



# Journal of Materials and Engineering Structures

## Research Paper

### Ductilité flexionnelle des éléments en BA: influence des effets d'échelles et de l'interaction flexion-cisaillement

Flexural ductility of RC elements: influences of size effects and bending-shear interaction

*Abdelhafid Nouali* \*, *Mohammed Matallah*

*Laboratoire Risk Assesment and Management, RISAM, Université de Tlemcen, Algérie*

#### ARTICLE INFO

*Historique de l'article :*

Reçu le : 22 mars 2018

Révisé le : 18 novembre 2018

Accepté le : 18 novembre 2018

Mots clés:

Ductilité

Capacité de rotation

Effet d'échelle

Interaction flexion-cisaillement

Keywords :

Ductility

Rotational capacity

Size effect

Flexure-shear interaction

#### RESUME

Sous chargement sismique, certains éléments structurels subissent des sollicitations combinées (flexion et cisaillement). La ductilité flexionnelle d'un élément en béton armé réduit sa capacité de cisaillement. En effet, lors de la dissipation plastique (par fissuration par exemple), les mécanismes de transfert de l'effort tranchant sont réduits pouvant engendrer une rupture brutale par cisaillement. La description de cette interaction repose tout d'abord sur une bonne estimation de la ductilité flexionnelle. Cependant, cette dernière est elle même affectée par plusieurs paramètres. L'effet d'échelle influe de manière directe sur le comportement flexionnel des éléments en béton armé. L'objectif de ce travail est de proposer une approche permettant de décrire l'interaction flexion-cisaillement tout en tenant compte de l'effet d'échelle dans la prédiction du comportement flexionnel. Des comparaisons avec l'expérimentation montrent la capacité de l'approche proposée à décrire les phénomènes évoqués.

#### ABSTRACT

Under seismic loading, some structural elements are subjected to combined solicitations (bending-shear for instance). The flexural ductility of a reinforced concrete element reduces its shear capacity. In fact, during plastic dissipation (by cracking), the transfer mechanisms of the shear force are impacted, which can lead to a brittle failure. The description of this interaction is based firstly on a good estimation of the flexural ductility. The bending behavior of reinforced concrete elements are influenced by the size effect. The objective of this work is to propose an approach for describing the flexure-shear interaction taking into account the size effect. Comparisons with experimentation show the capacity of the proposed approach to describe the above mentioned phenomena.

\* *Corresponding author. Tel.: +213 556370950.*

E-mail address: [hafidnouali@yahoo.com](mailto:hafidnouali@yahoo.com)

**Notations**

$b$	Largeur de la section transversale
$h$	Profondeur de la section transversale
$d$	Profondeur effective de la section transversale
$d'$	Enrobage
$L$	Longueur d'élément
$L_p$	Longueur de la rotule plastique
$x$	Profondeur de l'axe neutre
$A_s$	Sections des armatures de traction
$A_{st}$	Sections des armatures transversales
$A_c$	Sections de béton
$\rho$	Pourcentage des armatures de traction
$d_{st}$	Diamètre d'armature transversale
$s$	Espacement entre les cadres
$\alpha, \beta$	Coefficients
$\varepsilon_{su}$	Déformation ultime de l'acier
$\varepsilon_{su}^m$	Déformation ultime moyenne de l'acier
$\phi_y$	Courbure élastique
$\phi_u$	Courbure ultime
$\theta_{pl}$	Capacité de rotation
$\mu$	Ductilité en Déplacement
$k_\mu$	Facteur
$V_s$	Contribution de renforcement transversal à la résistance au cisaillement
$V_c$	Contribution du béton à la résistance au cisaillement et à l'effet de la charge axiale
$N$	Charge axiale
$E_c$	Module de Young du béton
$\sigma_c$	Contrainte dans le béton comprimé
$f_c$	Contrainte maximale dans le béton comprimé
$f_t$	Contrainte maximale du béton en tracté
$f_y$	Contrainte de plastification de l'acier longitudinale
$f_{yst}$	Contrainte élastique de l'acier transversale
$G_c$	Énergie d'écrasement de béton
$B$	Paramètre de contrôle de l'écrasement du béton

**1 Introduction**

La ductilité est une propriété fondamentale requise pour une conception stable des structures en béton armé (BA). Dans le cadre d'une conception sismique basée sur un dimensionnement en capacité, la ductilité est nécessaire pour permettre une dissipation d'énergie afin d'éviter une rupture fragile et d'assurer un comportement ductile. Pour les éléments en BA, les rotules plastiques avec un comportement flexionnel inélastique, sont des sources importantes de dissipation. Sous chargement sismique, certains éléments structurels (par exemple les piles de ponts) sont soumis à des sollicitations de flexion-cisaillement. La rupture par cisaillement de ces éléments doit être empêchée pour éviter un effondrement brutal. La résistance au cisaillement doit dépasser la résistance à la flexion [1]. L'ouverture des fissures de flexion affecte les mécanismes de transfert de l'effort tranchant (zone de compression, l'engrènement des granulats ...), ce qui provoque une diminution de la capacité de ces mécanismes à transférer des efforts de cisaillement[1]. Ainsi, une rupture brutale par cisaillement peut se produire dans une zone où un mécanisme ductile est censé se produire.

La ductilité a une grande influence sur la résistance au cisaillement. Dans les zones des rotules plastiques, la résistance au cisaillement diminue quand la ductilité augmente (au fur et à mesure que les fissures s'ouvrent). Pour éviter une rupture fragile, une bonne estimation de l'interaction flexion-cisaillement est nécessaire. Le modèle ATC-6 [2] est considéré comme

une approche performante simplifiée qui permet de décrire l'interaction flexion-cisaillement et l'évaluation de la réduction de la résistance au cisaillement en fonction de la ductilité (voir Fig. 1). À partir du modèle ATC [2], trois modes de rupture pourraient être distingués en fonction de l'intersection entre la courbe enveloppe de capacité de cisaillement et la courbe de demande de cisaillement qui correspond à la résistance à la flexion (ou courbe P-δ) : Une rupture ductile (C) se produit lorsque la courbe P-δ et la courbe de cisaillement ne se coupent pas. Dans ce cas, la force de cisaillement correspondante à la résistance à la flexion est inférieure à la valeur de cisaillement résiduelle. La rupture fragile de type "A" apparaît dans la situation où l'intersection se produit avant le début de flexion. Une autre situation existe, où la rupture par cisaillement se produit après une dissipation plastique flexionnelle à un certain niveau de ductilité (Type "B").

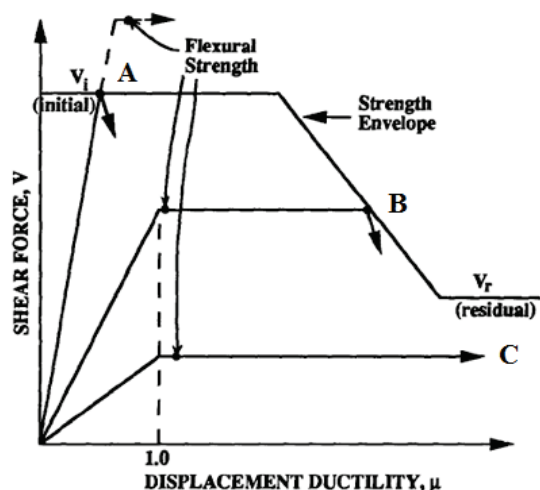


Fig. 1 - Modèle ATC-6 [2] pour l'interaction entre la résistance au cisaillement et la ductilité flexionnelle

Une bonne estimation du mode de rupture des éléments en BA soumis à une interaction flexion-cisaillement repose sur une bonne estimation de la capacité de flexion (résistance et ductilité) et de la capacité de cisaillement. Concernant la capacité de cisaillement, plusieurs modèles sont proposés dans la littérature pour traiter la dégradation de la résistance au cisaillement causée par une ductilité flexionnelle [3 - 8]. D'autre part, pour la capacité flexionnelle, de nombreux modèles (analytiques ou numériques) ont été proposés pour l'évaluation de la capacité de flexion (résistance et ductilité). La ductilité flexionnelle est décrite par la capacité de rotation.

