

## LAMİNER BORU AKIŞINDA HIZ DAĞILIMININ GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİNE ETKİSİ

Selçuk DARICI<sup>1</sup>, Ali ATEŞ<sup>2</sup>, Şefik BİLİR<sup>1</sup>

<sup>1</sup>S.Ü. Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Makina Müh. Böl., 42031, Konya

<sup>2</sup>S.Ü. Teknik Eğitim Fakültesi, Makina Eğitimi Böl., 42031, Konya

**Makalenin Geliş Tarihi:** 14.07.2005

**ÖZET:** Borularda laminer akış, geçici rejim birleşik ısı transferi, iki boyutlu cidar ve eksenel akışkan iletimi dikkate alınarak incelenmiştir. Problem, başlangıçta eşit sıcaklıktaki yarı sonsuz bir boruda, hem hidrodinamik olarak gelişmekte olan hem de gelişmiş akış için, çevre akışkan sıcaklığındaki ani değişme şartı ile ele alınmış ve sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür. Hız profilinin ısı transferi karakteristikleri üzerinde etkili olduğu gözlenmiş, sonuçlar boyutsuz yerel arayüzey ısı akısı, dış yüzey ve arayüzey sıcaklıkları, yığık sıcaklıklar, radyal yönde sıcaklık değişimi ve Nusselt sayıları cinsinden verilmiştir. Hız profilinin ısı transferi karakteristikleri üzerindeki etkilerini belirleyebilmek için, sonuçlar parabolik ve gelişmekte olan hız dağılımı için karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Birleşik ısı transferi, geçici rejimde ısı transferi, eş zamanlı gelişen akış, sayısal çözüm.

### Effects of Velocity Distribution on Transient Conjugated Heat Transfer in Laminar Pipe Flow

**ABSTRACT:** Transient conjugated heat transfer in laminar pipe flow is analysed involving two-dimensional wall and fluid axial conduction. The problem is solved numerically by a finite difference method for a semi-infinite pipe which is initially isothermal and both for hydrodynamically developing and developed flow with a sudden change in the ambient temperature. Heat transfer characteristics of the flow are found to be sensitive to the velocity profile. The results are given by non-dimensional interfacial heat flux values, the outer and inner wall temperatures, bulk temperatures, radial distributions of the fluid temperatures and Nusselt numbers. In order to illustrate the effects of the velocity profile, the results for the developing flow and for the parabolic velocity profile are plotted as comparative.

**Keywords:** Conjugated heat transfer, transient heat transfer, simultaneously developing flow, numerical solution.

### GİRİŞ

Akışkan bir kanal veya boruya girdiği anda ısı transferi de başlarsa, hız ve sıcaklık profilleri birlikte gelişmeye başlar. Bu durum eş zamanlı gelişmekte olan akış (birlikte giriş bölgesi) olarak adlandırılır. Isıtmanın (veya soğutmanın) kanalın girişinde başladığı böyle problemlerde, ısı ve momentum eş zamanlı yayılır ve problem oldukça karmaşık hale gelir.

Birlikte gelişme bölgesi problem-lerinde Prandtl sayısı önemli bir parametredir. Prandtl sayısı, momentum transferinin ısı transferine oranını ifade eder ve hidrodinamik sınır tabakanın ısı sınır tabakaya göre bağlı gelişimini gösterir (Heaton ve diğ., 1964).

Boru içi laminer akışta ısı transferi problemleri için yapılan çözümlerde genellikle tam gelişmiş hız profili ya da düzgün (üniform) hız profili kabulü yapılmaktadır. Yüksek Prandtl

sayılı akışkanlar için, boru girişinde hız ve sıcaklık üniform olmasına rağmen tam gelişmiş parabolik hız profili kabulü yapılabilir. Çünkü, hız profili sıcaklık profilinden daha hızlı gelişir. Ancak küçük Prandtl sayılı akışkanlar için, sıcaklık profili hız profilinden daha hızlı gelişir. Prandtl sayısı 1 civarında olduğu zaman, hem sıcaklık hem de hız profili aynı hızla gelişir. Bu durumda tam gelişmiş parabolik hız profili ya da üniform hız profili kabulü uygun değildir (McMordie ve Emery, 1967).

Boru içi akışlarda birleşik ısı transferi, cidardaki iletimi ve taşınımı birlikte ele alan ısı transferi problemidir. İnce cidarlı borularda cidar-akışkan arayüzündeki sınır şartının önceden bilindiği kabul edilir. Bu kabul kalın cidarlı borular için gerçekçi değildir ve birleşik ısı transferi analizi yapılması gerekir.

Geçici rejimde birleşik ısı transferinin analizi, ısı değiştiricilerinin ilk çalıştırma ve durdurma esnasında veya çalışma şartlarındaki herhangi bir değişiklik durumunda kontrolü açısından önemlidir. Bunun yanında gaz türbini kanatlarının soğutulmasında, nükleer reaktör soğutma sistemlerinde, uçak motorlarında ve uzay araçlarında karşımıza çıkabilecek bu problemin incelenmesi, istenmeyen ısı performans düşüşlerinin yanı sıra oluşabilecek ani ısıl gerilmelerin ve mekanik tahribatın önlenmesi açısından da önemlidir. Söz konusu problem daha ziyade boru ve kanallarda veya geometrik olarak boru ya da kanal şeklinde modellenebilecek akış kesitlerinde incelenebilir.

Boru veya kanallarda laminer akış geçici rejim birleşik ısı transferi birçok araştırmacı tarafından sınır ya da giriş şartlarında ani veya periyodik değişme halinde incelenmiştir. Bilir (1995), birleşik ısı transferi problemleri ile ilgili geniş bir kaynak araştırması yapmıştır. Boru ve kanal akışlarında akışkan aksel iletiminin etkileri ile detaylı bir kaynak araştırması yine Bilir (1992) tarafından yapılmıştır.

