

## 計算数学コース

# 自然現象，社会現象を数学で解析する

東京理科大学 理学部第一部 応用数学科 教授 **矢部 博** やべ ひろし

### はじめに

「計算数学コース」では数理モデリング、数値計算、数値解析、数値シミュレーション、最適化理論、数理計画法などについて勉強します。

実社会で自然現象，社会現象などを解明する場合，まず数学的な式で表わしてから解析することがよくあります。これを数理モデリングあるいは数理モデル化といいます。数理モデルは連立1次方程式で表わされることもありますし，関数の微分を含んだ微分方程式や積分を含んだ積分方程式で表わされたり，最適化問題として表わされたりするなど多種多様です。

数理モデルが出来上がると，次にこの問題をコンピュータで解くことになります。これを数値計算といいます。効率よく問題を解くための数値計算法の手順（アルゴリズム）を考案しプログラムを組んでコンピュータに実装します。コンピュータで計算する際には，本来の数学での計算とは異なり誤差（例えば数値を四捨五入などして丸める際に発生する誤

差）を伴うので，誤差の影響を考慮して出来るだけ効率よく解くための計算法を研究するのが計算数学コースの醍醐味です。また，数値計算法の構築や解が得られることを保証するための解析を数値解析といいます。そして数値計算を活用することによってコンピュータ上で自然現象や社会現象を仮想的に再現して，現象の本質を究明したり未来を予測したりすることに役立っています。こうした仮想的な再現を数値シミュレーションといいます。天気予報などはその代表的な例で，微分方程式のモデルが使われています。

このように，数値計算・数値解析は自然科学（物理，化学等）・工学（機械，電気，情報等）・社会科学（経済・経営等）・医学・生命科学などいろいろな分野で活用されている応用数学の一つなのです。本コースでは数値計算・数値解析の基礎学力を身につけるとともに応用への橋渡しについても学習します。

### 数理モデリングの一例

数値計算・数値解析に関する研究については本特集に石渡恵美子教授による解説が掲載されていますのでご覧ください。ここでは最適化理論・数理計画法分野の数理モデリングの例として，**図1**のように2つの生産地 $S_1$ ， $S_2$ から3つの消費地 $T_1$ ， $T_2$ ， $T_3$ へ生産品を運ぶときに輸送費が最も安くなるようにするにはどのように輸送すればよいかを考えてみましょう。生産地 $S_i$ での生産量 $a_i$ ，消費地 $T_j$ での消費量 $b_j$ ， $S_i$ から $T_j$ へ1単位の品物を運ぶ

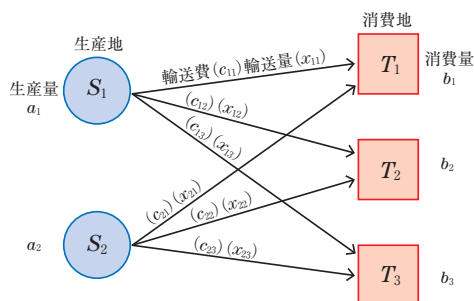


図1 輸送問題

のにかかる輸送費  $c_{ij}$  が与えられているとします。このとき  $S_i$  から  $T_j$  への輸送量を  $x_{ij}$  とすると、総輸送費は

$$f = \sum_{j=1}^3 c_{1j}x_{1j} + \sum_{j=1}^3 c_{2j}x_{2j}$$

で与えられます。また、生産地  $S_i$  の生産量と消費地  $T_j$  の消費量に関する制約条件はそれぞれ

$$\text{生産地 } S_1 \quad x_{11} + x_{12} + x_{13} = a_1$$

$$\text{生産地 } S_2 \quad x_{21} + x_{22} + x_{23} = a_2$$

$$\text{消費地 } T_1 \quad x_{11} + x_{21} = b_1$$

$$\text{消費地 } T_2 \quad x_{12} + x_{22} = b_2$$

$$\text{消費地 } T_3 \quad x_{13} + x_{23} = b_3$$

となります。さらに、輸送量は負の量にはなりませんので非負条件  $x_{ij} \geq 0$  ( $i = 1, 2, j = 1, 2, 3$ ) も追加されます。したがって、解きたい問題は上記5つの等式条件と非負条件を満たす変数  $x_{ij}$  の中で総輸送費  $f$  を最小にするものを見つけることになります。

このように、与えられた制約条件のもとで目的とする関数を最小化または最大化する問題を最適化問題もしくは数理計画問題といいます。最適化問題は他にも、限られた原料のもとで生産品の利潤を最大にする生産計画問題、限られた資産のもとで収益を高めることを考えるポートフォリオ最適化問題、旅客機の搭乗員のスケジューリング問題などいろいろあります。

上記の問題では決定したい変数  $x_{11}, \dots, x_{23}$  の数が6個でしたが、実際の問題では数百、数千ときには数万にも及ぶ場合があります。制約条件の数も同様です。こうなると人間の手には負えずコンピュータに頼らざるを得ません。まさに数値計算の出番なのです。

## 計算数学コースのカリキュラム

計算数学コースでは、1年次で微積分学、線形代数学（行列とベクトル）、プログラミングを履修した後に図2のようなカリキュラムが用意されています。

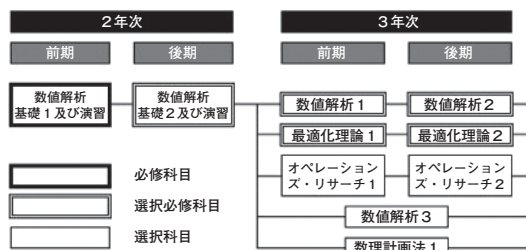


図2 カリキュラム

また、3年次ではゼミ形式の授業として応用数学研究1, 2があり、計算数学のみならず3つのコースに分かれて、卒業研究に向けて専門的な勉強をします。そして4年次の卒業研究では、研究室によってやり方の違いはありますが、和書や洋書の専門書を輪読したりして専門的な知識を身につけるとともに卒業研究発表をしたり卒業論文をまとめたりします。計算数学コースの卒業研究は石渡恵美子教授、小笠原英穂准教授、矢部が担当しています。さらに勉強したい学生は大学院に進学して専門的な研究を行います。

なお、就職状況や進学状況については黒沢健准教授の解説をご覧ください。

## おわりに

計算数学コースの骨子である数理モデリング、数値計算、数値解析、数値シミュレーション、最適化理論、数理計画法などの内容をざっと説明しましたが、まだまだ紹介しきれない応用例がたくさんあります。

例えば、連立1次方程式や行列の固有値問題に帰着される問題として高層建築物の構造計算、熱が伝導していく様子の解析、インターネット検索でのページランキング、CTスキャンの画像解析などいろいろとありますが、こうした問題を解く際に数値計算・数値シミュレーションが非常に役に立っています。

応用数学の研究分野に興味のある方は、是非、理学部第一部応用数学科で勉強して理論から応用への橋渡しをしてください。