Une des meilleures contributions à l'étude de la capacité de rotation est le programme expérimental coordonné par la Commission de la CEB [9] au début des années 1960. Sur la base de tests expérimentaux [10], une relation empirique a été proposée sous la forme d'une formule hyperbolique (équation 1) reliant la rotation plastique à la profondeur relative de l'axe neutre  $x/d$  [11]. Plus tard, le problème de la ductilité des structures RC a été discuté dans les études d'Eligehausen et de Langer [12].

$$\theta_{pl} = \frac{0.004}{x/d} \tag{1}$$

L'équation 1 a été révélée non adéquate lors de l'utilisation d'un nouveau type d'acier (Fig. 2).

Eligehausen et Langer ont développé un modèle analytique pour décrire le comportement des rotules plastiques où la défaillance peut être réalisée par rupture d'acier (la phase ascendante de la Fig. 2) ou par écrasement du béton (la phase descendante de la Fig. 2). Deux aspects importants ont été soulignés : la branche croissante des valeurs faibles de  $x/d$  en raison de la rupture de l'acier tendu et l'influence de deux classes de renforcement avec une ductilité différente.

D'un point de vue pratique, sur la base des approches théoriques simplifiées ou des résultats expérimentaux, des formules empiriques sont fournies par les codes de conception existants (tel que l'EC8) afin d'évaluer la capacité de flexion (capacité de rotation). Selon l'EC8 [13] la capacité de rotation est donnée par l'équation (2).

$$\theta_{pl} = (\varphi_u - \varphi_y) L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L} \right) \tag{2}$$

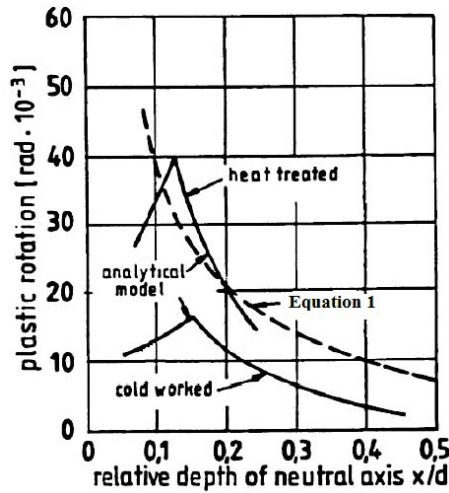


Fig. 2 - Rotation plastique en fonction de la profondeur de l'axe neutre : comparaison entre équation 1 et le modèle analytique d'Eligehausen et Langer [12] pour différents types d'aciers

Nouali et Matallah [14–18] ont montré, via une comparaison de l'équation (2) avec les résultats expérimentaux des tests réalisés par Bosco et Debernardi [18] (Figure 3), que cette capacité de rotation dépend de la taille de l'élément. Dans cette figure, les courbes de l'EC8 sont pratiquement identiques pour différentes tailles, ces résultats sont en contradiction avec les résultats expérimentaux.

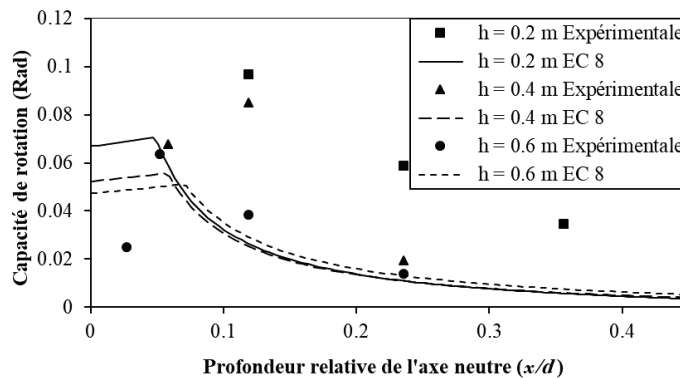


Fig. 3- Capacité de rotation : comparaison EC 8– Expérimentale

Il a été conclu que le comportement flexionnel (principalement la ductilité) est dépendant de la taille de l'élément. Cet effet d'échelle (dépendance dimensionnelle) se traduit par une fragilité qui s'accroît en augmentant la taille de l'élément soumis à la flexion. Dès lors, une bonne estimation de la capacité flexionnelle d'un élément en béton armé (résistance et ductilité) devrait tenir compte de l'effet d'échelle. Les modèles actuels (et les codes de calcul, EC2, EC8) ne prennent pas en compte l'effet d'échelle dans l'estimation de la capacité flexionnelle (courbe P- $\delta$ ). Ceci se traduit pour les grandes poutres par une surestimation de la ductilité. Cependant, la fragilité (ductilité moins importante que celle prédite) due à l'effet d'échelle peut aussi conduire à une rupture fragile par cisaillement.

Dans le présent travail, un modèle pratique [14–18] permettant de prédire le comportement flexionnel avec effet d'échelle est exposé. Les bases fondamentales et mathématiques sont données. Dans le cadre d'une conception sismique non linéaire, ce modèle est capable de produire la courbe enveloppe P- $\delta$  en tenant en compte de l'effet d'échelle. La capacité du modèle à reproduire cette dépendance dimensionnelle est prouvée par des comparaisons avec des tests expérimentaux.

D'autre part, nous proposons un nouveau modèle de calcul de la résistance au cisaillement qui prend en compte l'influence de la ductilité. La combinaison du nouveau modèle proposé avec le modèle pratique, nous a permis de prédire le mode de rupture des éléments en BA par l'intersection entre la courbe de capacité de cisaillement proposée et la courbe de résistance à la flexion (en tenant compte de l'effet d'échelle) en s'inspirant de l'approche de l'ATC. Des comparaisons avec des résultats expérimentaux prouvent la capacité de l'approche simplifiée proposée à prédire la ductilité en tenant en compte de l'effet d'échelle et de l'interaction flexion-cisaillement.

## 2 Bases théoriques du modèle proposé

Sur la base du travail réalisé par d'Eligehausen et Langer [12], des nouveaux développements ont vu le jour pour étudier la rupture des éléments en béton armé sous flexion causée par l'écrasement du béton ou par la rupture de l'acier. Ces deux non linéarités sont caractérisées par une localisation des déformations. Lorsque la rupture est provoquée par écrasement du béton, la localisation des déformations délimite le plateau plastique du moment. En outre, la localisation des déformations dans l'acier près des zones fissurées délimite le plateau en plastique du moment si la rupture se produit dans l'acier. La localisation des déformations est souvent liée à un adoucissement qui induit la localisation du processus dissipatif en bandes étroites.

Dans cette partie, les bases fondamentales et mathématiques du modèle proposé par Nouali et al. [14–18] sont présentées. L'objectif est de comprendre l'origine de l'effet d'échelle sur la capacité de rotation et l'influence des différents paramètres géométriques/matériels. Le modèle proposé est développé à l'échelle d'une section en béton armé. Pour un élément de béton armé, une partie de cet élément soumis à un moment de flexion est considérée. Cet élément a un rapport longueur/hauteur égal à l'unité et est supposé représentatif de la zone centrale de l'élément où la rotule plastique est censée apparaître. Dans ce modèle, les principales non linéarités observées dans un élément BA sont considérées afin d'obtenir des courbes moment-rotation (et force-déplacement). La rupture d'un élément en BA pourrait être atteinte soit par la rupture d'acier, soit par l'écrasement du béton. Dans ce qui suit, chaque phénomène est étudié séparément. Les lois de comportement de l'acier et du béton qui introduisent l'influence de l'effet d'échelle sont développées. Le processus de localisation de la contrainte est pris en compte à la fois en traction et en compression.

### 2.1 Comportement du béton sous compression

La localisation de la déformation dans le béton sous compression (écrasement) est un phénomène qui est associé à l'adoucissement. Il est bien admis que ce phénomène est plus prononcé en traction qu'en compression. La rupture d'un élément BA causée par l'écrasement du béton pourrait être atteinte avant la rupture de l'acier. Le caractère adoucissant du comportement du béton sous compression conduit à une localisation de la contrainte qui devrait être considérée afin de contrôler la dissipation d'énergie pendant le processus de localisation. Expérimentalement, ce phénomène a déjà été observé [19–23]. En observant le comportement contrainte-déformation sous compression, on remarque qu'avant le pic (Fig.4), la courbe contrainte-déplacement est indépendante de la taille. Cependant, le régime post-pic contrainte-déformation dépend fortement de la taille du spécimen. Un remède simple consiste à la remise à l'échelle (scaling) de la partie post-pic de la courbe contrainte-déformation par une régularisation énergétique [24–26]. L'énergie dissipée nécessaire pour créer une fissure doit être la même, quelle que soit la dimension de l'élément.

