УДК 519.688:336.76.066

О.П. Луценко, О.Г. Байбуз

Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара

ОГЛЯД МЕТОДІВ ПОШУКУ РОЗЛАДНАНЬ І ПЕРСПЕКТИВИ ЇХНЬОГО ЗАСТОСУВАННЯ У ТЕХНІЧНОМУ АНАЛІЗІ БІРЖОВИХ КОТИРУВАНЬ

Запропоновано використовувати методи визначення розладнань для визначення ділянок стаціонарності часових рядів котирувань при здійсненні технічного аналізу біржових ринків. Наведено огляд існуючих методів послідовного визначення розладнань.

Ключові слова: *статистика, визначення розладнань, біржова торгівля, котирування, часовий ряд, нестаціонарні процеси.*

Предложено использовать методы определения разладок для определения участков стационарности временных рядов котировок при проведении технического анализа биржевого рынка. Приведен обзор существующих методов последовательного определения разладок.

Ключевые слова: *статистика, определение разладок, биржевая торговля, котировки, временной ряд, нестационарные процессы.*

Proposed using change-point detection methods to determine areas of stationarity in time series of stock market quotations. The review of existing sequential methods of change-point detection provided.

Key words: *statistics, change-point detection, stock market, market quotations, time series, non-stationary process.*

Постановка проблеми. Торгівля на спекулятивному ринку фінансів і цінних паперів характеризується високою динамікою і великою потенційною прибутковістю, але поєднується з пропорційно великими ризиками, для мінімізації яких застосовується цілий комплекс засобів технічного аналізу. У зв’язку з ростом популярності даного виду торгівлі на протязі останніх років, у тому числі і на території України, попит на технології оцінки і мінімізації торгових ризиків надзвичайно зріс. Існуючі методи технічного аналізу перестають задовольняти ринкових гравців, і розробка нових напрямів аналізу ринку є актуальною задачею.

Аналіз досліджень у даній галузі. Тенденція до переходу від індикаторів і осциляторів технічного аналізу до більш точних і складних методів сформувалася відносно нещодавно. Це обумовлюється досягненнями персональними ЕОМ необхідного рівня обчислювальних можливостей. Популярності набули технології побудови апроксимаційних рівнянь кривих за допомогою генетичних алгоритмів, технології розпізнавання візуальних образів, технології нейромережевої побудови і оптимізації індикаторів.

Підхід, що пропонується авторами, відрізняється від існуючих тим, що часовий ряд валютних котирувань розглядається не як множина окремих точок, а як сукупність стаціонарних відрізків, на які він розбивається точками розладнань.

Знаходження точок розладки ряду дозволяє досягти двох цілей:

1) розділити ряд на ділянки з подібними статистичними властивостями;

2) отримати з великих вибірок даних стислу інформацію про статистичну динаміку ряду.

Отримані дані можуть бути використані у подальшому дослідженні закономірностей руху ринку за допомогою нейромережевого підходу.

Постановка цілей. Метою даної статті є викладення огляду методів пошуку розладнань, які слугують одним з основних компонентів експертної системи оцінки функцій ризику при здійсненні торгівлі на спекулятивному фінансовому ринку.

Виявлення зміни ринкової тенденції належить до задач послідовного виявлення розладнань. Апостеріорні методи можуть бути використані в тому випадку, якщо потрібні точні дані про час порушеня стаціонарності, і можуть бути застосовані лише за наявності певної кількості даних після можливого розладнання. Так як задачею аналізу ринку можливість роботи з найновішими даними є важливішою за максимізацію точності виявлення моменту розладнання у часі, в рамках даного дослідження розглядаються лише методи послідовного аналізу.

Основний матеріал. З математичної точки зору, загальна постановка задачі виявлення розладнання стаціонарного часового ряду $x_t = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ полягає у перевірці гіпотези H_0 про те, що випадкові величини x мають один і той же розподіл F_0 з деякої множини розподілів. Альтернативною є гіпотеза H_1 про кускову стаціонарність, тобто про існування такого моменту часу $\tau \geq 1$, що при $1 < \tau$ розподілом випадкових величин x_t є F_0, а при $t \geq \tau$ відмінний від F_0 деякий розподіл F_1.

