

## Моделирование деформаций русел, сложенных мёрзлыми породами, при повышении температуры окружающей среды

© 2013 г. Е.И. Дебольская<sup>1</sup>, В.К. Дебольский<sup>1</sup>, И.И. Грицук<sup>1</sup>, О.Я. Масликова<sup>1</sup>, Д.Н. Ионов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт водных проблем РАН, Москва; <sup>2</sup>Российский университет дружбы народов, Москва  
*e\_debolskaya@yahoo.com*

Статья принята к печати 12 марта 2012 г.

Береговые деформации, водный поток, лабораторный эксперимент, математическое моделирование, многолетнемёрзлые породы, таяние льда.

Coast deformation, ice melting, laboratory experiment, mathematical modeling, permafrost, water flow.

Работа посвящена исследованию влияния речного потока и повышения температуры воды на деформации береговых склонов, сложенных многолетнемёрзлыми породами с включением пластов льда. Методы исследования – лабораторное и математическое моделирование. Лабораторные эксперименты показали, что при повышении температуры воды и воздуха изменения в структуре лабораторного аналога многолетнемёрзлого грунта вызывают деформации русла даже без волнового воздействия, т.е. при стационарном режиме течения и неразмывающихся скоростях водного потока. В связи с этим возникла необходимость усовершенствования разработанной ранее модели деформации русла с целью учёта долгопериодных изменений структуры грунта при повышении температуры воды. В основу трёхмерной математической модели термозероизации береговых склонов рек, протекающих в районах развития многолетней мерзлоты, и её верификации положены результаты лабораторных экспериментов в гидравлическом лотке. Анализ результатов математического и лабораторного моделирования показал, что русловые деформации рек, протекающих в криолитозоне, значительно отличаются от деформаций русел, сложенных грунтами, не подверженными влиянию фазового перехода «вода–лёд», и могут наблюдаться даже при неразмывающихся скоростях водного потока.

### Введение

Глобальные климатические изменения, происходящие на Земле в последние десятилетия, приводят к росту числа катастрофических явлений, в том числе наводнений, вызванных ледовыми процессами. Их негативные последствия на реках, протекающих в криолитозоне, могут усугубляться значительными русловыми деформациями, которые обусловлены не только воздействием водного потока, но и изменением структуры мёрзлого грунта, слагающего ложе рек, за счёт повышения температуры воды и воздуха. Изменения условий размывов берегов рек, активизации и увеличения протяжённости зон размывов происходят и в результате хозяйственной деятельности. Как отмечается в работе [7], регулирование стока рек водохранилищами и прохождение волн пусков в нижние бьефы гидроузлов сопровождаются 2-3-кратной активизацией размывов берегов ниже плотин. По мере изменения морфометрии русла и установления гидравлических характеристик потока этот процесс может затухать. Однако продолжительность такого установления может составлять десятилетия.

При строительстве крупных гидроузлов в прошлом веке активизация размывов берегов в

нижних бьефах, как правило, не связывалась с режимом пусков. В работе [6] сделано важное замечание, что действующие в настоящее время нормативные документы по расчёту русловых деформаций, разработанные на основе теории русловых процессов, предполагают их применение, в основном, на реках немерзлотной зоны. В зоне многолетнемёрзлых пород (ММП) русловые процессы имеют свои специфические особенности. Мерзлота может играть роль и сдерживающего, и усиливающего интенсивность деформаций берегов фактора при её растеплении, так как сильнольдистые тонкодисперсные породы при оттаивании приобретают текучие свойства. В этих документах не учитываются высокая ранимость природных комплексов Севера, их быстрое и чаще всего негативное реагирование почти на любое антропогенное воздействие, а также низкая способность к восстановлению.

Результаты многолетних исследований авторов [4] в зоне мерзлоты при изыскательских работах для проектирования подводных переходов трубопроводов через реки и сооружений на их берегах, а также семилетние экспериментальные наблюдения на ключевых участках рек арктического региона показали значительный рост скоро-

стей горизонтальных деформаций русел на участках с антропогенным воздействием по сравнению с естественным, особенно при пересечении рек многониточными подводными переходами трубопроводов. Разработки методов защиты берегов рек от размыва в зоне ММП мало освещены в литературе. Именно поэтому исследование деформаций русел северных рек и прогнозирование их на перспективу, особенно при техногенном воздействии, а также разработка способов защиты мёрзлых берегов от размыва – актуальные задачи как с научной, так и практической точек зрения.

