

「アローの一般不可能性定理」批判の検討(2)

大谷 和

はじめに

- I 条件1への批判
- II 条件2への批判
- III 条件3への批判
- IV 条件4への批判
- V 条件5への批判
- VI 市場機構と投票との同一視に対する批判

おわりに

はじめに

この小論は、大谷の前稿〔29〕に続いて、Arrow〔1〕出版直後のアローの一般不可能性定理に対する批判を検討してみようことを目的としている。ただし、前稿〔29〕が、主として、アローの2つの公理（選好の連結性公理、選好の推移性公理）を中心とした、アローの諸条件以外の基礎的な面での批判を検討したのに対し、この小論では、アローの4つないし5つの条件に対する批判と、アローが市場機構を投票方式とを同一視している点とに対する批判を検討しようとするものである。アローの一般不可能性定理は、前述の2つの公理と、5つの条件である条件1（アローのいう社会的厚生関数の定義域の非限定性）、条件2（正の関連性）、条件3（無関係な選択対象からの独立性）、条件4（市民主権性）、条件5（非独裁性）とからなる定理である。Arrow〔2〕以降は、条件2と条件4とを1つにまとめて、パレート原理の条件として、2つの公理と4つの条件とからなる定理とすることが多い。

以下では、これらの条件が、どんな考え方から批判されているかを検討するのであるが、I以下の批判内容を明確にするため、次に5つの条件を具体的に記す。（Arrow〔2〕ch.3より、論者自身による訳）

条件1（定義域の非限定性）

全選択対象の中で、次のような性質を満足す

る3つの選択対象部分集合 S が存在する。 S 上での個人的順序 T_1, \dots, T_n のどんな組み合わせの集合に対しても、全選択対象集合上の個人的順序 R_1, \dots, R_n という考えられうる集合が存在しており、そしてそれぞれの個人に対して、 S 上の x, y について $xT_i y$ ならば $xR_i y$ が成立し、逆に $xR_i y$ ならば $xT_i y$ が成立している。

条件2（社会的価値と個人的価値との間の正の関連性）

R_1, \dots, R_n と R'_1, \dots, R'_n を個人的順序関係の2つの集合 R と R' とを、それぞれに対応している社会的順序とし、また P と P' とをそれぞれに対応している社会的選好関係とする。それぞれの i に対して、2つの集合の個人的順序関係は、次の様に関連していると仮定する。すなわち、所与の選択対象とは異なる x', y' に対して、 $x'R_i y'$ の時には必ず $x'R'_i y'$ となり、逆もまた成立する。また、すべての y' に対して、 $xR_i y'$ は $xR'_i y'$ となり、すべての y' に対して、 $xP_i y'$ は $xP'_i y'$ となる。こうした時、もし xPy ならば、 $xP'y$ が成立している。

条件3（無関係な選択対象からの独立性）

R_1, \dots, R_n と R'_1, \dots, R'_n をそれぞれ、2

つの個人的順序の集合とし、 $C(S)$ 、 $C'(S)$ を上のそれぞれの個人的順序に対応している社会的選択関数とする。もし、すべての個人 i と所与の環境 S について、 $xR'_i y$ ならば $xR_i y$ であり、逆もまた成立しているならば $C(S)$ 、 $C'(S)$ は同一となる。

条件4（市民権性）

社会的厚生関数は決して賦課的（強制的一記者）なものではない。ただしここで賦課的であるとは、もし、異なる2つの選択対象 x, y という、ある対について、個人的順序 R_1, \dots, R_n のどんな集合に対しても xRy が成立することである。ただし R は、 R_1, \dots, R_n に対応している社会的順序である。

条件5（非独裁性）

社会的厚生関数は、決して独裁的なものではない。ただし、ここで独裁的であるとは、すべての x, y に対し、 i 以外のすべての個人的順序 R_1, \dots, R_n とは無関係に、 $xP_i y$ が xPy となる。1個人 i が存在することを意味する。ただし、 P は R_1, \dots, R_n に対応している社会的選好関係である。

