

СНЕЖНЫЙ ПОКРОВ И СНЕЖНЫЕ ЛАВИНЫ

УДК 551.578.48

doi:10.15356/2076-6734-2017-2-213-220

Калибровка математических моделей лавин по данным о реальных лавинах в Иле (Зайлийском) Алатау

© 2017 г. В.П. Благовещенский^{1*}, М.Э. Эглит², В.В. Жданов¹, Б.Б. Аскарбеков¹¹Институт географии Министерства образования и науки Республики Казахстан, Алматы, Казахстан;²Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*victor.blagov@mail.ru

Calibration of snow avalanche mathematical models using the data of real avalanches in the Ile (Zailiyskiy) Alatau Range

V.P. Blagoveshchensky^{1*}, M.E. Eglit², V.V. Zhdanov¹, B.B. Askarbekov¹¹Institute of geography, Ministry of Education and Science, Almaty, Kazakhstan;²Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

*victor.blagov@mail.ru

Received September 2, 2016

Accepted December 7, 2016

Keywords: calibration of models, mathematical models, snow avalanches.

Summary

The calibration of the dry friction and turbulent friction coefficients is necessary for computer simulation of avalanches. The method of back calculation based on data on actual avalanches is used for this purpose. The article presents the results of the calibration of the Eglit's and RAMMS models for Ile Alatau range conditions. The range is located in Kazakhstan. The data on six avalanches in the same avalanche site were used. Five avalanches were dry, and one avalanche was wet. Avalanches volume varied from 2000 to 12000 m³. Maximum speed avalanches were between 15 and 30 m/s, the flow height – from 3 to 10 m. Series of back calculations with different values of the friction coefficients was made to obtain the calibrated coefficients. The calibrated coefficients were chosen under condition of the best fit with real avalanches. The calibrated coefficients were following. For the Eglit's model for dry avalanches of the volume 2000–5000 m³ $\mu = 0.46 \div 0.48$, $k = 0.005 - 0.006$, and the volume 8000–12000 m³ $\mu = 0.38 \div 0.42$, $k = 0.002 \div 0.003$. For RAMMS model for dry avalanches of the volume of 2000–5000 m³ μ (dry friction coefficient) = $0.35 \div 0.4$, ξ (viscous friction coefficient) = $1500 \div 2000$ m/s², and the volume 8,000–12,000 m³ $\mu = 0.3 \div 0.35$, $\xi = 2000 \div 3000$ m/s². For wet avalanches of the volume 12,000 m³ $\mu = 0.35$, $\xi = 1500$ m/s². The work on the calibration will be continued to obtain the friction coefficients for the Eglit's and RAMMS models. The additional data on real avalanches will be needed for this purpose.

Citation: Blagoveshchenskiy V.P., Eglit M.E., Zhdanov V.V., Askarbekov B.B. Calibration of snow avalanche mathematical models using the data of real avalanches in the Ile (Zailiyskiy) Alatau Range. *Led i Sheg. Ice and Snow*. 2017. 57 (2): 213–220. [In Russian]. doi:10.15356/2076-6734-2017-2-213-220.

Поступила 2 сентября 2016 г.

Принята к печати 7 декабря 2016 г.

Ключевые слова: калибровка моделей, математические модели, снежные лавины.

По данным о скорости, длине пути и высоте потока реальных лавин в Иле Алатау, полученных с помощью видеосъёмки во время профилактических спусков лавин, выполнена калибровка двух математических моделей лавин – М.Э. Эглит и RAMMS. Объёмы лавин варьировали от 2000 до 12 000 м³, скорости – от 15 до 30 м/с, высота потока – от 3 до 10 м. Методом обратных расчётов определены значения коэффициентов сухого трения и турбулентного сопротивления для лавин разных типов и объёмов. Получено хорошее совпадение расчётных дальностей выброса и скоростей движения лавин с фактическими. Расчётная высота потока была значительно меньше реальной.

