大学院研究年報　第47号　2018年2月

共通知識の下で合理的期待を持つ税務当局は税務調査を行わない

――一度一致した事後確率は改定できない――

多　田　由　彦*

要　　旨

予定されている可処分所得と予定されている税収との分配が事前にパレート効率的であり，納税者は素直に納税するよりも脱税することを弱く選好していることが共通知識となっている時，リスク回避的な納税者は脱税を行わず，リスク中立的な税務当局は税務調査を行わない．さらに，リスク中立的な税務当局が税務調査を行わないことを共通知識として持ったとしても，リスク回避的な納税者が脱税を行うことに割り振る事後確率は0のままである（No-Evasion and No-Monitoring Theorem）．この定理は，No-Trade Theorem の設定にいくつか変更を加え新たに導きだした定理である．No-Trade Theorem が示した通り，いかに共通知識と合理的期待の仮定が強いものかを改めて示したものに過ぎないが，No-Trade Theorem とは異なり，リスク中立的な税務当局が追加的行動をとらないという結果を導きだしている．

目　　次

Ⅰ　序　　　文
Ⅱ　モ　デ　ル
　1．情 報 構 造
　2．状態の集合の構成
　3．共通知識と Agreement Theorem
　4．税率と脱税発覚の確率
　5．納　税　者
　6．税 務 当 局
　7．事前のパレート効率
Ⅲ　定　　　理
Ⅳ　例
　1．共通知識の役割
　2．合理的期待の役割
Ⅴ　結　　　論

＊　ただ　よしひこ　　経済学研究科経済学専攻博士課程前期課程

Ⅰ　序　　　文

本稿の目的は，No-Trade Theorem の主体に，規制当局という立場の異なる主体を追加した場合，定理の内容がどのように変化するのかを証明することにある．本稿では具体的に脱税モデルを参考にし，納税者と税務当局の複数主体のモデルの下で，No-Evasion and No-Monitoring Theorem という新たな定理を提示する．

No-Trade Theorem は，Milgrom（1981）と Milgrom and Stokey（1982）によって提示された定理であり，不確実性下で以下の条件が満たされているならば，主体が私的情報（private information）を得たとしても取引を行わないことを示している．

（1）主体はリスク回避的（risk averse）である．
（2）合理的期待（rational expectation）が仮定

されている．
(3) 初期賦存量が事前にパレート効率的（ex ante Pareto efficient）である．
(4) 全ての主体が，トレードすることの方がトレードしないことよりも弱く選好していることが共通知識（common knowledge）となっている．

Milgrom and Stokey（1982）では，No-Trade Theorem を提示するだけでなく，合理的期待均衡（rational expectation equilibrium）との関係についても考察されており，市場取引の研究で引用がなされている（e.g. Tirole（1982），Maskin and Tirole（1992），Ishiguro and Itoh（2001））．しかし，No-Trade Theorem の重要なポイントは，主体が取引を行わないという結果自体にあるのではなく，共通知識と合理的期待の仮定が，「私的情報を得ても取引を行わない（e.g. インサイダー取引を行わない）」という直感に反する結果を導きだしたという点にある．

Milgrom and Stokey は Aumann（1976）の論文に基づいて No-Trade Theorem の証明を行っている．Aumann は共通知識を数学的に定義した上で，分割的な情報構造を持つ複数主体の間で共通事前確率（common prior）が存在し，各主体が持つ事後確率（posterior）が共通知識となっているならば，全ての主体の事後確率が一致することを示す Agreement Theorem を証明した．Milgrom and Stokey は，不確実性下の純粋交換経済に Agreement Theorem を導入し，取引を行う各主体が互いの選好に関する共通知識を得た時，取引しないことに事後確率 0 を割り振ることを証明している．従って，No-Trade Theorem の成立要件は，共通知識に依存していることは明らかである．

加えて，No-Trade Theorem は合理的期待の仮定にも依存している．Milgrom and Stokey は「No-Trade Theorem の結果は，合理的期待が仮定されるとき，全ての類似したモデルに対して適用する」（Milgrom and Stokey 1982：27）と述べている．実際，Sebenius and Geanakoplos（1983）はギャンブルのモデルに Agreement Theorem を導入し，ギャンブルが成立しなくなることを示す No-Bet Theorem を証明している．2 組の参加者が賭けを行えば，勝つのは片方のみである．ギャンブルの文脈で Agreement Theorem が成立する場合，どちらが勝つかに関する事後確率を 2 組の参加者がともに共通知識として持ってしまうため，負けそうだと思った参加者が勝負の途中でおりてしまうのである[1]．

このように，Agreement Theorem を通して，共通知識と合理的期待が持つ特殊性を例示した No-Trade Theorem と No-Bet Theorem であるが，この 2 つの定理に登場する主体は全員が同じ立場の参加者である事に注目したい．No-Trade Theorem の主体は，全員が市場取引のトレーダーである．No-Bet Theorem の主体は，全員が同じプレイ手続きで参加している．市場に関わる主体は全員が同じ市場参加者であり，ギャンブルに関わる参加者は全員が同じギャンブラーであるというのは一見自明に見えるかもしれない．しかし，例えば私的情報を獲得した上で市場取引を行うインサイダー取引を考えてみよう．インサイダー取引に関わる市場関係者には規制当局が含まれないだろうか？　ギャンブルの場合，ブラックジャックを考えてみると，プレイヤーの他にディーラーという立場の異なるギャンブル参加者が存在する．規制当局やブラックジャックのディーラーのように立場の異なった参加者が現れた場合，これらの定理の結果は維持されるのであろうか？　それとも結果に変更が加えられるのであろうか？

本稿では，No-Trade Theorem と No-Bet Theorem で想定されていた立場の同じ主体という仮定に対して，立場の異なる主体も加味したモデルを構築し，どのような結果を導くのかを示すことである．モデル構築にあたって，No-Trade Theorem

を軸に規制当局を参加者として加えることにした．しかし，No-Trade Theorem は複数財モデルであり，モデルをそのまま活用することは理解を妨げてしまう可能性がある．そこで，本稿ではBorder and Sobel（1987）の脱税モデルを参考にした[2]．脱税モデルでは納税者と税務当局という立場の異なる主体が存在する．また，税申告と税務調査に基づいた所得配分の１財モデルであり，本稿の目的にかなっている．

No-Trade Theorem と脱税モデルとを組み合わせた本稿のモデルは，納税者は脱税を行わず，税務当局は税務調査を行わないという No-Evasion and No-Monitoring Theorem を導きだした．一見すれば, No-Trade Theorem や No-Bet Theorem と同様の結果を導きだしている．しかし，以下の点で，独創性がある事を主張する．