以上の5つの条件に対する批判への、アローの反応は、条件1については、すでに〔1〕の第7章の2での、単峰型選好の場合という節により論じてことからわかるように、現実には各個人の社会的態度には類似性があるということは認めており、この条件は厳しすぎ、非現実的条件であることを認めている。また条件3については、第8章の4で、批判を受けて、アローの考える範囲内で条件を緩和した場合に生じる困難さを5つに分けて議論し、条件3の批判へ反批判を試みている。

条件5については、〔2〕の第8章の2で、Murakami〔19〕を使って独裁者の条件を弱めることによって、やはりアローの定理の成立するという形で反批判している。

条件2、条件4への批判については〔2〕では反批判がなされていない。

I 条件1への批判

Inada〔12〕では、この条件1と、Ⅲで論ずる

条件3が、アローの5つの条件の中で、非常に厳しい条件であることを示している。社会的厚生関数として多数決による投票方式を考える時、Black〔5〕、Downs〔10〕によって、個人的選好順序に特定の限定性（1例として単峰性）を加えると、一般的に（例外なくという意味で）多数決投票方式という形での社会的厚生関数が存在することが示されている。村上〔26〕は、単峰性以外に社会の多数者が同一の選好順序をもつ場合も同じことがいえるとしている。この条件に対しては、「社会的協力編成と成果分配のルールを、各プレイヤーのもつ諸特性が「無知のヴェール」に隠された「仮説的原初状態」において設計するという、われわれの問題設定のもとではきわめて自然な要求である」（鈴木〔25〕 p.104）との、この条件への擁護論があるが、現実的にわれわれの社会をみれば、Tullock〔23〕でいうように、多数の人々の選好には、互いに確率的に差異があるにしても、人々の選好には、類似性や、ある種の規則性があることは事実である。こうして、タロックはアローの一般不可能性定理の例として投票のパラドックスがあるにもかかわらず、現実の多数決による投票の結果は、人々に一定の満足感をもたらすものになっていると主張する。Kemp〔13〕は、われわれが選択する場合、近い未来に表われる限られた数の選択状況への考察のみから選択することによって、予想結果についての知識を得ているとし、「すべての考えられる限りの選択対象」というアローの条件は、人々にとって何の意味を持たないものだと批判する。こうして、すべての考えられる選択対象にもとづいて考え出された意思決定は、全く何もあらかじめ考えない選択対象から考え出された意思決定と同じ位の情報しか与えないであろうとする。そしてケンプは結論として、特殊な選択状況下においてのみ、個人は、条件もしくは、条件の集合を評価しえるのだとしている。熊谷〔24〕も、この条件だけが他の4つの条件とは異って、最近の厚生経済学では使わないものであり、この条件1の緩和によって、アローの定理が示す困難を回避できないかという、さらに、どの程度の人々の選好の類似性によって、アローの定理を否定できるかが、今後の研究方向の1つであると問題提起している。単峰性以外の人々の類似性を求めて、Inada, Sen, et alの研究が、またどの程

度の類似性が必要かの研究が Kuga and Nagatani によっておこなわれている。この条件 1 は現実の選択過程を観察すればわかるように社会的厚生関数によって厳しすぎるものであり、条件 3 と並んで当然批判されるべき条件であろう。このためアローの条件のうち、この条件の検討が最もよくなされている。

さらに、民主主義は、多数の意見を討論と妥協によって集団的選好にまとめる方法と考えると、この討論と妥協とは、個人的選好をせばめていく過程とも考えられるということによっても批判されうる。

II 条件 2 への批判

この条件 2 は、条件 4 と組み合わせられて、パレート原理条件とされ、条件 4 への批判と結びついているためか、特に取り上げられて批判されることの少ない条件である。批判としては、大谷 [29] で述べたように Little [16] による①他の条件と異って、この条件は、選好の変化を前提としていることから、他の 4 つの条件との整合性問題をおこす条件であるということ②バークソンの社会的厚生関数では、個々人の好みは一定の前提のもとで考えられていたのに、アローは社会的厚生関数にこの条件を加えることにより、バークソンのものとアローのものでは、同じ社会的厚生関数という概念を使っているにもかかわらず、互いは無関係であることを示す条件、という 2 つの考え方からの批判がある。また、Kemp [13] の批判は、条件 2 への、ある個人の評価は、この条件と結びついた選好についての変化が、彼の状況の改善に結びつくかどうかの確信によるとし、そしてこの確信は、選好が変化すると考えられる方向と選択対象集合とのいかんによるとし、必ずしも常に正の連関性があるわけではないと批判している。Bergson [4] の批判は、簡単明瞭なものである。すなわち、他人への配慮をおこなうのは当然であり、そもそもアローのこの条件は、現実の無視であり、特に、条件として取り上げるべきものではないとしている。