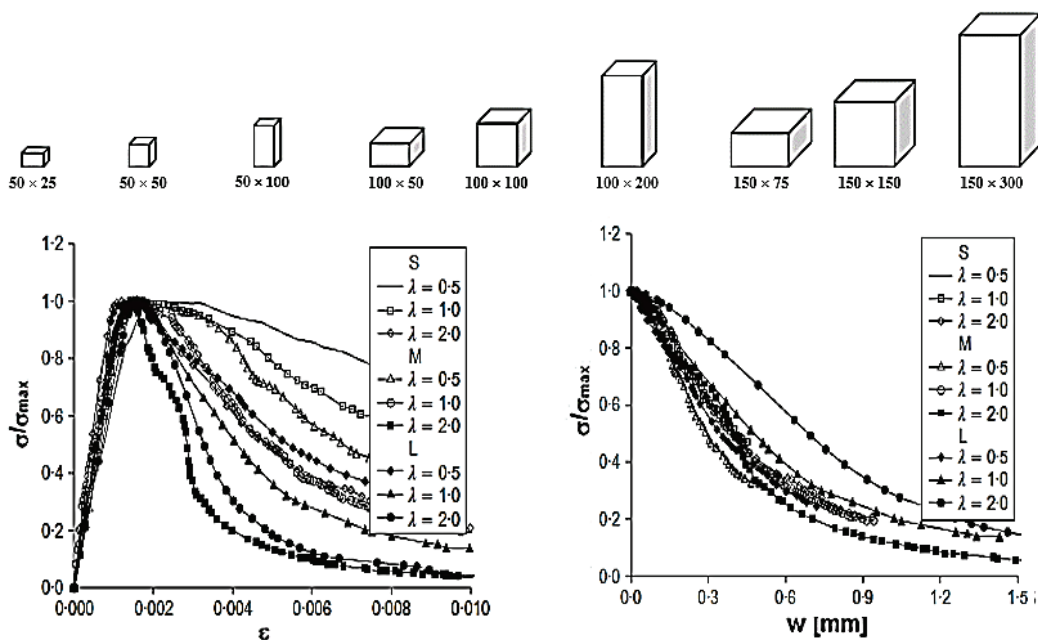


Fig.4 -Résultats des essais expérimentaux effectués par Ferrara et Gobbi [21]

Pour décrire le comportement du béton sous compression, Nouali et al. [14–18] proposent une courbe contrainte-déformation avec trois phases, afin d'assurer une régularisation énergétique (Fig.5). L'énergie d'écrasement  $G_c$  est définie comme étant l'aire sous la courbe de contrainte-déplacement post-pic. Cette énergie est censée être un paramètre matériel, c'est-à-dire indépendant de la taille. La loi du comportement de béton est décrite par trois phases :

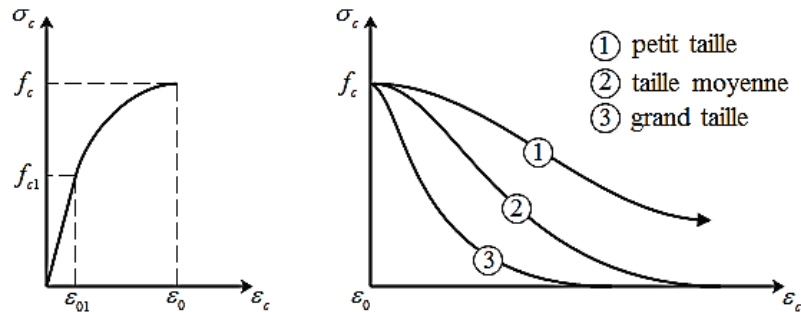


Fig.5 - Relation contrainte-déformation pour le béton en compression

Phase 1: ( $0 \rightarrow \varepsilon_{01}$ ) le béton est sain, la loi de comportement est linéairement élastique.

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \quad (3)$$

Phase 2: ( $\varepsilon_{01} \rightarrow \varepsilon_0$ ) le béton rentre dans le domaine plastique avant qu'elle ne soit atteinte la contrainte de compression maximale avec une présence de déformations irréversibles, la loi de comportement est une parabole de 2<sup>ème</sup> degré.

$$\sigma_c = f_c \left[ \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] + A_1 (\varepsilon_c - \varepsilon_{01}) - A_2 \quad (4)$$

$A_1$  et  $A_2$  sont des constantes pour assurer la continuité entre les deux phases : 1 et 2.

Phase 3: ( $\varepsilon_0 \rightarrow \infty$ ) lorsqu'on dépasse la contrainte maximale  $f_c$ , l'écrasement de béton est amorcé avec une dissipation d'énergie  $G_c$ , la loi de comportement est une loi exponentielle dépendante de la taille d'élément.

$$\sigma_c = f_c \text{Exp} \left[ B(\varepsilon_0 - \varepsilon_c) \right] \quad (5)$$

$B$  est un paramètre qui dépend de la taille des éléments, il est calculé par l'équation suivante :

$$B = \frac{h f_c}{G_c} \quad (6)$$

## 2.2 Comportement acier-béton dans la zone de traction

Concernant la partie tendue, nous adoptons une loi de comportement élastique parfaitement plastique pour modéliser la contribution d'acier. En outre, la possibilité de la localisation des déformations dans l'acier près des zones fissurées est prise en compte. Dans ces zones (Fig.6), l'augmentation des contraintes implique une augmentation des déformations dans l'acier, la déformation dans ces zones est supérieure à la déformation moyenne dans la barre d'acier, ce phénomène est très remarquable quand le comportement des armatures est élastique parfaitement plastique [27]. Dans ce cas, lorsque la contrainte maximale  $f_y$  est atteinte dans l'acier, la déformation dans les zones fissurées augmente instantanément et atteint la valeur ultime; la rupture de la barre est rapidement atteinte.

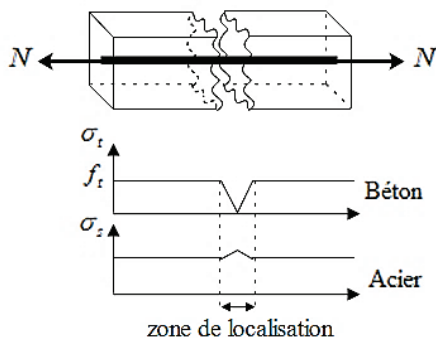


Fig. 6 - Répartition des contraintes dans l'acier et le béton après la première fissure

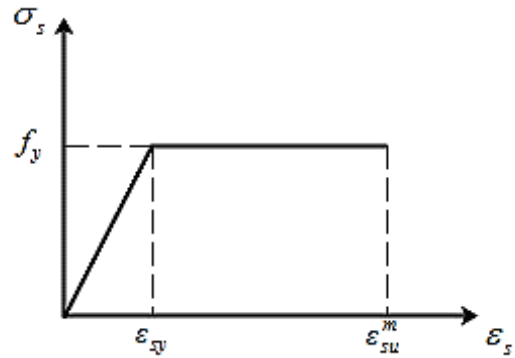


Fig. 7 - Relation contrainte-déformation pour l'acier

La déformation ultime moyenne  $\epsilon_{su}^m$  dans l'acier est liée à la déformation ultime  $\epsilon_{su}$  sur la longueur de localisation par l'équation suivante (pour plus de détail voir [16]) :

$$\epsilon_{su}^m = \frac{A_s f_y}{A_c f_t} \epsilon_{su} \quad \text{Avec} \quad \epsilon_{su}^m \leq \epsilon_{su} \quad (7)$$

Pour des raisons des simplifications, on admette un comportement élastique plastique parfait pour décrire le comportement de l'acier (selon l'Eurocode 2 [28],  $f_u/f_y = 1.08$  pour les aciers de classe de ductilité B). La Fig.7 montre la loi de comportement d'acier utilisée dans notre modèle, avec cette loi de comportement on peut prendre en compte le phénomène de localisation des déformations dans l'acier près des zones fissurées.

