

СНЕЖНЫЙ ПОКРОВ И СНЕЖНЫЕ ЛАВИНЫ

УДК 551.578

Описание макромасштабной структуры поля снежного покрова равнинной территории с помощью динамико-стохастической модели его формирования

© 2015 г. А.Н. Гельфан, В.М. Морейдо

Институт водных проблем РАН, Москва
hydrowpi@aqua.laser.ru

Describing macro-scale structure of the snow cover by a dynamic-stochastic model

A.N. Gelfan, V.M. Moreydo

Institute of Water Problems, Russian Academy of Sciences, Moscow

*Статья принята к печати 25 мая 2015 г.**Динамико-стохастическое моделирование, пространственная корреляция, снежный покров.
Dynamic-stochastic modeling, snow cover, spatial correlation.*

Показаны возможности динамико-стохастической модели формирования снежного покрова для исследования особенностей его пространственной структуры на примере территории бассейна Чебоксарского водохранилища (площадь 376 500 км²). Представлены результаты численных экспериментов, показывающие, что разработанная модель с удовлетворительной точностью воспроизводит структуру поля снежного покрова. Фрактальные размерности рассчитанных полей указанных характеристик близки к соответствующим размерностям полей, оценённым по данным снегомерных наблюдений.

Possibilities to investigate the spatial structure of snow cover by means of dynamic-stochastic model are discussed in this article. Basin of the Cheboksary reservoir (area of 376 500 sq.km) was used as an example. Results of numerical experiments show that our dynamic-stochastic model of the snow cover formation reproduces a snow field structure with adequate accuracy. The fractal dimensions of the modeled fields are in good correspondence with respective dimensions of fields obtained from data of the *in situ* observations.

Введение

Процессы формирования снежного покрова на равнинных территориях характеризуются значительной изменчивостью в широком диапазоне пространственных масштабов [6, 7, 15, 18–20, 22]. Микромасштабная изменчивость в пределах однородных площадей с линейными размерами до десятков и первых сотен метров обусловлена, как правило, метелевым переносом снега и локальными особенностями рельефа и растительности. Мезомасштабная изменчивость формирования снежного покрова обычно проявляется для равнинных территорий на расстояниях до 10 км и связана с характером рельефа (расчленённость, высота, уклон и экспозиция склонов) и растительности (степень открытости территории, тип и густота леса и т.д.), а также с изменениями метеорологических условий выпадения, переноса, накопления и таяния снега.

Микро- и мезомасштабные неоднородности накладываются на более плавные макромасштабные изменения характеристик снежного покрова, которые обусловлены физико-географической и климатической зональностью и проявляются на равнинных территориях на расстояниях от десятков и сотен до первых тысяч километров. Пространственная изменчивость характеристик снежного покрова и особенности их корреляционной структуры на макромасштабе играют важную роль в процессах энерго- и массообмена поверхности суши с атмосферой в высоких широтах. В большинстве современных глобальных моделей климата эта изменчивость учитывается как подсеточная для уточнения описания атмосферных процессов. Макромасштабная изменчивость снежного покрова значительно влияет на процессы гидрологического цикла суши, в частности, на формирование весенне-летнего половодья, определяющего водный режим крупнейших рек Евразии.

Существующие методы исследования вероятностных свойств макромасштабной структуры снежного покрова основаны главным образом на эмпирическом анализе данных снегомерных наблюдений. Значительные достижения в этой области связаны с применением методов объективного анализа метеорологических полей, которые были развиты, прежде всего, в работах отечественных гидрометеорологов для рационализации снегомерной сети наблюдений, оценки точности осреднения характеристик снежного покрова [2, 5, 8] и построения методов оптимальной интерполяции этих характеристик, в том числе для долгосрочных гидрологических прогнозов объёма половодья [13]. В этих и более современных исследованиях, например [6, 14, 18], показано, что поле снежного покрова может считаться статистически однородным и изотропным в широком диапазоне пространственных масштабов. Вместе с тем анализ структурных функций полей снежного покрова, представленный в работах [15–17, 20, 21] позволяет предположить, что для некоторых территорий статистическая однородность нарушается и поле снежного покрова описывается как случайная функция со стационарными приращениями.

Эмпирические – на основе имеющихся данных снегомерных наблюдений – оценки макромасштабной изменчивости и корреляционной структуры поля снежного покрова содержат существенную неопределённость, обусловленную незначительной продолжительностью рядов наблюдений и их нестационарностью, связанной с изменениями условий формирования снежного покрова, в том числе в результате происходящих изменений климата [1, 6], модернизации измерительных технологий, изменения частоты и состава наблюдений [10]. Перспектива уточнения свойств пространственной структуры поля снежного покрова связана с возможностью их описания по данным о полях метеорологических переменных и характеристик подстилающей поверхности.

Указанная возможность реализуется путём построения динамико-стохастической модели формирования снежного покрова с пространственно распределёнными случайными входами. В структуре такой модели объединены два компонента: 1) физико-математическая модель, описывающая физические (детерминистиче-

ские) механизмы накопления и таяния снега с учётом пространственных особенностей рельефа и растительности и 2) стохастическая модель, учитывающая пространственно-временную вероятностную структуру метеорологических факторов формирования снежного покрова.

Настоящее исследование посвящено разработке динамико-стохастической модели снежного покрова с пространственно распределёнными случайными входами на примере крупного речного бассейна на средней Волге – бассейна Чебоксарского водохранилища (площадь водосбора 376 500 км²). Эта статья – продолжение нашей публикации [4], в которой описана динамико-стохастическая модель с сосредоточенными случайными входами и представлены результаты применения модели для оценки статистик временной изменчивости характеристик снежного покрова на метеорологических станциях Европейской территории России без учёта пространственной связности этих характеристик.

В настоящем исследовании разработку динамико-стохастической модели, оценку параметров и проверку модели мы выполняли по данным метеорологических и снегомерных наблюдений на метеорологических станциях 1-го разряда. Эти данные размещены в базе открытого доступа ВНИИГМИ-МЦД. Поскольку в указанной базе содержатся данные наблюдений лишь на пяти метеорологических станциях, расположенных в пределах рассматриваемого водосбора, дополнительно мы использовали материалы наблюдений на десяти станциях вблизи границ водосбора (расположенных не дальше, чем в 100 км от этих границ), т.е. всего анализировались данные наблюдений на 15 станциях. Это – среднесуточные значения температуры и относительной влажности воздуха, суточные суммы осадков, а также величины запасов воды в снеге и толщины снежного покрова в поле по результатам маршрутных снегомерных съёмок и измерений по снегомерным рейкам на метеорологических станциях. Данные охватывают период с 1966 по 2011 г.