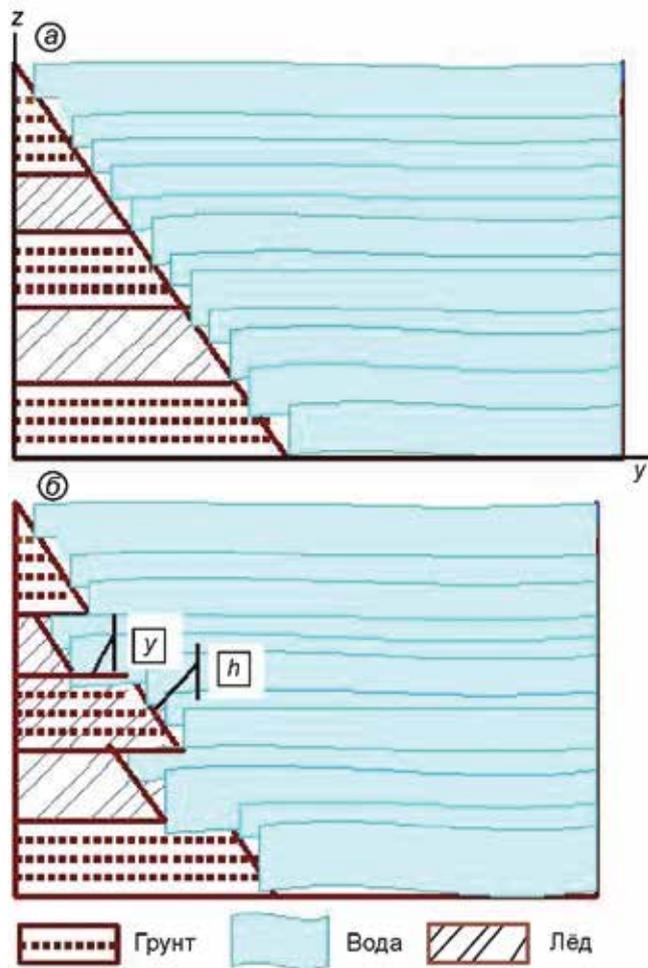
К мёрзлым относятся грунты всех видов, если они имеют отрицательную температуру и содержат в своём составе лёд. Грунты называют многолетнемёрзлыми, если в условиях залегания они находятся в мёрзлом состоянии непрерывно (без оттаивания) в течение многих (трёх и более) лет. Мёрзлые породы представляют собой поликомпонентные многофазные системы, отличающиеся от немёрзлых пород своим составом (наличием льда) и строением (криогенной текстурой). Лёд в мёрзлых породах служит одновременно и породообразующим минералом, и цементом, связывающим минеральные частицы и увеличивающим прочность породы. Мёрзлые и многолетнемёрзлые грунты из-за наличия в них льдоцементных связей при отрицательной температуре представляют собой очень прочные и малодеформируемые природные образования. Однако при повышении или понижении температуры окружающей среды (даже в области отрицательных температур) за счёт оттаивания льда или замерзания части поровой воды свойства грунтов могут изменяться. Так, при оттаивании порового льда структурные льдоцементные связи лавинно разрушаются и возникают значительные деформации русел даже при отсутствии воздействия волн попусков и половодья. Совокупность волнового и термического воздействия может привести к аномальному развитию русловых деформаций, обострить проблемы, связанные с судоходством и работой гидротехнических сооружений. При описании Мезенского залива В.П. Зенкевич ещё в 1938 г. отмечал, что разрушение берегов происходит под влиянием двух факторов: действия волн и размерзания мерзлоты. В зависимости от геологического строения берега эти процессы протекают по-разному [3].

