

# Вычисление фрактальной размерности при обработке изображений цифровой субтракционной ангиографии

Цыганков В.Н., Гончаров А.И.

ФГБУ "Институт хирургии им. А.В. Вишневского" Министерства здравоохранения России, Москва, Россия

## Calculation of Fractal Dimension in DSA Image Processing

Tsygankov V.N., Goncharov A.I.

A.V. Vishnevskiy Institute of Surgery, Moscow, Russia

**Цель:** вычисление фрактальной размерности артериограмм бедра человека при субтракционном ангиографическом исследовании.

**Материал и методы.** Была вычислена фрактальная размерность 49 ангиографических изображений правого и/или левого бедра у 31 пациента. Фрактальная размерность была рассчитана геометрическим способом, заключающимся в определении зависимости количества квадратных ячеек, которые покрывают исследуемый объект, от их размера, т.е. масштаба рассмотрения. Подготовка изображений и расчет фрактальной размерности выполнялись в программной среде E-film®, Adobe® Photoshop® CS2, Adobe® Illustrator® CS2, Fractal.exe и Microsoft® Excel®.

**Результаты.** Разработана последовательность подготовки ангиографического изображения для вычисления его фрактальной размерности с использованием доступного программного обеспечения для IBM PC. Определены пределы масштабов рассмотрения с учетом стохастического характера фрактального строения ангиографического изображения артерий бедра.

**Выводы.** Фрактальная размерность позволяет оценить развитость сети мелких сосудов и коллатералей в постпроцессинге изображений цифровой субтракционной ангиографии.

**Ключевые слова:** фракталы, ангиография, субтракция.

\*\*\*

**Purpose** was the calculation of fractal dimensions of femoral artery angiogram after digital subtraction angiography (DSA).

**Material and methods.** Fractal dimension of 49 images of femoral arteriogram in 31 patients after DSA was calculated. The fractal dimension was calculated geometrically. The geometric method consists in determining the dependence of the number of square cells of the object under study to its size, i.e. the scale. Preparation of the angiographic images for fractal dimension calculation and its calculation was performed by means of E-film®, Adobe® Photoshop® CS2, Adobe® Illustrator® CS2, Fractal.exe and Microsoft® Excel®.

**Results.** In the article step-by-step sequence of preparing of an angiographic images for calculation its fractal dimension by using available software for IBM PC was developed. The limits of the scale of consideration in the light of the stochastic nature of the fractal structure of angiographic images of the femoral arteries were identified.

**Conclusion.** Fractal dimension allows quantify collateral arteries in DSA images postprocessing.

**Key words:** fractals, angiography, digital subtraction.

\*\*\*

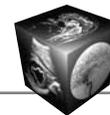
Слова "фрактальная геометрия", "фрактал", "фрактальная размерность", "фрактальность" по-

**Для корреспонденции:** Гончаров Андрей Ильич – 117997 Москва, Бол. Серпуховская ул., 27, Институт хирургии им. А.В. Вишневского, отделение рентгенохирургических методов диагностики и лечения. Тел. +7-499-236-44-24. Факс +7-499-236-61-30. E-mail: [goncharov@ixv.ru](mailto:goncharov@ixv.ru)

Цыганков Владимир Николаевич – канд. мед. наук, заведующий отделением рентгенохирургических методов диагностики и лечения ФГБУ "Институт хирургии им. А.В. Вишневского"; Гончаров Андрей Ильич – канд. мед. наук, научный сотрудник отделения рентгенохирургических методов диагностики и лечения ФГБУ "Институт хирургии им. А.В. Вишневского".

**Contact:** Goncharov Andrey Ilyich – 117997, Russia, Moscow, Bol. Serpuhovskaya str., 27, Vishnevskiy Institute of Surgery Minzdrava Rossii. Phone: +7-499-236-44-24. E-mail: [goncharov@ixv.ru](mailto:goncharov@ixv.ru)

Tsygankov Vladimir Nikolaevich – cand. of med. sci., head of the angiography department of A.V. Vishevskiy Institute of Surgery; Goncharov Andrey Ilyich – cand. of med. sci., research associate of the angiography department of A.V. Vishevskiy Institute of Surgery.



явились в научной литературе сравнительно недавно и не успели еще войти в большинство словарей, справочников и энциклопедий.