### 2.3 Comportement global du modèle

La combinaison des deux parties décrites précédemment donne un modèle capable de reproduire les différentes non-linéarités dans un élément en BA. Le chargement de la section à mi-portée se fait par augmentation de la déformation moyenne de béton  $\epsilon_c$ . Pour chaque état de section, nous pouvons calculer le moment et la courbure correspondante par la résolution de l'équation d'équilibre (Fig.8-4-). Ce calcul est itératif (pas à pas), pour chaque valeur de déformation  $\epsilon_c$  nous déterminons la position de l'axe neutre et on calcule les déformations dans l'acier  $\epsilon_s$  et  $\epsilon_c$ . En augmentant les déformations, la plastification de l'acier est atteinte, puis les déformations plastiques se propagent sur l'élément jusqu'à la rupture de cet élément soit par traction des aciers tendus, soit par écrasement du béton écrasé. Pour calculer la capacité de rotation d'un élément BA, on calcule la rotation qui est évaluée à partir de la courbure.

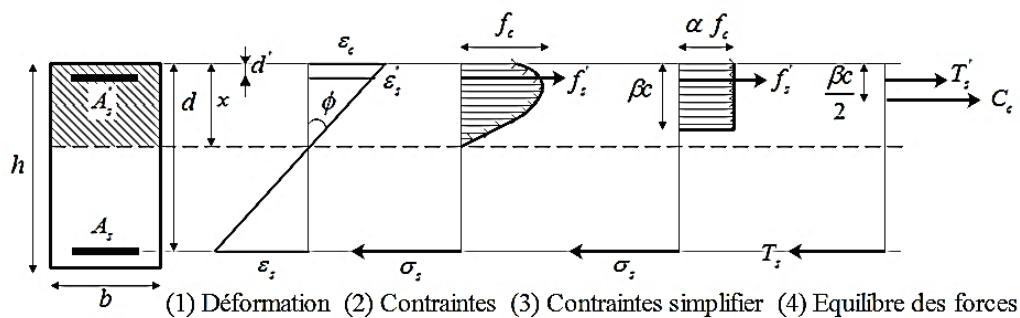


Fig.8 - La distribution des déformations et des contraintes dans la section BA

## 3 Validation expérimentale et analyse paramétrique

Afin de valider le modèle numérique exposé dans la section précédente, une comparaison entre les prédictions numériques et les résultats expérimentaux (voir Tableau 1) est proposée.

Dans la Fig. 9, les courbes numériques moment-rotation obtenues à partir du modèle proposé sont comparées aux résultats expérimentaux de Bosco et Debernardi [18] pour des poutres de hauteur de 0,6 m et des pourcentages de renforcement différents. Pour des faibles pourcentages, la rupture des poutres est causée par une rupture de l'acier. Sur la Fig. 9, la ductilité maximale est obtenue pour un pourcentage d'acier de 0,25%. Cette valeur correspond à un pourcentage optimal. Un pourcentage inférieur entraîne une diminution de la capacité de rotation en raison du phénomène de localisation des déformations près des zones fissurées (propagation des fissures instable). Le modèle est capable de reproduire correctement ce phénomène. Le dépassement du pourcentage optimal conduit à des poutres sur-renforcées où la rupture est causée inévitablement par l'écrasement du béton.

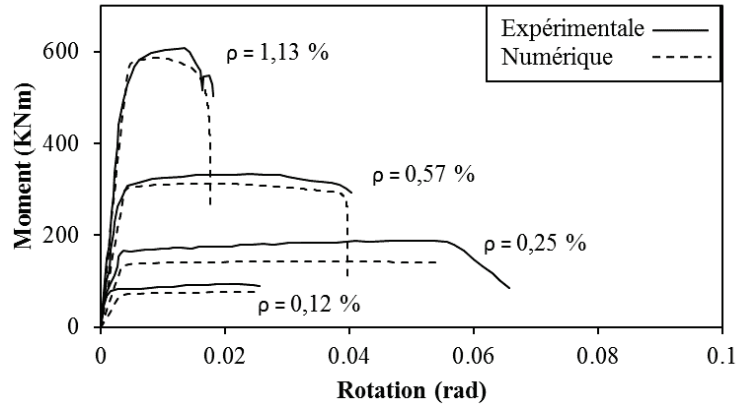


Fig. 9 - Moment-rotation, comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques pour  $h=0.6m$ ,  $\rho$  variable

Tableau 1 - Données relatives aux tests expérimentaux choisis dans la littérature pour la validation du modèle proposé en flexion

Echantillon		$h$ (m)	$b$ (m)	$L$ (m)	$\rho$ (%)	$\rho'$ (%)	Cadres (mm)
Bosco et Debernardi [18]	T1	0.2	0.1	2	0.57	0.2	$\Phi 6/150$
	T2				1.13	0.5	
	T3				1.57	0.5	
	T4	0.4	0.2	4	0.28	0.2	$\Phi 6/200$
	T5				0.57		
	T6				1.13		
	T7				1.71		
	T8	0.6	0.3	6	0.12	0.12	$\Phi 6/150$
	T9				0.25		
	T10				0.57		
	T11				1.13		
Bigaj et Walraven [29]	B.0.2.4	0.21	0.1	2	0.28	/	/
	B.1.2.4	0.21	0.1	2	1.12	/	/
Rodrigues et al [30]	PB01-N01	0.4	0.2	1.7	0.28	0.28	$\Phi 6/75$
	PB01-N13	0.3	0.3		0.38	0.38	$\Phi 6/150$
	PB01-N09	0.5	0.3		0.30	0.30	$\Phi 6/150$
	PB01-N05	0.4	0.3		0.28	0.28	$\Phi 6/150$



La Fig. 10 montre clairement l'influence de l'effet d'échelle sur la capacité de rotation. Les courbes moment-rotation des poutres avec des hauteurs différentes ( $h$  varie de 0,2 à 0,6 m) et un pourcentage de renforcement constant (1,13%). Par rapport aux données expérimentales, le modèle reproduit correctement le comportement fragile des grandes poutres. Plus la poutre est grande, plus le comportement est fragile.

Le deuxième programme de test utilisé pour la validation a été réalisé par Bigaj et Walraven [29]. Les données relatives aux deux poutres B.0.2.4 et B.1.2.4 testées expérimentalement sont donnés dans le Tableau 1. La comparaison porte sur les courbes de capacité (force-déplacement).

Les courbes numériques force-déplacement obtenues à partir du modèle proposé sont comparées aux résultats expérimentaux dans les deux Figures 11 et 12. Un très bon accord est observé. Le modèle est capable de reproduire la ductilité en déplacement des poutres en béton armé.

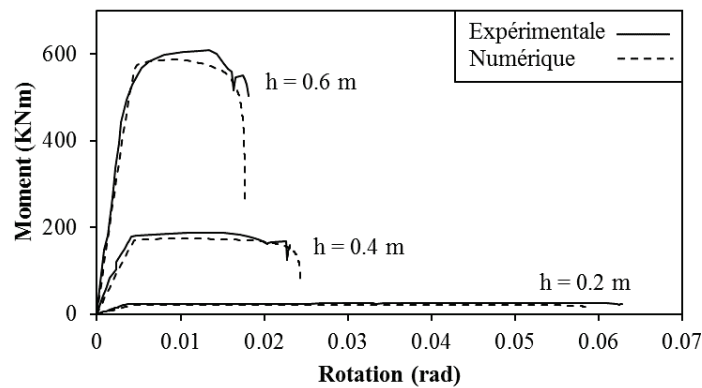


Fig. 10 - Moment-rotation, comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques pour  $\rho=1.13\%$ ,  $h$  variable

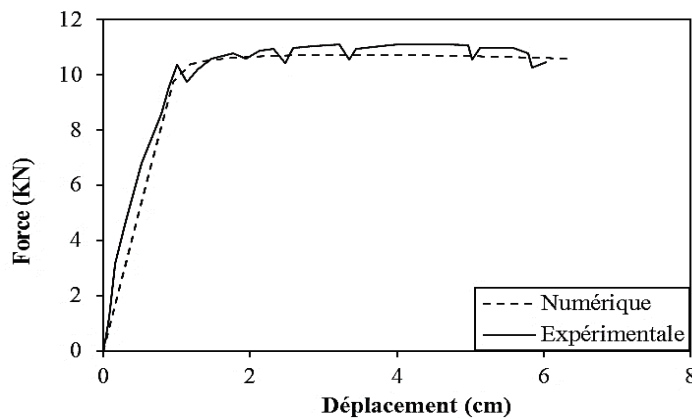


Fig.11- Force-déplacement, comparaison entre résultat expérimental et numérique pour la poutre B.0.2.4