В связи с тем, что масштабные объекты гидроэнергетики и нефтедобывающей промышленности в России находятся в районах Сибири и Дальнего Востока, расположенных в зонах развития ММП, всё чаще подвергающихся воздействию климатических аномалий, их исследованиям в последнее время стали уделять большее внимание. Однако до

сих пор, главным образом, изучались последствия расположения в зоне ММП плотин и их водохранилищ. В последнее время усилился интерес к изучению переформирования морских берегов и приустьевой зоны северных морей, роли термоабразии и термоденудации в разрушении берегов [4, 8]. Русловые деформации нижних бьефов в зоне ММП практически не изучены. Весьма отрывочны сведения о натуральных наблюдениях, а лабораторные исследования вообще не проводились. Отсутствуют и математические модели деформаций русла в нижних бьефах гидротехнических сооружений, учитывающие изменения характеристик многолетнемёрзлого грунта. Тем не менее, известен, например, факт значительного переформирования русла Енисея под воздействием волны половодья с размывом берега, обнажившим целую ледяную гору. Временные масштабы влияния климатических изменений и изменений гидравлических параметров потока на береговые деформации различны. Климатическая составляющая оказывает основное воздействие на состояние грунта берегов водохранилищ, грунтовых плотин и их оснований, тогда как в нижних бьефах более существенную роль должна играть динамика гидравлических характеристик потока, но при этом нельзя не учитывать и возможные изменения характеристик грунта, вызванные климатическими, более крупномасштабными временными изменениями.

#### **Цель, методы исследования и постановка задачи**

Цель выполненного исследования – установить влияние динамики речного потока и повышения температуры воды на деформации береговых склонов, сложенных ММП с включением пластов льда, учитывая при этом процессы термоэрозии и термокарста. Методы исследования – лабораторное и математическое моделирование. В основу трёхмерной математической модели термоэрозии береговых склонов рек, протекающих в районах ММП, и её верификации положены результаты лабораторных экспериментов, выполненных в гидравлической лаборатории Российского университета дружбы народов. Проведённые ранее [5] лабораторные эксперименты показали, что при повышении температуры воды и воздуха изменения в структуре лабораторного аналога многолетнемёрзлого грунта вызывают деформации русла даже без волнового воздействия, т.е. при стационарном режиме течения и неразмывающих скоростях водного потока. В связи с этим возникла необходимость усовершенствования разработанной ранее модели деформации русла [2] с целью учёта долгопериодных изменений структуры грунта при повышении температуры воды.



**Рис. 1.** Схема поперечного сечения с двумя пластинами льда до начала таяния (а) и в процессе таяния (б).  
Остальные усл. обозначения см. текст

**Fig. 1.** Scheme of the cross-section with two plates of ice before melting (а) and in the process of melting (б).  
Остальные усл. обозначения см. текст

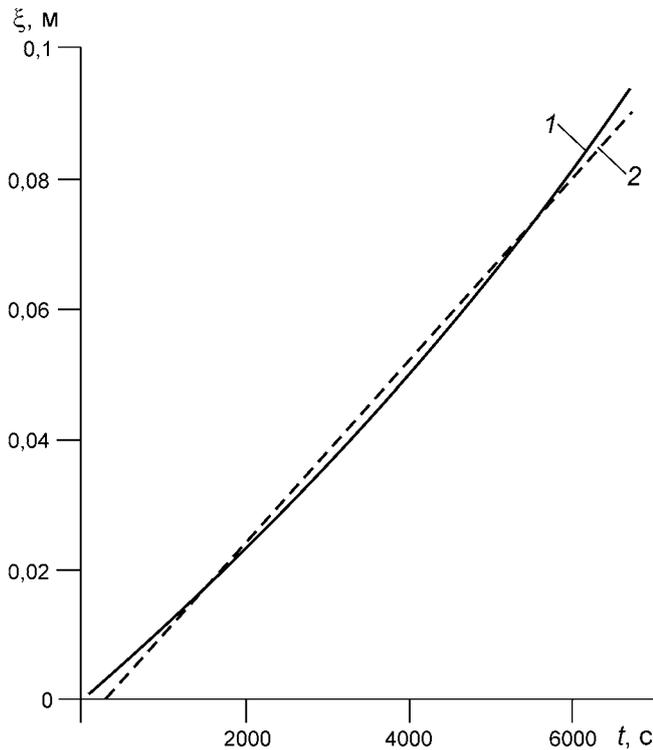
Анализ лабораторных экспериментов показал, что при стационарном режиме течения с неразрывающимися скоростями трансформации в скоростном режиме, способные вызвать перенос наносов, необходимый для деформации русла, могут быть обусловлены только изменением поперечного сечения на участке русла, где в береговом склоне за счёт таяния ледяных пластов возникают полости. Сложная морфометрия образующегося русла и возможное изменение режима течения требуют использования трёхмерной математической модели. Схема поперечного сечения потока (плоскость  $y-z$ ) в данной постановке, соответствующая проведению эксперимента в лотке, приведена на рис. 1. Основное течение потока в лотке направлено вдоль оси  $x$ . Длина рассчитываемого участка – 1,5 м, правый берег – вертикальный, левый –