また Conti [9] によれば、この条件は、選択集合が連結集合である時には、不要な条件となり、5 つの条件からなるアローの一般不可能性定理は条件 2 が不要なものであることから、問題となり

えない定理となると批判する。このユニークな批判は、残念ながら、Majumdar [17] からの反例を示す形での反批判があり、一般性を持たない。

III 条件 3 への批判

I で述べたように、この条件 3 は厳しい条件で、Inada [12] は、もし、条件 1 と条件 3 とがなければ、社会的厚生関数が存在しえるかどうかという問題は、特に議論されるべき問題ではなくなるとさえ述べている。擁護論としては、この条件は「社会的意思決定のための必要情報投入量を最小限に留め、情報収集・処理・伝播のための組織費用を最大限に節約しうることを保証する魅力的な要求である」(鈴木 [25] p.104) がある。この擁護論は、現実を全く無視した論で、この条件を正当化するために、人々の選択時の状況を完全に無視して、単なる正当化のための理屈を無理につけたもので、社会学者としては、問題とされねばならない議論であると考えられよう。投票方式を考えてみれば、この条件は成立していないので、アローの結果は、一見したほど、厚生経済学理論に対して破壊的なものではないと主張される (Baumol [3])。さらに Bergson [4] は、この条件について社会的厚生という概念そのものが他人への配慮を含んでいるのだ、と一刀のもとに、この条件を切り捨てている。よく似た形で熊谷 [24] は、この条件は、何らかの第 3 の選択対象を媒介とする間接的比較を通じて、異った個人の「効用」を共通の次元にもたらすことを可能にするのを排除していると批判する。Little [16] は、我々は、必ず他人の判断を考慮に入れていること、さらに、人間はまた、他人への同情を考えに入れて社会的状態の優劣を考えるケースが多いという事実を無視しえないと批判している。Kemp and Asimakopulos [14] の批判は、やや異っている。すなわち、この条件は、基数的効用を暗黙のうちに含んでいるので、アローの定理の前提である序数的効用に基づいて議論するという主張と矛盾していると批判する。さらに、かれらはこの条件 3 は、①基数的効用の前提があること、②異人間の効用比較を前提とすること、③ 2 つの選択対象からの選択は、第 3 の選択対象から独立していること、という 3 点を含んでいるが、これらの点は、アローの他の議論と矛盾していると批判する。

Hildreth [11] は、上の [14] の批判と同じような趣旨で、アローは序数的効用により各個人間の効用の比較不可能性を前提としているが、アローの定理の例として使うこの条件を認めた多数決原理は、各個人間の効用の比較可能性が前提とされており、序数的効用と多数決原理との両立には矛盾があると批判する。現実には、投票行為をみると、擁護論で主張されるような、最小の情報のもとで、意思決定されることはないのが一般的であることから、この条件は厳しすぎ、とり除かれるべきものと考え人が多い (Samuelson [21] の指摘)。

IV 条件4への批判

IIの正の連関性と、このIVの市民主権性とを合わせて、パレート原理(政治的な意味での)の条件として考え、特に記さない場合には、ここでは、このパレート原理の条件を対象に批判する。パレート以来、厚生経済学は、このパレート原理を、暗黙か明示か、いずれにしる基礎に含んでいる。このため、このパレート原理への批判は、現代の厚生経済学理論の根底的な批判になる。現代の厚生経済学は、倫理性もしくは価値判断をおびる条件を出来る限り排除することを目的として構成されていることから弱い価値判断を示すパレート原理を排除してしまうと、一般的すぎて内容のない理論になる。こうして、他の条件に対して厳しく批判するリットルでさえ、この条件への批判を全くおこなっていない。あの Bergson [4] は、正直にも市民主権性について文句はないと明言している。Leibenstein [15] もバークソンと同じように、市民主権性は厚生経済学の中心点であって無視しえないとする。代表的な擁護論は、次のようなものである。「現代の(新)厚生経済学になじみの深い読者は、[要請BP](パレート原理のこと—引用者による)を前掲のアロウ流不可能性定理がそれぞれ課す諸要求のうちでも最も異論の余地の少ないものであると認められることであろう。なるほど人々の選好の背後に潜む動機にまで溯って考えれば、全員一致しての選好を社会的に是認することが常にそして必然的に「良い」ことであるとは限らない状況が存在しうることは確かであって、われわれが第6章(社会的選択と市民的自由—引用者による)においてかような状況に関心を集中することになる。しかしながら、他の