Введение

Математическое моделирование используется для расчёта параметров лавин при крупномасштабной оценке лавинной опасности и проектировании защитных сооружений. Простейшая модель лавин — модель материальной точки. Такая модель предложена в СССР ещё в 1930-е годы [1] и усовершенствована в 1960-е годы [2, 3]. В этой модели движение лавины заменяется движением её центра масс. Лавина в виде материальной точки движется по склону под действием силы тяжести и сил сопротивления различной природы: силы кулоновского трения и силы сопротивления, пропорциональной квадрату скорости. Движение внутри лавины не рассматривается, поэтому распределение скоростей частиц в снеге не рассчитывается. Модель позволяет оценить только скорость и дальность выброса лавины. Более сложные — модели гидравлического типа, в которых тело лавины рассматривается как сплошная среда типа несжимаемой жидкости, подверженная действию сил тяжести и турбулентного сопротивления. Чтобы обеспечить остановку лавины на склоне, необходимо ввести дополнительное сопротивление типа кулоновского трения. Впервые гидравлическую модель использовал А. Фелми [4]. В ней скорость частиц снега осреднялась по нормали к склону, поэтому распределение характеристик лавинного тела по толщине потока не рассматривается.

В 1970-е годы гидравлическая модель была существенно усовершенствована российскими учёными [5, 6]. Их модель позволяла рассчитывать скорость лавины по длине лавинного тела и высоте отложений после остановки. Для описания увеличения длины пути для крупных лавин С.С. Григорян [7] предложил закон трения, физический смысл которого состоит в том, что сила трения, пропорциональная нормальному давлению, не может расти неограниченно при росте нормального давления за счёт повышения высоты лавинного тела. Наступает момент, когда касательное напряжение на контакте лавинного тела с поверхностью скольжения достигает предела сдвиговой прочности. После этого дальнейший рост сил сопротивления невозможен. Расчёты с использованием предельного трения для крупных лавин дают результаты, более близкие к реальным. В работе [8] рассмотрено влияние

морфологии лавинного очага и свойств снега на динамику лавин. Дальность выброса лавины весьма чувствительна к изменениям коэффициентов трения и турбулентного сопротивления, особенно при их низких значениях. Скорость и высота фронта увеличиваются при уменьшении коэффициентов. Все параметры лавины возрастают с ростом объёма лавин.

Большой прогресс по практическому применению математических моделей достигнут в 2000-е годы в результате разработки в Швейцарском институте исследования снега и лавин (SLF) компьютерной программы RAMMS для расчётов движения лавин по двухмерной гидравлической модели Фелми–Зальма в условиях реального рельефа [9–12]. Эта программа позволяет рассчитывать границы распространения лавин, распределение скорости, высоты потока и давления лавины по продольному и поперечному профилям. Для этой модели получены значения коэффициентов сухого трения и турбулентного сопротивления для условий Альп [13]. В настоящее время лицензию на эту программу имеют 67 пользователей в Швейцарии и 129 пользователей в других странах. Для моделирования лавин лучше всего подходят гидравлические модели, которые адекватно описывают процесс её движения.

Постановка проблемы

Необходимое условие применения математических моделей на практике — калибровка коэффициентов сопротивления по данным о реальных лавинах. Высота и скорость лавин измеряются по результатам видеосъёмки лавин при профилактических спусках. Данные о границах распространения, высоте потока и толщине отложений могут быть получены при обследовании уже сошедших лавин или по следам действия максимальных лавин. Калибровка коэффициентов сопротивления ведётся обратными расчётами и подбором значений коэффициентов, при которых обеспечивается наилучшее совпадение расчётных параметров лавин с фактическими. В настоящей работе приводятся результаты калибровки коэффициентов сопротивления для моделей Эглит и RAMMS для условий лавинообразования в Иле Алатау.

Использованные материалы и методика исследований

Для моделирования выбран лавинный очаг, расположенный в долине р. Малая Алматинка в Иле Алатау (рис. 1). Параметры лавинного очага определены по топографической карте масштаба 1:10 000. Зоной зарождения лавин служит ровный травянистый склон северо-северо-западной экспозиции. Ширина склона – 75 м, длина – 200 м, крутизна – 35–37°, площадь – 12 000 м². Линия отрыва лавин проходит на высоте 2800 м над ур. моря (все высоты в статье даны над уровнем моря). Зона транзита представляет собой широкий слабоогнутый лоток западной экспозиции. При входе в лоток лавина совершает плавный поворот влево на 60° с радиусом закругления 100 м. Поверхность лотка – травянистая с редким кустарником. Ширина лотка – 35 м, длина – 270 м, крутизна – 35°. В нижней части лотка на высоте 2460 м имеется скальный уступ высотой 16 м, на котором сухие лавины совершают прыжок. Зоной выката служит пологая вогнутая ложбина с кустами ивы и рябины. Ширина ложбины – 25 м, длина – 90 м, средняя крутизна – 18°, крутизна в точке остановок лавин на высоте 2310 м составляет 11°. Высота падения лавин – 490 м; средняя крутизна лавинного очага – 30°.