Вот как писал о необходимости появления фрактальной геометрии создатель термина “фрактал” Бенуа Мандельброт (Benoit B. Mandelbrot): “Почему геометрию так часто называют “холодной” и “сухой”? Одна из причин – ее неспособность описать форму облака, горы, дерева или береговой линии. Облака не являются сферами, горы – конусами, береговые линии нельзя изобразить с помощью окружностей, кору деревьев не назовешь гладкой, а путь молнии – прямолинейным. Рискнув ответить на вызов, я задумал и разработал новую геометрию природы, а также нашел для нее применение во многих разнообразных областях. Новая геометрия способна описать многие из неправильных и фрагментированных форм в окружающем нас мире и породить вполне законченные теории, определив семейство фигур, которые я называю “фракталами” [1].

Термин “фрактал” (лат. *fractus* – дробленный, ломаный) был введен Б. Мандельбротом в 1975 г. и до сих пор нет его единого общепринятого определения. Можно сказать, что фрактал – это бесконечно самоподобная геометрическая фигура, каждый фрагмент которой повторяется при уменьшении масштаба [1]. Еще один вариант определения: фрактал – самоподобное множество нецелой размерности; самоподобное множество – множество, представимое в виде объединения одинаковых непересекающихся подмножеств, подобным исходному множеству [2].

Во втором определении подчеркивается одно из основных свойств фракталов – дробная размерность, которую называют “фрактальной размерностью” (ФР). Знание ФР позволяет выяснить сложную динамику образования фрактальных структур и дает чрезвычайно компактный способ описания фрактальных объектов.

Несмотря на свою молодость, фрактальная геометрия широко применяется в создании компьютерных программ, особенно при сжатии и передаче данных и обработке изображения, гидродинамике, акустике, изучении финансовых рынков, метеорологии, геологии [3, 4].

Фракталы можно разделить на регулярные (алгебраические, геометрические) и стохастические (статистические). Природные фракталы – стохастические и ограниченные, т.е. фрактальные свойства природных объектов, в отличие от построенных математически прослеживаются только в конечном уменьшении масштаба. Фрактальность природных объектов показывает наличие упоря-

дочности в структурах, кажущихся внешне беспорядочными.

В человеческом организме множество фрактальных образований: кровеносные сосуды, дыхательные пути, различные протоки, ворсинки кишечника, трабекулы костей, нервная система и т.д. Человеческое тело состоит из множества фракталов, смешанных друг с другом, причем каждый фрактал имеет свою размерность, отличную от размерности остальных.

Фракталоподобные структуры играют важную роль в электрической активности сердца и головного мозга. К настоящему времени разработаны методы и программное обеспечение (ПО) для вычисления ФР ЭКГ и ЭЭГ, определено диагностическое значение ФР [5].

За рубежом выполнены работы по определению ФР кровеносных сосудов сетчатки, легких, сердца, почек [6, 7]. Выявлены различия ФР сосудов почек и сетчатки в норме и при сахарном диабете, изменения ее при развитии злокачественных опухолей. Проведены исследования по сравнению информативности вычисления ФР и других методов при оценке неоплазии. Работ, посвященных вычислению ФР сосудистого русла конечностей, не обнаружено. Большинство использованного в вышеупомянутых исследованиях ПО было разработано для Macintosh® [8].

В русскоязычной литературе найдены сообщения о применении расчета ФР в области цифровой маммологии [9]. Работ, посвященных ФР сосудистого русла, в доступной нам русскоязычной литературе не найдено.