諸要求を維持し続ける限りにおいて、なんらかの理由でパレート原理の一般的妥当性を否認したとしても、それにより一般不可能性定理の暗雲を一挙に払い除けることはできないのである」(鈴木 [25] p.105)

この条件に対する批判としては、Buchanan and Tullock [8] でのタロックの批判と Kemp [13] とが目につく程度である。タロックは次のように批判する。この条件を認めると、logrolling(政治的な投票の取引行為)がある場合に得られる全員一致以外のすべての投票ルールが排除されてしまい、こうした全員一致をみたさない投票ルールで決定なされた場合一種の賦課性(強制性)のある決定結果になってしまう。こうして、市民主権性(パレート原理性を意味する)の条件に反することが、現実の投票がおこなわれる場合に生じることであるとする。これため、全員一致で、決定がおこなわれることは、絶対無いわけでないが、きわめて稀であることを考えれば、現実のほとんどの決定は、賦課性をおびたものになると批判している。さらに現実の投票ルールはこうした賦課性を及びていることから、この条件を現実に応用すれば、「多数派の専制」という形をおび、民主主義の大きな弊害の1つである「少数派意見の無視」という形の多数派による専制、すなわち、一種の独裁性に近い形になると批判している。この点からみれば、この条件4と条件5との両立性は、微妙な問題を含むということになる。次に、ケンプは、人々がこの市民主権の条件を認めるかどうかは、ある人が他の人々と同じ意思をすれば自らの状況がよくなるかどうかによるのであって、いいかえると、特殊な選択状況と強制される選択と比較して考えることによるのであって、必ずしも、常に市民主権の条件が成立するとは限らないと批判する。

V 条件5への批判

この民主主義の根幹にかかわる主張に対しても批判者がいる。Little [16] は、独裁者の定義そのものが誤りだとしている。その理由として、個人は価値判断に関するかぎり、すべての人は独裁者であり、決定判断については全員一致の場合以外にはアローの意味で、たれ一人として独裁者たりえないといい、後者の全員一致の場合、一種の

全員（多数）の専制になるという。この全員一致の場合については、前のIVでの条件4への批判点とも重複している。また、社会的厚生関数も、master-orderを決める機械ととらえると、この機械は、独裁制をとる規則のようなものであるため、社会的厚生関数の条件として、非独裁性云々の議論は矛盾しているとする。さらに、リットルは、自分と社会的厚生関数との判断が、全く正反対の場合に、どこまでも自分の判断を貫く場合、そのひとは独裁者といえないのかとか、貧困ゆえに、自己の意思を貫こうとする貧乏人も、独裁者というのか、というやや、こじつけ気味の例によって、倫理性を多く含む、この非独裁性の条件を批判している。

May [18] も、実証的にみて組織は、しばしば、ただ1つの要素（意思といってもよい）を考へることによってのみ集团的選好を決定している場合が多いことから、この非独裁条件は、現実的にみれば、厳しすぎると批判する。Kemp [13] は、この条件が成立するかどうかは、自らが独裁者の立場にあるかどうかによる個々人の推察の程度によって、この条件を認めるかどうかによっているとし、この推察の程度は、選択対象の状況しだいで変化するものであって、すべての人々が、常に非独裁性の条件を認めるわけではないと批判する。