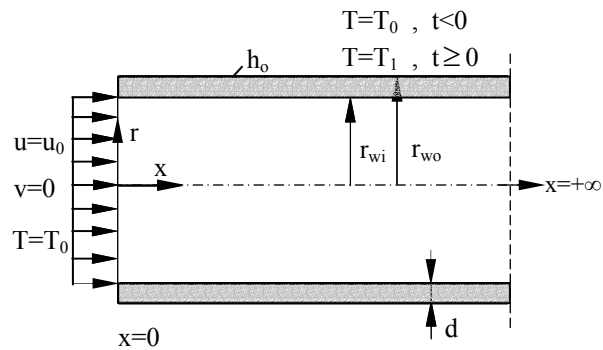
Heaton ve diğ. (1964), hız ve sıcaklık dağılımının eş zamanlı geliştiği, sabit ısı akısına maruz halka kesitli bir kanal içindeki laminer akış ısı transferi problemini incelemişlerdir. Ulrichson ve Schmitz (1965), dairesel bir boruda sabit yüzey ısı akısı ve sabit yüzey sıcaklığı sınır şartlarında, hız ve sıcaklık profilinin eş zamanlı gelişimi için sayısal bir çözüm

gerçekleştirmişlerdir. Benzer bir problem sıkıştırılamaz, sürekli ve laminer akış için Kakaç ve Özgü (1969) tarafından sayısal olarak çözülmüştür. Aynı problem için, Manohar (1969) doğrusal olmayan denklemleri sayısal bir yöntem ile çözmüştür.

Hız ve sıcaklık profilinin eş zamanlı geliştiği bir boru içi laminer akış problemini, sabit ısı akısı sınır şartı ile, McMordie ve Emery (1967) ve Pagliarini (1991) incelemişlerdir. Aynı problemi Schutte ve diğ. (1992), hem birlikte gelişme bölgesi hem de ısı gelişme bölgesi için, Min ve diğ. (1997) Bingham plastiği için sayısal olarak çözmüşlerdir. Hidrodinamik ve ısıl sınır tabakanın eş zamanlı geliştiği, eş merkezli iç içe yerleştirilmiş borularda, laminer zorlanmış taşınım ile ısı transferi Coney ve El-Shaarawi (1975) tarafından araştırılmıştır. Aynı problemi Dağtekin ve Öztop (2000), sonlu hacim yöntemi ile ve SIMPLEM algoritmasını kullanarak çözmüşlerdir.

Al-Nimr ve Hader (1994), gelişmekte olan boru içi akışta, borunun dış yüzeyindeki ısıl sınır şartlarındaki ani bir değişiklik durumunda geçici rejim birleşik ısı transferini incelemişlerdir

Bu çalışmada, boru içi laminer akışta hız profilinin geçici rejim birleşik ısı transferine etkisi üçüncü tür sınır şartı altında incelenmiştir.



Şekil 1. Problemin şematik diyagramı ve koordinat sistemi.

Figure 1. Schematic diagram of the problem and coordinate system.

## MATEMATİKSEL FORMÜLASYON

Birlikte gelişme bölgesi probleminin şematik diyagramı ve koordinat sistemi Şekil

1'de görülmektedir. Akışkan üniform bir  $u_0$  hızı ve yine üniform bir  $T_0$  sıcaklığı ile boruya girmektedir. Zamanın başlangı-cında ( $t=0$ ) dış ortam sıcaklığı yeni bir  $T_1$  sıcaklığına yükseltilmekte ve sistem sürekli rejime ulaşana kadar sabit kalmaktadır. Dış ortamdaki akışkandan boruya, tüm dış yüzey boyunca sabit bir taşınım katsayısı,  $h_0$ , ile ısı transfer edilmektedir. Akış sürekli ve girişten itibaren aksel yönde gelişmektedir. Isı transferi ise geçici rejimdedir. Akışkanın ve cidarın fiziksel özellikleri sabit kabul edilmiş ve viskoz sönüm ihmal edilmiştir.

Yukarıda tanımlanan problemi karakterize eden denklemlerin boyutsuzlaştırılmış halleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Süreklilik denklemi:

$$\frac{1}{Pe} \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r'v') = 0 \quad (1)$$

x-momentum denklemi:

$$v' \frac{\partial u'}{\partial r'} + \frac{u'}{Pe} \frac{\partial u'}{\partial x'} = -\frac{1}{2Pe} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{2Pr}{Pe} \left[ \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r' \frac{\partial u'}{\partial r'}) + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} \right] \quad (2)$$

r-momentum denklemi:

$$v' \frac{\partial v'}{\partial r'} + \frac{u'}{Pe} \frac{\partial v'}{\partial x'} = -\frac{1}{2} \frac{\partial p'}{\partial r'} + \frac{2Pr}{Pe} \left[ \frac{\partial}{\partial r'} \left( \frac{1}{r'} \frac{\partial (r'v')}{\partial r'} \right) + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} \right] \quad (3)$$

Cidar bölgesinde enerji denklemi:

$$\frac{1}{\alpha_{wf}} \frac{\partial T'_w}{\partial t'} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left( r' \frac{\partial T'_w}{\partial r'} \right) + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'_w}{\partial x'^2} \quad (4)$$

Akışkan bölgesinde enerji denklemi:

$$\frac{\partial T'_f}{\partial t'} + \frac{Pe}{2} v' \frac{\partial T'_f}{\partial r'} + \frac{u'}{2} \frac{\partial T'_f}{\partial x'} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left( r' \frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right) + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2} \quad (5)$$

Hız dağılımı için sınır şartları:

$$x' = 0 \text{ da } u' = 1, v' = 0 \quad (6a)$$

$$x' = \infty \text{ da } \frac{\partial u'}{\partial x'} = 0, v' = 0 \quad (6b)$$

$$r' = 0 \text{ da } \frac{\partial u'}{\partial r'} = 0, v' = 0 \quad (6c)$$

$$r' = 1 \text{ de } u' = 0, v' = 0 \quad (6d)$$

Sıcaklık dağılımı için başlangıç ve sınır şartları:  
Cidar bölgesi için:

$$t' = 0 \text{ da } T'_w = 0 \quad (7a)$$

$$x' = 0 \text{ da } T'_w = 0 \quad (7b)$$

$$x' = \infty \text{ da } \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0 \text{ (sür. rejimde } T'_w = 1) \quad (7c)$$

$$r' = 1 \text{ de } T'_w = T'_f \text{ ve } \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{1}{k_{wf}} \frac{\partial T'_f}{\partial r'} \quad (7d)$$

$$r' = 1 + d' \text{ de } \frac{\partial T'_w}{\partial r'} + Bi(T'_w - 1) = 0 \quad (7e)$$

Akışkan bölgesi için:

$$t' = 0 \text{ iken } T'_f = 0 \quad (8a)$$

$$x' = 0 \text{ da } T'_f = 0 \quad (8b)$$

$$x' = \infty \text{ da } \frac{\partial T'_f}{\partial x'} = 0 \text{ (sür. rejimde } T'_f = 1) \quad (8c)$$

$$r' = 0 \text{ da } \frac{\partial T'_f}{\partial r'} = 0 \quad (8d)$$

$$r' = 1 \text{ de } T'_w = T'_f \text{ ve } \frac{\partial T'_f}{\partial r'} = k_{wf} \frac{\partial T'_w}{\partial r'} \quad (8e)$$