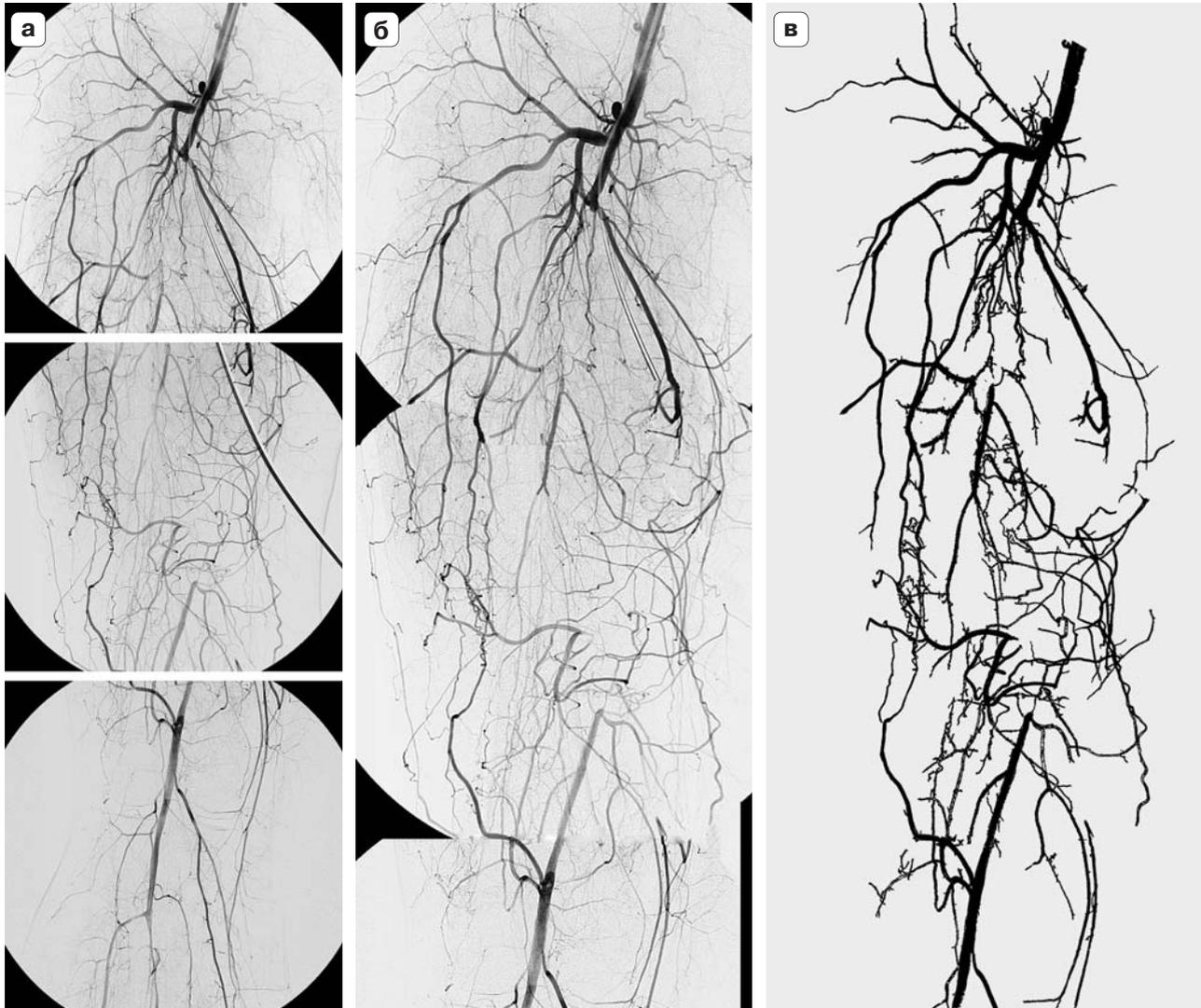
### Цель исследования

С помощью доступного ПО для IBM PC вычислить ФР артериального русла бедра человека при ангиографическом исследовании.

### Материал и методы

Была вычислена ФР 49 ангиографических изображений правого и/или левого бедра у 31 пациента. Ангиографию выполняли в переднезадней проекции на цифровой ангиографической установке Integris Allura Philips. Субтракционные ангиограммы переводили из формата DICOM в формат TIFF в программе E-film®, после чего в Adobe® Photoshop® CS2 компоновали ангиографическое изображение артерий бедра от пупартовой связки до щели коленного сустава (рис. 1, а, б). Затем в Adobe® Illustrator® CS2 выполняли трассировку полученного изображения (рис. 1, в).

Для вычисления ФР стохастических фракталов наиболее подходящим является так называемый



**Рис. 1.** Этапы подготовки изображения к расчету ФР. а – исходные ангиограммы; б – комбинированное изображение артерий бедра от пупартовой связки до щели коленного сустава; в – изображение после выполнения трассировки.