По данным снеголавинной станции «Шымбулак», расположенной на высоте 2200 м, в 1,5 км от модельного очага, средняя многолетняя толщина снега в зоне зарождения лавин в конце зимы составляет около 100 см. Снежный покров устанавливается в конце ноября и сходит в конце апреля. Максимальная толщина снега, повторяющаяся 1 раз в 20 лет – 130 см, 1 раз в 50 лет – 150 см. Обычно к февралю толщина снега в зоне отрыва лавин достигает 70–80 см. В нижней части снежной толщи к этому времени формируется рыхлый слой «глубинной изморози» толщиной 30–40 см, который и представляет собой горизонт обрушения лавин. Лавины в данном очаге сходят 1–2 раза в год. В середине зимы (в феврале) сходят сухие пылевые лавины. Высота отрыва лавин – 60–80 см, плотность снега – 200–250 кг/м³. В конце зимы (в конце марта – начале апреля) образуются лавины из мокрого снега плотностью 300–350 кг/м³. Высота отрыва составляет 100–130 см; средний объём лавин равен 1000–2000 м³, максималь-



Рис. 1. Модельный лавинный очаг в долине реки Малая Алматинка

Fig. 1. The studied avalanche site in the Malaya Almatinka valley

ный – 8000–12 000 м³. В данном лавинном очаге регулярно проводятся профилактические спуски лавин с помощью взрывов, которые 1–2 раза в год выполняются для обеспечения безопасности дороги, пересекающей лавинный лоток на высоте 2350 м. Данные о толщине снега в зоне зарождения лавин получены по дистанционным рейкам, установленным сотрудниками снеголавинной станции «Шымбулак». Характеристики снежного покрова (плотность снега и стратиграфия) определялись по стандартной методике в шурфах в зоне отрыва лавин или в репрезентативном доступном месте на высоте 2500 м.

Для калибровки математических моделей использованы материалы видеосъёмок лавин, спущенных во время профилактических взрывов. За период с 2000 по 2015 г. получены данные о шести лавинах, которые приведены в табл. 1. Скорости определялись по времени прохождения передним фронтом лавины контрольных участков, которые выбирались в лотке по хорошо опознаваемым ориентирам (рис. 2). Масшта-

Таблица 1. Измеренные параметры лавин

Номер лавины	Высота отрыва, см	Плотность снега, кг/м ³	Объём лавины, м ³	Тип лавины	Длина пути, м	Скорость, м/с	Высота потока, м
1	100	300	12 000	Мокрая	830	18	4
2	100	200	8000	Сухая	800	17	8
3	70	200	2000		830	15	3
4	90	200	5000		870	20	4
5	100	250	8000		940	25	6
6	130	250	12 000		1000	30	10