（a）立場の異なる主体を導入しても，事後確率の同意を確認できた．

（b）リスク回避的である納税者は，No-Trade Theorem と同様に追加的配分を獲得しようとは行動しなかった．しかし，リスク中立的であるはずの税務当局も税務調査を行わないことを選択した．さらに税務当局は税務調査を行わないことが共通知識になったとしても，納税者が脱税を行う事後確率はゼロのままであった．

（c）プリンシパル・エージェントモデルの枠組みを用いた脱税モデルを参考にモデル構築を行っているが，プリンシパル・エージェントモデルのような動学モデルではなく，合理的期待に基づく推論の結果であることを示している．

本稿のモデルは，静学モデルであるため，プリンシパル・エージェントモデルであるとは言えないが，税務調査をモニタリング，税務調査費をモニタリングコストと述べる場合がある．

本稿の構成は以下の通りとなる．Ⅱ章では，定理導出の為のモデル構築を行う．Ⅲ章では No-Evasion and No-Monitoring Theorem の証明を行う．Ⅳ章では具体例を示し，Ⅴ章では結論を述べる．

Ⅱ　モ　デ　ル

Milgrom（1981）と Milgrom and Stokey（1982）は，Aumann（1976）の Agreement Theorem に基づいて No-Trade Theorem の導出を行った．モデルの主な設定は以下の 4 点である．

（1）主体はリスク回避的（risk averse）である．

（2）合理的期待（rational expectation）が仮定されている．

（3）初期賦存量が事前にパレート効率的（ex ante Pareto efficient）である．

（4）全ての主体が，トレードすることの方がトレードしないことよりも弱く選好していることが共通知識（common knowledge）となっている．

この設定の下では，たとえ主体が私的情報を得たとしても，取引を行わない．

本稿では，No-Trade Theorem に異なる立場の主体を参加させ，定理の結果がどのように変化するのかを分析する．モデル化にあたって，Border and Sobel（1987）の脱税モデルを参考にした．No-Trade Theorem と脱税モデルとの統合に於いて，モデルの整合性を図るために以下の点で仮定が変更されている．

1）No-Trade Theorem とは異なり, 税務当局という新たな立場を加えているため, 納税者のリスク選好と税務当局のリスク選好とを別々に考える必要がある. 既存の脱税モデルでは，納税者はリスク回避的であり，税務当

局がリスク中立的であることを仮定しているので，本稿のモデルに於いても踏襲することにした．

2) 既存の脱税モデルと異なる点として，罰金の設定に変更を加えたことが挙げられる．既存の脱税モデルでは，税務当局が脱税を行った納税者に対して課す罰金について，隠蔽所得額に対して罰金率をかけている（e.g. Allingham and Sandmo（1972), Border and Sobel（1987)）．これに対して本稿のモデルでは，納税者の脱税によって損なわれた予定税収分を補填するように，個々の納税者に対して，税務当局が罰金額を設定できるようにした．強い仮定ではあるが，設定（3）事前のパレート効率の定義との整合性を考え，加えた仮定である．詳細は 6 節と 7 節で述べている．

本章 1 節では，モデルの前提となる情報構造に関して述べている．情報構造は，ゲーム理論に於ける知識と均衡（knowledge and equilibrium）という分野で議論がなされている．No-Trade Theorem の証明には，情報構造が前提となっており，本稿主要定理の証明に於いても必要な前提となる[3]．2 節では，状態の集合の内容について述べる．3 節では，定理導出の中核となる共通知識と Agreement Theorem について述べる．

4 節では，納税者と税務当局の期待効用を規定するために税率と脱税の発覚確率について述べ，5 節では納税者の期待効用について，6 節では税務当局の期待効用について述べている．

7 節では，事前のパレート効率について述べている．No-Trade Theorem では複数財の純粋交換経済を想定していた．しかし本稿に於いては，1 財モデルであり，モニタリングコストを加味しているため No-Trade Theorem の定義をそのまま用いることはできない．No-Evasion and No-Monitoring Theorem を導出するために必要な仮定の 1 つである事前のパレート効率に関して，本稿のモデルに合わせて定義しなおした．その際，事前のパレート効率が意味することについて説明を加えている．

1．情 報 構 造

まず情報構造（information structure）$(N, G, \Omega, (P_i), (P_g))$ を考える．N は納税者の集合であり，$i = 1, \cdots, n$ とする．G は税務当局の集合であり，要素は g ただ 1 つだけである．Ω は状態の集合とする．

P_i は各納税者 i の Ω 上の情報分割（information partition）であり，P_g は税務当局 g の Ω 上の情報分割である．ある状態 $\omega \in \Omega$ を与えられた時，分割の要素として，各納税者 i には情報関数（information function）$\mathrm{P}_i(\omega) \in P_i$ を，税務当局 g には情報関数 $\mathrm{P}_g(\omega) \in P_g$ を与えられるものとする．情報関数は，以下の性質を満たすものとする．

P1　$\forall \omega \quad \omega \in \mathrm{P}(\omega)$

P2　$\omega' \in \mathrm{P}(\omega) \Rightarrow \mathrm{P}(\omega) = \mathrm{P}(\omega')$

P1 は状態 $\omega \in \Omega$ を与えられた時，主体が保有する情報の集合の中に ω が必ず含まれていることを表わす．主体が $\mathrm{P}(\omega)$ を持つ時，その情報の中に ω が含まれていることを主体は理解していると解釈される．P2 は状態 $\omega' \in \Omega$ を与えられた時，ω' が $\mathrm{P}(\omega)$ に属しているならば，情報の集合 $\mathrm{P}(\omega)$ と $\mathrm{P}(\omega')$ は同じ集合であることを示している．P2 が意味するところは，$\mathrm{P}(\omega)$（もしくは $\mathrm{P}(\omega')$）を情報として持つ主体は ω と ω' のどちらを与えられたのか区別することができないことを表わす．例えば，ω を「友人は新宿駅西口に居る」と置き，ω' を「友人は新宿駅東口に居る」と置く．性質 P1 は，主体が ω を与えられた時，「友人は新宿駅西口に居る」という可能性を外すことはしないということである．性質 P2 は，「友人は新宿駅に居る」という情報を持っているが，友人が新宿

駅の西口に居るのか，東口に居るのかまでは特定できないことを指す．

なお，全ての納税者と税務当局はそれぞれの情報分割について共通知識（common knowledge）を持っているものと仮定する．共通知識の定義については3節にて説明する．

2．状態の集合の構成

状態の集合は $\Omega=\Theta\times\Pi_{i\in N}X_i\times X_g$ と定義する．状態 $\omega\in\Omega$ は，$\omega=(\theta,x_1,\cdots,x_n,x_g)$ を構成する．$\theta\in\Theta$ は納税者 i の選好と収入 $m_i(\theta)\in\mathbb{R}$ を決定し，税務当局 g の選好を決定する．$x_i\in X_i$ は納税者 i のタイプ（private signal）を，$x_g\in X_g$ は税務当局 g のタイプを表わす．納税者のタイプは納税者の選好と収入には影響を与えない．しかし，税務当局 g のタイプは税務調査の対象とする納税者の集合を決定するかもしれない[4)]．