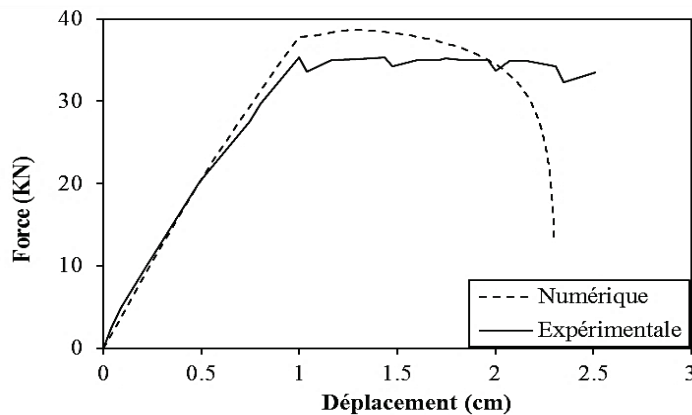


Fig.12 - Force-déplacement, comparaison entre résultat expérimental et numérique pour la poutre B.1.2.4

Le troisième programme d'essais utilisé pour la validation a été réalisé par Rodrigues et al. [30]. Ils ont construit vingt-quatre poteaux rectangulaires en BA avec des caractéristiques géométriques et des renforcements différents. Ces poteaux ont été soumis à des charges cycliques avec des historiques différents et une charge axiale constante. Pour chaque type de poteaux, deux éléments ont été testés sous chargement uniaxial (dans les directions fortes et faibles) et les autres poteaux ont été testés sous chargement biaxial. Ces essais sont contrôlés par déplacement. Notre comparaison se limite aux poteaux où le chargement est uniaxial dans la direction forte. Les dimensions en coupe transversale et les détails de renforcement sont dans le Tableau 1.

Les courbes numériques force-déplacement obtenues à partir du modèle proposé sont comparées aux résultats expérimentaux dans la Fig.13 pour les différentes sections. On obtient un bon accord entre les courbes force-déplacement numériques et expérimentales pour les quatre poteaux. Le modèle est capable de reproduire la ductilité de déplacement des poteaux en BA.

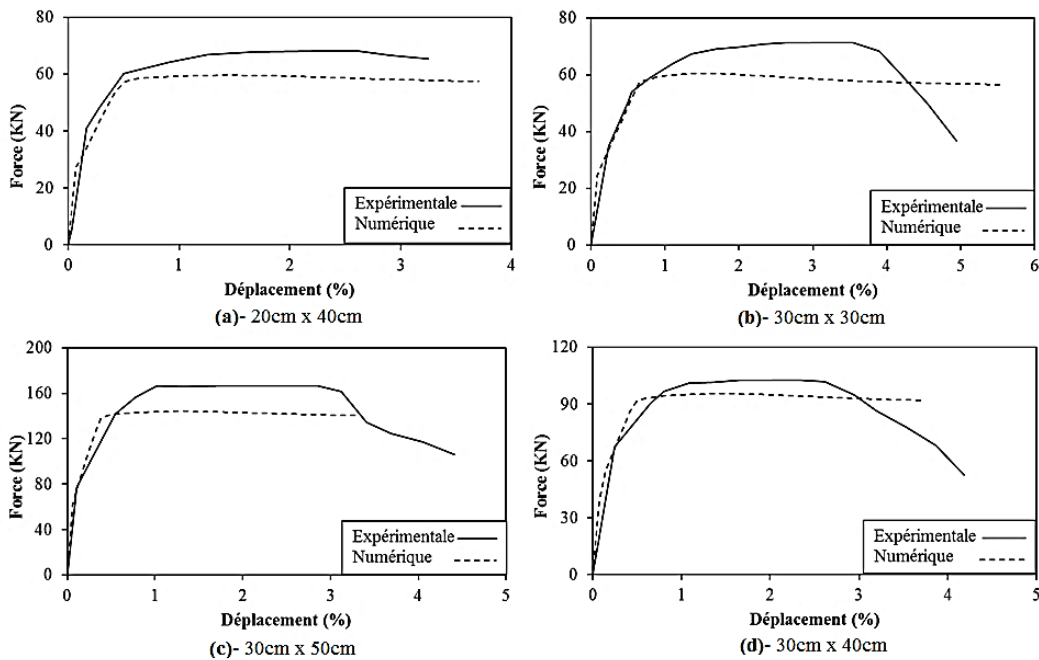


Fig.13 - Force-déplacement, comparaison entre résultats expérimentaux [30] et numériques pour différentes sections des poteaux

Une étude paramétrique utilisant le modèle développé est réalisée afin de mettre en évidence la dépendance dimensionnelle de la ductilité flexionnelle. La Fig.14 montre clairement l'influence de l'effet d'échelle sur la ductilité flexionnelle. La réponse force-déplacement (force adimensionnelle) pour différentes hauteurs d'éléments ( $h$  varie de 0,2 à 1.6 m) est tracée pour le même pourcentage d'armature ( $\rho=1\%$ ,  $\rho'=0,1\%$ ). L'augmentation de la hauteur d'élément implique une diminution de la ductilité.

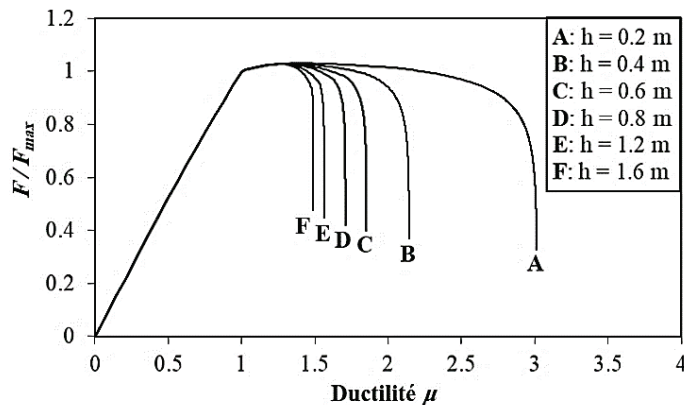


Fig.14 - Courbes force-déplacement (adimensionnelles) en fonction de la hauteur  $h$  avec  $\rho = 1\%$ ,  $\rho' = 0,1\%$

#### 4 Interaction flexion-cisaillement

L'interaction ductilité - résistance au cisaillement est complexe. Dans les zones de dissipation plastiques (par fissuration par exemple), la résistance au cisaillement diminue quand la ductilité augmente [1]. L'ouverture des fissures de flexion affecte les mécanismes de transfert de l'effort tranchant (zone de compression, l'engrènement des granulats ...). Les ouvertures de fissures de flexion provoquent une diminution de la capacité de ces mécanismes à transférer des efforts de cisaillement. Ainsi, une rupture brutale par cisaillement peut se produire. Pour éviter une rupture fragile, une bonne estimation de l'interaction flexion-cisaillement est nécessaire. Un certain nombre des modèles a été proposé pour décrire l'interaction entre la ductilité flexionnelle et le cisaillement. Pour l'ingénierie pratique, le modèle ATC-6 [2] reste une approche performante simplifiée pour décrire cette interaction. Elle permet d'évaluer la réduction de la résistance au cisaillement provoquée par un comportement ductile (Fig. 1).