наклонный, ширина по урезу воды – 0,5 м, ширина по дну – 0,3 м, глубина – 0,1 м. Толщина каждой из двух пластин льда, помещённых в береговой откос, – 2 см. Расход воды  $Q$  постоянный и равен 3,9 л/с. Температура воды увеличивалась с 7 до 17 °С в течение 4 часов. При повышении температуры воды в основном потоке ледяные пластины начинают таять, формируя полости, в которых образуются малые потоки, неоднородные по сечению и длине. Неоднородность потоков в полостях вызывает деформации их стенок, приводя к их размыву. Кроме того, теряющие твёрдую основу в виде льда слои грунта, расположенные между и над ледяными пластинами, начинают оседать под действием силы тяжести. И тогда возникают процессы солифлюкции и суффозии.

### Математическая модель

**Моделирование таяния ледяных пластин (параметризация теплового воздействия).** Одно из допущений модели – предположение, что основное тепловое воздействие на ледяные пластины происходит со стороны нагревающегося водного потока по поверхности их непосредственного контакта, т.е. по поверхности фазового перехода. При этом мы пренебрегаем уменьшением размеров пластин по поверхностям, контактирующим с грунтом, т.е. считается, что размер пластин уменьшается только в поперечном направлении (вдоль оси  $y$  в соответствии с выбранной системой координат). Подобное допущение можно обосновать тем, что поток тепла от нагревающейся воды к пластине льда через грунт значительно меньше потока тепла через поверхность непосредственного контакта воды и льда ввиду разных градиентов температур между льдом и водой, грунтом и водой, а также близкими значениями коэффициентов теплопроводности льда и мёрзлого грунта. Такое допущение приемлемо для натуральных условий, когда грунт находится в мёрзлом состоянии. Введение в модель тепловых потоков через грунт могло бы внести коррективы, но лишь в оценку времени таяния ледяной пластины в сторону уменьшения. Итак, задачу теплообмена в грунте мы не рассматривали.

В модели сделано ещё одно допущение: поверхность фазового перехода смещается равномерно по осям  $x$  и  $z$ . Обоснование для этого – слабая неравномерность теплового потока по этим осям, обусловленная только динамической неравномерностью водного потока, которая невелика в вертикальном направлении, так как пластины расположены вне придонного слоя, где могут быть значительные градиенты скорости, и пренебрежимо мала в продольном направлении. Последнее допущение позволяет использовать для расчёта пере-



**Рис. 2.** Зависимость смещения границы фазового перехода от времени (1) и её линейная аппроксимация (2)  
**Fig. 2.** The time dependence of the phase transition boundary (1), its linear approximation (2)

мещения поверхности фазового перехода одномерное уравнение в виде условия Стефана:

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} - \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial y} = L\rho \frac{\partial \xi}{\partial t},$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  – коэффициенты теплопроводности льда и воды;  $T$  – температура;  $y$  – поперечная координата, вдоль которой происходит таяние пластин;  $L$  – скрытая теплота таяния льда;  $\rho$  – плотность льда;  $\xi$  – координата границы раздела фаз или величина, на которую уменьшается поперечный размер ледяной пластины в процессе таяния;  $t$  – время.

На границе фазового перехода температура задавалась нулевой. Перечисленные допущения не внесли больших погрешностей в оценку времени таяния пластин льда. По данным лабораторного эксперимента это время оказалось даже несколько больше по сравнению с результатами численного эксперимента, что свидетельствует о возможности применения модели к натурным объектам. Динамика фазовой границы показана на рис. 2, из которого видно, что приведённая зависимость близка к линейной, т.е. скорость таяния (передвижения фазовой поверхности) близка к постоянной. Для сравнения пунктирной линией дана линейная аппроксимация полученной зависимости.