各納税者 i と税務当局 g の Ω 上の情報分割は情報関数の性質P2より，状態 $\omega\in\Omega$ が起こった時，情報関数 $\mathrm{P}(\omega)$ の内のどの ω が起こったのかを区別することが出来ないので，納税者も税務当局も $\theta\in\Theta$ の下で全ての納税者 i の選好と収入 $\mathrm{m}_i(\theta)$ がどのように与えられているのか把握できているとは限らない．

ある事象 E について考える場合，E は Ω 上の部分集合として現れる．

最後に Ω 上に共通事前確率（common prior）σ が存在すると仮定する．全ての主体が，ある事象 E に対して割り振る事前確率が同じであり，そのことが共通知識となっている時，その事前確率を共通事前確率と呼ぶ．Ω 上に共通事前確率 σ が存在するという時，Ω の要素である各 ω に対して，それぞれ共通事前確率 σ が割り振られている．この時，

$$\sum_{\sigma:\omega\in\Omega}\sigma=1$$

が満たされている．

3．共通知識と Agreement Theorem

共通知識とは，主体全員が知っている知識のことである．インフォーマルな説明の仕方をすれば，事象 E が共通知識であるという時，全ての主体が事象 E を知っていて，全ての主体が事象 E を知っていることを知っていて，全ての主体が事象 E を知っていることを知っていることを知っていて，……と無限回繰り返している状態である[5)]．共通知識の定義の方法は2通りあるが，本稿では，自明な事象（self-evident event）を用いて定義する．

定義（自明な事象）：事象 F が自明であるとは，全ての $\omega\in F$ と全ての $i\in N$ に対して，$P_i(\omega)\subset F$ を満たすことである．

自明な事象 F は以下の性質を持つ．

補題：事象 F が自明である時，事象 F は分割の交わり（meet）の要素の和である[6)]．

分割の交わりとは，各主体の分割の finest common coarsening であることを指す[7)]．2人の主体，A と B の分割の交わりを具体的に考えよう．状態の集合を

$$\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$

と定義し，各主体の情報分割を，

$$P_A=\{\{1,2\},\{3,4\},\{5\},\{6,7,8\},\{9,10\}\}$$
$$P_B=\{\{1,2,3,4\},\{5,6,7\},\{8,9,10\}\}$$

と置く．この時，分割の交わりは，

$$P_A\vee P_B=\{1,2,3,4\}$$

と表わされる．finest common coarsening であるから，

$P_A \vee P_B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
or $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

も分割の交わりである．

このような性質を持つ自明な事象に基づいて共通知識を定義する．

定義（共通知識）：事象$E \subset \Omega$が$\omega \in \Omega$で共通知識であるとは，$\omega \in F \subset E$を満たす自明な事象（self-evident event）Fが存在することである．

上の例で考えてみる．真の状態を$\omega = 3$とする．事象$E = \{1, 2, 3, 4\}$が$\omega = 3$で共通知識であるという時，$\omega = 3 \in F \subset E$を満たす自明な事象$F$は$F = \{1, 2, 3, 4\}$となる．

共通知識を用いた定理の中で最も重要な定理は，Agreement Theorem である．Agreement Theorem は，Aumann（1976）が提示した定理であり，各主体が共通事前確率を持ち，各主体の事後確率がそれぞれ共有知識となっているならば，全ての主体の事後確率が一致していることを指す．Agreement Theorem は本稿モデルの証明と関わるので，数学的な表記を以下に示す[8)]．

定理（Aumann's Agreement Theorem）：状態の有限集合Ω上の共通事前確率を主体の信念とする．各主体$i \in N$の情報関数が分割的であり，各主体がある事象Eに対して，事後確率

$$q_i = \mathrm{Prob}(E \mid \mathrm{P}_i(\omega)) = \frac{\mathrm{Prob}(E \cap \mathrm{P}_i(\omega))}{\mathrm{Prob}\mathrm{P}_i(\omega))}$$

が，ある状態ωで共通知識となっているならば，$q_1 = \cdots = q_i = \cdots = q_N$となる．

4．税率と脱税発覚の確率

納税者が申告所得に対して課される税率を$t \in (0,1)$と置き，全ての状態$\omega \in \Omega$に対して，税率tは一定であるとする．納税者が脱税を行った時，税務当局gの税務調査によって脱税が発覚する確率を$p \in [0,1]$と置く．6節にて説明するが，この確率pは$\omega \in \Omega$を与えられた時に税務当局gによって操作される変数であるとする．

なお，ある納税者が税務調査の対象となった場合，脱税を行っていたならば，必ず発覚するものと仮定する．また，税務当局gが税務調査の対象とした納税者iが脱税を行っていなかった場合，税務当局gが「納税者iは脱税を行っていた」と誤信することはないものとする．

5．納　税　者

ある状態$\omega \in \Omega$を与えられた時，ωを構成する$\theta \in \Theta$は各納税者iの選好と収入を決定する．この時，θと税率tの下で，各納税者iの予定されている可処分所得$y_i(\theta) = (1-t)m_i(\theta)$が決定される．

仮に納税者iが脱税を行わなかった場合，得られる効用は$u_i(y_i(\theta), \theta)$として与えられる．

状態ωの下で納税者iが脱税を計画する際，隠蔽する所得額$e_i \geq 0$を決定する．この時，脱税が発覚しなければ，得られる効用は$u_i(y_i(\theta) + te_i, \theta)$として与えられる．しかし，脱税が発覚した場合，納税者iは税務当局に対して罰金ϕ_iを支払わなければならない．この時の効用は$u_i(y_i(\theta) + te_i - \phi_i, \theta)$として与えられる．従って脱税の事前の期待効用は，

$$\mathbb{E}[u_i(y_i(\theta) + te_i, p, \theta)] = \mathbb{E}[pu_i(y_i(\theta) + te_i - \phi_i, \theta) + (1-p)u_i(y_i(\theta) + te_i, \theta)]$$

となる．なお，罰金ϕ_iについても$\omega \in \Omega$を与えられた時，税務当局gによって操作が可能であるものとする．また，脱税を計画したが，$e_i = 0$を選択する可能性もある．この場合は，結果的に脱税をしていないことを指すものとする．

最後に全ての納税者はリスク回避的（risk averse）であるとする．

6．税 務 当 局

ある状態 $\omega \in \Omega$ を与えられた時，税務当局 g の予定されている税収は，$y_g(\theta)=t\Sigma_{i\in N}m_i(\theta)$ となる．しかし，ある納税者 i が脱税を行った場合，税収は $y_g(\theta)-t\Sigma_{i\in N}e_i=t\Sigma_{i\in N}(m_i(\theta)-e_i)$ となる．従って，税務当局 g はコストを支払い，税務調査を行い，予定税収分に到達できるように罰金の徴収を行う．