Розглядаючи послідовні методи виявлення розладнання, можна говорити про кілька великих груп методів, заснованих на загальних підходах.

1 Алгоритм Гіршика-Рубіна-Ширяєва (ГРШ)

Уперше задача послідовного виявлення розладнання була поставлена в [1]. Розглядався випадок поточного контролю виробничого процесу, який може знаходитися в двох станах – налагодженому і розладженому – і має відомі величини щільності ймовірності до і після розладнання.

Нехай за першим станом щільність ймовірності значень ряду дорівнює $\omega(x_t, \theta_0)$, а в другому (розладнаному) – $\omega(x_t, \theta_0)$. Тоді

$$w = \frac{\omega(x_t, \theta_0)}{\omega(x_t, \theta_1)}.$$

На кожному кроці накопичується добуток

$$\begin{aligned} W_t &= w_t(1 + W_{t-1}) \\ W_0 &= 0 \end{aligned}.$$

Правило подачі сигналу про розладнання має вигляд:

$$\tau = \inf(t : W_t \geq b),$$

де b – поріг чутливості виявлення.

2 Алгоритми, засновані на накопиченні кумулятивних сум. Алгоритм кумулятивних сум (АКС, CUSUM) був розроблений Е. С. Пейджем [2]. Він являє собою послідовний аналіз А. Вальда, а точніше — послідовний критерій відношення ймовірності (ПКВЙ) для двох простих гіпотез H_1 (немає розладнання): $\theta = \theta_1$ і H_2 (є розладнання): $\theta = \theta_2$, де θ – деякий скалярний параметр щільності розподілу $\omega(x_t/\theta)$.

Ідея Е. С. Пейджа полягає в аналізі поведінки кумулятивної суми

$$S_t = S_{t-1} + \ln(\omega(x_t/\theta_2)\omega(x_t/\theta_1)).$$

На кожному кроці сума порівнюється із заданим порогом h. Якщо на кроці t $g_t > h$, то подається сигнал про розладнання, а накопичення суми починається заново з нуля. Таким чином:

$$S_t = \max(0, S_{t-1} + g_t),$$

$$g_t = \ln(\omega(x_t / \theta_2) / \omega(x_t / \theta_2)).$$

Сигнал про розладнання подається у момент часу

$$\tau = \inf(t \geq 1 : S_t > h). \quad (1)$$

Існує інше тлумачення АКС. На кожному кроці із заданим порогом порівнюється різниця

$$g_t = S_t - \min_{k<t} S_k \, . \qquad (2)$$

Указані формули справедливі для випадку, коли середня величина θ збільшується. У випадку, якщо необхідно виявляти зміни θ у бік зменшення, різниця має вигляд

$$g_t = \max_{k<t} S_k - S_t \, . \qquad (3)$$

Сигнал про розладнання подається у момент часу $\tau = \inf(t \geq 1 : g_t > h)$. Порівняння сум (2) і (3) з контрольною межею h може проводитися одночасно, щоб виявляти відхилення у будь-який бік.

Знаючи тип розподілу та визначаючи одну з імовірнісних характеристик розподілу як параметр θ, можна отримати рекурентні формули накопичення кумулятивної суми. Так, для випадку виявлення зміни середнього значення нормального розподілу формула для прирощення матиме вигляд

$$g_t = \frac{m_2 - m_1}{\sigma^2}\left(x - \frac{m_1 + m_2}{2} \right), \qquad (4)$$

де m_1 – математичне очікування величини до розладнання; m_2 – передбачуване математичне очікування величини після розладнання; σ – середнє квадратичне відхилення; x – значення спостереження у момент часу t.

На підставі послідовного аналізу Вальда Г. Лорденом була розроблена процедура «максимальної правдоподібності» [3].