Статья построена следующим образом: сначала рассматриваются результаты эмпирического анализа пространственного поля снежного покрова на исследуемой территории и обосновывается предположение о фрактальной структуре поля; затем описывается разработанная динамико-стохастическая модель с простран-

ственно распределёнными случайными входами и приводятся результаты испытания отдельных её компонентов по имеющимся метеорологическим данным; заключительный раздел посвящён возможностям применения разработанной модели для воспроизведения особенностей пространственной структуры полей характеристик снежного покрова.

Анализ пространственной структуры поля снежного покрова в бассейне Чебоксарского водохранилища

Точечная пространственная переменная $S = S(x)$ (x – пространственная координата) рассматривается в геостатистике [9] как реализация случайной функции со стационарными (однородными и изотропными) приращениями $\varepsilon(x, x+h) = [S(x) - S(x+h)] = \varepsilon(h)$, т.е. распределение вероятности приращений $\varepsilon(h)$ зависит от расстояния h между точками, но не зависит от их взаимного расположения. (Величины $S = S(x)$ могут представлять собой, например, поле снеготолщин, толщину или плотность снежного покрова). При этом априори не накладывается ограничений на вероятностные законы распределения самих величин S , а конечных моментов второго порядка может не существовать. Из стационарности приращений следует, что для любой пары точек дисперсия приращений также зависит только от расстояния между этими точками. Функция $\gamma(h) = 0,5\sigma^2[\varepsilon(h)]$, где $\sigma^2[\varepsilon(h)]$ – дисперсия, называется структурной функцией и характеризует корреляционную структуру поля пространственной переменной. Структурная функция (в зарубежной литературе – полувариограмма) играет ключевую роль в исследованиях структуры полей пространственных переменных. В частности, на анализе структурной функции основаны широко распространённые в геоинформатике методы оптимальной интерполяции (крайгинг), позволяющие наилучшим образом воспроизвести поле пространственной переменной по наблюдениям в отдельных точках.

Для построения оценки структурной функции $\gamma^*(h)$ по имеющимся измерениям $S_i = S(x_i)$ в точках x_i определяются расстояния между всеми парами точек, а диапазон полученных расстоя-

ний разбивается на интервалы. После этого значения $\gamma^*(h)$ рассчитываются как

$$\gamma^*(\bar{h}) = \frac{1}{2N(\bar{h})} \sum_{i=1}^{N(\bar{h})} [S(x_i+h) - S(x_i)]^2,$$

где $N(\bar{h})$ – число пар точек, попавших в интервал со средним расстоянием \bar{h} .

В работах [16, 17, 20, 21] показано, что эмпирические структурные функции запаса воды в снеге и толщины снежного покрова, построенные по данным измерений в разных физико-географических условиях, могут быть описаны степенной функцией

$$\gamma \sim h^\alpha \quad (0 < \alpha < 2). \quad (1)$$

Случайное поле со степенной структурной функцией (1) представляет собой стохастический фрактал и характеризуется свойством самоподобия (см., например, [12]), т.е. случайные приращения на расстояниях h и rh связаны соотношением

$$\varepsilon(h) \stackrel{d}{=} r^{-\alpha/2} \varepsilon(rh), \quad (2)$$

где символ $\stackrel{d}{=}$ – равенство распределений вероятности.

Как показано в [20], соотношение (2) может быть использовано для расчёта дисперсии снеготолщин на подсеточных областях гидрологических моделей с распределёнными параметрами.

Количественной характеристикой, определяющей соотношение между крупно- и мелкомасштабными вариациями фрактальной поверхности, служит фрактальная размерность $2 > D_2 < 3$. Если $D_2 < 2,5$, то характеристики случайного поля проявляют персистентность (устойчивость) – сохранение имеющейся тенденции изменения при относительно малом шуме; приращения $\varepsilon(h)$ при этом оказываются положительно коррелированными. Если $D_2 > 2,5$, то приращения отрицательно коррелированы и преобладают мелкомасштабные пространственные флуктуации. Фрактальная размерность D_2 может быть определена по показателю степени структурной функции α как

$$D_2 = 3 - 0,5\alpha; \quad (3)$$

при этом α рассчитывается по углу наклона графика этой функции, построенного в двойных логарифмических координатах.

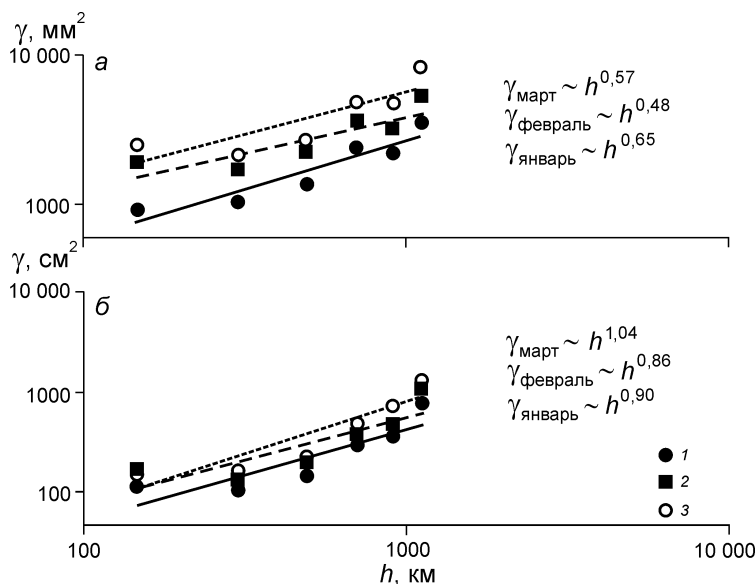


Рис. 1. Эмпирические структурные функции среднемесячных значений снегозапасов (а) и толщины снежного покрова (б), аппроксимированные степенной зависимостью: 1 – январь; 2 – февраль; 3 – март

Fig. 1. Empirical structure functions (semivariograms) of mean monthly SWE values (a) and snow height (б), approximated by power function: 1 – January; 2 – February; 3 – March

В работе [15] обобщены данные о структурных функциях полей снегозапасов на территориях с линейными размерами от 3 до 100 км и показано, что величины фрактальной размерности для этих данных $D_2 = 2,6 \div 2,8$ (т.е. показатель степени α структурной функции варьирует от 0,8 до 0,4). Близкие результаты ($D_2 = 2,66 \div 2,92$) получены в работе [20] для полей максимальных снегозапасов по многолетним данным снегомерных наблюдений в пределах шести регионов площадью от 20 тыс. до 100 тыс. km^2 , расположенных в разных частях Европейской части России и в Восточной Сибири.