状態 ω の下で，税務当局 g は税務調査の対象とする納税者の集合 $S(\omega)\subset N$ を選択する．ただし，$S(\omega)$ は空集合である事も可能とする．従って，関数 S は，$S:\Omega\to 2^N$ と表わされる．

集合 $S(\omega)$ の下で，税務調査のコストである税務調査費は $\mathrm{C}(|S(\omega)|)$ と表す．ここで，$|S(\omega)|$ は集合 $S(\omega)$ の要素の個数であるとする．$\mathrm{C}(|S(\omega)|)$ は $|S(\omega)|$ の単調増加関数であるとし，$\mathrm{C}(|S(\omega)|)\geq 0$ であるとする．$S(\omega)$ が空集合である場合，すなわち，税務調査を行わない場合は，$\mathrm{C}(|S(\omega)|)=0$ とする．

本章4節では，ある納税者が脱税を行った時，税務当局 g が税務調査を行っていたならば脱税が発覚する確率は p であるとした．脱税発覚の確率 p は，状態 ω の下で税務当局 g が決定した税務調査の対象とする納税者の集合 $S(\omega)$ に依存するものとし，

$$p(\omega)=\frac{|S(\omega)|}{|N|}$$

とする．

税務調査によって，ある納税者 i の脱税が発覚した場合は，納税者 i に対して罰金 ϕ_i を課す．脱税を行った納税者が存在する場合，状態 ω の下で予定されていた税収 $y_g(\theta)$ を満たさない．従って，税務当局 g は予定されていた税収 $y_g(\theta)$ を過不足なく満たすために，状態 ω の下で，税務調査費を補填する分も含めて，

$$\sum_{i\in S(\omega):e_i>0}\phi_i=t\sum_{i\in N}e_i+\mathrm{C}(|S(\omega)|)$$

となるように脱税が発覚した各納税者 i に対して，罰金 $\phi_i(\omega)$ を科す．罰金を科す際，罰金総額が脱税総額と税務調査費との和を超えないこととする．

よって税務当局 g が税務調査を行った時の事前の期待効用は，

$$\mathbb{E}\Big[u_g\Big(y_g(\theta)-\mathrm{t}\sum_{i\in N}e_i-\mathrm{C}(|S(\omega)|)+\sum_{s\in S(\omega):e_s>0}\phi_i(\omega),\theta\Big)\Big]$$

と表わされる．ただし，ある状態 $\omega\in\Omega$ を与えられた時，全て納税者が脱税を図らない場合もありうる．従って，罰金総額，脱税総額，税務調査費の関係式は，

$$\sum_{i\in S(\omega):e_i>0}\phi_i\leq t\sum_{i\in N}e_i+\mathrm{C}(|S(\omega)|)$$

であり，脱税を行っている納税者がいない時，税務調査を行う場合の期待効用と税務調査を行わない場合の期待効用との関係式は，以下の通りとなる．

$$\mathbb{E}[u_g(y_g(\theta)-\mathrm{C}(|\mathrm{S}(\omega)|),\theta)]\leq\mathbb{E}[u_g(y_g(\theta),\theta)]$$

税務当局は，予定税収の期待効用以上により良くなるような意思決定を行うことはできない．従って，

$$\mathbb{E}\Big[u_g\Big(y_g(\theta)-t\sum_{i\in N}e_i-\mathrm{C}(|S(\omega)|)+\sum_{i\in S(\omega):e_s>0}\phi_i(\omega),\theta\Big)\Big]\leq\mathbb{E}[u_g(y_g(\theta),\theta)]$$

最後に，税務当局 g はリスク中立的（risk neutral）であるとする．

7．事前のパレート効率

最後に，No-Evasion and No-Monitoring Theorem の重要な仮定の１つである事前のパレート効率（ex ante Pareto efficient）を定義する．No-Trade Theorem に於いて，事前のパレート効率は，θ に

よって与えられた初期賦存の配分に対して，全ての主体のトレードの総和が0となる制約の下，パレート改善できるようなトレードが存在しないことを意味していた．本稿では，脱税モデルに合わせて事前のパレート効率を以下のように定義しなおす．

定義（事前のパレート効率）：状態 $\omega \in \Omega$ の下で，任意の納税者 i の予定されている可処分所得を示す $y_i(\theta)$ と，税務当局 g の予定されている税収を示す $y_g(\theta)$ の組み合わせを表わす予定配分を $y{:}\Theta \to \mathbb{R}^{n+1}$ とする．予定配分 $y{:}\Theta \to \mathbb{R}^{n+1}$ が事前のパレート効率であるとは，$t\Sigma_{i\in N} e_i + \mathrm{C}(|S(\omega)|) - \Sigma_{i\in S(\omega):e_i>0}\phi_i = 0$ の制約の下で，共通事前確率 σ を与えられた時，事前の効用の観点からパレート改善できず，$\mathrm{C}(|S(\omega)|) \leq \Sigma_{i\in S(\omega):e_i>0}\phi_i(\omega)$ を満たすような n 個の隠蔽所得額 $e_i : \Omega \to \mathbb{R}$ が存在しないことを指す．

ここで事前のパレート効率が意味することを考える．状態 $\omega \in \Omega$ を与えられた時，予定配分 $y: \Theta \to \mathbb{R}^{n+1}$ の関係式は，$y_g(\theta) = \dfrac{t}{1\text{-}t}\Sigma_{i\in N} y_i(\theta)$ と表わされる．

ω の下で，脱税が発覚する確率を $p(\omega) \in (0,1]$ と置き（i.e. 税務当局は税務調査を行う），少なくとも1人以上の脱税を行う納税者 i に対して，隠蔽所得額は $e_i > 0$ であると仮定する．$p(\omega)$ は税務当局 g から見ると，脱税の摘発率であると解釈することが出来る．

Ω 上に共有事前確率が存在すると仮定しているので，各状態 $\omega \in \Omega$ に対して，σ が割り振られている．

予定配分が事前のパレート効率である時，$t\Sigma_{i\in N} e_i + \mathrm{C}(|S(\omega)|) - \Sigma_{i\in S(\omega):e_i>0}\phi_i = 0$ の制約を満たしている．この時，任意の納税者 i の脱税によって追加される事前の期待値は，

$$\sum_{\sigma:\,\omega\in\Omega}\sigma\,\{p(\omega)(te_i(\omega) - \phi_i(\omega)) + (1-p)te_i(\omega)\}$$
$$= \sum_{\sigma:\,\omega\in\Omega}\sigma\,\{te_i(\omega) + p(\omega)\,\phi_i(\omega)\}$$