**Моделирование течения в основном русле и в протяжённых полостях (параметризация поля скорости течения).** В модели рассматривается равномерный установившийся поток воды в соответствии с постановкой лабораторного эксперимента [5], что позволяет верифицировать модельные расчёты. Для такого потока, удовлетворяющего приближению «мелкой воды», выполняется градиентно-вязкий режим течения, при котором градиент давления сбалансирован турбулентным трением, поэтому уравнение движения можно записать в следующем виде:

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho_w g i, \tag{1}$$

где  $A$  – вертикальный коэффициент турбулентного обмена;  $\rho_w$  – плотность воды;  $i$  – гидравлический уклон;  $z$  – вертикальная координата;  $g$  – ускорение свободного падения.

Дважды проинтегрировав выражение (1) по  $z$  и пользуясь граничным условием нулевой скорости на поверхности дна и нулевого касательного напряжения (т.е. градиента скорости) на открытой поверхности потока, получим выражение для определения продольной скорости:

$$u = \frac{\rho_w g i}{A} (Hz' - z^2/2), \tag{2}$$

где  $z' = z - z_b$ ;  $z_b$  – отметка дна;  $H = \zeta - z_b$  – глубина на потока;  $\zeta$  – отметка поверхности воды.

Из эксперимента нам известен только расход воды, поэтому необходимо найти среднюю скорость  $\bar{u}$ . Проинтегрировав выражение (2) ещё раз по вертикали и разделив на глубину, получим, что  $\bar{u} = \rho_w g i H^2 / (3A)$  и отсюда найдем  $A$ :

$$A = \frac{\rho_w g i H^2}{3\bar{u}}. \tag{3}$$

Теперь, подставляя выражение (3) в (2), можно записать продольную скорость открытого потока через её известное среднее значение:

$$u = \frac{3\bar{u}}{H^2} (Hz' - z^2/2). \tag{4}$$

Для нахождения скорости в полостях необходимо проделать ту же процедуру с учётом граничного условия равенства нулю скорости не только на дне, но и на верхней границе потока. В данном случае получим:

$$u = \frac{3\bar{u}}{2H^2} (Hz' - z^2). \tag{5}$$

Заметим, что глубина, зависящая от изменяющейся во времени и в пространстве отметки дна, вели-

чина непостоянная. Это и определяет трёхмерность задачи.

Другой способ расчёта продольной скорости – задание её значений, исходя из логарифмического распределения:

$$u = u_* \ln\left(\frac{z}{\Delta}\right), \quad (6)$$

где  $\Delta$  – размер выступа шероховатости;  $u_*$  – динамическая скорость потока, которая равна  $(\tau_{dx}/\rho_w)^{0,5}$ ;  $\tau_{dx}$  – продольная составляющая касательного напряжения на дне (для её определения использовалось известное соотношение  $\tau_{dx} = \rho_w \lambda \bar{u}^2/2$ ;  $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения, определяемый по формуле Маннинга –  $\lambda = 2gn^2/H^{1/3}$ ,  $n$  – коэффициент групповой шероховатости).

Такой способ расчёта скорости требует подбора коэффициента  $n$  при валидации модели по данным экспериментов, но при этом однозначно определяется трением на твёрдых поверхностях, задание которого необходимо для расчётов деформаций.

**Моделирование оседания грунта и переноса наносов в протаявших полостях (параметризация русловых деформаций).** Деформация берегового склона при оттаивании в первую очередь определяется оседанием породы под действием силы тяжести. При достаточной рыхлости породы определённую роль может играть и размыв, вызываемый течением воды как в основном русле, так и в образовавшихся полостях. Параметризовать оседание пород в образовавшихся пустотах, заполненных водой, практически невозможно, не зная состав грунта, его пористость, льдистость и влажность. Но, даже зная все эти характеристики, без экспериментов с грунтом данного состава при конкретных механических и термических нагрузках определить скорость и объёмы сползания невозможно. Математическое моделирование в сочетании с лабораторным экспериментом позволяет, подобрав соответствующие коэффициенты, параметризовать все действующие силы без рассмотрения их в отдельности. Процесс сползания части грунта, лежащего над образовавшейся в процессе таяния ледяной пластины полостью, заполненной водой, можно параметризовать зависимостью [1]

$$\delta = \beta y^2/h,$$

где  $y$  – поперечный размер протаявшей области;  $h$  – толщина слоя грунта над полостью (см. рис. 1, б).