Нехай розподіл x відноситься до експоненціального сімейства розподілів з щільністю

$$\omega(x_t \mid \theta) = \exp(\theta T(x) - b(\theta)) \, ,$$

$b(\theta)$ – строго вигнута вгору функція, що диференціюється на всієї області визначення. Для прийнятого сімейства розподілів можна припустити, що при $\theta = 0$ $b(\theta) = 0$, за необхідності центруючи вибірку відносно середнього значення. Логарифм відношення правдоподібності гіпотези про присутність розладнання проти гіпотези про стаціонарність ряду рівний $\theta S_n - nb(\theta)$. Правило максимальної правдоподібності має вигляд:

$$\tau = \inf\left\{ t \geq 1 : \sup_{k \leq t} \sum_{i=k}^{t} T\left(x_i\right) - (t-k+1) b\left(\theta\right) \geq h \right\} .$$

Правило двобічного виявлення можна представити у формі U-маски: на кожному кроці накопичуючи суму $S_k^t = \sum_{i=k}^{t} T(x_i)$, можна порівнювати її з криволінійними порогами

$$\overline{c}_l = \inf_{\theta > \widetilde{\theta}} \{h/\theta + lb(\theta)/\theta\}$$

$$\underline{c}_l = \sup_{\theta < -\widetilde{\theta}} \{h/\theta + lb(\theta)/\theta\},$$

де $\widetilde{\theta}$ – величина допускового інтервалу відхилення навколо θ.

На відміну від АКС Пейджа, ефективність якого падає при відхиленні від передбачуваного значення θ_2, алгоритм Лордена рівномірно ефективний для деякої множини значень θ_2. Недоліком методу є складність отримання рекурентного запису, що приводить до великої ресурсоємності рішення за допомогою ЕОМ.

3 Методи, засновані на лемі Неймана-Пірсона. Дана група методів заснована на перевірці гіпотези $\theta = \theta_1$ проти $\theta = \theta_2$, що виконується на кожному кроці для допоміжної вибірки обсягом $\widetilde{N} : \{x_t^{t+\widetilde{N}-1}\}$ згідно критерію максимальної правдоподібності. Для цієї вибірки обчислюється кумулятивна сума і порівнюється з порогом h. У разі нормального розподілу

$$S_{\widetilde{N}}^t = ((\theta_2 - \theta_1)/\sigma^2)(\sum_{i=t}^{t+\widetilde{N}-1} x_i - \widetilde{N}(\theta_2 + \theta_1)/2) \ . \qquad (2)$$

Для даного випадку правило виявлення є еквівалентним використанню карт Шухарта.

Карта Шухарта [4] має дві контрольні межі щодо центральної лінії, які проводяться на відстані kσ від деякого еталонного значення (наприклад, середнє значення ряду), де σ – дисперсія випадкової величини, k – деяка контрольна межа (найчастіше використовується значення k=3, запропоноване самим Шухартом). Сигнал про розладнання подається, якщо:

$$x_{\widetilde{N}} > m + k\sigma,$$

$$x_{\widetilde{N}} < m - k\sigma,$$

$$x_{\widetilde{N}} = \frac{1}{\widetilde{N}} \sum_{i=t}^{t+\widetilde{N}-1} x_i,$$

де $\widetilde{\mathrm{N}}$ – обсяг допоміжної виборки, m – математичне очікування.

4 *Алгоритми, засновані на експоненціальному згладжуванні.* Метод, заснований на експоненціальному згладжуванні, описаний в [5].

На кожному кроці спостереження накопичується сума

$$S_t = (1-k)S_{t-1} + k(x_t - m) ,$$

де m – математичне очікування.

Замість x може бути використане середнє значення $x_{\tilde{N}}$, отримане з допоміжної вибірки. Також можливий варіант застосування алгоритму, коли величина k залежить від попередніх значень S_t, і таким чином здійснюється пристосування до зміни статистичних властивостей послідовності.