と表わされ，税務当局 g の税務調査によって追加される事前の期待値は，

$$\sum_{\sigma:\,\omega\in\Omega}\sigma\,\Bigg\{p(\omega)\Bigg(-t\sum_{i\in N}e_i(\omega) - \mathrm{C}(|S(\omega)|) + \sum_{i\in S(\omega):e_i>0}\phi_i(\omega)\Bigg) + (1-p)\Bigg(-t\sum_{i\in N}e_i(\omega)\Bigg)\Bigg\}$$
$$= \sum_{\sigma:\omega\in\Omega}\sigma\,\Bigg\{-t\sum_{i\in N}e_i(\omega) + p(\omega)\Bigg(-C(|S(\omega)|) + \sum_{i\in S(\omega):e_i>0}\phi_i(\omega)\Bigg)\Bigg\}$$

と表わされる．ここで，全ての主体の期待値の総和を求めた時，

$$\sum_{i\in N}\sum_{\sigma:\omega\in\Omega}\sigma\,\{te_i(\omega) + p(\omega)\,\phi_i(\omega)\}$$
$$+ \sum_{\sigma:\omega\in\Omega}\sigma\,\Bigg\{-t\sum_{i\in N}e_i(\omega) + p(\omega)\Bigg(-\mathrm{C}(|S(\omega)|) + \sum_{i\in S(\omega):e_i>0}\phi_i(\omega)\Bigg)\Bigg\} = -\sum_{\sigma:\,\omega\in\Omega}\sigma p(\omega)\mathrm{C}(|S(\omega)|) \leq 0$$

となる．従って，任意の納税者 i が脱税を行った時，少なくとも1人以上の他の主体（税務当局も含む）の効用を下げることになる．また，税務当局 g が税務調査を行った時，税務当局自身も含めて，少なくとも1人以上の主体の効用を下げることとなる．

最後に全ての主体は合理的期待（rational expectation）を持つことを仮定した上で，以上の設定の下，Ⅲ章にて No-Evasion and No-Monitoring Theorem の証明を行う．

Ⅲ　定　　理

本章では本稿の核となる No-Evasion and No-Monitoring Theorem の提示と証明を行う．定理の証明後，証明のポイントについて述べている．

定理（No-Evasion and No-Monitoring Theorem）：

予定配分 $y:\Theta \to \mathbb{R}^{n+1}$ が事前のパレート効率であると仮定する．全ての納税者 $i \in N$ とある実現可能な所得隠蔽 e に対して，$y_i(\theta)+te_i$ が $y_i(\theta)$ よりも弱く選好していることが $\omega \in \Omega$ で共通知識となっているならば，納税者は脱税を行わず，税務当局は税務調査を行わない．

証明

全ての納税者に対して，$y_i(\theta)+te_i$ が $y_i(\theta)$ よりも弱く選好していることを指す事象を E と置く．仮定より，E は共通知識であるから，$\omega \in F \subset E$ を満たす自明な事象 F が存在する．

事象 F の下で，任意の納税者 i の脱税を行うときの条件付き期待効用と脱税を行わない時の条件付き期待効用との関係は，$\omega \in F$ の下で，任意の $\tilde{\omega}=(\tilde{\theta},\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_n,\tilde{x}_g)$ を取り出した時，

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta})+te_i(\tilde{\omega}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})\,|\,F]\\&\quad\geq \mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})\,|\,F]\end{aligned} \tag{1}$$

が成立していなくてはならない．

まず，(1) 式が等号であることを証明する．その際，以下の様に $e_i'(\omega)$ を定義する．

$$e_i'(\omega)=\begin{cases} e_i(\omega) & \textit{if } \omega \in \mathrm{F} \\ 0 & \textit{otherwise}\end{cases}$$

この時，任意の納税者 i の事前の期待効用は，$\mathrm{Prob}(F)>0$ の下で，

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta})+te_i(\tilde{\omega}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})]\\&\quad=\mathrm{Prob}(F)\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta})+te_i(\tilde{\omega}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})\,|\,F]\\&\quad+\mathrm{Prob}(\Omega\backslash F)\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})\,|\,\Omega\backslash F]\\&\quad\geq \mathrm{Prob}(F)\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})\,|\,F]\\&\quad+\mathrm{Prob}(\Omega\backslash F)\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})\,|\,\Omega\backslash F]\\&\quad=\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})]\end{aligned} \tag{2}$$

が成立する．もし，ある納税者 i の (1) 式が厳密な不等号であるならば，(2) 式も厳密な不等号でなくてはならない．しかし，y は事前のパレート効率であるので，矛盾する．従って，全ての i に対して，

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta})+te_i(\tilde{\omega}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})\,|\,F]\\&\quad=\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})\,|\,F]\end{aligned} \tag{3}$$

でなければならない．

全ての納税者が厳密にリスク回避的である事について考察する．状態 $\omega \in \mathrm{F}$ の下で，$e_i(\omega)\neq 0$ であると仮定する．この時，ある納税者 i の期待効用は，

$$\mathbb{E}[u_i(y_i(\theta)+te_i(\omega),p,\theta)\,|\,F]$$

で表される．納税者 i は厳密にリスク回避的であるから，ある α $(0<\alpha<1)$ を取った時，

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}[u_i(y_i(\theta)+te_i(\omega),p,\theta)\,|\,F]\\&\quad<\mathbb{E}[u_i(y_i(\theta)+\alpha te_i(\omega),p,\theta)\,|\,F]\end{aligned}$$

となる $\alpha e_i(\omega)$ が存在するはずである．しかし，

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}[u_i(y_i(\theta),p,\theta)\,|\,F]\\&\quad<\mathbb{E}[u_i(y_i(\theta)+\alpha te_i(\omega),p,\theta)\,|\,F]\end{aligned}$$

が成立するので，これは事前のパレート効率に反する．従って，$e_i(\omega)=0$ でなければならない．これは全ての納税者に言えるので，全ての納税者は脱税を行わない．

事象 F の下で，少なくとも1人以上の納税者が脱税を行うことに，非ゼロの確率を割り振ることが無いことを全ての主体は推論している．従って，脱税する納税者が存在しないことを含んでいる事象 F は共通知識となっている．すなわち，$\omega \in H \subset F$ を満たすような自明な事象 H が存在する．この時，合理的期待を持つ税務当局 g の期待効用は，状態 $\omega \in H$ の下で，全ての納税者に対して，$e_i(\omega)=0$ であるので，罰金は徴収できないから，

$$\mathbb{E}[u_g(y_g(\theta)-\mathrm{C}(|S(\omega)|),\theta)\,|\,\mathrm{H}]$$

と表わされる．しかし，

$$\mathbb{E}[u_g(y_g(\theta)-\mathrm{C}(|S(\omega)|),\theta)|H] < \mathbb{E}[u_g(y_g(\theta),\theta)|H]$$