Величину  $\beta$  можно подобрать, выполнив численные расчёты по модели. Для нашего случая значение  $\beta$ , равное 0,00007, дало наиболее близкий результат. В какой степени размыв осаждаемого грунта влияет на деформации, можно оценить, рассчитав величину размыва отметок дна и твёрдых границ в образовавшихся полостях из уравне-

ния сохранения массы переносимых наносов (уравнения деформаций):

$$\frac{\partial}{\partial t}((1-p)z_b) + \frac{\partial Q_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{sy}}{\partial y} = 0, \quad (7)$$

где  $p$  – пористость донного материала;  $Q_{sx}$ ,  $Q_{sy}$  – соответственно продольная и поперечная составляющие расхода наносов на единицу ширины; для их записи использовалась наиболее простая зависимость Энгелунда, не предусматривающая деление наносов на взвешенные и донные:

$$Q_{sx} = 0,05 \bar{u}^2 \left( \frac{\tau_{dx}}{(\rho_s - \rho_w)gd} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{d}{(\rho_s / \rho_w - 1)g}};$$

$$Q_{sy} = 0,05 \bar{v}^2 \left( \frac{\tau_{dy}}{(\rho_s - \rho_w)gd} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{d}{(\rho_s / \rho_w - 1)g}};$$

где  $d$  – средний диаметр частиц;  $\rho_s$  – плотность частиц;  $\bar{v}$  – осреднённая по глубине поперечная составляющая скорости потока.

Связь между продольной и поперечной составляющими касательных напряжений на твёрдых поверхностях  $\tau_{dx}$ ,  $\tau_{dy}$  и остальными характеристиками потока задаётся соотношениями

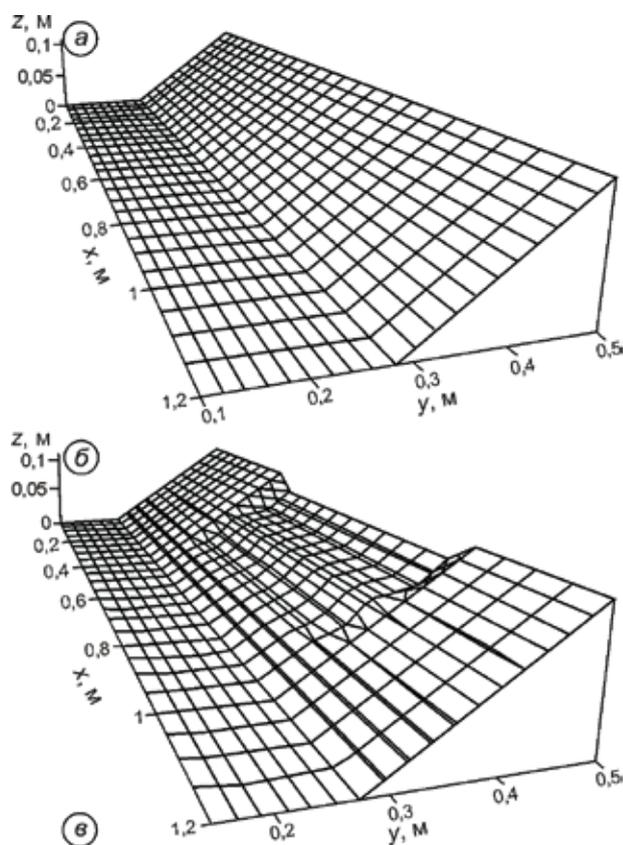
$$\tau_{di} = \rho_w \lambda U_i^2/2, \quad U_1 = \bar{u}, \quad U_2 = \bar{v},$$

причём индексы  $i$ , равные 1 и 2, соответствуют  $x$  и  $y$  координатам; условия на границе втекания и вытекания были равны нулю потоков твёрдых расходов.

Заметим, что в уравнение (7) в конечном итоге входят осреднённые по вертикали значения скоростей, однако для их определения на каждом шаге по времени используются полные скорости, получаемые из выражений (4)–(6) с учётом изменения отметки дна или твёрдой поверхности полости. Значение поперечной скорости  $v$  вычисляется из уравнения неразрывности. Алгоритм расчётов составлен таким образом, что для открытой части потока и для протаявших полостей (таликов) решаются отдельные системы уравнений как для расчёта скоростей – гидродинамические уравнения (4), (5) или (6), так и для определения отметок дна – уравнения деформаций. На границах между таликами и основным потоком записывается условие равенства твёрдых расходов.

