |    | 24 | 16 |    | 13 | 3  | 8  |    | 3  |    |    | 2  |    | 1  | 4  | 2  |
| k |    |    |    | 2  | 2  | 2  | 1  | 1  |    | 3  | 23 |    | 24 |    | 10 | 7  | 5  | 1  | 5  |    |    | 5  | 1  | 1  | 1  | 6  |
| l | 1  | 2  |    | 1  | 2  | 3  |    |    | 3  | 5  | 15 | 24 |    | 23 |    | 4  | 5  |    | 1  | 2  | 12 |    | 3  |    | 1  |    |
| m |    | 5  |    | 4  | 2  |    |    | 1  |    | 7  | 1  | 1  | 22 |    | 21 | 2  | 8  | 2  | 1  |    |    | 1  |    | 2  | 7  | 1  |
| n | 3  |    | 3  |    | 1  | 3  |    | 1  |    | 1  | 8  | 6  |    | 17 |    | 17 | 3  | 1  | 5  |    |    | 1  | 3  | 4  | 2  | 1  |
| o | 4  |    | 2  | 1  |    | 1  | 1  |    | 3  |    | 1  | 2  |    | 3  | 11 |    | 19 |    |    | 2  | 1  |    |    |    | 3  | 1  |
| p | 3  | 6  |    | 4  |    |    |    | 4  | 1  | 2  | 3  | 4  | 1  | 2  | 16 |    | 21 | 1  |    |    | 1  |    | 11 | 14 |    | 2  |
| q | 1  | 3  |    |    | 2  | 1  | 3  | 2  | 1  | 2  | 2  |    | 2  | 1  | 1  |    | 19 |    | 21 | 2  |    | 10 | 2  |    | 1  | 8  |
| r | 1  | 2  |    | 1  | 2  |    | 1  | 7  | 2  | 1  |    |    | 2  | 1  | 1  | 1  |    | 19 |    | 10 | 1  |    | 1  |    | 1  | 1  |
| s | 1  |    |    | 1  | 2  |    | 1  | 1  | 2  | 2  | 1  | 1  |    | 3  | 3  | 1  | 2  | 3  | 11 |    |    | 22 |    | 2  | 1  | 2  |
| t |    | 2  |    | 1  | 2  | 1  |    |    | 1  | 8  | 1  | 2  | 10 | 1  |    | 1  | 4  | 1  |    | 18 |    | 21 | 2  | 1  |    | 4  |
| u | 1  |    |    | 2  | 1  |    | 2  | 1  | 1  | 1  |    |    |    |    |    | 3  | 1  |    |    | 12 |    | 21 | 12 | 1  | 4  | 1  |
| v | 4  |    | 2  |    | 3  | 2  | 3  | 4  | 1  | 1  | 1  | 2  |    | 2  | 4  | 1  | 1  | 2  |    | 1  | 1  | 17 |    | 22 |    | 6  |
| w |    |    | 1  | 2  | 2  |    | 7  | 8  | 1  | 2  | 2  | 1  |    | 1  |    | 10 | 2  | 2  | 1  |    | 5  | 25 |    | 12 |    |    |
| x | 4  |    | 2  |    | 2  | 1  |    | 2  | 1  |    |    |    | 4  | 3  |    | 1  | 4  | 4  | 1  |    | 3  |    | 11 |    | 21 | 3  |
| y |    | 2  |    | 1  | 1  |    | 2  | 3  | 4  | 1  | 3  | 2  | 3  |    |    | 2  | 2  |    | 3  | 1  | 3  | 5  | 1  | 19 |    | 18 |
| z |    |    | 1  | 3  | 1  | 2  | 3  | 1  | 3  |    | 1  |    | 1  | 1  | 1  | 1  | 2  | 1  | 1  | 1  | 7  | 4  | 2  |    | 4  | 19 |