であることは明らかであり，税務当局 g は $\mathrm{C}(|S(\omega)|)>0$ の下では期待効用を最大化できない．従って，$\mathrm{C}(|S(\omega)|)=0$ を選択する．すなわち，税務当局 g は税務調査を行わない．

ここで再度納税者の行動を考える．事象 H の下で，税務当局 g が税務調査を行わないことを全ての主体は推論している．従って，税務当局 g が税務調査を行わないことを含んでいる事象 H は共通知識となっている．すなわち，$\omega \in Q \subset H$ を満たすような自明な事象 Q が存在する．この条件の下で，任意の納税者 i はゼロの確率を割り振っていた，少なくとも1人以上の納税者が脱税を行うという事後確率を改定することは起こり得るのかを確認する．

まず，$p_i'(\omega)$ を以下のように定義する．

$$p_i'(\omega) = \begin{cases} 0 & \mathit{if}\ \omega \in Q \\ p_i(\omega) & \mathit{otherwise} \end{cases}$$

事象 F の下で，任意の納税者 i の事象 Q の条件付き期待効用は，$\mathrm{Prob}(Q)>0$ の下で，

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta})+te_i(\tilde{\omega}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})|F] \\ &= \mathrm{Prob}(Q)\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta})+te_i(\tilde{\omega}),0,\tilde{\theta})|F\cap Q] \\ &+ \mathrm{Prob}(\Omega\setminus Q)\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta})+te_i(\tilde{\omega}),p(\tilde{\omega}), \\ &\tilde{\theta})|F\cap(\Omega\setminus Q)] \\ &\geq \mathrm{Prob}(Q)\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta})+te_i(\tilde{\omega}),0,\tilde{\theta})|F\cap Q] \\ &+ \mathrm{Prob}(\Omega\setminus Q)\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})|F\cap \\ &(\Omega\setminus Q)] \\ &\geq \mathrm{Prob}(Q)\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}),0,\tilde{\theta})|F\cap Q] \\ &+ \mathrm{Prob}(\Omega\setminus Q)\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})|F\cap \\ &(\Omega\setminus Q)] = \mathbb{E}[u_i(yi(\tilde{\theta}),p(\tilde{\omega}),\tilde{\theta})|F] \end{aligned}$$

と表現できるが，(2)式と(3)式で確認した通り，事前のパレート効率の観点から，全て等号となる．従って，

$$\mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}+te_i(\tilde{\omega}),0,\tilde{\theta})|F\cap Q] = \mathbb{E}[u_i(y_i(\tilde{\theta}),0,\tilde{\theta})|F\cap Q]$$

が導かれる．全ての納税者はリスク回避的であるから，脱税に対する事後確率を改定することなく，脱税を行わない．

従って，全ての納税者は脱税を行わず，税務当局も税務調査を行わない．■

本稿の証明では，納税者の条件付き期待効用を確認することから始めたが，税務当局の条件付き期待効用を確認することから始めても，問題はない．納税者と税務当局の条件付き期待効用を交互に推論し，特定の値に収束させる方法は Geanakoplos and Polemarchakis (1982) と Sebenius and Geanakoplos (1983) からアイデアを受けている．Geanakoplos and Polemarchakis は共通事前確率の仮定（common prior assumption）の下，2人の主体の情報分割が有限であるならば，両者がそれぞれ異なる情報を受け取ったとしても，受け取った情報に基づいて自身の事後確率の改定を相手にアナウンスすることで事後確率を一致させることができることを証明している（indirect communication equilibrium）．Sebenius and Geanakoplos は indirect communication equilibrium を用いて，No-Bet Theorem の証明を行っている．

事後確率の一致に関して，No-Bet Theorem と No-Evasion and No-Monitoring Theorem は同じことを述べているが，相違点として，No-Bet Theorem の仮定では，共通事前確率以外の共通知識が存在しないのに対して，本稿定理では，仮定の段階ですでに共通事前確率以外の共通知識の存在を仮定している点が挙げられる．当然ながら，本稿定理の仮定は強い仮定である．

また，Milgrom (1981) と Milgrom and Stokey (1982) の No-Trade Theorem に基づいてのモデル構築であるため，No-Trade Theorem の言い換

えであると見受けられるかもしれない.

しかし, No-Evasion and No-Monitoring Theorem は, 以下の点で独創性があることを主張する.

（a）立場の異なる主体を導入しても，事後確率の同意を確認できた.

（b）リスク回避的である納税者は，No-Trade Theorem と同様に追加的配分を獲得しようとは行動しなかった．しかし，リスク中立的であるはずの税務当局も税務調査を行わないことを選択した．さらに税務当局は税務調査を行わないことが共通知識になったとしても，納税者が脱税を行う事後確率は 0 のままであった.

（c）プリンシパル・エージェントモデルの枠組みを用いた脱税モデルを参考にモデル構築を行っているが，プリンシパル・エージェントモデルのような動学モデルではなく，合理的期待に基づく推論の結果であることを示している.

特に（b）に関しては, No-Trade Theorem とは異なる結果であると言える．No-Trade Theorem の主体は，リスク中立的であった場合，追加的配分を獲得しようと行動するか行動しないかとの間の選好関係は無差別であった. これに対して, No-Evasion and No-Monitoring Theorem に関しては，税務当局はリスク中立的であるにもかかわらず，追加的配分を獲得しようと行動しなかった.

さらに，税務当局は税務調査を行わないことが共通知識となったとしても，納税者が脱税を選択する事後確率は 0 のままであった．この要因は恐らく，納税者と税務当局の条件付き期待効用を交互に推論していく過程で，共通知識を定義する自明な事象が共通知識となり，その共通知識を定義する自明な事象が共通知識となり，……と繰り返した結果，大きい事象で事後確率 0 が割り振られた場合，より小さい事象でも事後確率は 0 となってしまうためと思われる.

Ⅳ　例

本章では，リスク回避的な納税者 i,j とリスク中立的な税務当局 g の 3 人ゲームで具体例を提示する．ここでは，共通知識の役割と合理的期待の役割をそれぞれ具体的に見ていく.

状態の集合は $\Omega=\{\omega^1,\omega^2\}$ とし，共通事前確率 σ は各状態に対して，それぞれ $\frac{1}{2}$ を与えられているとする. 状態はそれぞれ $\omega^1=(\theta^1,\mathrm{x}_i^1,\mathrm{x}_j^1,\mathrm{x}_g^1)$, $\omega^2=(\theta^2,\mathrm{x}_i^2,\mathrm{x}_j^2,\mathrm{x}_g^2)$ を構成する. θ は納税者 i,j の収入と選好を決定するが，ここでは単純化のため, $\mathrm{m}_i(\theta^1)=\mathrm{m}_i(\theta^2)=\mathrm{m}_j(\theta^1)=\mathrm{m}_j(\theta^2)=30$ と置く．税率は $\mathrm{t}=\frac{1}{2}$ とする．従って，全ての状態 $\omega\in\Omega$ での予定配分は, $y=(y_i(\theta),y_j(\theta),y_g(\theta))=(15,15,30)$ となる．納税者 i,j と税務当局 g の情報分割をそれぞれ $P_i=\{(\omega^1),(\omega^2)\}$, $P_j=\{(\omega^1,\omega^2)\}$, $P_g=\{(\omega^1,\omega^2)\}$ と置く．情報分割は全ての主体の間で共通知識になっていることを仮定する.