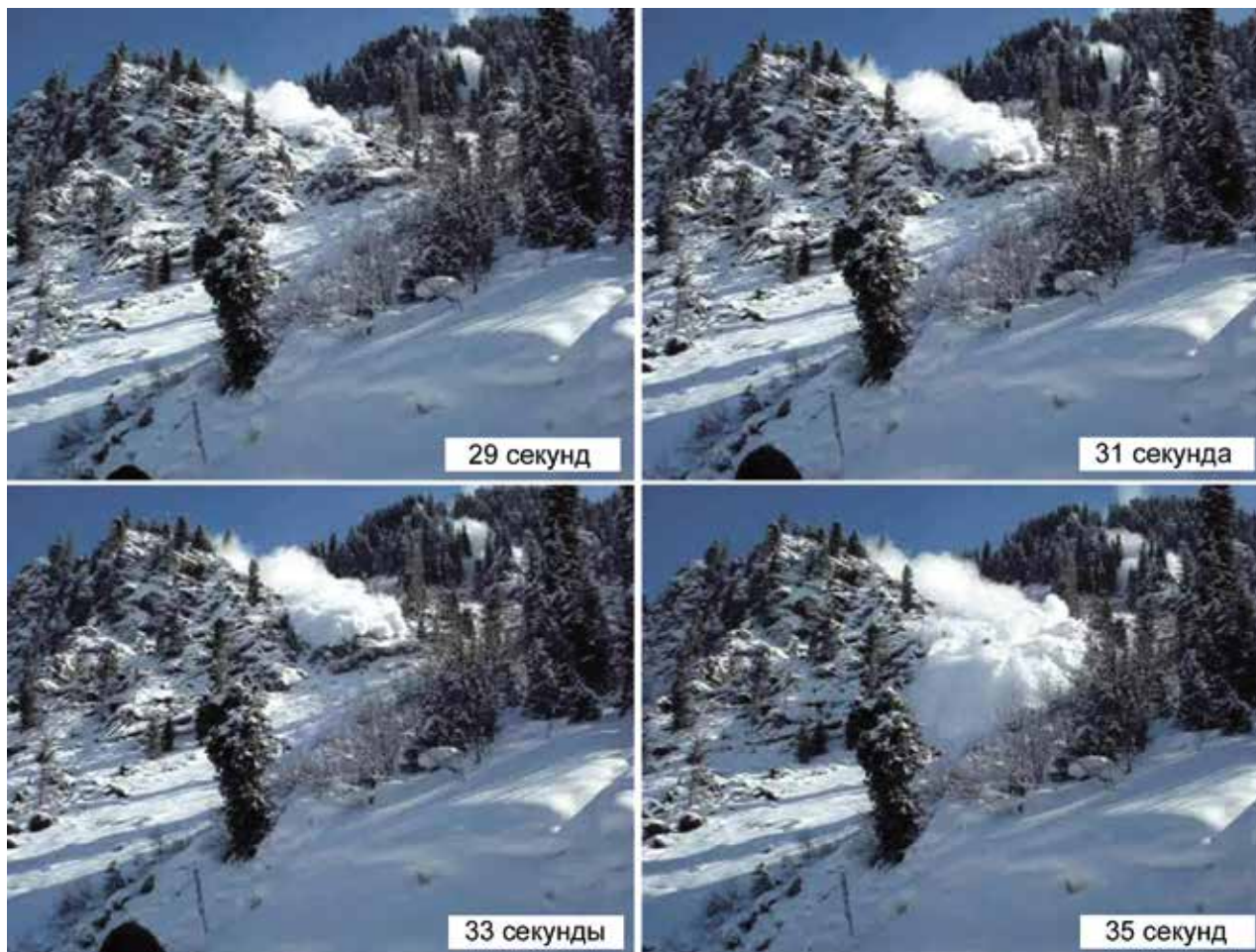


Рис. 2. Видеокадры движения лавины № 2
 Fig. 2. Video frames of the avalanche № 2

бом для определения высоты потока лавины служили деревья, стоящие по краям лотка, высота которых определена на местности тригонометрическим способом. Точность измерения скорости лавины оценена нами в ± 1 м/с, высоты потока – в ± 1 м. Нижняя граница распространения лавины определялась в поле мерной лентой с точностью ± 1 м. Высота отрыва лавин измеря-

лась на месте снегомерной рейкой с делениями 1 см. Площадь отрыва определялась по топографической карте масштаба 1:10 000, на которую наносился контур зоны отрыва лавины. Точность определения объёмов лавин составляла $\pm 10\%$.

Калибровка регулирующих коэффициентов сопротивления в математических моделях проводилась методом обратных расчётов лавин. Для

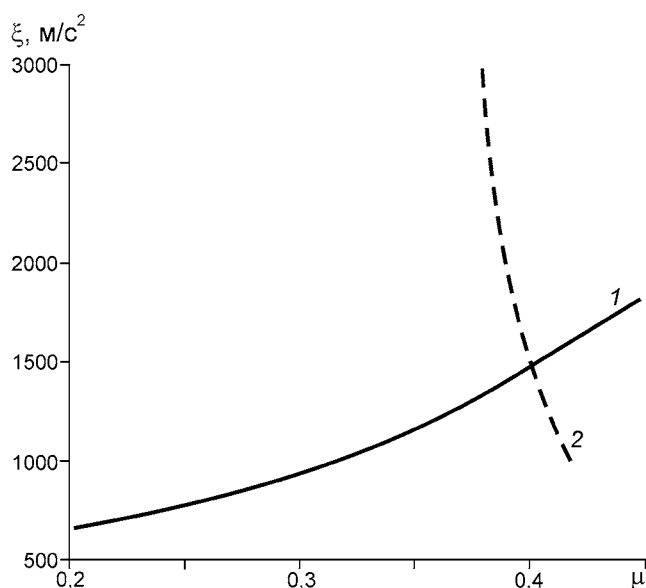


Рис. 3. Калибровка коэффициентов сопротивления:

1 – скорость лавины; 2 – длина пути лавины

Fig. 3. Calibration of the friction coefficients:

1 – avalanche velocity; 2 – avalanche runout distance

каждой лавины выполнялась серия расчётов с разными вариантами значений регулирующих коэффициентов. Из всего массива выбрано несколько вариантов, в которых расчётная скорость движения лавины совпадала с измеренной, и несколько вариантов, в которых совпадала расчётная длина пути лавины с измеренной. На графике (рис. 3), по одной оси которого отложены значения коэффициента сухого трения, а по другой – коэффициента турбулентного трения, строится линия пар значений коэффициентов сопротивления, при которых совпадают расчётные и фактические скорости лавины (кривая 1), и линия значений этих коэффициентов, при которых совпадают расчётные и фактические длины пути лавины (кривая 2). Пересечение этих линий даёт единственную пару значений регулирующих коэффициентов, при которых обеспечивается совпадение расчётных и фактических значений как для скорости, так и для длины пути лавины.

Результаты исследований

Калибровка модели Эглит. Одномерная модель М.Э. Эглит [6] использована для расчётов длины пути, скорости и высоты потока. Уравнения и численный метод расчёта приведены в ра-

боте [14]. Модель содержит два безразмерных коэффициента: сухого (кулоновского) трения μ и турбулентного трения k . Закон кулоновского трения модифицирован введением предела для силы трения, означающего, что напряжение сдвига на поверхности скольжения не может превышать сопротивление сдвига подстилающего материала [7]. Для расчётов по этой модели необходимы данные о продольном профиле пути лавины, объёме лавины, об отношении прочности снега на сжатие σ к его плотности ρ , о критическом значении давления на подстилающей поверхности, после которого в силу вступает «григорьяновское трение» p . Значения $\sigma/\rho = 13$ и $p = 10$ принимались постоянными. Начальный объём лавин соответствовал объёму реальных лавин. Поскольку захват снега по пути движения лавины не учитывался, её объём оставался постоянным. Значения коэффициентов сопротивления подбирались пробными расчётами до получения наилучшего соответствия расчётных скоростей и длины пути параметрам реальных лавин. Для калибровки использованы данные по четырём лавинам (см. табл. 1). Все лавины – сухие. Объём лавин изменялся от 2000 до 12 000 м³, скорость – от 15 до 30 м/с, высота потока – от 3 до 10 м.

Обратные расчёты показали, что хорошее соответствие расчётных и фактических параметров лавин обеспечивается при следующих значениях коэффициентов сухого трения μ и турбулентного трения k для сухих лавин: $\mu = 0,46 \div 0,48$, $k = 0,005 \div 0,006$ при объёме 2000–5000 м³ и $\mu = 0,38 \div 0,42$, $k = 0,002 \div 0,003$ при объёме 8000–12 000 м³ (табл. 2).

Калибровка модели RAMMS. Для калибровки коэффициентов сопротивления в модели RAMMS использованы данные по шести лавинам (см. табл. 1). При моделировании применялась цифровая модель рельефа, полученная путём ручной оцифровки горизонталей топографической карты масштаба 1:10 000. Расчёты параметров лавин проводились с шагом 5 м. В модели RAMMS используются два регулирующих коэффициента: безразмерный коэффициент сухого трения μ и коэффициент турбулентного трения ξ , имеющий размерность м/с². Коэффициенты сухого трения в моделях Эглит и RAMMS идентичны. Коэффициенты турбулентного трения связаны соотношением $k = g/\xi$. Для калибровки коэффициентов сопротивле-

Таблица 2. Откалиброванные коэффициенты сопротивления модели М.Э. Эглит, расчётные и измеренные параметры лавин