У разі збільшення середнього сигнал про розладнання подається згідно правила

$$\tau = \inf(t \ge 1 : S_t > h) .$$

Правило для двобічної процедури:

$$\tau = \inf(t \ge 1 : | S_t | > h) ,$$

Існує модифікація даного методу, в якій накопичуються дві суми [6]:

$$S_t = (1-k)S_{t-1} + k(x_t - m) ,$$

$$R_t = (1-k)R_{t-1} + k \,| x_t - m | ,$$

і на підставі їх обчислюється параметр

$$G(n) = \frac{S(n)}{R(n)} .$$

Сигнал про розладнання подається, якщо $G \ge h_2$ або $G \le h_1$.

$$-1 < h_1 < h_2 < 1 .$$

5 Байесівський підхід до послідовного виявлення розладнання. Задача послідовного виявлення розладнання може бути вирішена і з використанням *байесівського підходу*. Хоча байесівські формули ймовірності частіше використовуються в апостеріорному виявленні, у [7] був описаний метод послідовного визначення розладнання з прогнозуванням, заснований на рекурсивній байесівській оцінці очікування довжини ділянки без розладнання.

В основі алгоритму – твердження, що на кожному кроці спостереження можливі дві події: або розладнання не спостерігається, і отже збільшується довжина відрізку без розладнання, або відбувається розладнання, і відлік відрізку починається заново. Ймовірність цих подій:

$$P(r_t \mid r_{t-1}) = \begin{cases} H(r_{t-1}+1) & r_t = 0 \\ 1 - H(r_{t-1}+1) & r_t = r_{t-1}+1 \end{cases},$$

$$H = \frac{P_{gap}(g=\tau)}{\sum_{t=\tau}^{\infty} P_{gap}(g=t)},$$

де P_{gap} – апріорний дискретний розподіл ймовірностей на інтервалі без розладнання.

Досліджуваний ряд представляється у вигляді кусково-експоненціальної моделі. Функція правдоподібності для цієї моделі матиме вигляд:

$$P(x \mid \eta) = h(x) \exp(\eta^T U(x) - A(\eta)),$$

де

$$A(\eta) = \log \int d\eta \, h(x) \exp(\eta^T U(x)).$$

Вираз може бути переписаний у вигляді експоненціального розподілу навколо η

$$P(\eta \mid \chi, \nu) = \widetilde{h}(\eta) \exp(\eta^T \chi - \nu A(\eta) - \widetilde{A}(\chi, \nu)).$$

Таким чином, алгоритм визначення розладнання з прогнозуванням буде наступним:

1. Завдання початкових значень P, ν, χ .

Якщо відомо, що розладнання відбулося на один крок раніше початку спостереження, отже $P(r_0 = 0) = 1$. Інакше використовується нормалізована функція виживання:

$$P(r_0 = \tau) = \frac{1}{Z} S(\tau),$$

$$S(\tau) = \sum_{t=\tau+1}^{\infty} P_{gap}(g=t),$$

де $P_{gap}(g=t)$ – інтервал між розладнаннями.

2. Отримання наступного значення ряду x_t.
3. Обчислення прогнозованого значення ймовірності:

$$\pi_t^{(r)} = P(x_t \mid \nu_t^{(r)}, \chi_t^{(r)}).$$

4. Обчислення ймовірності продовження ділянки без розладнання:

$$P(r_t = r_{t-1}+1, x_{1:t}) = P(r_{t-1}, x_{1:t-1}) \pi_t^{(r)} (1 - H(r_{t-1})).$$

5. Обчислення ймовірності розладнання:
$$P(r_t = 0, x_{1:t}) = \sum_{r_{t-1}} P(r_{t-1}, x_{1:t-1}) \pi_t^{(r)} H(r_{t-1}) .$$
6. Обчислення підтвердження:
$$P(x_{1:t}) = \sum_{r_t} P(r_t, x_{1:t}) .$$
7. Визначення розподілу на ділянці без розладнання:
$$P(r_t, x_{1:t}) = P(r_t, x_{1:t}) / P(x_{1:t}) .$$
8. Обчислення нових значень ν і χ:
$$\nu_{t+1}^{(r+1)} = \nu_t^{(r)} + 1,$$
$$\chi_{t+1}^{(r+1)} = \chi_t^{(r)} + u(x_t).$$
9. Прогнозування:
$$P(x_{t+1} \mid x_{1:t}) = \sum_{r_t} P(x_{t+1} \mid x_t^{(r)}, r_t) P(r_t \mid x_{1:t}) .$$

6 Непараметричні алгоритми послідовного виявлення розладнання. Алгоритми, що вимагають інформації про розподіл до і після розладнання, є точними, але, в той же час, можуть бути застосовані не завжди, адже часто інформацію про розподіл отримати неможливо. У такому разі застосовуються непараметричні методи.