Dans la littérature, plusieurs formules d'évaluation de la capacité de cisaillement des éléments en BA ont été proposées: Caltrans [3], Priestley [4], Sezen et Moehle [5], Xiao et Martirosyan [6], Maekawa et An [7]. Sur la base de la comparaison faite par Nouali et al. [16, 19], une nouvelle formule simplifiée est proposée pour décrire l'effet de la ductilité sur l'évolution de la résistance au cisaillement. Nous proposons la formule suivante pour décrire l'évolution de la force correspondante à la résistance au cisaillement d'un élément en béton armé en fonction de la ductilité en déplacement :

$$V_R(\mu) = k_\mu (V_c + V_s) \quad (8)$$

avec  $V_s$  et  $V_c$  sont calculés par les équations de ASCE-ACI de la Commission 426 [31] :

$$V_s = \frac{A_{st} f_{yst} d}{s} \quad (9)$$

$$V_c = v_c \left( 1 + \frac{3N}{f_c A_c} \right) b d \sqrt{f_c} \quad (f_c \text{ MPa}) \quad (10)$$

$$v_c = (0.067 + 10\rho) \leq 0.2 \quad (11)$$

Le facteur  $k_\mu$  dépend de la ductilité en déplacement. Nous proposons les expressions suivantes :

$$k_\mu = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu \leq 2 \\ 1.2 - 0.1\mu & \text{si } 2 < \mu < 5 \\ 0.7 & \text{si } \mu \geq 5 \end{cases} \quad (12)$$

L'interaction flexion-cisaillement proposée dans cette partie est présentée dans la Fig. 15. Sur la base du modèle développé en flexion, on détermine la courbe force-déplacement ( $p$ - $\delta$ ) de flexion d'un élément en BA fléchi. Puis, on calcule la capacité de cet élément (capacité à la force appliquée) à résister au cisaillement (par l'équation 8) en tenant compte de la contribution des armatures transversales, longitudinales et de la contribution du béton. Finalement, on cherche l'intersection de la courbe force-déplacement ( $p$ - $\delta$ ) avec la courbe de cisaillement, si elle existe, en déduisant le mode de rupture de cet élément. Conformément à la philosophie de l'ATC, nous considérons trois modes de rupture (Fig. 15) :

- Rupture par flexion : provoquée par écrasement du béton ou par rupture des aciers longitudinaux (acier ayant atteint la déformation moyenne ultime).
- Rupture par cisaillement : où la force de cisaillement dépasse la résistance de cisaillement avant la plastification des aciers longitudinaux.
- Une rupture par flexion-cisaillement combinée : après la plastification des aciers longitudinaux, la résistance au cisaillement diminue avec l'augmentation de la ductilité en raison de la dégradation du béton.

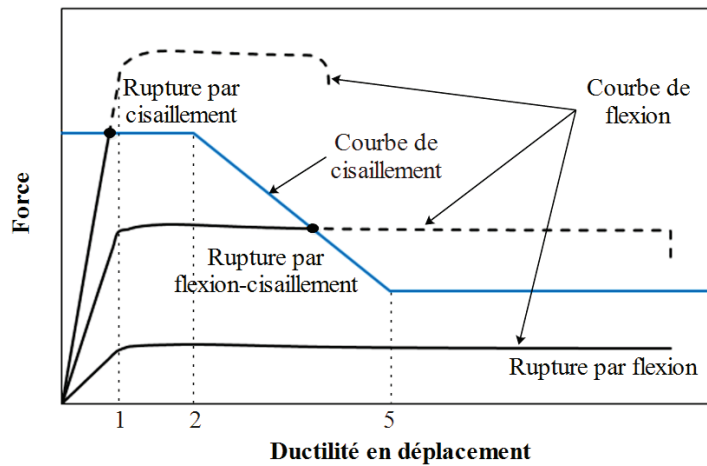


Fig. 15 - Interaction flexion-cisaillement et modes de ruptures

### 5 Validation de l’approche proposée

Afin de valider l’approche proposée décrivant l’interaction flexion-cisaillement, une comparaison entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux des différents tests est proposée.

La comparaison avec les résultats expérimentaux concerne le mode de rupture, la résistance au cisaillement et la ductilité de déplacement. Pour une rupture par flexion-cisaillement, la comparaison est faite à la fois pour la résistance au cisaillement et la ductilité de déplacement. Pour les éléments présentant une rupture par cisaillement, la comparaison ne concerne que la résistance au cisaillement. Pour la rupture en flexion, la ductilité de déplacement à la rupture est comparée.

Le premier programme de test utilisé pour la validation a été réalisé par Weijian et Yanmei [32], les données relatives aux quatre poutres sont regroupées dans le Tableau 2. Les courbes numériques force-déplacement obtenues à partir du modèle proposé sont comparées aux résultats expérimentaux dans la Fig. 16.

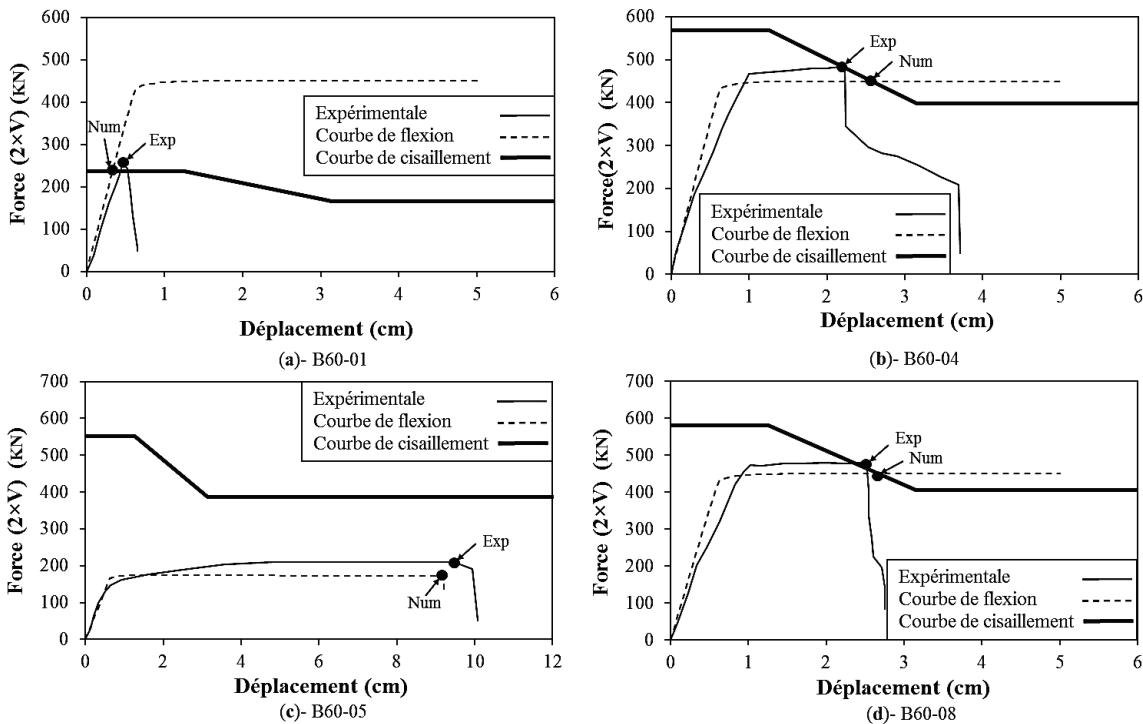


Fig. 16 - Force-déplacement, comparaison entre les résultats expérimentaux [32] et les résultats de l’approche d’interaction flexion-cisaillement

Pour les quatre poutres, le modèle proposé dans le deuxième chapitre fournit les courbes force-déplacement pour une rupture par flexion. Pour la poutre B60-01 (Fig. 16), la rupture dans l'essai expérimental est par cisaillement. Cette rupture survient avant la plastification des aciers. La présence d'un pourcentage élevé d'armatures longitudinales (2,03%) et l'absence des armatures transversales (0%) conduisent à une rupture fragile.

L'intersection entre la courbe force-déplacement du modèle et la courbe de cisaillement décrite par la formule que nous avons proposée est en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Pour la poutre B60-05 (Fig. 16), la rupture dans l'essai expérimental est par flexion. Le pourcentage d'armatures longitudinales est réduit dans cette poutre à 0,65%. La force appliquée pour atteindre le moment de résistance est donc réduite. La présence d'un renforcement transversal (0,25%) augmente la capacité de résistance au cisaillement de cette poutre. Aucune intersection entre la courbe de flexion et celle de cisaillement n'est observée. Un bon accord entre les courbes force-déplacement de notre modèle et le résultat expérimental est également observé.