VI 市場機構と投票との同一視に対する批判

投票のパラドックス現象により、社会的厚生関数の一般的存在の不可能性を示すのがアローの定理の主旨であるが、アローは、この結論は、投票以外の社会的厚生関数としてアローがあげたもう1つの例である市場機構に、ほとんど説明を加えることなく、あてはまるとし、われわれの社会の、2つの重要な社会的厚生関数—投票と市場機構—とは共に一般的には2つの公理と4ないし5つの諸条件を満足する形で存在しえないのだとしている。こうしたアローの断定に対する擁護論として「市場機構が社会的厚生関数として不満足であるというアローの断定は、言葉をかえていえば、所得の異なった分配を含むさまざまな社会状態に対して、それが最終的な社会的評価序列を形成しえない」（熊谷 [24] p.364）ためだという主張がある。これは、一応なるほどと考えられる解釈では

あるが、市場機構が導くパレート最適状況では、現実にどの分配状況になるか決定するのを決める力（すなわち、一種の社会的厚生関数）が、市場機構にはないという周知の結論にすぎないのであり、アローの定理にはパレート原理という条件がはいっていることから、当然、こうした周知の結論をふくんでいるわけで、特に新しい擁護とはなりえないと論者は考へる。

投票と市場機構とは、社会的厚生関数として、全く別の性質を持つものであると主張するのはBuchanan [6] [7] である。[6] では、市場は、経済環境の変化があっても、無理をして社会的一貫性（連結性と推移性）のある選択を考へなくとも、1つの社会状態から別の社会状態へ移っていく手段—ポラリーによる市場の「自然秩序」と呼ばれるもの—を持っているため、市場機構に内在している個人的選好からは満足できる社会的厚生関数を導き出せないという事実にかかわらず、一貫性のある集团的選好を生み出すことができるとしている。さらに、[7] では、投票と市場機構との違いとして、次の6点を挙げている。

- ① 確実性の違い
- ② 社会的参加の程度の違い
- ③ 責任を負うことの違い
- ④ 論議される選択対象の性質の違い
- ⑤ 強制力の違い
- ⑥ 個人間の力関係の違い

こうした違いにもかかわらず、市場機構を投票と同じ性質（2つの公理と4ないし5つの条件）をもつ社会的厚生関数ととらえることをブキャナンは批判する。こうして、ブキャナンはアローの断定以前に、市場機構は社会的厚生関数であるかどうかという問題設定そのものがおかしいと批判していると考えているわけである。

おわりに

前稿の大谷 [29] では、アローへの批判が理念（社会観、政治観）によるちがいによる批判になり、まさしく「公理」に対する批判であった。このため、アローのこれらの批判に対する反批判も全く非妥協的な表現をとっている。それに対して、この小論では、アローの、4ないし5つの諸条件の抽象的な面と、現実におこなわれていることとのちがいという観点から矛盾を指摘している。ア

ローの諸条件を現実との乖離が大きいほど疑問視して批判していく形をとっている。Arrow〔2〕の第8章では、この小論で述べた形の批判に対しては、アローの定理のより現実化を目ざすものと、アロー自身もやや好意的に批判を受け取っている場合が多い。論者は、Inada〔12〕が条件1、条件3をそのままにして条件2をとり除き、条件4を全員一致条件（パレート原理）に変え、条件5をより弱い非独裁性に変えても、やはりアローの一般不可能性定理が成立するという明快な証明で示されているように、少なくとも条件1、条件3は現実性からみても厳しすぎる条件であると考え、上記のⅠ、Ⅲの批判は的をのべている批判であると思う。また、Ⅵでの市場機構と投票とのアロー

の同一視は、ブキャナンの批判には不明確な点があるが、アローが、深く考えることなく、勢いにまかせて、市場機構は投票と同じであると誤って断定した面があると論者は考えている。

この小論では述べていないが、投票のパラドックスが、われわれの社会で起きる確率を求めて、もし、この確率が小さいならば、アローの一般不可能性定理の現実的重要性も小さいと考え、アローの定理を総体として批判する研究方向もある。