У задачі аналізу стану ринку ймовірнісні характеристики процесу після розладнання є невідомою величиною, а отже використання параметричних методів виявлення розладнання ускладнене.

Наведена вище форма АКС потребує інформації про значення параметра θ після розладнання. Існує спосіб ослабити ці вимоги. Алгоритм налаштовується так, щоб реагувати на будь-які зміни заданої характеристики розподілу.

Нехай $\breve{\theta}_2$ – невідома величина, але відомий напрям її зміни, наприклад, $\theta_2 > \theta_1$. Тоді (4) можна переписати у формі, відомій також як тест Пейджа-Хінклі
$$\Delta g_t = x - m_1 - k \quad при\ m_2 > m_1 . \tag{5}$$
Для випадку зменшення m
$$\Delta g_t = -x + m_1 + k \quad при\ m_2 < m_1 , \tag{6}$$
де $k \geq 0$ – поріг чутливості методу для відхилення від θ_1.

У [8] була доведена еквівалентність процедур (5) і (6), вживаних одночасно, до наступної процедури:
$$R_t = \max \sum_{i=1}^{m} (x_i - \theta_i) - \min_{m \leq t} \sum_{i=1}^{m} (x_i - \theta_i) .$$

У [9] пропонується використовувати метод виявлення зміни медіани випадкової послідовності:

$$g_t = \max(0, g_{t-1} + \Delta g(x_t - k))$$

$$\Delta g(x) = \begin{cases} 1 & при\ x \geq 0 \\ -1 & при\ x < 0 \end{cases}$$

де k – значення медіани.

Бродським і Дарховським в [10] був запропонований непараметричний метод послідовного визначення, заснований на обчисленні наступної статистики:

$$Z(n) = \max_{\lfloor \alpha M \rfloor \leq k \leq \lfloor (1-\alpha) M \rfloor} \left| Y_M(k,n) \right|,$$

$$Y_M(k,n) = \frac{1}{k} \sum_{n-M+1}^{n-M+k} x(i) - \frac{1}{M-k} \sum_{n-M+k+1}^{n} x(i) \ ,$$

де n – довжина часового ряду, $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

Сигнал про розладнання подається, якщо значення Z(n) перевищує поріг визначення c.

Алгоритм має три параметри налаштування: α, *M*, *c*. Із збільшенням об'єму пам'яті M поліпшується якість виявлення, тому його можна вибирати виходячи з обчислювальних можливостей. Значення $\alpha < 2M$ вибирається з урахуванням того, що величина затримки визначення має порядок α*M*. Значення c обирається експериментальним шляхом для конкретного числового ряду.

Тими ж авторами були запропоновані непараметричні модифікації раніше згаданих методів послідовного виявлення.

1. Алгоритм кумулятивних сум. Авторами запропоновано використовувати значення ряду *x* як прирощення суми, а накопичену суму порівнювати з деяким «великим» числом c

$$y_t = \max(0, (y_{t-1} + x_t))$$
$$\tau = \inf(t : y_t \geq c) .$$

Процедура виявлення відхилення в обидві сторони:

$$\tau = \inf(t : | y_t | \geq c) .$$

Якщо ряд не є центрованим, необхідне додаткове центрування значень відносно маточікування ряду, підрахованого на діапазоні заданої довжини l.

2. Алгоритм ГРШ. У даній модифікації методу замість відношення щільності ймовірності використовується експоненціальна функція

$$W_t = (1 + W_{t-1}) e^{x(t)} .$$

Як і в базовому методі ГРШ, вирішальне правило має вигляд: $\tau = \inf(t : W_t \geq b)$.