Les deux poutres B60-04 et B60-08 (Fig. 16) ont les mêmes caractéristiques à l'exception d'une faible différence pour la contrainte de compression du béton. Une certaine ductilité est observée avant la rupture de ces poutres. Cette ductilité est due au développement de la rotule plastique au milieu de la poutre. Avec le développement de ces rotules plastiques, le béton commence à se dégrader et la capacité de ces poutres à résister à la force de cisaillement est réduite. Les résultats expérimentaux indiquent un mode de rupture par flexion-cisaillement. Le bon mode de rupture est prédit par l'approche proposée ainsi que la ductilité de déplacement correspondante.

Le deuxième programme de test utilisé pour la validation a été réalisé par Ohta [33], les détails des poteaux testés expérimentalement sont présentés dans le

Tableau2. Trois poteaux similaires avec différents pourcentages d'armatures transversales. Une comparaison entre les résultats expérimentaux de Ohta (Ohta 1980) et le modèle d'interaction flexion-cisaillement proposé est présentée dans la Fig. 17. Cette figure indique que l'approche simplifiée proposée est capable de reproduire le mode de rupture et la ductilité de déplacement correspondante.

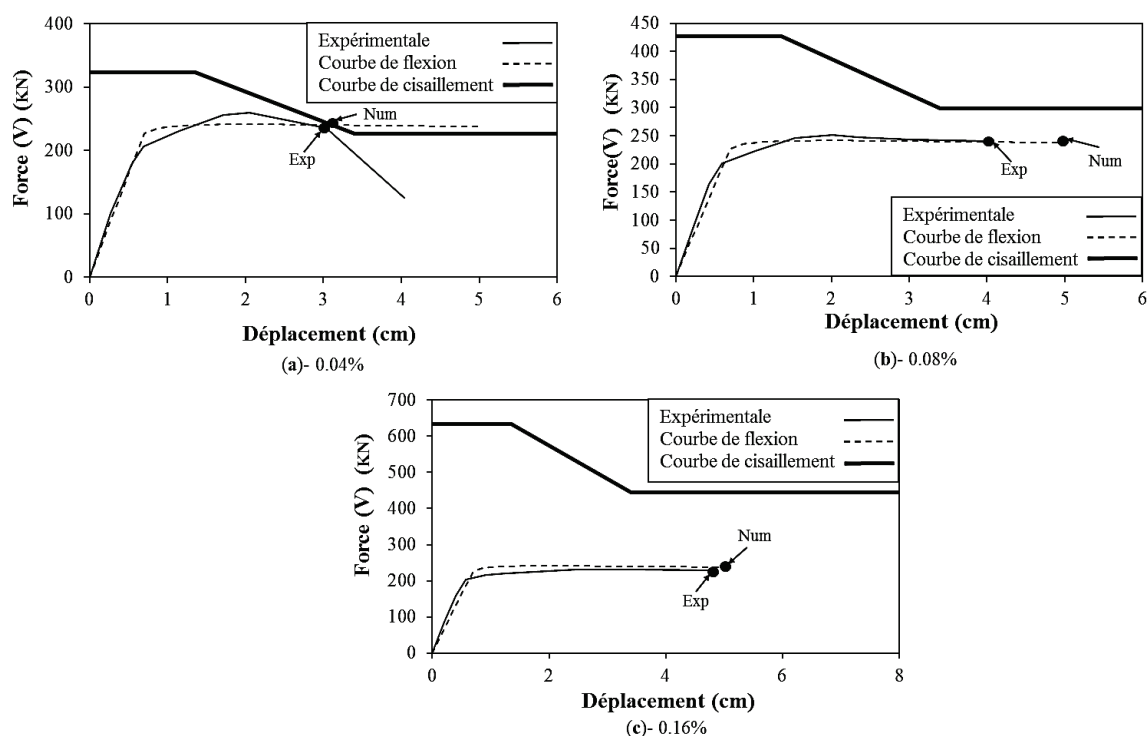


Fig. 17 - Force-déplacement, comparaison entre les résultats expérimentaux [33] et le modèle d'interaction flexion-cisaillement

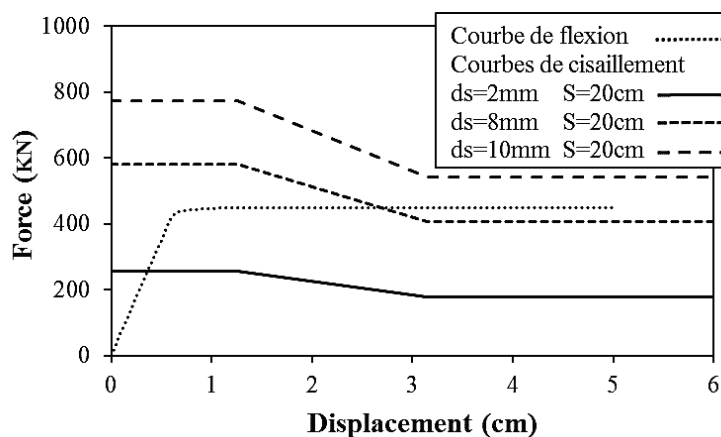
**Tableau2 - Données relatives aux tests expérimentaux choisis dans la littérature pour la validation de l'approche interaction flexion-cisaillement proposée**

Echantillon	$h$ (m)	$b$ (m)	$L$ (m)	$\rho$ (%)	$\rho_{st}$ (%)
Weijian et Yanmei [32]	B60-01			2.03	/
	B60-04	0.4	0.2	2.6	2.03
	B60-05				0.65
	B60-08				2.03
A	0.04				
Ohta [33]	B	0.4	0.8	1.6	0.86
	C				0.16

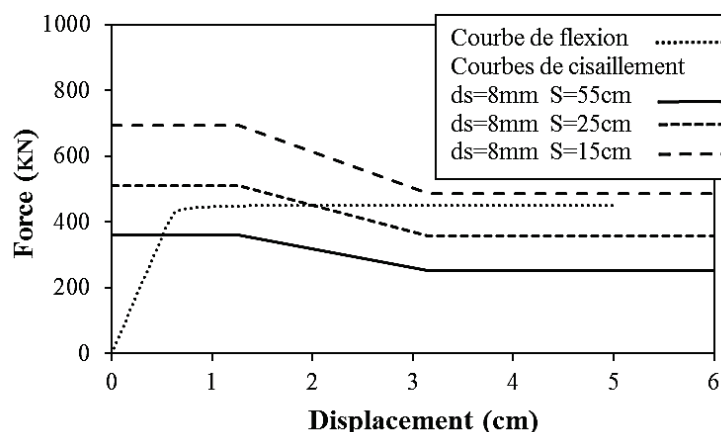
## 6 Rupture ductile Vs. rupture fragile : rôle du confinement

Afin de scruter le processus d'interaction flexion-cisaillement et le rôle des armatures transversales, nous proposons de regarder de près les résultats des essais réalisés par Weijian et Yanmei [32] présentés dans la Fig. 16. La poutre B60-1 ne possède aucune armature transversale. En revanche, la poutre B60-8 contient des cadres de 8mm de diamètre avec un espacement de 20cm (soit un pourcentage de 0,25%). Ces deux poutres (B60-1 et B60-8) ont les mêmes caractéristiques excepté les armatures transversales ; cependant le mode de rupture est différent. La poutre B60-1 rompt par cisaillement (rupture fragile), tandis que la poutre B60-8 rompt par cisaillement après flexion (rupture flexion-cisaillement). Il est tout à fait classique de conclure sur le rôle des cadres qui assurent une certaine ductilité.

Sur la Fig. 18, on propose une autre configuration pour la poutre B60-1 en gardant un espacement constant ( $S=20\text{cm}$ ) et en modifiant la section des cadres (de 2mm à 10mm), le mode de rupture change totalement. La poutre B60-1 passe d'une poutre fragile à une poutre ductile en augmentant les diamètres des cadres. Les résultats d'une deuxième configuration sont présentés sur la Fig. 19, avec un diamètre constant ( $d_s=8\text{mm}$ ), mais un espacement réduit (diminution de 55cm à 15cm), la poutre B60-1 passe d'une poutre fragile à une poutre ductile. Le confinement permet d'assurer un comportement ductile.