## Результаты и обсуждение

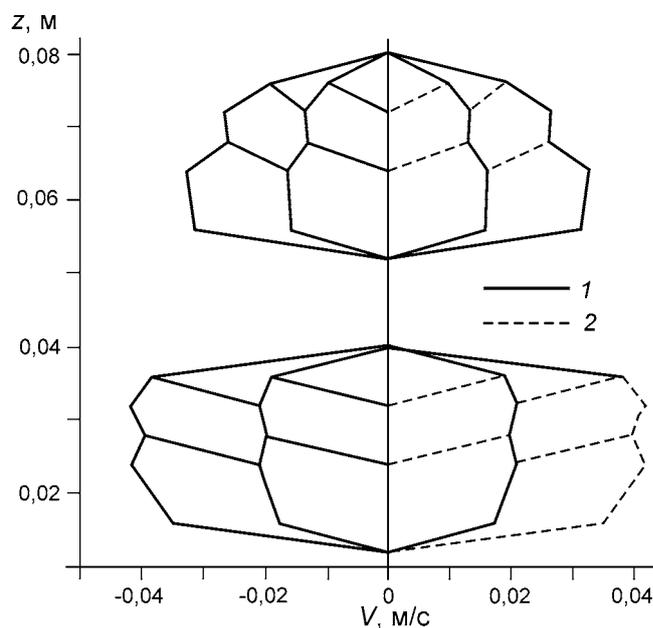
В результате расчётов получены трёхмерные распределения горизонтальных скоростей в открытом потоке и в таликах, а также двухмерные распределения отметок дна и твёрдых поверхностей таликов (деформации берегов). На рис. 3, а



**Рис. 3.** Рельеф берегового склона в начале численного эксперимента (а), через 60 мин после начала численного эксперимента (б), фотография склона через 60 мин после начала лабораторного эксперимента (в)

**Fig. 3.** The relief of the coastal slope at the start of the numerical experiment (a), 60 minutes after the start of the numerical experiment (b), the photo of the coast slope 60 minutes after the start of the laboratory experiment (c)

показан рельеф берегового склона, построенный по результатам расчётов и сформировавшийся в течение 15 мин модельного времени. На нём едва видны изменения в результате начавшегося вытравливания верхней пластины льда в верхней части



**Рис. 4.** Распределения по вертикали поперечных скоростей потока: 1 – на разрезе, соответствующем входу в талик; 2 – на разрезе, соответствующем выходу из талика

**Fig. 4.** The vertical distribution of transverse velocities with depth: 1 – on the section corresponding to the entrance of the talik; 2 – on the section corresponding to the output of the talik

склона, и он почти не отличается от задаваемого в качестве начальных условий рельефа. На рис. 3, б приведён рельеф, построенный по результатам расчётов и сформировавшийся в течение 60 мин модельного времени. Для сравнения на рис. 3, в дана фотография берегового склона после 60 мин лабораторного эксперимента при тех же параметрах, что и в численном эксперименте. Оценки изменения наклона берега, полученные в лабораторном [5] и численном экспериментах, совпадают с достаточной степенью точности. На рис. 4 представлены распределения по вертикалям поперечных скоростей в верхней и нижней протаявших полостях при входе и выходе из них. Возникновение разнонаправленных поперечных скоростей обусловлено изменением поперечного сечения русла за счёт протаявших полостей: при входе потока в протаявшую полость и его расширении на глубину этой полости на расстоянии  $x = 0,5$  м и при выходе потока ( $x = 1$  м) из протаявшей полости и его сужении на соответствующую ширину. Градиенты скорости внутри таликов обуславливают возникновение градиентов расхода наносов, вызывая деформации твёрдых поверхностей.

Анализ расчётов, выполненных без учёта размыва, с использованием только формулы (8), параметризующей оседание грунта, показал, что

размыв стенок протаявших полостей играет менее существенную роль в общей картине деформаций, чем оседание грунта. Это – вполне закономерный результат, если принять во внимание тот факт, что эксперименты проводились при неразмывающих скоростях и постоянстве расхода в основном потоке. Однако значительное увеличение коэффициентов шероховатости в таликах привели не только к существенным изменениям в деформациях внутри таликов, но и к возникновению деформаций дна в русловой части потока, переводя его режим из неразмывающего в размывающий.