Номер лавины	Объём лавины, м ³	Коэффициенты сопротивления		Расчётные параметры лавин			Измеренные параметры лавин		
		коэффициент турбулентного трения	коэффициент сухого трения	скорость, м/с	высота потока, м	длина пути, м	скорость, м/с	высота потока, м	длина пути, м
3	2000	0,006	0,48	13	1,2	800	15	3	830
4	5000	0,005	0,46	17	1,5	850	20	4	870
5	8000	0,003	0,42	19	1,7	930	25	6	940
6	12 000	0,002	0,38	24	2,4	980	30	10	1000

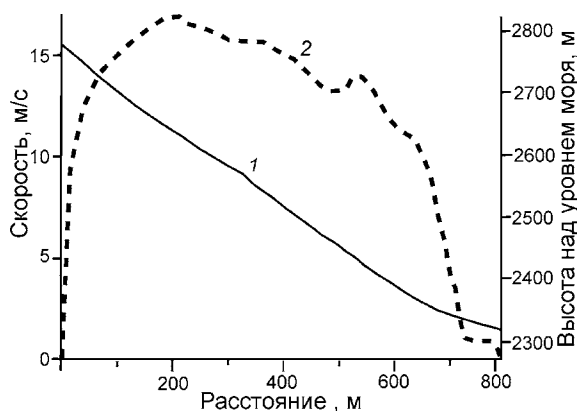


Рис. 4. Продольный профиль расчётной скорости лавины № 2 при коэффициенте сухого трения $\mu = 0,4$ и коэффициенте турбулентного трения $\xi = 1500 \text{ м/с}^2$: 1 – продольный профиль пути лавины; 2 – продольный профиль скорости лавины

Fig. 4. The profile of the calculated velocity of the avalanche № 2 with the coefficient of dry friction $\mu = 0,4$ and the coefficient of turbulent friction $\xi = 1500 \text{ м/с}^2$: 1 – profile of the avalanche path; 2 – profile of the avalanche velocity

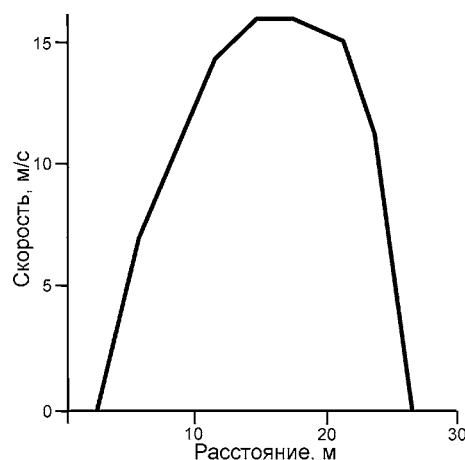


Рис. 5. Поперечный профиль расчётной скорости лавины № 2 на расстоянии 400 м от линии отрыва лавины при коэффициенте сухого трения $\mu = 0,4$ и коэффициенте турбулентного трения $\xi = 1500 \text{ м/с}^2$

Fig. 5. The cross section of the calculated velocity of the avalanche № 2 in 400 m from release point with the coefficient of dry friction $\mu = 0.4$ and the coefficient of turbulent friction $\xi = 1500 \text{ м/с}^2$

ния в модели RAMMS выполнено 225 вариантов расчёта (рис. 4, 5) с различными значениями входных параметров: толщина отрыва лавин – 0,7, 1,0 и 1,3 м; плотность снега – 200, 250 и 300 кг/м³; μ – 0,2, 0,25, 0,3, 0,35 и 0,4; ξ – 1000, 1500, 2000, 2500 и 3000 м/с².

Результаты калибровки коэффициентов μ и ξ приведены в табл. 3. Откалиброванные коэффициенты значительно отличаются от рекомендованных Швейцарским институтом SLF для условий Альп [13]. Расчётные и фактические значения скорости, высоты потока и длины пути лавин приведены в табл. 4. Как видно, моделирование лавин с откалиброванными коэффициентами сопротивления очень хорошо согласуется с реальными лавинами по длине пути и скорости лавин. В то же время расчётные значения высоты потока оказываются очень занижен-