геометрический способ, заключающийся в определении зависимости количества квадратных ячеек  $N$ , которые покрывают исследуемый объект, от их размера  $a$  (масштаба рассмотрения) [10].

$$N \sim \left(\frac{1}{a}\right)^D,$$

где  $D$  – размерность объекта. Взяв логарифм от обеих частей формулы, получим

$$\ln N \sim -D \ln a.$$

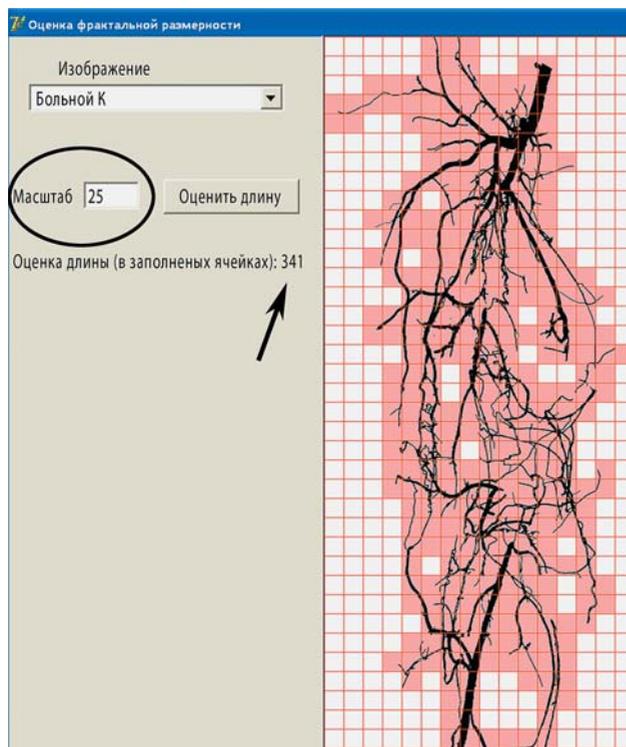
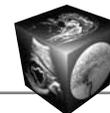
Далее строится график этой зависимости в двойном логарифмическом масштабе, т.е. зависимость  $\ln N$  от  $\ln a$ . Можно брать логарифм с любым основанием, а натуральный логарифм использовали для удобства написания формул в Microsoft®

Excel®. Так как полученный график по сути является графиком пропорциональной величины, то после его построения рассчитывался тангенс угла наклона этой зависимости, который являлся в данном случае коэффициентом пропорциональности, или угловым коэффициентом –  $D$ , т.е. ФР.

Тангенс угла определяется из прямоугольного треугольника с вершинами в нанесенных на график точках как отношение противолежащего катета к прилежащему:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\ln N_1 - \ln N_2}{\ln a_1 - \ln a_2}.$$

Подсчет числа ячеек с разными масштабами рассмотрения выполнялся в распространяемой бесплатно в интернете программе “Fractal.exe”



**Рис. 2.** Окно программы Fractal.exe. Масштаб рассмотрения (обведен овалом) и число ячеек (указано стрелкой).

[11] объединения сотрудников Саратовского филиала Института радиотехники и электроники Российской академии наук и факультета нано- и биомедицинских технологий Саратовского государственного университета (рис. 2), для чего скелетизированное изображение артерий для расчета ФР переводилось в Adobe® Photoshop® CS2 в формат BMP.

Расчет ФР и построение графиков проводили в Microsoft® Excel®.

## Результаты

На рис. 3 представлены ангиограммы правого (см. рис. 3, а) и левого (см. рис. 3, б) бедра одного пациента. Определяется окклюзия дистальной части правой глубокой бедренной артерии и левой поверхностной бедренной артерии. Стенозы правой поверхностной бедренной артерии не превышают 50% по площади. Клинически у больного имелась хроническая ишемия левой нижней конечности ИБ степени.

Так как артериальное русло является ограниченным фракталом, вначале был определен интервал масштабов рассмотрения, где график линейный. Для этого определялось отношение от квадрата со стороной от 1 до 100 pìx с интервалом 4.

Как видно из полученных графиков, линейная зависимость прослеживается от 1 до 48 pìx. При

увеличении масштаба рассмотрения от 52 до 100 pìx графики не линейны. Для ангиограммы правого бедра в масштабах рассмотрения 92, 96, 100 pìx график становится параллелен оси абсцисс, т.е.  $D$  становится целым числом, и, следовательно, объект при таких масштабах рассмотрения не обладает свойствами фрактала.