最後にアローの一般不可能定理のような秀れた理論業績ほど、厳しく批判されるべき対象であろうし、また、批判される価値のあるものであると論者は考える。

参考文献

- 〔1〕 Arrow, K.J, *Social Choice and Individual Values*, 1st (Cowles Foundation, 1951).
- 〔2〕 Arrow, K.J, _____, 2nd (Cowles Foundation, 1963).
- 〔3〕 Baumol, W.J, "Social Choice and Individual Values," *Econometrica*, Vol.20, 1952, pp.110~111.
- 〔4〕 Bergson, A, *Essays in Normative Economics* (Harvard U.P, 1963) ch.2.
- 〔5〕 Black, D, *The Theory of Committees and Election* (Cambridge U.P, 1958).
- 〔6〕 Buchanan, J.M, "Social Choice, Democracy, and Free Markets," *Journal of Political Economy*, Vol.62, No.2, April, 1954, pp.114~123.
- 〔7〕 _____, "Individual Choice in Voting and the Market," *Journal of Political Economy*, Vol.62, No.4, August, 1954, pp.334~343.
- 〔8〕 _____, and G.Tullock, *The Calculus of Consent* (University of Michigan Press, 1962), Appendix 2.
- 〔9〕 Conti, B, "A Note on Arrow's Postulates For a Social Welfare Function," *Journal of Political Economy*, Vol.74, No.3, June, 1966, pp.278~280.
- 〔10〕 Downs, A, *An Economic Theory of Democracy* (Harper and Row, 1956).
- 〔11〕 Hildreth, C, "Alternative Conditions For Social Ordering," *Econometrica*, Vol.21, No.1, Jan., 1953, pp.81~94.
- 〔12〕 Inada, K, "Alternative Imcompatible Conditions for a Social Welfare Function," *Econometrica*, Vol.23, No.4, Oct., 1955, pp.396~399.
- 〔13〕 Kemp, M.C, "Arrow's General Possibility Theorem," *Review of Economic Studies*, Vol.21 (3), No.56, 1953~1954, pp.240~243.
- 〔14〕 _____ and A.Asimakopulos, "A Note on "Social Welfare Functions" and Cardinal Utility," *Canadian Journal of Economics and Political Science*, Vol.18, No.2, May, 1952, pp.195~200.
- 〔15〕 Leibenstein, H, "Notes on Welfare Economics and the Theory of Democracy," *Economic Journal*, Vol.72, No.286, June, 1962, pp.299~319.
- 〔16〕 Little, I.M.D, "Social Choice and Individual Values," *Journal of Political Economy*, Vol.60, No.5, Oct., 1952, pp.422~432.
- 〔17〕 Majumdar, T, "A Note on Arrow's Postulates for a Social Welfare Function — a Comment," *Journal of Political Economy*, Vol.77, No.4, Part 1, July-August, 1969, pp.528~531.

- [18] May, K.O, "Intransitivity, Utility and the Aggregation of Preference Patterns," *Econometrica*, Vol.22, No.1, Jan, 1954, pp.1~13.
- [19] Murakami, Y, "A Note on the General Possibility Theorem of the Social Welfare Function," *Econometrica*, Vol.29, No.2, April, 1961, pp.244~246.
- [20] Rothenberg, J, "Conditions for a Social Welfare Function," *Journal of Political Economy*, Vol.61, No.5, Oct., 1953, pp.389~405.
- [21] Samuelson, P.A, "Arrow's Mathematical Politics," (ed.Hook, S.Human Values and Economic Policy, New York U.P, 1967)
- [22] Somers, H.M, "Social Choice and Individual Values," *Journal of Political Economy*, Vol.60, No.2, April, 1952, pp.170~171.
- [23] Tullock, G, "The General Irrelevance of the General Impossibility Theorem," *Quarterly Journal of Economics*, Vol.81, No.2, May, 1967, pp.256~270.
- [24] 熊谷尚夫「厚生経済学」(創文社、昭和53年)第15章.
- [25] 鈴木興太郎「経済計画理論」(筑摩書房、1982年)第3章.
- [26] 村上雅子「厚生経済学」(「ミクロ経済学」塩野谷、水野編 第3出版、1969年).
- [27] 大谷 和「一般均衡理論の社会的厚生関数的解釈」経済学雑誌(大阪市大) Vol.86, 1985年7月, pp.125~132.
- [28] _____、「厚生経済学にしめる「アローの一般不可能定理」の位置について」奈良県立商大研究季報、Vol.3, No.4, 1993年3月, pp.77~79.
- [29] _____、「「アローの一般不可能定理」批判の検討」奈良県立商大研究季報、Vol.4, No.1, 1993年7月, pp.55~59.