3. Метод заснований на експоненціальному згладжуванні

$$S_t = (1-k) S_{t-1} + k x_t .$$

В [11] запропоновано наступний непараметричний метод визначення зміни середнього

$$S_t = \max((p+q), (S_{t-1} + q\ sign(x_t - x_{t-m}) - p)) ,$$

де q > p – натуральні нескорочувані числа, p + q – порог чутливості алгоритму.

Метод виявляє зміну середнього у сторону збільшення. Для визначення зміни у сторону зменшення перепишемо рівняння у вигляді:

$$S_t = \max((p+q), (S_{t-1} - q\ sign(x_t - x_{t-m}) + p)) .$$

Вирішальна функція алгоритму, заснованого на принципі нев'язок, формується як нев'язка (розбіжність) між моделлю випадкового процесу, що спостерігається, і прийнятою раніше моделлю [12]

$$G(n) = \frac{1}{\sqrt{2n}} \sum_{i=n-M}^{n} \left(\left(\frac{x_i - m_i}{\sigma_i^2} \right)^2 - 1 \right), \tag{7}$$

де M – глибина пам’яті, $\mathrm{m_i}$ – математичне очікування процесу до разладнання, σ_i^2 – дисперсія до розладнання.

Формула (7) може бути перетворена до рекуррентного вигляду:

$$G(n) = \sqrt{\frac{n-1}{n}} \cdot G(n-1) + \frac{1}{\sqrt{2n}} \left(\left(\frac{x_n - m_n}{\sigma_n^2} \right)^2 - 1 \right).$$

Початкові умови:

$$G(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left(\frac{x_1 - m_1}{\sigma_1^2} \right)^2 - 1 \right).$$

У [13] розладнання пропонується розглядати зміну в оновлюючих послідовностях фільтра Калмана. Запис алгоритму в матричному вигляді:

$$G(n) = \begin{cases} 0, n < M \\ \det(S_n),\ n \geq M \end{cases},$$

$$S_n = \frac{1}{M-1} \sum_{i=n-M+1}^{n} (x_i - m_n)(x_i - m_n)^T, n \geq M ,$$

де $\det(S_n)$ – визначник матриці S_n, M – глибина пам'яті, m – математичне очікування послідовності до розладнання:

$$m_n = \frac{1}{M} \sum_{i=n-M+1}^{n} x_i, n \geq M .$$

Незважаючи на те, що алгоритм призначений для роботи з матричними параметрами x, він може бути застосований і для аналізу одновимірних послідовностей. Прийнявши розмірність *x* за одиничну, приходимо до рекурентних формул:

$$S_n = S_{n-1} + \frac{x_n - x_{n-M}}{M-1} \left(x_n + x_{n-M} - 2m_{n-1} - \frac{1}{M} \right),$$

$$m_n = m_{n-1} + \frac{x_n - x_{n-M}}{M}, n > M .$$

Початкові умови:

$$S_M = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M} (x_i - m_M)^2 .$$

Метод визначення мінімуму інформаційної неузгодженості [14] також не потребує для роботи даних про характеристики розподілу після розладнання. Алгоритм заснований на знаходженні інформаційної неузгодженості автоковаріаційних матриць, побудованих на основі двох вибірок: $X_1 = (x_{1,1}, x_{1,1}, ..., x_{1,M_1})$ і $X_1 = (x_{2,1}, x_{2,1}, ..., x_{2,M_2})$ об'ємом M_1 і M_2 відповідно.

$$S_1 = \frac{1}{M_1} \sum_{i=1}^{M_1} x_{1,i} \; x_{1,i}^T ,$$

$$S_2 = \frac{1}{M_2} \sum_{i=1}^{M_2} x_{2,i} \; x_{2,i}^T ,$$

$$S_0 = (M_1 / M_0) S_1 + (M_2 / M_0) S_2 ,$$

де $M_0 = M_1 + M_2$.