Таблица 3. Коэффициенты сопротивления для моделирования лавин по модели RAMMS

Номер лавины	Рекомендованные Швейцарским институтом SLF		Откалиброванные по реальным лавинам	
	коэффициент сухого трения	коэффициент турбулентного трения, м/с ²	коэффициент сухого трения	коэффициент турбулентного трения, м/с ²
1	0,31	1500	0,35	1500
2	0,31	1500	0,4	1500
3	0,34	1250	0,4	1500
4	0,34	1250	0,35	2000
5	0,31	1500	0,3	2500
6	0,31	1500	0,3	3000

ными. Это может быть связано с тем, что реальные лавины были сухими с пылевым облаком, а используемая модель разработана для плотных

Таблица 4. Результаты моделирования лавин по модели RAMMS

Номер лавины	Параметры лавин									
	измеренные				рассчитанные с откалиброванными коэффициентами			рассчитанные с коэффициентами, рекомендованными Швейцарским институтом SLF		
	объём, м ³	длина пути, м	скорость, м/с	высота потока, м	длина пути, м	скорость, м/с	высота потока, м	длина пути, м	скорость, м/с	высота потока, м
1	12 000	830	17,5	4	840	18,5	2,4	1005	20	1,6
2	8000	800	16,7	8	810	16,9	2,6	1000	20	1,6
3	2000	830	15	3	820	15,4	2,4	910	16	2,4
4	5000	870	20	4	860	20,4	1,6	920	16,2	2,4
5	8000	940	25	6	980	23,5	1,6	980	20	1,6
6	12 000	1000	30	10	990	25,9	1,6	1010	21,3	1,6

лавиновых потоков. Модель для пылевых лавин в настоящее время находится в стадии разработки.

В условиях Иле Алатау при расчётах сухих лавин по модели Эглит следует принимать следующие значения регулирующих коэффициентов: $\mu = 0,46 \div 0,48$, $k = 0,005 \div 0,006$ при объёме 2000–5000 м³ и $\mu = 0,38 \div 0,42$, $k = 0,002 \div 0,003$ при объёме 8000–12 000 м³. Для модели RAMMS при расчётах сухих лавин $\mu = 0,35 \div 0,4$, $\xi = 1500 \div 2000$ м/с² при объёме 2000–5000 м³ и $\mu = 0,3 \div 0,35$, $\xi = 000 \div 3000$ м/с² при объёме 8000–12 000 м³. Для мокрых лавин объёмом 12 000 м³ значение $\mu = 0,35$, $\xi = 1500$ м/с². Для получения откалиброванных значений коэффициентов сопротивления для расчётов лавин других объёмов и типов в других лавинных очагах необходимо продолжить работы по измерениям параметров реальных лавин.

Выводы

Математические модели для расчётов лавин можно использовать только при их калибровке по данным о реальных лавинах. В выборке для калибровки должны быть представлены все

типы лавин, которые наблюдаются в данном горном районе. При калибровке моделей следует работать с материалами видеосъёмки лавин, сходящих во время профилактических спусков, или с данными о параметрах лавин, полученными по следам сошедших лавин. В настоящее время лучше других запросам пользователей отвечает трёхмерная гидравлическая модель RAMMS, разработанная Швейцарским институтом исследования снега и лавин.

Благодарности. Исследования выполнены по программе фундаментальных исследований Министерства образования и науки Республики Казахстан 2306/ГФ «Определение границ лавиноопасных зон в горных районах Казахстана с применением компьютерного моделирования для обеспечения рационального природопользования».

Acknowledgements. The study was supported by the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Program 2306/ГФ4 «Estimation of avalanche hazard zones in mountain regions of Kazakhstan for rational land use by using a computer modelling»).

Литература

1. Саатчан Г.Г. Снег и снежные обвалы // Тр. ТНИИС. 1936. Вып. 27. С. 1–59.
2. Козик С.М. Расчет движения снежных лавин. Л.: Гидрометеоздат, 1962. 70 с.
3. Москалев Ю.Д. Возникновение и движение лавин. Л.: Гидрометеоздат, 1966. 152 с.
4. Voellmy A. Über die Zerstörungskraft von Lawinen // Schweiz, Bauzeitung. 1955. V. 73. № 12. P. 159–162.

References

1. Saatchyan G.G. Snow and snow avalanches. Trudy TNIIIS. TCRIC Proceedings. 1936. 27: 1–59 p. [In Russian].
2. Kozik S.M. Raschet dvizheniya snezhnykh lavin. Calculation of snow avalanche motion. Leningrad: Hydrometeoizdat, 1962: 70 p. [In Russian].
3. Moskalev Yu. D. Vozniknovenie i dvizhenie lavin. Avalanche release and motion. Leningrad: Hydrometeoizdat, 1966: 152 p. [In Russian].