Учитывая вышесказанное, для определения ФР при применяемых размерах изображения были выбраны масштабы рассмотрения 45, 20, 10, 5, 3 pìx. Хотя для определения ФР достаточно 2 точек, как следует из формулы ее расчета, 5 точек были выбраны для того, чтобы можно было оценить по графику, насколько линейна зависимость логарифмов количества ячеек и масштаба рассмотрения.

После того как был определен диапазон масштабов рассмотрения, в котором при применяемых размерах и разрешении изображений сосудистого русла можно определить ФР, мы вычислили ФР при некоторых поражениях артерий бедра.

На рис. 1 представлена ангиограмма при окклюзии поверхностной и глубокой бедренных артерий, ФР равен 1,57. Для ангиограммы правого бедра (см. рис. 3, а) ФР равен 1,42, а для ангиограммы левого (см. рис. 3, б) – 1,55.

## Заключение

Сравнивая представленные ангиограммы, можно сказать, что обычно описываемые качественно ФР выражают количественно такие характеристики, как выраженность сети коллатералей или мелких сосудов. То есть, чем больше, сложнее и разветвленнее сеть коллатералей, тем больше значение ФР, что указывает на то, что ФР является интегративным показателем.

Безусловно, для определения корреляции ФР с клинической картиной и ее возможного использования в клинической практике необходимы дополнительные исследования. Однако процесс расчета ФР ангиограмм человека после ангиографии представляется сложным и трудоемким процессом ввиду необходимости использования трех различных программ для обработки изображений. Необходимо автоматизировать и тем самым упростить процесс расчета ФР, что, безусловно, возможно, как показано на примере разработки применения рентгеновидеоденситометрии ангиографических изображений для оценки внутрипочечной циркуляции [12]. Это позволит начать более обширное применение расчета ФР в качестве нового параметра оценки медицинских изображений, в том числе ангиограмм.

Тем не менее представленные примеры показывают возможность расчета ФР с помощью дос-

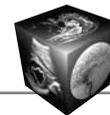


Рис. 3. Артериограммы правого (а) и левого (б) бедра (коллаж).

тупного ПО и указывают на то, что ФР позволяет количественно оценить развитость сети мелких сосудов и коллатералей в постпроцессинге изображений цифровой субтракционной ангиографии.

### Список литературы

1. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: WHFreeman, 1982. 460 p.
2. Peitgen H.-O., Jurgens H., Saupe D. Chaos and Fractals. New Frontiers of Science. Berlin: Springer-Verlag, 1992. 984 p.
3. Falconer K. Techniques of Fractal Geometry. New York: Wiley, 1997. 368 p.
4. Потапов А.А. Фракталы в радиолокации: топология выборки. М.: Университетская Книга, 2005. 847 с.
5. Ghosh D.C., Chakraborty M., Das T. Fractal Approach to Identify Quantitatively Intracardiac Atrial Fibrillation from ECG Signals. Int. J. Engineering. 2013; 5 (3): 129–134.
6. Masters B.R. Fractal analysis of the vascular tree in the human retina. Annu. Rev. Biomed. Eng. 2004; 6: 427–452.
7. Floyd C.E. Jr., Patz E.F., Lo J.Y. et al. Diffuse nodular lung disease on chest radiographs: a pilot study of characterization by fractal dimension. Am. J. Radiol. 1996; 167: 1185–1187.
8. Herman P., Kocsis L., Eke A. Fractal Branching Pattern in the Pial Vasculature in the Cat. J. Cerebral Blood Flow & Metabolism. 2001; 21: 741–753.
9. Дабагов А.Р. Цифровая радиология и диагностика. Достижения и перспективы. Журн. радиоэлектроники. 2009; 5: 140–152
10. Mandelbrot B.B. How long is the coast of Britain? Statistical selfsimilarity and fractional dimension. Science. 1967; 156: 636–638.
11. Группа моделирования в нелинейной динамике. [http://www.nonlinmod.sgu.ru/illustration\\_programs.htm](http://www.nonlinmod.sgu.ru/illustration_programs.htm) (проверено 10.01.2013).



12. Зятенков А.В., Коков Л.С., Волынский Ю.Д. Возможности метода рентгеновидеоденситометрии в оценке почечного кровотока у больных со стенозами почечных артерий до и после эндоваскулярных вмешательств. Рос. электрон. журн. лучевой диагн. 2011; 1 (2): 53–59.