### Заключение

Повышения температуры воды и воздуха вызывают изменения русловых деформаций за счёт таяния мёрзлых грунтов и пластов льда, заключённых в нём. Деформации таких русел в отличие от русел, сложенных грунтами, не подверженными влиянию фазового перехода вода–лёд, наблюдаются даже при неразмывающих скоростях потоков. Это подтверждают результаты как лабораторных исследований, так и численных экспериментов с помощью разработанной трёхмерной математической модели воздействия речного потока на деформации береговых склонов, сложенных ММП с включением пластов льда. Сопоставление экспериментальных данных, полученных при лабораторных исследованиях [5], с результатами математического моделирования позволили уточнить числовые значения параметров модели и области её применения. Показана необходимость использования трёхмерной модели для повышения точности расчётов параметров деформации.

В процессе работ оценена степень влияния шероховатости поверхности таликов на переформирование самих протаявших полостей и на деформации дна в основном русле. Показана возможность деформации дна в основном русле даже в случае неразмывающих скоростей при установившемся режиме течения. Воздействие потоков, обусловленных наводнениями и ледовыми процессами, может приводить к ещё большим изменениям в русловых деформациях. Для их оценки необходимо решение нестационарной задачи транспорта наносов и динамики водного потока.

Работа выполнена в рамках Программы Президиума РАН (Проект № 4) и РФФИ (гранты № 11-05-00393, 11-08-00202).

### Литература

1. Герсеванов М.Н., Польшин Д.Е. Теоретические основы механики грунтов и их практические применения. М.: Госиздат по строительству и архитектуре, 1948. 486 с.
2. Дебольская Е.И., Дебольский В.К., Масликова О.Я. Математическое моделирование деформаций дна в покрытых льдом нестационарных потоках // Водные ресурсы. 2006. Т. 33. № 1. С. 29–38.
3. Зенкович В.П. Берега Мезенского залива: (Краткий очерк результатов работ Мезенской экспедиции Института географии Академии наук СССР в 1938 г.) // Уч. зап. МГУ. Сер. геогр. Вып. 48. 1940. С. 113–125.
4. Кизяков А.И., Лейбман М.О., Передняя Д.Д. Деструктивные рельефообразующие процессы побережий арктических равнин с пластовыми подземными льдами // Криосфера Земли. 2006. Т. X. № 2. С. 79–89.
5. Котляков А.В., Грицук И.И., Масликова О.Я., Пономарёв Н.К. Экспериментальное исследование влияния льдистости грунтов, слагающих русло рек, на динамику берегового склона // Лёд и Снег. 2011. № 2 (114). С. 92–98.
6. Путилин В.Н. Прогноз русловых деформаций северных рек и защита сооружений от размыва на примере Надым-Пуровского междуречья: Дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. Тюмень, ООО «ТЮМЕННИИГИПРОГАЗ», 2004. 163 с. РГБ ОД, 61:04-5/4014.
7. Чалов Р.С. Почему размываются берега рек // Соросовский образовательный журнал. 2000. Т. 6. № 2. С. 99–106.
8. Юрьев И.В. Проблемы эксплуатации объектов газового комплекса в береговой зоне Западного Ямала // Криосфера Земли. 2009. Т. XIII. № 1. С. 46–54.

### Summary

This paper is devoted to investigation of the influence of river flow and of the temperature rise on the deformation of the coastal slopes composed of permafrost with the inclusion of ice layer. The method of investigation is the laboratory and mathematical modeling. The laboratory experiments have shown that an increase in water and air temperature changes in a laboratory analogue of permafrost causes deformation of the channel even without wave action, i.e. at steady-state flow and non-erosive water flow velocity. The previously developed model of the bed deformation was improved to account for long-term changes of soil structure with increasing temperature. The three-dimensional mathematical model of coastal slopes thermo-erosion of the rivers flowing in permafrost regions, and its verification was based on the results of laboratory experiments conducted in the hydraulic tray. Analysis of the results of mathematical and laboratory modeling showed that bed deformation of the rivers flowing in the permafrost zone, significantly different from the deformation of channels composed of soils not susceptible to the influence of the phase transition «water-ice», and can occur even under the non-erosive velocity of the water flow.