**Abb.2:** Gegenüberstellung der Zuordnungsmatrizen der starken Schüler (N=24, obere Dreiecksmatrix) und der schwachen Schüler (N=25, untere Dreiecksmatrix). Die jeweilige Hauptdiagonale zeigt, wie oft die jeweilige Darstellung in der betreffenden Kohorte insgesamt genutzt wurde.

der Typ des Zusammenhangs („quadratisch“) oder die Variablenbenennung (s als Strecke) zur Sortierung herangezogen. Letzteres ist ein Indiz dafür, dass Variablenbenennungen aus Schülersicht invariant zu sein scheinen (vgl. [1]). Der gegebene Graph wird mitunter unter dem Kriterium „unkonstantes Verhalten“ oder „Unbekanntes zu Unbekanntem“ sortiert – letzteres da „alles was übrig und unbekannt ist“ sicherlich „irgendwie zusammengehören“ könnte. Von der Möglichkeit solch eine Restkategorie „nicht sortierbarer“ Darstellungen zu bilden, wurde vereinzelt Gebrauch gemacht. Anteilig sind dort Formeln – auch die Mysteryformel – am häufigsten vertreten.



**Abb.3:** Mysterydarstellungen – curricular nicht naheliegender zu interpretierende Darstellungen

## 6. Ausblick

Nach den ersten Hinweisen über Sortierpräferenzen müssen in der folgenden Auswertung die Begrün-

dungen für die einzelnen Sortierungen mit in die Auswertung miteinbezogen werden. Neben der Beurteilung der fachlichen Richtigkeit können so womöglich Argumentationsmuster gefunden werden. Speziell die Begründungen bei der Sortierung von Formeln könnten hier aufschlussreich sein, um die ähnliche Nutzungshäufigkeit von Formeln besonders bei HA und LA besser einordnen zu können.

Ein weiteres Anliegen ist das Erstellen einer Referenzsortierung durch Experten, wie z. B. Masterstudenten der Physik, um den Vergleich zwischen Experten und Novizen so voranzutreiben.

Da bislang anhand der vorhandenen Daten nur die *Endprodukte* der Schüler untersucht werden können, ist nur in seltenen Fällen ersichtlich, welche Strategie die Schülerinnen und Schüler bei der Sortierung angewandt haben. Ein Anliegen ist es daher den *Prozess* beim Sortieren sichtbar zu machen. Hier bieten sich bei zukünftigen Durchführungen die Verfahren des Think-alouds, Eye-trackings oder der Videographie an.

## 7. Literatur

- [1] Krey, O. (2013): Didaktische Aspekte des Umgangs mit Mathematik im Physikunterricht. In: Praxis der Naturwissenschaften. Physik und Mathematik, 2(62), S. 5 – 12

- [2] Leisen, J. (1998): Förderung des Sprachlernens durch den Wechsel von Symbolisierungsformen im Physikunterricht. In: Praxis der Naturwissenschaften, 2(47), S. 9 – 13
- [3] Geyer, M.-A., Pospiech, G. (2015): Darstellungen funktionaler Zusammenhänge im Physikunterricht. Darstellungswechsel in der Sekundarstufe 1. In: PhyDid B – Didaktik der Physik – Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung Wuppertal 2015, <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/issue/view/279>
- [4] Höfer, T. (2008): Das Haus des funktionalen Denkens. Hildesheim, Berlin: Franzbecker
- [5] Chi, M. T. H., Glaser, R., Rees, E. (1982): Expertise in Problem Solving. In R. J. Sternberg, *Advances in the psychology of human intelligence*, S. 7 – 75
- [6] Friege, G. (2007): Stromkreise "sortieren". In: Duit, R., Gropengießer, H., Stäudel, L. (Hrsg.). *Naturwissenschaftliches Arbeiten. Unterricht und Material* 5 – 10, S. 47 – 51
- [7] Chollet, S. et. al. (2011): Sort and beer: Everything you wanted to know about the sorting task. In: *Food Quality and Preference*, 6(22), S. 507 – 520