## References

1. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: WHFreeman, 1982. 460 p.
2. Peitgen H.-O., Jurgens H., Saupe D. Chaos and Fractals. New Frontiers of Science. Berlin: Springer-Verlag, 1992. 984 p.
3. Falconer K. Techniques of Fractal Geometry. New York: Wiley, 1997. 368 p.
4. Potapov A.A. Fractals in radiolocation: sample topology. M.: Universitetskaya Kniga, 2005. 847 p. (in Russian)
5. Ghosh D.C., Chakraborty M., Das T. Fractal Approach to Identify Quantitatively Intracardiac Atrial Fibrillation from ECG Signals. Int. J. Engineering. 2013; 5 (3): 129–134.
6. Masters B.R. Fractal analysis of the vascular tree in the human retina. Annu. Rev. Biomed. Eng. 2004; 6: 427–452.

7. Floyd C.E. Jr., Patz E.F., Lo J.Y. et al. Diffuse nodular lung disease on chest radiographs: a pilot study of characterization by fractal dimension. Am. J. Radiol. 1996; 167: 1185–1187.
8. Herman P., Kocsis L., Eke A. Fractal Branching Pattern in the Pial Vasculature in the Cat. J. Cerebral Blood Flow & Metabolism. 2001; 21: 741–753.
9. Dabagov A.R. Digital radiology and diagnostics. Achievements and Perspectives. Zhurnal radioelektroniki. 2009; 5: 140–152. (in Russian)
10. Mandelbrot B.B. How long is the coast of Britain? Statistical selfsimilarity and fractional dimension. Science. 1967; 156: 636–638.
11. Группа моделирования в нелинейной динамике. [http://www.nonlinmod.sgu.ru/illustration\\_programs.htm](http://www.nonlinmod.sgu.ru/illustration_programs.htm) (проверено 10.01.2013).
12. Zyatenkov A.V., Kokov L.S., Volynskii Yu.D. Possibles of densitometry in renal circulation evaluation after endovascular treatment of patients with renal artery stenosis. Rossiyskiy elektronnyi zhurnal luchevoy diagnostiki. 2011; 2 (1): 53–59. (in Russian)

## ПОДПИСКИ на книги издательства ВИДАР

### Компьютерная томография и рентгенодиагностика заболеваний брюшной полости (ответы на вопросы для самоконтроля) Выпуск 1

И.П. Колганова, Г.Г. Кармазановский

Компьютерная томография уже давно из элитных и порой мало доступных методов исследования в последние годы широко внедрена в работу медицинских учреждений первого звена: больниц, поликлиник и др. Следует также приветствовать ее применение и довольно активное в скоромощной службе и амбулаторных приемах крупных лечебных объединений. Но здесь возникает другая проблема. Кто и с какой точностью будет оценивать полученные результаты? Порой ответ нужен очень быстро. И как быть в таких ситуациях врачам-рентгенологам? Вот как раз для решения этих проблем и была написана данная книга. При оценке полученных данных в ускоренном режиме врачу-рентгенологу приходится рассчитывать только на свои собственные знания. Часто у него не бывает возможности обратиться куда-то за консультацией. А если опыт еще недостаточен и не позволяет быть категоричным? А если страх возможной ошибки сковывает и мысли и чувства молодого врача? В данной книге представлены типичные клинические ситуации, анализированные нами при работе в Институте хирургии им. А.В. Вишневского. Все они из нашей обычной практической работы. Представленный материал охватывает хирургические заболевания органов брюшной полости и забрюшинного пространства вне острых или неотложных состояний. Этот вопрос мы поднимем с вами позже. В изложении материала мы решили дать вам максимальную возможность самостоятельного исследования. Вы анализируете представленные данные о жалобах, истории заболевания и изображения проведенных рентгено- и КТ-исследований, а затем вы сами себя проверите. Во второй части случаев мы представляем вам собственное мнение о результатах лучевых исследований, проведенных нами в Институте, данные оперативных лечений и заключительный этап нахождения в стационаре.

Решение подобных ситуационных задач, несомненно, окажется вам большим подспорьем в практической деятельности.

Для врачей-рентгенологов, интернов, клинических ординаторов, хирургов, онкологов и др.

[www.vidar.ru](http://www.vidar.ru)