5. Данилова Е.М., Эглит М.Э. Движение лотковых лавин // МГИ. 1977. Вып. 31. С. 65–74.
6. Эглит М.Э., Свешникова Е.И. Математическое моделирование снежных лавин // МГИ. 1980. Вып. 38. С. 79–84.
7. Grigorian S.S. A new law of friction and mechanism for large-scale slagheaps and landslides // Doklady Akademii Nauk SSSR. 1979. № 24. P. 846–849.
8. Благовещенский В.П., Эглит М.Э. Математическое моделирование влияния параметров лавинных очагов и физических свойств снега на движение лавин // МГИ. 1985. Вып. 53. С. 108–112.
9. Christen M., Bartelt P., Gruber U. Numerical calculation of snow avalanche runout distances // Proc. of the 2005 Intern. Conf. «Computing in Civil Engineering», July 12–15. Cancun, Mexico, 2005. P. 30–41.
10. Christen M., Bartelt P., Gruber U. RAMMS – a Modelling System for Snow Avalanches, Debris Flows and Rockfalls based on IDL // Photogramm. Fernerkund. Geoinf. 2007. № 4. P. 289–292.
11. Christen M., Bartelt P., Kowalski J., Stoffel L. Calculation of dense snow avalanches in three-dimensional terrain with the numerical simulation program RAMMS // Proc. of the Intern. Snow Science Workshop. September 21–27, 2008. Whistler, British Columbia, Canada, 2008. P. 709–716.
12. Christen M., Kowalski J., Bartelt P. RAMMS: Numerical simulation of dense snow avalanches in three-dimensional terrain // Cold Region Science and Technology. 2010. № 63. P. 1–14.
13. Электронный ресурс http://ramms.slf.ch/ramms/downloads/RAMMS_AVAL_Manual.pdf
14. Миронова Е.М., Эглит М.Э. Пакет прикладных программ для численного моделирования снежных лавин, селей и водных потоков // МГИ. 1988. Вып. 63. С. 161–165.
4. Voellmy A. Über die Zerstörungskraft von Lawinen. Schweiz, Bauzeitung. 1955, 73 (12): 159–162.
5. Danilova E.M., Eglit M.E. Motion of snow avalanches. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 1977, 31: 65–74. [In Russian].
6. Eglit M.E., Sveschnikova E.I. Snow avalanche mathematical modeling. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 1980, 38: 79–84. [In Russian].
7. Grigorian S.S. A new law of friction and mechanism for large-scale slagheaps and landslides. Doklady Akademii Nauk SSSR. 1979, 24: 846–849.
8. Blagoveshchenskiy V.P., Eglit M.E. Mathematical modeling of influence of the avalanche sites parameters and the physical properties of snow on the avalanche motion. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 1985, 53: 108–112. [In Russian].
9. Christen M., Bartelt P., Gruber U. Numerical calculation of snow avalanche runout distances. In: Proc. of the 2005 Intern. Conf. «Computing in Civil Engineering». July 12–15. Cancun, Mexico, 2005: 30–41.
10. Christen M., Bartelt P., Gruber U. RAMMS – a Modelling System for Snow Avalanches, Debris Flows and Rockfalls based on IDL. Photogramm. Fernerkund. Geoinf. 2007, 4: 289–292.
11. Christen M., Bartelt P., Kowalski J., Stoffel L. Calculation of dense snow avalanches in three-dimensional terrain with the numerical simulation program RAMMS. In: Proc. of the Intern. Snow Science Workshop. September 21–27, 2008. Whistler, British Columbia, Canada, 2008: 709–716.
12. Christen M., Kowalski J., Bartelt P. RAMMS: Numerical simulation of dense snow avalanches in three-dimensional terrain. Cold Region Science and Technology. 2010, 63: 1–14.
13. Internet resource http://ramms.slf.ch/ramms/downloads/RAMMS_AVAL_Manual.pdf
14. Mironova E.M., Eglit M.E. Application package for numerical simulation of avalanches, debris flows and water flows. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 1988, 63: 161–165. [In Russian].