На рис. 1 показаны структурные функции среднемесячных (за январь, февраль и март) значений снегозапасов и толщины снега, построенные по многолетним данным снегомерных наблюдений в бассейне Чебоксарского водохранилища. Для обеих характеристик снежного покрова структурные функции аппроксимируются степенными зависимостями, т.е. дисперсия разности этих характеристик в разных точках поля растёт с увеличением расстояния между этими точками на всём диапазоне расстояний в пределах рассматриваемой территории. При этом изменения показателя степени α от месяца к месяцу незначительны: 0,48–0,65 для снегозапасов и 0,86–1,04 для толщины снега. Таким образом, можно предположить, что поля среднемесячных значений характеристик снежного покрова для рассматриваемой территории имеют фрактальную пространственную структуру.

Фрактальная размерность поля снегозапасов, рассчитанная по формуле (3), варьирует в диапазоне $D_2 = 2,76 \div 2,68$, а для поля толщины снежного покрова $D_2 = 2,56 \div 2,48$, т.е. пространственные вариации толщины снежного покрова более устойчивы к сохранению долгопериодных изменений при меньшем случайном шуме. В целом полученные результаты соответствуют высказывавшимся ранее предположениям о фрактальных свойствах полей характеристик снежного покрова в отдельных регионах. Рассмотренная в следующем разделе динамико-стохастическая модель формирования снежного покрова предназначена для описания этих свойств.

Динамико-стохастическая модель с пространственно распределёнными случайными входами: структура и результаты испытаний отдельных компонентов

Детерминистический компонент разработанной динамико-стохастической модели – физико-математическая модель формирования снежного покрова – описан в статье [4]. Модель рассчитывает изменения толщины и плотности снежного покрова от начала его формирования до окончания весеннего снеготаяния с учётом поступления твёрдых и жидких осадков, фазовых переходов в толще снега, задержания талой воды, уплотнения снега под действием собственной массы. В работе [4] показано,

Таблица 1. Значения среднеквадратической погрешности расчёта снеготазпасов и толщины снега на территории водосбора Волги за период 1966–2009 гг. (в скобках дана погрешность расчёта в процентах от средних наблюдённых значений)

Месяцы	Запас воды в снеге, мм		Толщина снега, см	
	среднемесячный	максимальный за месяц	среднемесячная	максимальная за месяц
Январь	3,7 (4)	6,1 (5)	1,5 (4)	1,8 (5)
Февраль	2,9 (2)	3,6 (3)	2,0 (5)	2,1 (5)
Март	5,1 (4)	3,9 (3)	3,0 (7)	1,8 (4)
Среднее	3,9 (4)	4,5 (4)	2,2 (5)	1,9 (4)

что физико-математическая модель позволяет с удовлетворительной точностью рассчитать многолетний ход запасов воды в снеге и толщины снежного покрова с суточным разрешением по данным наблюдений за осадками, температурой и влажностью воздуха в разных физико-географических зонах Европейской территории России. Значения погрешностей расчёта среднемесячных и максимальных за месяц характеристик снежного покрова приведены в табл. 1.

Второй компонент – стохастическая модель метеорологических «входов» (так называемый «стохастический генератор погоды») была усовершенствована по сравнению с точечной моделью [4], которая не учитывала пространственную структуру метеорологических полей. Нами разработан стохастический генератор погоды, предназначенный для моделирования методом Монте-Карло многолетних временных рядов среднесуточных значений температуры и дефицита влажности воздуха, суточных сумм осадков с учётом взаимной временной и пространственной статистической связности перечисленных метеорологических переменных. В основу генератора погоды положен метод пространственных фрагментов, представляющий собой модификацию метода фрагментов Г.Г. Сванидзе [11]. Алгоритм моделирования пространственного распределения суточных сумм осадков, среднесуточных значений температуры и дефицита влажности воздуха заключался в следующем.

Сначала были построены нормализованные поля (пространственные фрагменты) суточных значений метеорологических переменных (среднесуточные значения температуры и дефицита влажности воздуха, суточные суммы осадков) по данным наблюдений за 58 лет (1953–2010 гг.). Пространственные фрагменты строились для каждого года наблюдений путём нормирования наблюдённых полей метеорологических пере-

менных на их среднее значение по пространству в рассматриваемом году. Например, пространственный фрагмент значений температуры воздуха для каждого года представляет собой матрицу размером $15 \times 365(6)$ (15 – число станций, $365(6)$ – число дней в году), каждый элемент которой равен значению температуры воздуха за данные сутки на данной станции, делённому на среднюю по всем станциям среднегодовую температуру воздуха. Всего было построено три набора осадков, температуры и влажности воздуха по 58 фрагментам в каждом.

Следующий шаг – моделирование методом Монте-Карло многолетних искусственных последовательностей средних по пространству среднегодовых значений осадков, температуры и влажности воздуха на основе моделей статистически зависимых случайных величин. В результате были смоделированы многолетние ряды среднегодовых значений указанных переменных с учётом их взаимной корреляции. Заключительный шаг алгоритма – расчёт полей среднесуточных значений метеорологических переменных путём умножения смоделированных среднегодовых, средних по площади значений осадков, температуры и влажности воздуха на соответствующий пространственный фрагмент. Фрагмент выбирался из имеющегося созданного ранее набора 58 фрагментов методом латинского гиперкуба (см., например, [3]). Метод пространственных фрагментов – малопараметрический по сравнению с методами, обычно применяемыми в пространственных генераторах погоды и основанными на использовании аналитических пространственных корреляционных функций. Разработанный генератор погоды имеет всего девять параметров, перечисленных в табл. 2. Здесь же даны их оценки с помощью метода моментов по данным многолетних метеорологических наблюдений в рассматриваемом бассейне.

Таблица 2. Параметры стохастического генератора погоды и их значения для водосбора Чебоксарского водохранилища за период 1966–2009 гг.