納税者 i と納税者 j は $\omega^1\in\Omega$ の下で脱税を意思決定した時，それぞれ $e_i(\omega^1)=4$, $e_j(\omega^1)=20$ を隠蔽所得額とし，$\omega^2\in\Omega$ の下で脱税を意思決定したとき，それぞれ $e_i(\omega^2)=6$, $e_j(\omega^2)=2$ を隠蔽所得額とする．税務当局 g は全ての状態 $\omega\in\Omega$ で, 税務調査を行う時, $\frac{1}{2}$ の確率で納税者 i のみを, $\frac{1}{2}$ の確率で納税者 j のみを税務調査するものとする．すなわち，両方を調査できないものとする. 従って, 納税者 i の脱税が発覚する確率は, $P_i(\omega)=\frac{1}{2}$ となり, 納税者 j の脱税が発覚する確率は, $P_j(\omega)=\frac{1}{2}$ となる. 税務調査費は全ての状態に於いて一律に $\mathrm{C}(1)=2$ と置く.

任意の状態 $\omega\in\Omega$ で税務当局 g が設定する罰金は，$\phi_{i\,or\,j}=t(e_i+e_j)+\mathrm{C}(1)$ を満たすように脱税が発覚した納税者に支払わせる．従って，任意の状態 $\omega\in\Omega$ で，納税者 i,j がともに脱税をしていたならば, $\phi_{i\,or\,j}(\omega^1)=14$, $\phi_{i\,or\,j}(\omega^2)=6$ となる.

1．共通知識の役割

全ての納税者で脱税することが脱税しないことよりも弱く選好していることが共通知識になっていないと仮定する．$\omega^2 \in \Omega$ が起こった時, 全ての納税者が脱税を意思決定し，税務当局 g が税務調査を行った場合の納税者 i, j と税務当局 g の条件付き期待効用はそれぞれ,

$$\mathbb{E}[y_i(\theta^2) + te_i(\omega^2), p_i(\omega^2) \mid \mathrm{P}_i(\omega^2)]$$
$$=\frac{1}{2}\left(15+\frac{1}{2}\times 6-6\right)+\frac{1}{2}\left(15+\frac{1}{2}\times 6\right)$$
$$=15 \geq y_i(\theta^2)$$
$$\mathbb{E}[y_j(\theta^2) + te_j(\omega^2), p_j(\omega^2) \mid \mathrm{P}_j(\omega^2)]$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left(15+\frac{1}{2}\times 20-14\right)+\frac{1}{2}\left(15+\frac{1}{2}\times 20\right)\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left(15+\frac{1}{2}\times 2-6\right)+\frac{1}{2}\left(15+\frac{1}{2}\times 2\right)\right\}$$
$$=15.5 \geq y_i(\theta^2)$$
$$\mathbb{E}[y_g(\theta^2) - t(e_i(\omega^2)+e_j(\omega^2)) - \mathrm{C}(1)+\phi_{i\,or\,j}(\omega^2) \mid \mathrm{P}_g(\omega^2)] = \mathbb{E}[y_g(\theta^2) \mid \mathrm{P}_g(\omega^2)]$$
$$= 30 = y_g(\theta^2)$$

となる．これは全ての納税者にとって脱税することを脱税しないことよりも弱く選好していることを示しており，納税者 j は強く選好していることを示しているので，このまま意思決定を行えば，定理の結果に反する．

ここで，各状態の事前の期待効用を見ていく．納税者 i, j の ω^1 に対する事前の期待効用は,

$$\mathbb{E}[y_i(\theta^1) + te_i(\omega^1), p_i(\omega^1) \mid \omega^1] = 10 \leq y_i(\theta^1)$$
$$\mathbb{E}[y_j(\theta^1) + te_j(\omega^1), p_j(\omega^1) \mid \omega^1] = 18 \leq y_i(\theta^1)$$

を示し, 納税者 i, j の ω^2 に対する事前の期待効用は,

$$\mathbb{E}[y_i(\theta^2) + te_i(\omega^2), p_i(\omega^2) \mid \omega^2] = 15 \leq y_i(\theta^2)$$
$$\mathbb{E}[y_i(\theta^2) + te_j(\omega^2), p_i(\omega^2) \mid \omega^2] = 13.5 \geq y_j(\theta^2)$$

を示す．もしここで，全ての納税者で脱税することの方が脱税しないことよりも弱く選好していることが共通知識になっていることを仮定したならば，情報分割の仮定より，各主体の情報分割は共通知識となっているから，全ての主体は，ω^2 が起きたことを推論することができる（ω^1 と ω^2 はそれぞれ納税者 i の異なる情報関数を構成しているので，ω^1 が起きているならば，納税者 i は正しく ω^1 が起きたことを認識している．もし ω^1 が起きているならば，納税者 i の条件付き期待効用は上述の式の通り, $y_i(\theta^1)$ を明らかに下回る.)．従って, 納税者 j が脱税を行うと納税者 j の期待効用が下がることを全ての主体が推論し, ω^2 で脱税を行う可能性がある主体は納税者 i のみであることを全ての主体が推論する．しかし，全ての納税者はリスク回避的であるので，納税者 i の条件付き期待効用は,

$$\mathbb{E}[y_i(\theta^2) + te_i(\omega^2), p_i(\omega^2) \mid p_i(\omega^2)] = y_i(\theta^2)$$

であるから，納税者 i も脱税を行わないことを推論することができる．

2． 合理的期待の役割

続いて，合理的期待の役割について考える．$\omega^2 \in \Omega$ で全ての納税者にとって，脱税することが脱税しないことよりも弱く選好していることが共通知識になっていると仮定する．すなわち，上述の推論によって，全ての主体が ω^2 が起きていると正しく推論している状況である．ここで，全ての主体は ω^2 で脱税を行う納税者は存在しないことを知っている．もし，税務当局 g が合理的期待を持っていなかったならば，税務調査を行うであろう．しかし，定理の仮定より税務当局 g は合理的期待を持っており, ω^2 で脱税を行う納税者は存在しないことを知っている．従って，税務当局 g にはコストを支払い，税務調査を行う必要はないので，税務調査を行わない．

V 結　　論

本稿では，No-Trade Theorem と脱税モデルとを組み合わせ，No-Evasion and No-Monitoring Theorem を導きだした．No-Evasion and No-