Problemin boyutsuz parametreleri şu şekilde tanımlanmıştır.

$$u' = \frac{u}{u_0}, \quad v' = \frac{v}{u_0}, \quad x' = \frac{x}{r_{wi} Pe} \equiv \frac{2}{Gz}, \quad r' = \frac{r}{r_{wi}}$$

$$T' = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}, \quad d' = \frac{d}{r_{wi}}, \quad k_{wf} = \frac{k_w}{k_f}, \quad \alpha_{wf} = \frac{\alpha_w}{\alpha_f}$$

$$t' = \frac{t \alpha_f}{r_{wi}^2} = Fo, \quad p' = \frac{p}{\rho_f u_0^2 / 2}, \quad Bi = \frac{h_0 r_{wi}}{k_w}$$

$$Pe = \frac{2 r_{wi} u_m \rho_f c_{pf}}{k_f}, \quad Pr = \frac{c_{pf} \mu_f}{k_f}$$

Akışkan yığık sıcaklıkları,  $T'_b$ , arayüzey ısı akısı değerleri,  $q'_{wi}$ , ve yerel Nusselt sayıları,  $Nu$ , ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$T'_b = 2 \int_0^1 u' r' T'_f dr' \quad (9)$$

$$q'_{wi} = - \left( \frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right)_{r'=1} \quad (10)$$

$$Nu = \frac{-2 \left( \frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right)_{r'=1}}{T'_{wi} - T'_b} \quad (11)$$

Gelişmiş hız profili ile yapılan çözümlerde, boru girişinde parabolik (Hagen-Poiseuille) hız dağılımı,  $u = 2u_m \left[ 1 - \left( \frac{r'}{r_{wi}} \right)^2 \right]$ , kabulü yapılmış ve süreklilik ve momentum denklemlerinin çözümüne gerek kalmadan, öngörülen hız dağılımı ile doğrudan enerji denklemleri çözülmüştür.

## SAYISAL ÇÖZÜM

Akış alanı ve boru cidarı kontrol hacimlerine bölünmüş ve diferansiyel denklemler bu kontrol hacimlerde integre edilerek ayrıklaştırılmış denklemler elde edilmiştir (Darıcı, 2004).

Hız dağılımı çözümünde kaydırılmış grid sistemi kullanılmıştır. Hız bileşenleri,  $u'$  ve  $v'$  için kullanılan kontrol hacimleri, skalar değişkenler,  $p'$  ve  $T'$  için kullanılan kontrol hacimlerine göre kaydırılmıştır.

Momentum denklemleri upwind (üst akış) profili ile, süreklilik denklemi ise merkezi fark profili ile ayrıklaştırılmıştır. Enerji denklemlerinin ayrıklaştırılmasında, iletim terimleri için merkezi fark profili, taşınım terimi için bir kesin çözüm (exact) profili, zamana bağlı terimler için ise tam implicit yöntem kullanılmıştır. Akış alanı için SIMPLE algoritması (Patankar, 1980) esas alınarak geliştirilen bir bilgisayar programı ile denklemler Gauss-Seidel yöntemi kullanılarak çözülmüş ve basınç, hız ve sıcaklık dağılımı belirlenmiştir.

Hesaplama bölgesi belirlenirken, radyal yönde eksenel simetri nedeni ile cidar dış yüzeyi ile boru eksenini arasında sınırlanan bölge, eksenel yönde ise borunun başlangıcından akışın hidrodinamik olarak tam geliştiği yere kadar olan bölge dikkate alınmıştır.

Grid noktaları hem cidar hem de akışkan tarafına yerleştirilmiş, radyal yönde üniform, eksenel yönde ise gerdirmeli bir grid sistemi kullanılmıştır. Borunun girişinde ilk eksenel basamak uzunluğu 0.001 olarak alınmış ve sonraki uzunluklar bir öncekinin 1.25-1.40 katı artırılarak doğrusal olarak gerdirilmiştir. Bu katsayı parametre değerlerine ve dolayısı ile akışın hidrodinamik gelişme uzunluğuna bağlı olarak değişmektedir. Hesaplama bölgesi genellikle  $24 \times 28$ 'lik ( $x,r$ ) grid sistemleri ile karakterize edilmiştir.

Boyutsuz ilk zaman adımı 0.0001 olarak alınmış, takip eden zaman adımları bir öncekinin % 10'u kadar arttırılmıştır. Her bir zaman adımındaki sıcaklık dağılımı Patankar'ın (Patankar, 1980) nokta-nokta (line-by-line) yöntemi ile belirlenmiştir. Grid noktaları dış cidardan eksene doğru taranmış ve akış yönünde süpürülmüştür. Cidar-akışkan arayüzeyinde fiziksel özelliklerdeki ani değişimleri kontrol etmek için harmonik ortalama (Patankar, 1980) formülü kullanılmış ve bu nedenle cidar ve akışkan tarafı için denemelerde sürekli çözüm prosedürü uygulanmıştır. Herhangi bir deneme esnasında, bir önceki denemede hesaplanmış olan arayüzey sıcaklıkları, akışkan tarafı için sınır şartı olarak kullanılmıştır. Cidar tarafında deneme yapılırken ise, arayüzey ısı akıları, akışkan tarafından cidar tarafına bilgi aktarılacak için kullanılmıştır.

Basınç ve sıcaklık çözümlerinde hassasiyet limiti  $10^{-5}$  olarak alınmıştır. Bir zaman dilimindeki deneme sayısı 2'nin altına düştüğü anda sistemin sürekli rejime ulaştığı kabul edilmiş ve denemeler durdurulmuştur. Geçici rejimin başlangıcında birkaç denemede çözüme ulaşılırken, ilerleyen zamanlarda deneme sayısının arttığı, sürekli rejime yaklaşıldıkça da tekrar ve hızla azaldığı görülmüştür. Deneme ve zaman adımı sayısı parametre değerlerine bağlı olmakla birlikte, genellikle bir zaman adımı için

ortalama 53 civarında deneme ve toplam olarak ortalama 4460 denemede sonuçlara ulaşılmıştır.

Kullanılan yöntem bazı doğruluk testleri ile de kontrol edilmiştir. Grid sayısı ve konumları, tarama ve süpürme yönleri, hassasiyet limiti ve zaman adımları değiştirilerek yapılan çözüm sonuçlarında önemli bir fark gözlenmemiştir.

## SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Problemin çözümünde parametre değerleri  $Pe = 5$ ,  $Pr = 0.01$ ,  $Bi = 10$ ,  $d' = 0.1$ ,  $k_{wf} = 10$  ve  $\alpha_{wf} = 1$  olarak alınmıştır. Bu değerler mühendislik açısından uygulamada söz konusu olabilecek değerler arasından ve öngörülen koşulların anlamlı seviyede olabileceği şekilde (örneğin laminer akış ve akışkan aksel iletimi) ortalama değerler olarak seçilmiştir.

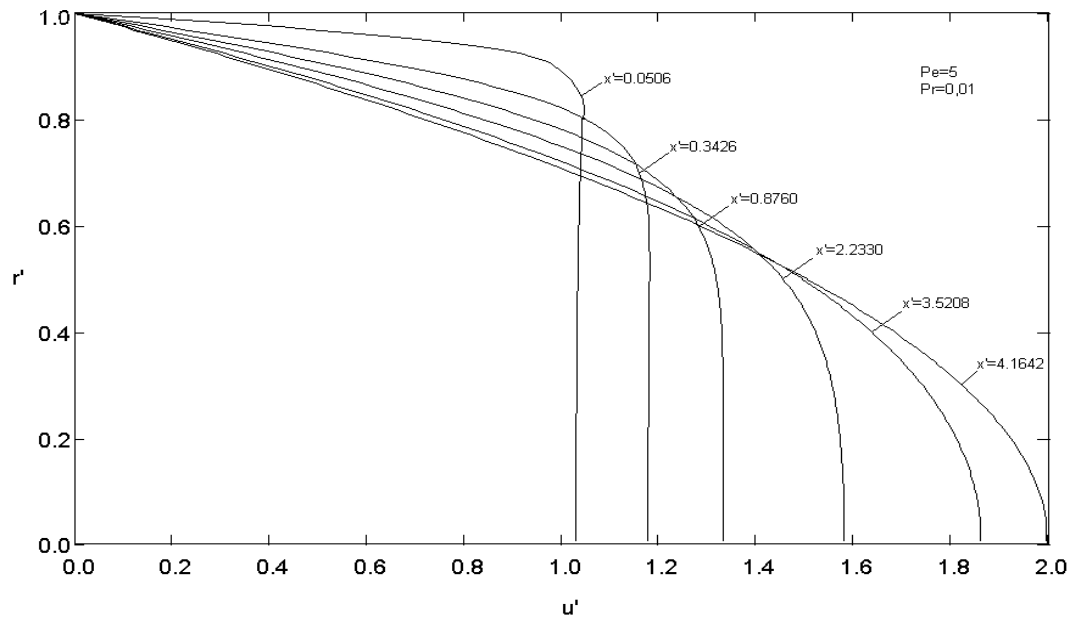
Hız profilinin etkilerini görebilmek amacı ile, grafiklerde tam gelişmiş laminer akış ve gelişmekte olan akış sonuçları birlikte verilmiştir.

Şekil 2'de gelişmekte olan akış için aksel hızın farklı aksel konumlardaki radyal değişimi verilmiştir. Şekil incelendiğinde, cidara yakın bölgelerde artan aksel mesafe ile akışın yavaşladığı görülmektedir. Boru eksenine yakın

bölgede ise, akışta sürekliliği sağlayabilmek için artan aksel mesafe ile hız artmaktadır.

Şekilden, genellikle borunun girişine yakın aksel konumlarda hız profilinin borunun merkezinde yerel bir minimum değere, borunun cidarına yakın yerlerde ise yerel bir maksimum değere sahip olduğu görülmektedir. Akışkan ile yüzey arasındaki sürtünme etkisi nedeniyle boru içinde ilerledikçe sınır tabaka gelişmektedir. Bu gelişme sürtünmesiz akış bölgesinin küçülmesi ve boru eksenine sınır tabakanın ulaşması ile sona erer. Bu nedenle giriş bölgesinde akışkan cidardan uzağa, sınır tabakanın dışına ve boru eksenine doğru yönlendiren bir radyal hız bileşeni ( $v$ ) oluşur. Bu etki, artan aksel mesafe ile azalır ve akış hidrodinamik olarak tam geliştiğinde sona erer.

Eksenel olarak belirli bir mesafeye kadar, girişe yakın hız profilleri nispeten düzgün bir şekle sahiptir. Girişten itibaren ilerledikçe hız profilinin düzgün olan kısmı küçülür (kısılır). Akışkan aksel yönde ilerledikçe hızın üniform şekli bozulmakta ve akış eksenine yakın yerlerdeki hız daha fazla artmaktadır. Akış parametrelerine bağlı olarak belirli bir mesafede tam gelişmiş hız profili oluşmakta ve bu konumdan sonra bu profil sabit kalmaktadır.



Şekil 2. Aksel hızın çeşitli aksel konumlarda radyal değişimi.

Figure 2. The axial velocity profile at various locations.

Akışkanın üniform hız dağılımı ile boruya girmesi halinde ( $u_m = u_o$ ), akışın hidrodinamik olarak tam geliştiği konumda maksimum hız boru ekseninde, beklenildiği gibi,  $u_{max} = 2u_m$  olmaktadır.

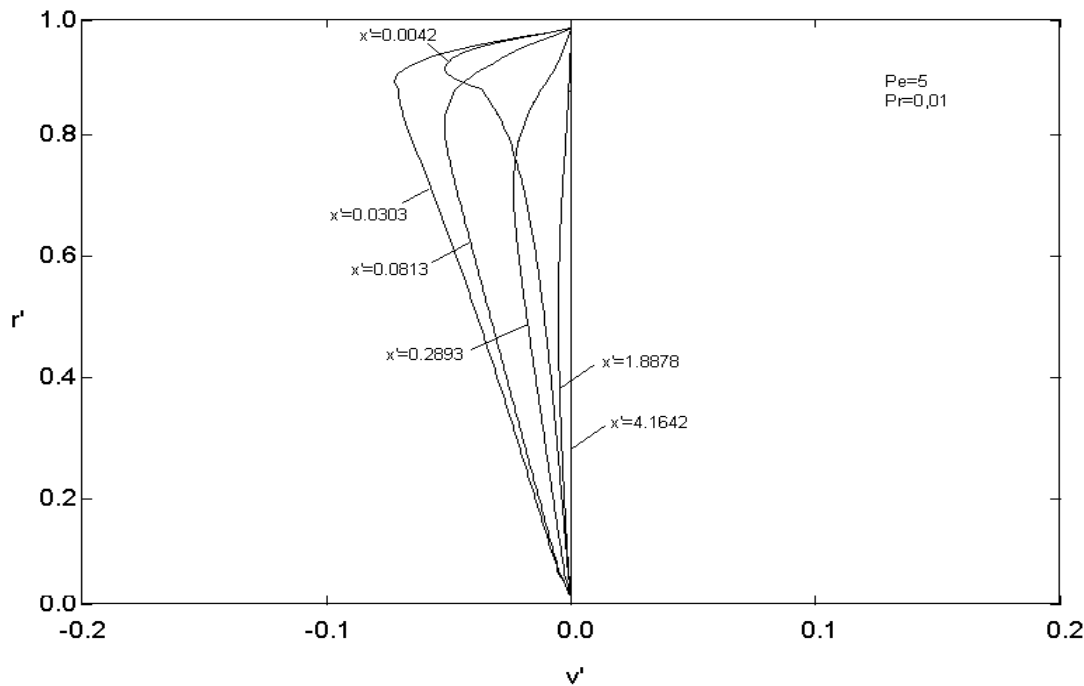
Şekil 3'de radyal hız bileşeninin çeşitli aksenal konumlardaki radyal değişimi görülmektedir. Radyal hızın negatif değerleri, yönünün cidardan merkeze doğru (şekillerde yukarıdan aşağıya doğru) olduğunu ifade eder. Girişte sıfır olan radyal hız bileşeninin, borunun girişinden itibaren arttığı ve bir aksenal konumdan sonra tekrar azalarak hızla sıfıra düştüğü görülmektedir.