Название параметра	Значение для рассматриваемой территории
Среднемноголетняя, средняя по площади температура воздуха, °С	4,58
Среднемноголетняя, средняя по площади интенсивность осадков, мм/сут	1,52
Среднемноголетний, средний по площади дефицит влажности воздуха, мб	3,15
Стандартное отклонение средней по площади среднегодовой температуры воздуха, °С	0,99
Стандартное отклонение средней по площади среднегодовой интенсивности осадков, мм/сут	0,18
Стандартное отклонение среднего по площади среднегодового дефицита влажности воздуха, мб	0,69
Коэффициент корреляции среднегодовых, средних по площади осадков и температуры воздуха	0,02
Коэффициент корреляции среднегодовых, средних по площади осадков и дефицита влажности воздуха	-0,51
Коэффициент корреляции среднегодовых, средних по площади температуры и дефицита влажности воздуха	0,29

На основании описанного генератора погоды методом Монте-Карло смоделированы соответствующие современному климату искусственные ряды среднесуточных значений осадков, температуры и влажности воздуха длиной 1000 лет для каждой станции на рассматриваемой территории. (Подчеркнём, что речь не идёт о календарном ряде длиной 1000 лет; смоделированный 1000-летний ряд представляет собой реализацию возможных сценариев погоды, точнее, рядов осадков, температуры и влажности воздуха, статистические характеристики которых близки к наблюдающимся при современном климате). Для проверки качества разработанного генератора погоды сравнивались следующие статистические характеристики, определённые по фактическим и искусственным рядам метеорологических переменных: средние многолетние величины за год, календарный месяц и календарные сутки; стандартные отклонения среднегодовых и среднемесячных величин;

корреляции между среднегодовыми (среднемесячными) значениями на отдельной станции и соответствующими значениями на других станциях; пространственные корреляционные функции значений осадков, температуры и влажности воздуха, осреднённых за разные временные интервалы (год, месяц, сутки).

Результаты сопоставления некоторых из перечисленных статистик для рассматриваемой территории показаны на рис. 2 и 3. В частности, генератор погоды с хорошей точностью воспроизводит безусловные статистики (средние значения и стандартные отклонения) годовых значений моделируемых метеорологических переменных: полученные погрешности оценок указанных статистик оказались меньше выборочной изменчивости оценок, полученных по рядам наблюдений.

На рис. 3 показаны пространственные корреляционные функции среднемесячных значений метеорологических переменных для января – марта. Точность воспроизведения пространственных корреляций температуры воздуха и осадков оказалась для выбранных месяцев удовлетворительной – оценки корреляций, полученные по смоделированным рядам, лежат в пределах 90%-х доверительных интервалов соответствующих оценок по фактическим рядам наблюдений. Погрешности расчёта корреляций среднемесячной влажности воздуха получились выше, чем для температуры воздуха и осадков, но в большинстве случаев не выходят за пределы 95%-х доверительных интервалов оценок корреляций по фактическим рядам наблюдений. Отметим, что пространственные корреляционные функции температуры воздуха и осадков хорошо описываются, как видно из рис. 3, экспоненциальной зависимостью, при этом указанная зависимость не подходит для описания пространственных корреляций дефицита влажности воздуха (см. рис. 3 *в, е*).

Аналогичные результаты сравнения пространственных корреляционных функций получены для других месяцев и средних значений метеорологических переменных, осреднённых за отдельные сутки. Результаты выполненных экспериментов позволили сделать вывод, что разработанный стохастический генератор погоды позволяет моделировать искусственные ряды среднесуточных значений температуры и дефи-

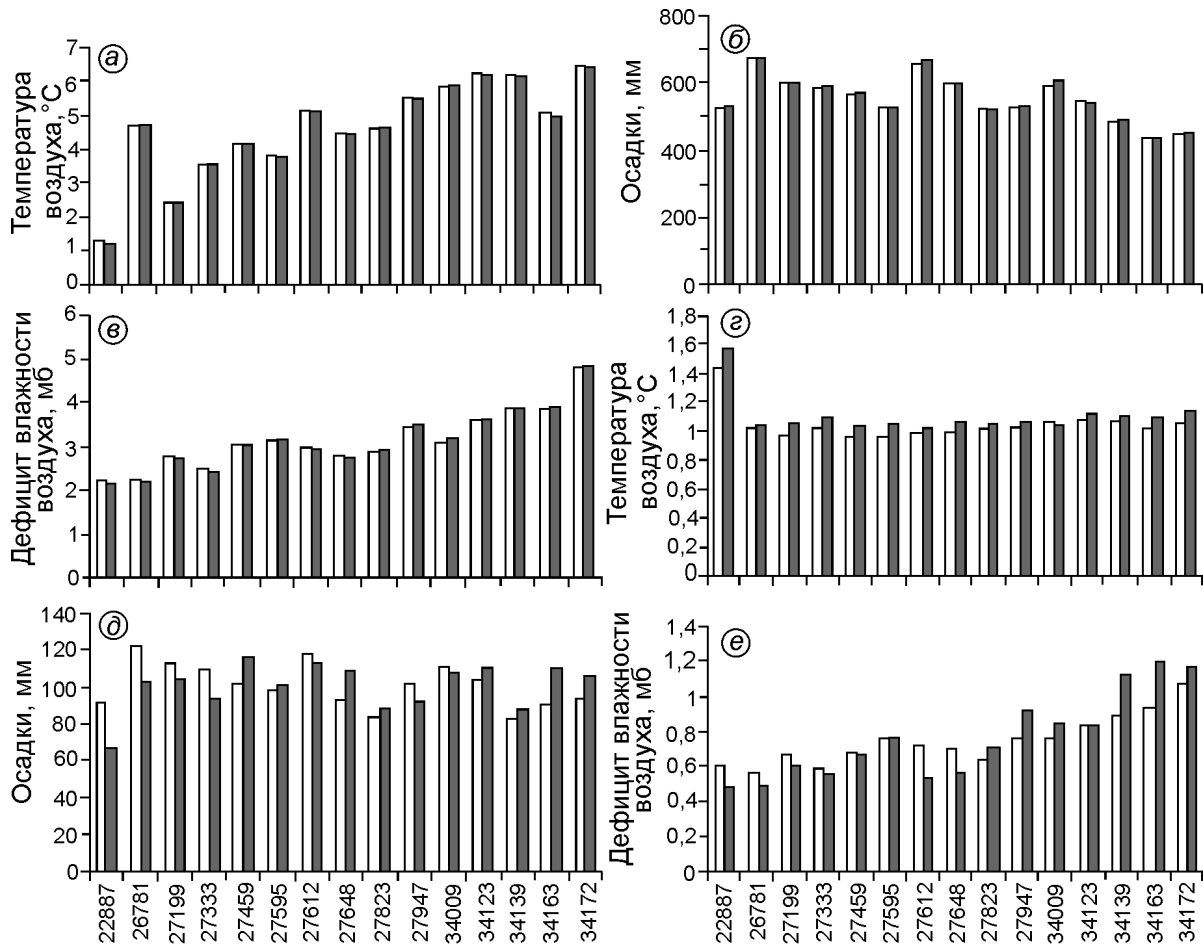


Рис. 2. Средние (а–в) и стандартные отклонения (г–е) годовых значений метеорологических переменных на станциях рассматриваемого района (номера станций – как на рис. 5):