Сигнал про розладнання подається за умови:

$$\lambda(X_0) = M_1 \, \gamma_{1,0} + M_2 \, \gamma_{2,0} - 0{,}5(M_0 n) \geq \ln(\lambda_0) ,$$

де $\gamma_{k,0} = 0{,}5(\mathrm{tr}(S_k \, S_0^{-1}) - \ln | S_k \, S_0^{-1} |)$ – величина інформаційної неузгодженості, |·| – визначник матриці, tr – слід квадратної матриці, n – константа.

Метод передбачає, що процес X є центрованим з нульовим математичним очікуванням.

Висновки. Методи пошуку розладнання дозволяють «стискати» великі об'єми даних, виділяючи з них тільки найважливішу для подальшого аналізу інформацію – дані про зміну динаміки процесу.

Скорочення об'ємів даних дозволяє працювати у процесі прогнозування з більшими часовими проміжками історії цін, не збільшуючи об'єм вхідних даних.

Указані методи використані в автоматизованій системі аналізу валютного ринку «Форекс-радник» в якості основи експертної системи оцінки ризиків торгівельних операцій.

Бібліографічні посилання

1. **Girshich M.A**. Bayes Approach to a Quality Control Model. / M.A. Girshich, H. A. Rubin // Ann. Math. Statist. – 1952. – Vol. 23. – № 1. – P. 114–125.
2. **Page E.S.** Continous Inspection Schemes / E.S. Page // Biometrika – 1954. – Vol. 41. – № 1. – P. 110–115.
3. **Lorden G.** Procedures for Reacting to a Change of Distribution / G. Lorden // Ann. Math. Statist. – 1971. – Vol. 42, № 1. – P.1897–1908.
4. **Shewart, W.A.** (1931). Economic Control of Quality of Manufactured Product / W.A. Shewhart – Seattle. Quality Press, 1980. – 501p.
5. **Roberts S.W.** Control chart tests based on geometric moving average / S.W. Roberts // Technometrics, 1959. – Vol. 1, № 3 – P.239–250.
6. **Калишев О.Н.** Метод диагностирования измерительных каналов с учетом предыстории // Автоматика и телемеханика. – 1988. – №6. – С. 135–143.
7. **Adams R.P.** Bayesian Online Changepoint Detection / R.P. Adams, D.J.C. McKay. Режим доступу: http://arxiv.org/pdf/0710.3742v1.pdf
8. **Nadler J.** Some characteristics of Page's twosided procedure for detecting a change in a location parameter / J. Naddler, N.B. Robbins // Ann. Math. Statist. – 1971. – Vol. 42, № 2. – P. 538–551.
9. **McGilchrist C.A.** Note on distribution-free CUSUM technique / C.A. McGilchrist, K.D. Woodyer // Technometrics, 1975 – Vol. 17, № 3. – P. 321–325.
10. **Brodsky B.E.** Nonparametric Methods in Change-Point Problems. / B.E. Brodsky, B.S. Darkhovsky – Dordrecht: Kluver Academic Publishings, 1993. – 210 p.
11. **Воробейчиков С.Э.** Об обнаружении изменения среднего в последовательности случайных величин / С.Э. Воробейчиков // Автоматика и телемеханика. – 1998. – №3. – С. 50–56.
12. **Бородкин Л.И**. Алгоритм обнаружения моментов изменения параметров уравнения случайного процесса / Л.И. Бородкин, В.В. Моттль // Автоматика и телемеханика. – 1976. – №6. – С. 23–32.

13. **Гаджиев Ч.М.** Проверка обобщенной дисперсии обновляющей последовательности фильтра Калмана в задачах динамического диагностирования / Ч.М. Гаджиев // Автоматика и телемеханика. – 1994. – №8. – С. 98–104.

14. **Акатьев Д.Ю.** Обнаружение разладки случайного процесса на основе минимума информационного рассогласования. / Д.Ю. Акатьев, В.В. Савченко // Автометрия, 2005. – Т.41, №2. – С. 68–74.

Надійшла до редколегії 20.10.2012