Eğrilerin incelenmesinden radyal hızın borunun girişine yakın noktalarda ve cidara yakın kesimlerde daha büyük olduğu görülmektedir. Cidara yakın bölge, aksenal hızın aksenal yönde küçüldüğü bölgedir, süreklilik denklemi gereği, radyal hız radyal yönde büyümekte ve bir maksimum değere ulaşmaktadır. Belirli bir radyal konumdan sonra ise, aksenal hızın aksenal yönde büyümesi, radyal hızın radyal yönde küçülmesine neden olmaktadır.

Şekil 4'de, çeşitli zaman adımlarında, hidrodinamik olarak tam gelişmiş ve gelişmekte

olan akış için boyutsuz arayüzey ısı akısının aksenal dağılımı görülmektedir. Her iki durum için de eğriler bir maksimum değere yükselmekte ve önceleri bu değerde sabit kalmaktadır. Geçen zamanla birlikte bir miktar azalma gösteren ısı akısı yine aksenal yönde belirli bir değerde sabit kalmaktadır. Başlangıçta cidardaki hızlı radyal iletim nedeni ile iç yüzey sıcaklıkları akışkan sıcaklığına göre daha hızlı artmakta ve buna bağlı olarak ısı transfer hızı artmaktadır. Daha sonraları cidar sıcaklıklarındaki artış hızı azalırken akışkan sıcaklığındaki artış ısı akısı değerlerinin azalmasına neden olmaktadır. Bu nedenle farklı zaman adımlarındaki eğriler birbirlerini kesmektedir. Bunun yanında zamanla taşınım etkisindeki artış hem pik ve ortalama ısı akısı değerlerinin azalmasına, hem de ısı akısı değerlerindeki düzgünlüğün bozulmasına neden olmaktadır. Bu eğilim sistem sürekli rejime ulaşana kadar devam etmektedir.

Şekil 4'den ayrıca, hidrodinamik olarak tam gelişmiş ve gelişmekte olan akış için eğrilerin pik değerinin zamanın ilk adımlarında aynı olduğu ancak ilerleyen zaman ile gelişen akış eğrilerinin pik değerinin daha büyük olduğu görülmektedir.



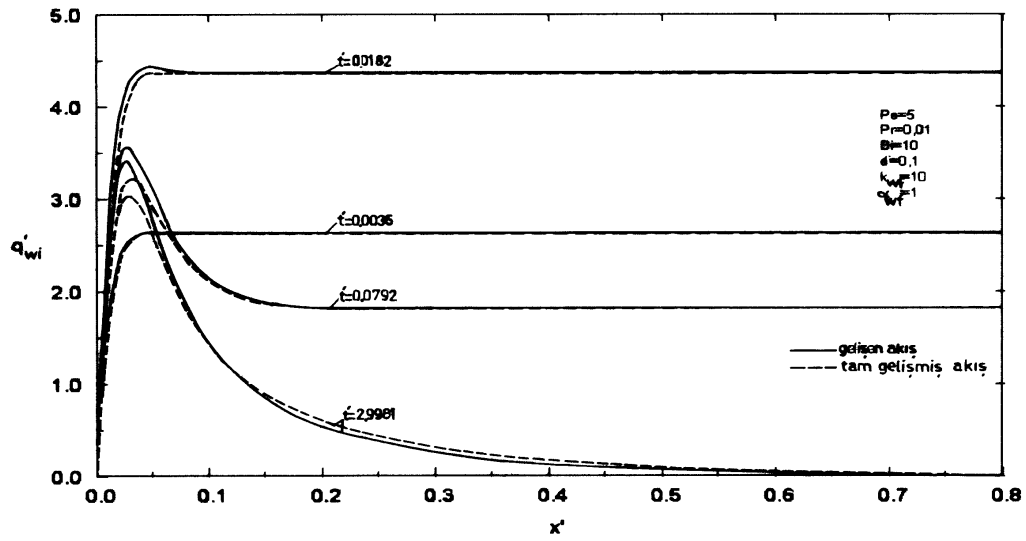
Şekil 3. Radyal hızın çeşitli aksenal konumlarda radyal değişimi.

Figure 3. The radial velocity profile at various locations.