Чёрные столбцы – оценки по рядам наблюдений; белые столбцы – оценки по 1000-летним искусственным рядам

Fig. 2. Mean (a–b) and standard deviation (c–e) of annual meteorological variables' values on the stations under consideration (station numbers as in Fig. 5):

dark columns – estimated by the observed values, white columns – estimated by 1000-year generated time-series

цита влажности воздуха, суточных сумм осадков, статистические характеристики которых (средние, дисперсии, пространственные корреляционные функции) оказались в пределах точности оценок соответствующих характеристик по рядам наблюдений за этими метеорологическими переменными на рассматриваемой территории. Подчеркнём, что этот вывод оказался справедлив для разных временных осреднений искомых переменных – от года до суток. Удовлетворительные результаты проверки стохастического генератора погоды позволяют использовать его для задания пространственно распределённых случайных входов в описанную здесь физико-математическую модель формирования снежного покрова.

Моделирование вероятностной структуры полей характеристик снежного покрова

С помощью динамико-стохастической модели формирования снежного покрова со случайными пространственно распределёнными входами смоделированы соответствующие современному климату ряды среднесуточных значений характеристик снежного покрова (запаса воды в снеге и его толщины) длиной 1000 лет для каждой из 15 станций рассматриваемой территории. Качество моделирования оценивалось с помощью двух проверочных процедур.

Сначала по смоделированным рядам для каждой станции оценивались безусловные средние значения характеристик снежного покрова

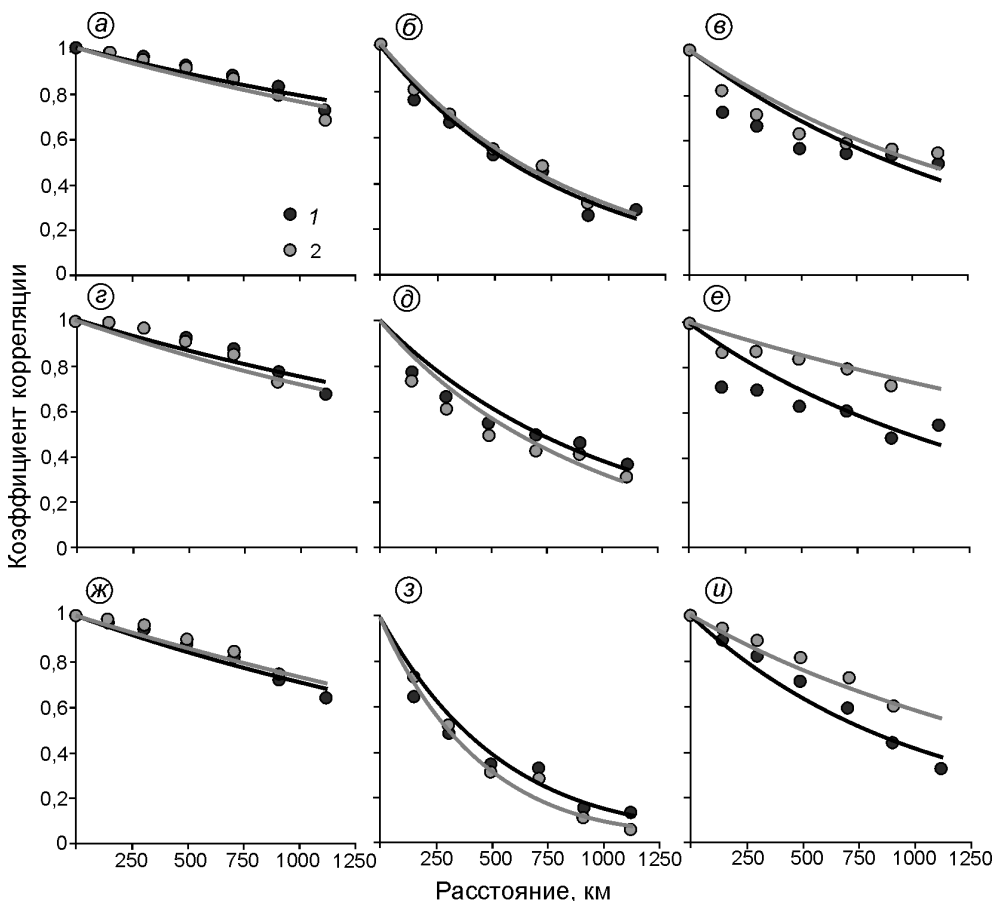


Рис. 3. Пространственные корреляционные функции среднемесячных значений температуры воздуха (левая колонка), осадков (средняя колонка) и дефицита влажности воздуха (правая колонка) за январь (а–е), февраль (з–е) и март (ж–и), определённые по фактическим (1) и рассчитанным (2) данным. Линиями показаны аппроксимирующие экспоненциальные функции.

Fig. 3. Spatial correlation functions of observed (1) and calculated (2) mean monthly values of air temperature (left column), precipitation sum (middle column) and humidity deficit (right column) for January (a–e), February (z–e) and March (ж–и). Lines show power law approximation.