Monitoring Theorem は，不確実性下で，

（1）納税者はリスク回避的であり，税務当局はリスク中立的であり，
（2）合理的期待が仮定されており，
（3）徴税後の予定配分が事前にパレート効率的であり，
（4）全ての納税者が，脱税することの方が脱税しないことよりも弱く選好していることが共通知識となっているならば，

納税者は脱税を行わず，税務当局は税務調査を行わないことを示した．リスク中立的である税務当局が税務調査を行わない点は，No-Trade Theorem のリスク中立的な主体の行動と異なっている．No-Trade Theorem に役回りの異なる主体を交えた場合にどのような結論が得られるのか，1つの例を示すことが出来た．

さらに，税務当局が税務調査を行わないことを共通知識としても，リスク回避的な納税者は脱税行動を行わない．事象は状態の集合の部分集合である．そして共通知識は事象である．大きな集合である共通知識で事後確率0を一度割り振れば，それよりも小さい集合である共通知識でも事後確率は当然0になる．当然のことではあるが，脱税の文脈で考えると，税務当局が税務調査を絶対にしないことを知っている納税者は，それでも脱税を行わないことを指すので，やはり直観に反する結論であることは否めない．

No-Evasion and No-Monitoring Theorem の課題並びに展望として，以下が挙げられる．

1）本稿のモデルは No-Trade Theorem を軸に証明されているにもかかわらず，リスク中立的な税務当局が，税務調査を行うか行わないかについて，無差別な選好関係ではなく，特定の行動に対して強い選好を見せることとなった．いくつもの強い仮定を置いているため，まず，原因の特定から始める必要があるであろう．

2）本稿では，Milgrom（1981）と Milgrom and Stokey（1982）の No-Trade Theorem を軸に No-Evasion and No-Monitoring Theorem の導出を行った．しかし，全ての納税者の選好の内容が共通知識となっている，という強い仮定を置いており，この共通知識を軸に Agreement Theorem の適用がなされている．No-Trade Theorem でも議論されていることだが，どのように仮定を緩めればどのような結果が導き出されるのかについても考察が必要かと思われる．No-Trade Theorem と類似した定理として，Sebenius and Geanakoplos（1983）の No-Bet Theorem があり，こちらは共通事前確率の他に共通知識の仮定を加えていない．従って，No-Bet Theorem の条件に近づけるよう研究を進めていく必要があるであろう．

以上の課題を解決していき，今後の研究で，No-Evasion and No-Monitoring Theorem の応用可能性と理論的重要性を示していきたい．

注

1）なお，No-Trade Theorem では，主体がリスク中立的である場合，取引を行うことと行わないこととの選好関係が無差別となり，期待効用をより良くすることはできないが，取引が行われる可能性を残している．No-Bet Theorem の場合は，リスク中立的な主体の間で賭けが成立しなくなることを示している．この点で，この2つの定理の差異は非常に興味深いものとなっている．

2）脱税モデルは Allingham and Sandmo（1972）によって提案されたモデルであり，不確実性の下でリスク回避的な主体が税率や罰金率，脱税の摘発率に対してどのように反応し，脱税行動を行うのかを分析している．税務当局の意思決定を加味したモデルは，

Reinganum and Wilde（1985）によってプリンシパル・エージェントモデルを用いて構築された.

3）情報構造に関する詳細な説明に関しては，Osborn and Rubinstein（1994）を参照.

4）No-Trade Theorem の主体のタイプの扱いは，本稿と同様に主体の選好と初期賦存量に影響を与えないが，Milgrom and Stokey（1982）では，各主体のタイプは $\theta \in \Theta$ に対する確率分布として扱い，具体例を出している.

5）このような共通知識の定義は奇妙に感じるであろう．実際，Rubinstein（1989）は電子メールゲーム（the electronic mail game）のモデルを構築し，共通知識が持つ奇妙さを表現している.

6）証明に関しては，Osborn and Rubinstein（1994）を参照.

7）交わり（meet）は，もともと束論で使われる概念であり，Aumann（1976）が共通知識の定義と Agreement Theorem の証明を行う際に用いている．finest common coarsening は共通知識に関する文脈で，分割の交わりを説明する際に用いられているが，現状でよい訳語が見当たらないので，訳さずにおいた.

8）Agreement Theorem の証明に関しては，Aumann（1976）や Osborn and Rubinstein（1994）を参照．インフォーマルな証明に関しては，Sebenius and Geanakoplos（1983）を参照.

参 考 文 献

Allingham, Michael G. and Agnar Sandmo,（1972）, “Income Tax Evasion: A Theoretical Analysis”, *Journal of Public Economics*, Vol. 1, pp. 323-338.

Aumann, Robert J.,（1976）, “Agreeing to disagree”, *The Annals of Statistics*, Vol. 4, No. 6, pp. 1236-1239.

Border, Kim C. and Joel Sobel,（1987）, “Samurai Accountant: A Theory of Auditing and Plunder”, *The Review of Economic Studies*, Vol. 54, No. 4, pp. 525－540.

Geanakoplos, John and Heraklis M. Polemarchakis,（1982）, “We Can’t Disagree Forever”, *Journal of Economic Theory*, Vol. 28, pp. 192－200.

Ishiguro, Shingo and Hideshi Itoh,（2001）, “Moral Hazard and Renegotiation with Multiple Agents”, *The Review of Economic Studies*, Vol. 68, No. 1, pp. 1－20.

Maskin, Eric and Jean Tirole,（1992）, “The Principal-Agent Relationship with an Informed Principal, II: Common Values”, *Econometrica*, Vol. 60, No. 1, pp. 1－42.

Milgrom, Paul,（1981）, “An Axiomatic Characterization of Common Knowledge”, *Econometrica*, Vol. 49, No. 1, pp.219－222.

———, and Nancy Stokey,（1982）, “Information, Trade and Common Knowledge”, *Journal of Economic Theory*, Vol. 26, pp. 17－27.

Osborn, Martin J. and Ariel Rubinstein,（1994）, *A Course in Game Theory*, MIT Press, Cambridge, MA., USA.

Reinganum, Jennifer F. and Louis L. Wilde,（1985）, “Income Tax Compliance in a Principal-Agent framework”, *Journal of Public Economics*, Vol. 26, pp. 1－18.

Rubinstein, Ariel,（1989）, “The Electronic Mail Game: Strategic Behavior under ‘Almost Common Knowledge’ ” ,*The American Economic Review*, Vol. 79, No. 3, pp. 385－391.

Sebenius, James K. and John Geanakoplos,（1983）, “Don’t bet on it: contingent agreements with asymmetric information”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 78, No. 382, pp. 424－426.

Tirole, Jean,（1982）, “On the Possibility of Speculation under Rational Expectations”, *Econometrica*, Vol. 50, No. 5, pp. 1163－1181.