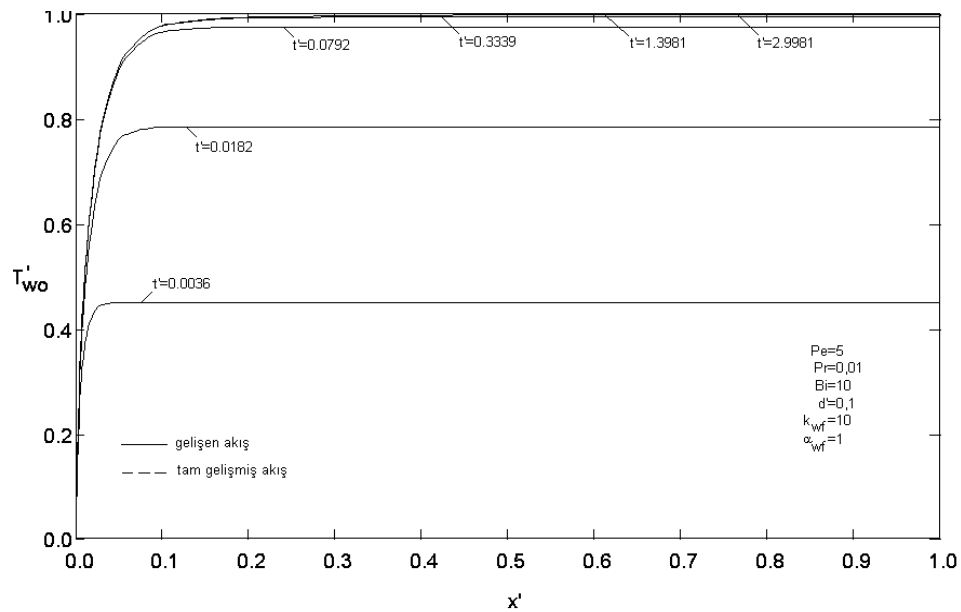
Şekil 5 ve Şekil 6'da aynı parametre değerleri ile hidrodinamik olarak gelişmiş ve gelişmekte olan akış için sırası ile dış yüzey sıcaklığı ve arayüzey sıcaklığı aksel dağılımının zamana göre değişimleri birlikte gösterilmiştir. Şekillerin incelenmesinden, her iki sıcaklık için de eğrilerin geçici rejimin ilk zamanlarında arayüzey ısı akısı eğrilerinde olduğu gibi, büyük ölçüde düz olduğu gözlenmektedir. Hidrodinamik olarak gelişmiş ve gelişmekte olan akış için dış yüzey ve arayüzey sıcaklıklarının tüm zaman adımlarında

tamamen aynı olduğu ve hız profilinden fazlaca etkilenmediği görülmektedir.

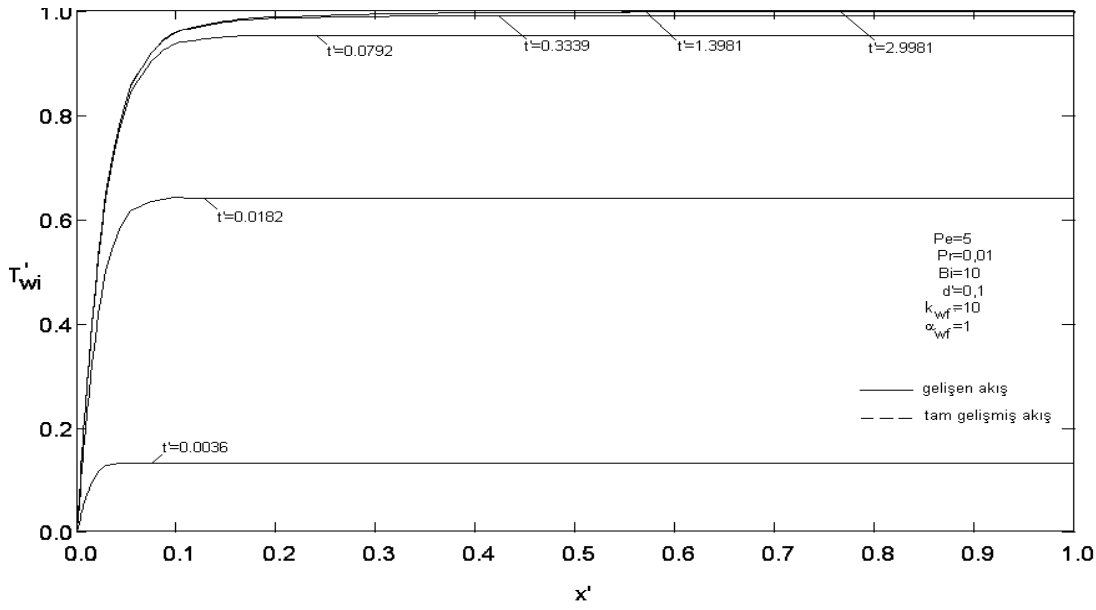
Şekil 7'de her iki hız profili için yığık sıcaklık aksel dağılımının zamana göre değişimi gösterilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi, ilk zamanlarda ve girişe yakın yerlerde hidrodinamik olarak gelişmekte olan akış için yığık sıcaklık değerlerinin gelişmiş akışa nazaran daha büyük olduğu, zamanın ilerlemesi ile eğrilerin birbirine yaklaştıkları görülmektedir. Şekilden anlaşıldığı gibi, yığık sıcaklık değerleri, gelişmekte olan akış için daha yüksektir.



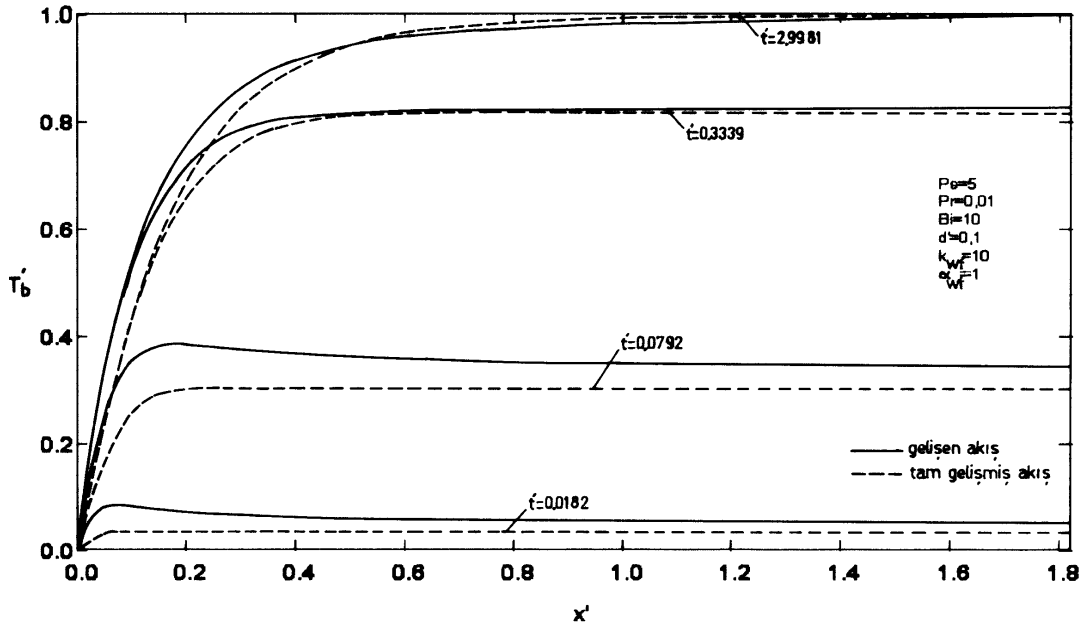
Şekil 4. Arayüzey ısı akısının aksel dağılımının zamana göre değişimi.  
Figure 4. Transient axial distributions of interfacial heat flux.