ва, которые сравнивались с соответствующими средними, оценёнными по имеющимся рядам снегомерных наблюдений на этих станциях. Оценивались средние значения среднемесячных и максимальных за месяц характеристик для четырёх месяцев (с декабря по март) устойчивого залегания снежного покрова на рассматриваемой территории. В качестве показателей точности расчётов использовались значения среднеквадратической (СКП) и систематической (СП) погрешностей:

$$СКП = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i - S_i^*)^2}; \quad (4)$$

$$СП = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i - S_i^*), \quad (5)$$

где S_i – рассчитанное значение характеристики снежного покрова; S_i^* – её фактическое значение; N – число сравниваемых пар значений; чем ближе оба показателя к нулю, тем выше точность расчёта

На рис. 4 показаны значения показателей СКП и СП для средних и максимальных за месяц значений снегозапасов и толщины снега в декабре – марте, осреднённых для всех 15 рассматриваемых станций в бассейне Чебоксарского водохранилища. Среднеквадратическая ошибка расчёта снегозапасов, как средних, так и максимальных, не превышает 11 мм за все рассматриваемые месяцы. Максимальная систематическая погрешность расчёта снегозапасов установлена в декабре – до 7 мм, что составляет почти 20% среднего многолетнего значения снегозапасов в этом месяце. Высокая относительная погрешность обусловлена небольшими значениями снегозапасов в начале зимы. Далее абсолютные погрешности снижаются до $-2 \div 0$ мм и в марте не превышают 3% соответствующих средних значений. Толщина снега моделируется с меньшими погрешностями, величина которых за все месяцы не превышает $-2,5$ см (меньше 10% соответствующих средних значений). Систематическая ошибка расчётов к весенним месяцам снижается до -1 см (-1% сред-

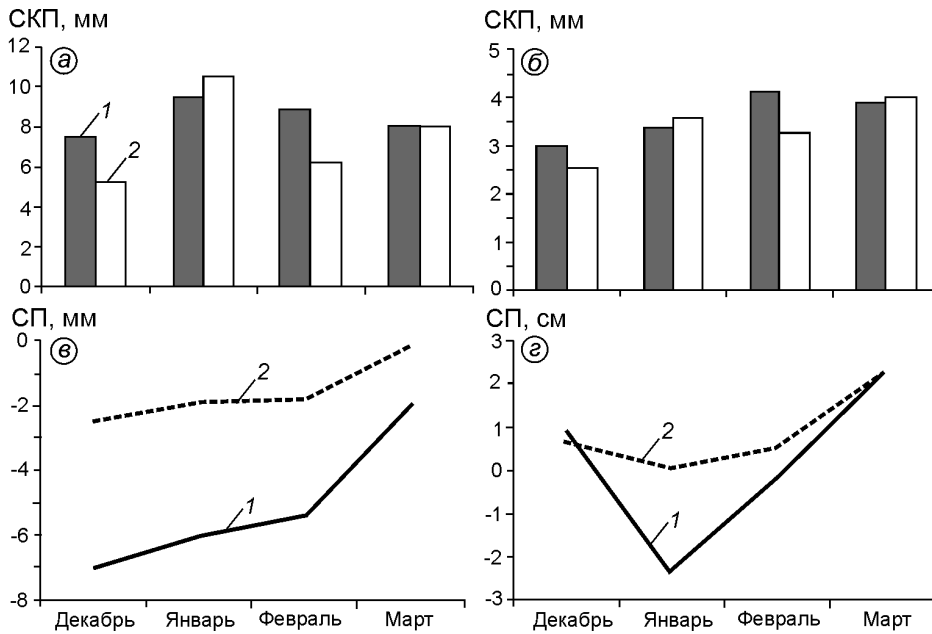


Рис. 4. Значения СКП и СП для средних (1) и максимальных (2) значений запаса воды в снеге (а, в) и толщины снега (б, г)
Fig. 4. RMSE and Bias statistics for mean (1) and maximum (2) values of SWE (а, в) and snow depth (б, г)

него значения) для средней толщины снега и до 2,2 см (7% среднего) для максимальной. Приведённые величины погрешности расчётов в большинстве случаев лежат в пределах точности измерения соответствующей характеристики.

По смоделированным значениям характеристик снежного покрова были построены карты распределения среднемноголетних снегозапасов и толщины снега на территории бассейна Чебоксарского водохранилища. На рис. 5 в качестве

примера приведены карты распределения рассчитанных и фактических средних снегозапасов за март. Как видно из рисунка, смоделированное и фактическое поля снегозапасов визуально схожи.

Удовлетворительные результаты воспроизведения стохастическим генератором погоды пространственной корреляционной структуры метеорологических полей (см. предыдущий раздел) дают основания предположить, что с помощью динамико-стохастической модели можно вос-

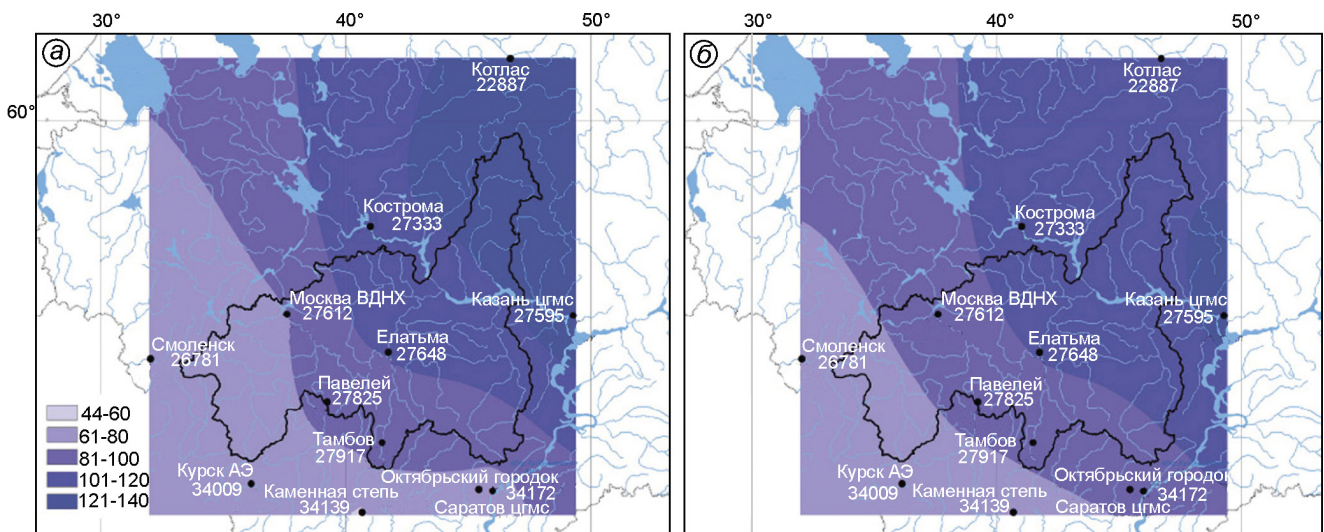


Рис. 5. Сопоставление карт распределения среднемесечных снегозапасов (мм) за март по фактическим (а) и рассчитанным (б) данным в бассейне Чебоксарского водохранилища

Fig. 5. Comparison of SWE (mm) spatial distribution maps in March estimated by observation (а) and calculated (б) data in the Cheboksary reservoir basin