**Fig. 18 - Interaction flexion-cisaillement, entre la courbe de flexion (numérique) de la poutre B60-1 et différentes courbes de cisaillement (influence de diamètre des cadres)**



**Fig. 19 - Interaction flexion-cisaillement entre la courbe de flexion (numérique) de la poutre B60-1 et différentes courbes de cisaillement (influence de l'espacement des cadres)**

Sous chargement sismique, la ductilité est nécessaire pour permettre une dissipation d'énergie avant la rupture. Cette énergie est dissipée avec la formation des rotules plastique dans les zones les plus sollicitées. Ces zones sont soumises à des sollicitations de flexion (moment) et de cisaillement (effort tranchant). Dans ce contexte, le rôle de l'ingénieur est d'assurer un comportement ductile (rupture par flexion) de ces éléments en évitant une rupture fragile par cisaillement. Une des clefs de cette conception ductile réside dans le confinement assuré par les armatures transversales.

## 7 Conclusions

Dans le présent document, une approche simplifiée a été proposée pour décrire l'influence de l'effet d'échelle et de l'interaction flexion-cisaillement sur la ductilité flexionnelle des éléments en BA. Un modèle simplifié a été utilisé pour décrire le comportement flexionnel (courbe  $P-\delta$ ) avec effet d'échelle. Le comportement fragile des éléments de grandes dimensions a été correctement reproduit. D'autre part, une nouvelle formule pour prédire la capacité de cisaillement et sa dégradation causée par la ductilité flexionnelle a été proposée. Une combinaison de cette nouvelle formule avec le modèle développé (qui fournit la courbe de capacité flexionnelle  $P-\delta$ ) a été réalisée suivant l'approche ATC. Les comparaisons avec les résultats expérimentaux ont montré une bonne estimation du mode de rupture et de la ductilité correspondante.

## RÉFÉRENCES

- [1]- M.J.N. Priestley, F. Seible, G.M. Calvi, Seismic design and retrofit of bridges. John Wiley & Sons, Inc. 1996. doi:10.1002/9780470172858
- [2]- ATC 6-2, Seismic retrofitting guidelines for highway bridges. Tech Rep, Applied Technology Council, 1983.
- [3]- Caltrans, Seismic Design Criteria - Version 1.3, 2004.
- [4]- M.J. Nigel Priestley, R. Verma, Y. Xiao, Seismic shear strength of reinforced concrete. J. Struct. Eng. 120(8) (1994) 2310–2329. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:8(2310)
- [5]- H. Sezen, J.P. Moehle, Shear Strength Model for Lightly Reinforced Concrete Columns. J. Struct. Eng. 100(11) (2004) 1692–1703. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:11(1692).
- [6]- X. Yan, M. Armen, Seismic performance of high-strength concrete columns. J. Struct. Eng. 124(3) (1998) 241–251. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1998)124:3(241).
- [7]- K. Maekawa, X. An, Shear failure and ductility of RC columns after yielding of main reinforcement. Eng. Fract. Mech. 65(2-3) (2000) 335-368. doi:10.1016/S0013-7944(99)00119-8.
- [8]- Eurocode 8. European Standard EN 1998-3:2005: Design of structures for earthquake resistance - Part 3: Assessment and retrofitting of buildings. Com Eur Norm, Brussels, 2005.
- [9]- Comité Euro-International du Béton, Hyperstatiques, Rapport de la commission CEB, 1961.
- [10]- A.L.L. Baker, A.M.N. Amarakone, Inelastic hyperstatic frames analysis. International Concrete Abstracts Portal ACI. 12 (1965) 85–142.
- [11]- A. Carpinteri, M. Corrado, G. Mancini, M. Paggi, Size-scale effects on plastic rotational capacity of reinforced

- concrete beams. *ACI Struct. J.* 106(2009) 887–896.
- [12]- R. Eligehausen, P. Langer, Rotation capacity of plastic hinges and allowable degree of moment redistribution. University of Stuttgart, 1987.
- [13]- Eurocode 8. European Standard EN 1998-2:2006: Design of structures for earthquake resistance - Part 2: Bridges. Com Eur Norm, Brussels, 2006.
- [14]- M. Matallah, A. Nouali, A. Benyacoub, Size effect on the rotational capacity of reinforced concrete beams: numerical investigation vs. Eurocode 8. In: Proceedings of the 16th World Conference on Earthquake Engineering, WCEE, Santiago, Chili, 2017.
- [15]- A. Nouali, M. Matallah, Un modèle global pour la prise en compte des effets d'échelles sur la capacité de rotation des éléments en béton armé : Etude comparative avec l'Eurocode 8. In : Proceeding of 34èmes Rencontres de l'Association Universitaire de Génie Civil, AUGC, Liège, Belgique, 2016.
- [16]- A. Nouali, Influence des effets d'échelles sur la réponse sismique non linéaire des structures et des ouvrages en béton armé. Thèse de doctorat, Université Aboubakr Belkaïd, Tlemcen, 2017.
- [17]- A. Nouali, M. Matallah, Size effect on the plastic rotational capacity of RC elements : critical review of EC8. *Eur. J. Environ. Civ. Eng.* (2018) In Press. doi:10.1080/19648189.2018.1474384.
- [18]- A. Nouali, M. Matallah, A simplified approach to assess the size effect on the shear-flexure interaction in RC elements. *Eng. Struct.* 144(2017) 151–62. doi:10.1016/j.engstruct.2017.04.057.
- [19]- C. Bosco, Experimental investigation on the ultimate rotational capacity of R.C. beams. Levrotto & Bella Edition, 1992.
- [20]- R. Brincker, H. Dahl, Fictitious crack model of concrete fracture. *Mag. Concr. Res.* 41(147) (1989) 79–86. doi:10.1680/mac.1989.41.147.79.
- [21]- G. Ferrara, M.E. Gobbi, Strain softening of concrete under compression. Report to RILEM Committee 148 SCC, Enel-CRIS Laboratory, Milano, 1995.
- [22]- D.C. Jansen, S.P. Shah, Effect of Length on Compressive Strain Softening of Concrete. *J. Eng. Mech.* 123(1) (1997) 25–35. doi:10.1061/(ASCE)0733-9399(1997)123:1(25).
- [23]- M.R.A. van Vliet, J.G.M van Mier, Experimental investigation of concrete fracture under uniaxial compression. *Mech. Cohes.-Frict. Mat.* 1(1) (1996) 115–127. doi:10.1002/(SICI)1099-1484(1996 01)1:1<115::AID-CFM6>3.0.CO;2-U.
- [24]- N. Aissaoui, M. Matallah, Sources of error and limits of applying the energetic-based-regularization method. In: Proceedings of the International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), 2015.
- [25]- Z.P. Bažant, B.H. Oh, Crack band theory for fracture of concrete. *Mat. Struct.* 16(3) (1983) 155–177. doi:10.1007/BF02486267
- [26]- M. Jirásek, M. Bauer, Numerical aspects of the crack band approach. *Comput. Struct.* 110(111) (2012) 60–78. doi:10.1016/j.compstruc.2012.06.006.
- [27]- A. Grimaldi, Z. Rinaldi, Influence of the steel properties on the ductility of R.C. structures. *Lect. Notes Appl. Comput. Mech. - Nov Approaches Civ. Eng.* 14 (2004) 297–309. doi:10.1007/978-3-540-45287-4\_25
- [28]- Eurocode 2-1992. Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Com Eur. Norm. Brussels, 2004.
- [29]- A. Bigaj, J.C. Walraven, Size effect in plastic hinges of reinforced concrete members. *Heron.* 47(2) (2002) 79-80.
- [30]- H. Rodrigues, A. Arêde, H. Varum, A.G. Costa. Experimental evaluation of rectangular reinforced concrete column behaviour under biaxial cyclic loading. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.* 42(2) (2013) 239–59. doi:10.1002/eqe.2205
- [31]- ASCE-ACI Joint Task Committee, Shear strength of reinforced concrete members, 1973.
- [32]- W.J. Yi, Y. M. Lv, Experimental Study on Shear Failure of High-Strength Concrete Beams with High-Strength Stirrups. *Key Eng. Mater.* 400–402 (2009) 857–863. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.400-402.857.
- [33]- M. Ohta, A study on earthquake resistant design for reinforced concrete bridge piers of single-column type. Report of civil research institute (153), 1980.