Şekil 5. Dış yüzey sıcaklığı aksel dağılımının zamana göre değişimi.  
Figure 5. Transient axial distributions of outer wall temperatures.



Şekil 6. Arayüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi.  
Figure 6. Transient axial distributions of inner wall temperatures.



Şekil 7. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değişimi.  
Figure 7. Transient axial distributions of fluid bulk temperatures.

Normal olarak sıcaklık profilleri dış yüzey için arayüze göre ve arayüzey için de yığık sıcaklığa göre daha hızlı gelişmektedir. Her üç sıcaklık için eğriler sürekli rejimde ve gelişmiş bölgede asimptotik değerleri olan 1'e ulaşmaktadırlar.

Öte yandan arayüzey sıcaklıklarının ve yığık sıcaklıkların zamana göre değişimi kıyaslandığında, başlangıçta arayüzey

sıcaklıklarının yığık sıcaklıklara nazaran daha hızlı arttığı, ilerleyen zamanlarda ise yığık sıcaklıkların daha hızlı arttığı gözlenebilir. Bu da arayüzey ısı akısı değerlerinin başlangıçta artarken daha sonra azalmasını açıklamaktadır.

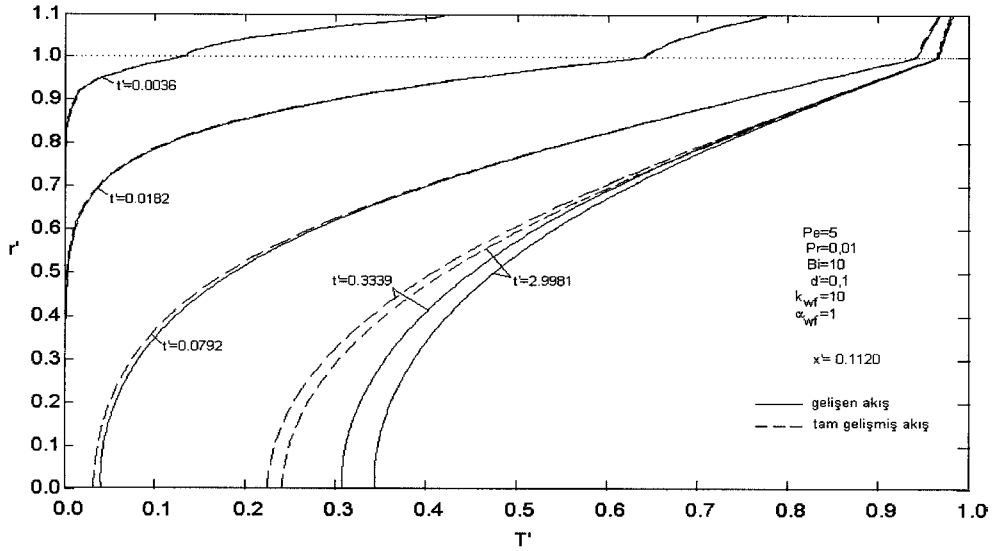
Akış hızının ısı transferi karakteristiklerine etkilerini daha iyi görebilmek için, hidrodinamik olarak gelişmekte olan ve tam gelişmiş akış durumlarında, radyal yöndeki geçici sıcaklık



dağılımı  $x' = 0.1120$  için Şekil 8'de verilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere, cidarda sıcaklıklar akışkan tarafına nazaran daha hızlı artmaktadır. İlk zamanlarda sıcaklıklar her iki durum için de aynıdır. Zamanın ilerlemesi ile, hidrodinamik olarak gelişmekte olan akış için sıcaklıkların daha hızlı arttığı ve iki eğri arasındaki sapmanın büyüdüğü görülmektedir.

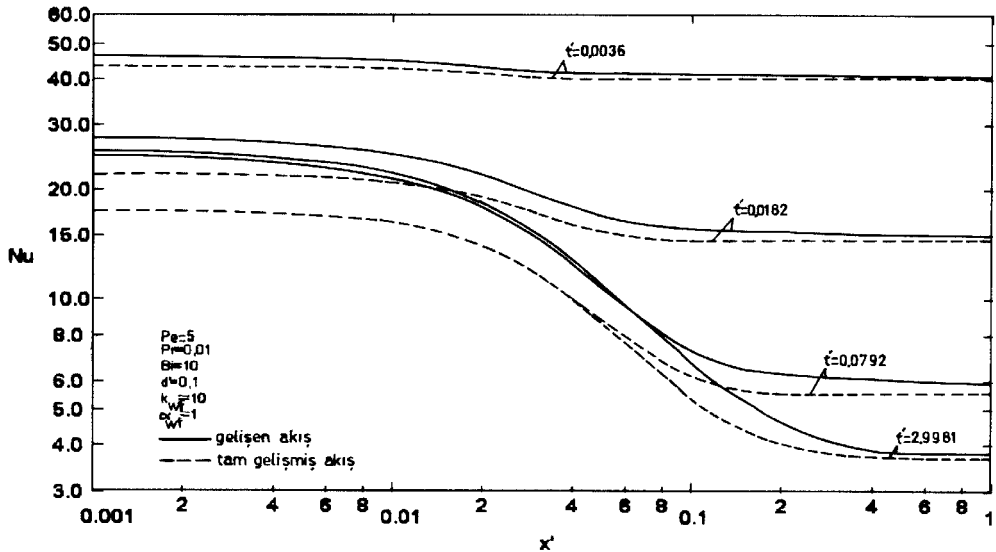
Şekil 9'da hidrodinamik olarak gelişmiş ve gelişmekte olan akış için yerel Nusselt sayılarının aksenal dağılımının zamana göre değişimi verilmiştir. Şeklin incelenmesinden, Nusselt sayısının borunun girişinde belirli bir

değerden başlayarak akış doğrultusunda hızla azaldığı ve ilk zamanlarda sabit kaldığı görülmektedir. Sürekli rejime ulaşıldığında Nusselt sayısının bir minimum değere eriştiği görülmektedir. Tüm zaman adımlarında, hidrodinamik olarak gelişmekte olan akış için Nusselt sayısının gelişmiş akıştakinden daha büyük olduğu ve akışın ilerlemesi ile yaklaşık aynı değere ulaştığı görülmektedir. Bu durumda hidrodinamik olarak gelişmekte olan akış için, hız profiline gelişmesinin yerel Nusselt sayısını etkilediği ve genellikle değerini arttırdığı söylenebilir (Pagliarini, 1991).