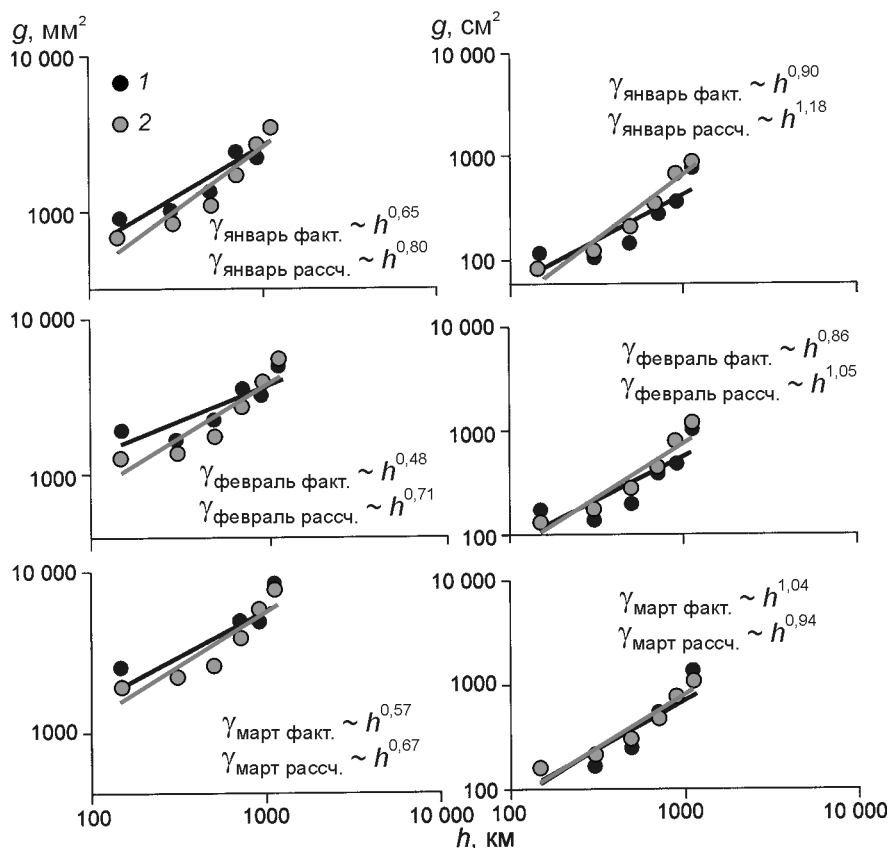


Рис. 6. Структурные функции полей среднемесячных значений снегозапасов (левая колонка) и толщины снега (правая колонка), построенные по фактическим (1) и рассчитанным (2) данным за январь, февраль и март

Fig. 6. Mean monthly SWE (left column) and snow height (right column) structure functions (semivariograms) estimated by observed (1) and calculated (2) data for January, February and March

произвести описанные ранее особенности полей снежного покрова на рассматриваемой территории, в значительной степени определяемые метеорологическими факторами. Чтобы проверить это предположение, мы применили вторую проверочную процедуру, которая состояла в сравнении пространственных структурных функций среднемесячных величин снегозапасов и толщины снега, рассчитанных по данным наблюдений (см. рис. 1), с соответствующими величинами, определёнными по смоделированным рядам характеристик снежного покрова. Результаты сравнения показаны на рис. 6. Как видно из этого рисунка, с помощью разработанной динамико-стохастической модели удалось рассчитать поля искомым характеристик снежного покрова, структурные функции которых близки к функциям фактических полей. И те, и другие хорошо аппроксимируются степенной зависимостью, хотя показатели степени для рассчитанных полей снегозапасов оказались несколько выше соответствующих величин фактических полей, т.е. модель незначительно завышает значимость дальних связей в поле снегозапасов. Структурные

функции полей среднемесячной толщины снежного покрова, воспроизводимые моделью, получились близкими к функциям, построенным по фактическим данным, они также хорошо аппроксимируются степенной зависимостью. Фрактальные размерности рассчитанных полей среднемесячных снегозапасов варьируют в диапазоне $D_2 = 2,67 \div 2,60$, а для поля толщины снежного покрова – $D_2 = 2,53 \div 2,41$, что близко к значениям, полученным по фактическим данным и приведённым во втором разделе настоящей статьи: отклонения равны 0,11 и 0,05 соответственно.

Заключение

Предложена динамико-стохастическая модель формирования снежного покрова с пространственно распределёнными случайными входами, в структуре которой объединены два компонента: а) физико-математическая модель, описывающая физические (детерминистические) механизмы накопления и таяния снега с учётом пространственных особенностей ре-

льефа и растительности и б) стохастический «генератор погоды» — модель, учитывающая пространственно-временную вероятностную структуру метеорологических факторов формирования снежного покрова. Представлены результаты испытания отдельных компонентов разработанной модели по имеющимся данным метеорологических наблюдений в бассейне Чебоксарского водохранилища. Показаны возможности модели для исследования пространственной структуры поля снежного покрова на рассматриваемой территории.

С помощью разработанной динамико-стохастической модели с пространственно распределёнными случайными входами рассчитаны поля характеристик снежного покрова (запаса воды в снеге и толщины снега), вероятностные свойства которых близки к соответствующим свойствам наблюдаемых полей снежного покрова в бассейне Чебоксарского водохранилища. Численные эксперименты показали, что: 1) среднеквадратические погрешности расчёта среднеголетних значений среднемесячных и максимальных за месяц величин запаса воды в снеге и толщины снега составляют в среднем 7 мм и 3 см соответственно. Максимальные среднеквадратические погрешности равны 11 мм и 5 см соответственно; 2) получено удовлетворительное соответствие карт пространственного распределения среднеголетних значений рассчитанных и фактических характеристик снежного покрова, а также соответствие пространственных структурных функций запаса воды в снеге и толщины снега, построенных по рассчитанным и фактическим данным.

На основе анализа данных снегомерных наблюдений показано, что структурные функции полей запаса воды в снеге и толщины снежного покрова на рассматриваемой территории хорошо описываются степенной зависимостью (до расстояний порядка 1000 км), т.е. соответствующие поля могут иметь фрактальную структуру и характеризоваться свойством самоподобия. С помощью динамико-стохастической модели удалось воспроизвести эти особенности полей характеристик снежного покрова. При этом фрактальные размерности рассчитанных полей указанных характеристик оказались близки к соответствующим размерностям полей, оценённым по данным снегомерных наблюдений: для полей фактиче-

ских и рассчитанных снегозапасов фрактальные размерности варьируют в диапазоне 2,76–2,68 и 2,67–2,60 соответственно, а для полей толщины снежного покрова эти диапазоны составляют 2,56–2,48 и 2,53–2,41 соответственно.

Разработан стохастический генератор погоды, позволяющий моделировать методом Монте-Карло искусственные ряды среднесуточных значений температуры и дефицита влажности воздуха, суточных сумм осадков, статистические характеристики которых (средние, дисперсии, пространственные корреляционные функции) близки к соответствующим характеристикам, определённым по рядам наблюдений за этими метеорологическими переменными на рассматриваемой территории. Близкое соответствие получено для разных временных осреднений рассчитанных и фактических метеорологических переменных — от года до суток.

Работа выполнена в рамках программы № 12 фундаментальных исследований Отделения наук о Земле РАН «Процессы в атмосфере и криосфере как фактор изменений окружающей среды».

Литература

1. Булыгина О.Н., Разуваев В.Н., Коршунова Н.Н. Снежный покров на территории России и его пространственные и временные изменения за период 1966–2010 гг. // Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. 2011. Т. 24. С. 211–227.
2. Гандин Л.С., Каган Р.Л. О точности определения средней высоты снежного покрова по дискретным данным // Тр. ГГО. 1962. Вып. 130. С. 3–10.
3. Гельфан А.Н. Динамико-стохастическое моделирование формирования талого стока. М.: Наука, 2007. 294 с.
4. Гельфан А.Н., Морейдо В.М. Динамико-стохастическое моделирование формирования снежного покрова на Европейской территории России // Лёд и Снег. 2014. № 2 (126). С. 44–52.
5. Копанев И.Д. Методы изучения снежного покрова. Л.: Гидрометеиздат, 1971. 226 с.
6. Кислов А.В., Китаев Л.М., Константинов И.С. Статистическая структура крупномасштабных особенностей поля снежного покрова // Метеорология и гидрология. 2001. № 8. С. 98–104.
7. Кренке А.Н., Китаев Д.М., Турков Д.В. Изменения снежного покрова и их климатическая роль // Криосфера Земли. 1997. Т. 1. № 1. С. 39–46.

8. Лайхтман Д.Л., Каган Р.Л. Некоторые вопросы рационализации снегоъемок // Тр. ГГО. 1960. Вып. 108. С. 3–18.
9. Матерон Ж. Основы прикладной геостатистики. М.: Мир, 1968. 408 с.
10. Разуваев В.Н., Шакирзянов Р.И. Изменения в методиках наблюдений за состоянием снежного покрова на территории Российской Федерации // Тр. ВНИИГМИ-МЦД. 2000. Вып. 167. С. 41–51.
11. Сванидзе Г.Г. Математическое моделирование гидрологических рядов. Л.: Гидрометеоздат, 1977. 311 с.
12. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 261 с.
13. Чемеренко Е.П. Статистические характеристики поля высоты снежного покрова // Тр. Гидрометцентра. 1968. Вып. 25. С. 63–74.
14. Шутов В.А. Распределение запасов воды в снежном покрове на водосборах лесной зоны // Метеорология и гидрология. 1994. № 9. С. 85–92.
15. Blöschl G. Scaling issues in snow hydrology // Hydrological Processes. 1999. V. 13. Iss. 14–15. P. 2149–2175.
16. Blöschl G., Kirnbauer R. An analysis of snow cover patterns in a small alpine catchment // Hydrological Processes. 1992. V. 6. P. 99–109.
17. Cline D.W., Bales R.C., Dozier J. Estimation the spatial distribution of snow in mountain basins using remote sensing and energy balance modeling // Water Resources Research. 1998. V. 34. P. 1275–1285.
18. Kitaev L., Kislov A., Krenke A., Razuvaev V., Martuganov R., Konstantinov I. The snow cover characteristics of Northern Eurasia and their relationship to climatic parameters // Boreal Environment Research. 2002. V. 7. P. 437–445.
19. Krenke A., Kitaev L., Kadomtseva T., Barry R.G., Haggerty C. Interannual variations of the snow cover distribution over the Northern Eurasia in relation to the climate changes // Second Intern. Conf. on Climate and Water / Ed. by R. Lemmelä and N. Helenius. Helsinki, Edita, Espoo, Finland, 1998. P. 1165–1171.
20. Kuchment L.S., Gelfan A.N. Statistical self-similarity of spatial variations of snow cover: verification of the hypothesis and application in the snowmelt runoff generation models // Hydrological Processes. 2001. V. 15 (18). P. 3343–3355.
21. Rozenhal W., Dozier J. Automated mapping of mountain snow cover at subpixel resolution from the Landsat Thematic Mapper // Water Resources Research. 1996. V. 32. P. 115–130.
22. Shook K., Gray D.M. Small-scale spatial structure of shallow snowcover // Hydrological Processes. 1996. V. 10. P. 1283–1292.

Summary

Formation of snow cover on plains is rather complicated process leading to a significant variability of the snow field characteristics within a wide spatial scale range. Micro- and meso-scale irregularities are overlapped with smoother macro-scale changes of snow cover caused by geographic and climatic zonality and can appear on plains at distances from tens and hundreds to thousand kilometers. The purpose of this study was to develop a spatially distributed dynamic-stochastic model that was tested on a case study on the Cheboksary reservoir watershed (area of 376 500 km²) located on the Middle Volga river. Observational data on weather and snow cover from 15 meteorological stations located within and around the watershed boundaries were taken from available data bases of RIHMI-WDC (Russian Institute of Hydrometeorological Information – World Data Center). Structural functions (semivariograms) of snow water equivalent (SWE) and the snow thickness height (H) were obtained from the observational data and then approximated by power functions to demonstrate the fractal structure of snow field characteristics. The dynamic-stochastic model consists of a physically-based snow cover model and stochastic generator of meteorological fields. The first one makes possible to calculate with adequate accuracy long-term variations of daily SWE and H values from data of meteorological observations in different geographical zones of the European Russia.

The second is used to model by the Monte-Carlo method climatic time series of mean daily values of air temperature, humidity, and daily precipitation sums with account for mutual spatial and temporal relations between these variables. The generator is based on modified method of fragments by G.G. Svanidze. 1000 realizations of possible diurnal courses of SWE and H were calculated by means of the dynamic-stochastic model. The results allowed estimating spatial characteristics of snow cover and comparing them with the observed data. Structural functions of SWE and H obtained by the calculations demonstrated good correspondence with the observed ones.