Şekil 8. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi ( $x' = 0.1120$ ).

Figure 8. Transient radial distributions of fluid temperatures ( $x' = 0.1120$ ).



Şekil 9. Yerel Nusselt sayısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi.

Figure 9. Transient axial distributions of local Nusselt Numbers.

## SONUÇ

Bu çalışmada, laminar boru akışında hız dağılımının geçici rejimde birleşik ısı transferine etkisi, iki boyutlu cidar ve akışkan aksel iletimi de dikkate alınarak incelenmiştir. Problem, yarı sonsuz bir boruda, çevre akışkanı sıcaklığında meydana gelen ani değişim sınır şartında, sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar şu şekilde özetlenebilir.

1. Borunun giriş bölgesinde arayüzey ısı akısı değerleri, hız profili ile çok az değişmekle birlikte, cidardaki hızlı radyal iletim nedeni ile başlangıçta hızla artmakta ve kısa bir mesafede sabit bir değere ulaşmaktadır. İlerleyen zamanlarda ise taşınımın etkisini arttırması nedeni ile ısı akısı değerleri hem ortalama olarak azalmakta ve hem de eğrilerdeki düzgünlük bozularak bir maksimum değere eriştikten sonra akış yönünde azalmaktadır. Bu eğilim sistem sürekli rejime ulaşmaya kadar devam etmektedir.
2. Hız profilinin cidar dış yüzey ve arayüzey sıcaklığına etkisi yoktur. Yığık sıcaklık değerleri ise, ilk zamanlarda eş zamanlı gelişen akış için gelişmiş akışa nazaran daha büyük olmakta, ancak sürekli rejimde eğriler çakışmaktadır.
3. Hidrodinamik olarak gelişmekte olan akış için yerel Nusselt sayıları, hidrodinamik olarak tam gelişmiş akışa göre daha büyüktür.
4. Eş zamanlı gelişen akış için ısı transferi sonuçları, hidrodinamik olarak gelişmiş akış ile genellikle aynı eğilimi göstermekte ve sürekli rejime yaklaştıkça yaklaşık aynı değere ulaşmaktadır.
5. Hidrodinamik olarak gelişmiş ve eş zamanlı gelişen akış için sistemin sürekli rejime ulaşma süresi aynı olmaktadır.

## Alt İndisler

$b$	yığık
$f$	akışkan
$i$	iç yüzey
$m$	ortalama
$o$	dış yüzey
$w$	cidar
$wf$	cidar-akışkan oranı
$wi$	cidar-akışkan arayüzeyi

## Üst İndisler

'	boyutsuz
---	----------

## Simgeler

$Bi$	Biot sayısı
$c_p$	sabit basınçta özgül ısı
$d$	boru cidar kalınlığı
$Fo$	Fourier sayısı
$Gz$	Graetz sayısı
$h$	ısı taşınım katsayısı
$k$	ısı iletkenlik katsayısı
$Nu$	Nusselt sayısı
$p$	basınç
$Pe$	Peclet sayısı
$Pr$	Prandtl sayısı
$q$	ısı akısı
$r$	radyal koordinat
$t$	zaman
$T$	sıcaklık
$T_0$	sistemin başlangıç sıcaklığı
$T_1$	çevre akışkanı sıcaklığı
$u$	eksenel hız
$v$	radyal hız
$x$	eksenel koordinat
$\alpha$	ısı yayılım katsayısı
$\mu$	dinamik viskozite
$\rho$	yoğunluk

**KAYNAKLAR**

- Al-Nimr, M.A., Hader, M.A., 1994, Transient conjugated heat transfer in developing laminar pipe flow, *J. Heat Trans.-T. ASME*, **116**, 234-236.
- Bilir, Ş., 1992, Numerical solution of Graetz problem with axial conduction, *Numer. Heat Transfer*, **21**, 493-500.
- Bilir, Ş., 1995, Laminar flow heat transfer in pipes including two-dimensional wall and fluid axial conduction, *Int. J. Heat Mass Trans.*, **38**, 9, 1619-1625.
- Coney, J.E.R., El-Shaarawi, M.A.L., 1975, Finite difference analysis for laminar flow heat transfer in concentric annuli with simultaneously developing hydrodynamic and thermal boundary layers, *Int. J. Numer Meth. Eng.*, **9**, 17-38.
- Dağtekin, İ., Öztop, H.F., 2000, İç içe yerleştirilmiş borularda laminar akışta ısı transferinin incelenmesi, *Turk J. Eng. Env. Sci.*, **24**, 193-202.
- Darıcı, S., 2004, Kalın Cidarlı Borularda Eş Zamanlı Gelişen Laminer Akışta Geçici Rejim Birleşik Isı Transferi; Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Heaton, H.S., Reynolds, W.C., Kays, W.M., 1964, Heat transfer in annular passages simultaneous development of velocity and temperature fields in laminar flow, *Int. J. Heat Mass Trans.*, **7**, 763-781.
- Kakaç, S., Özgü, M.R., 1969, Analysis of laminar flow forced convection heat transfer in the entrance region of a circular pipe, *Warme Stoffübertrag.*, **2**, 4, 240-245.
- Manohar, R., 1969, Analysis of laminar-flow heat transfer in the entrance region of circular tubes, *Int. J. Heat Mass Trans.*, **12**, 15-22.
- McMordie, R.K., Emery, A.F., 1967, A numerical solution for laminar-flow heat transfer in circular tubes with axial conduction and developing thermal and velocity fields, *J. Heat Trans.-T. ASME*, **89**, 1, 11-16.
- Min, T., Gwon Chol, H., Yul Yoo, J., Choi, H., 1997, Laminar convective heat transfer of a bingham plastic in a circular pipe-II. numerical approach-hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow, *Int. J. Heat Mass Trans.*, **40**, 15, 3689-3701.
- Pagliarini, G., 1991, Conjugate heat transfer for simultaneously developing laminar flow in a circular tube, *J. Heat Transf.*, **113**, 763-766.
- Patankar, S.V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Co., New York.
- Schutte, D.J., Rahman, M.M., Faghri, A., 1992, Transient conjugate heat transfer in a thick-walled pipe with developing laminar flow, *Numer. Heat Tr. A-Appl.*, **21**, 163-186.
- Ulrichson, D.L., Schmitz, R.A., 1965, Laminar flow heat transfer in the entrance region of circular tubes, *Int. J. Heat Mass Trans.*, **8**, 253-258.

