

図形領域における児童の審美性認識に関する尺度開発

廣瀬 隆司¹ 西澤 智²

(¹四天王寺大学, ²四天王寺大学生)

Development of the Scale for Aesthetic Appreciation in Figure Domain
of Mathematics Education : For Students in Elementary Schools

Takashi HIROSE, Satomi NISHIZAWA

検索語：算数教育, 児童, 審美性認識, 尺度

KeyWords: Mathematics Education, Students, Aesthetic Appreciation, Scale

1. はじめに

「美しい」及び「美しさ」という言葉は、日常生活においてしばしば使用される。それにもかかわらず、算数・数学教育において、「美しい」及び「美しさ」に関する論文は、筆者達が調べたところ、余り多くない。そして、文部省・文部科学省の出版物では、次のような「美しい」及び「美しさ」に関する記述が認められる。

昭和26年の中学校高等学校学習指導要領数学科編(試案)における数学科の一般目標に、「1. 数学の有用性と美しさを知って、真理を愛し、これを求めていく態度を養う」(文部省, 1951, p.1)という記述がある。その後の学習指導要領の改訂に伴い、目標から、数学の美しさという言葉は、姿を消したが、文部省(1969, p.3)では、「算数のもつ簡潔性, 論理性, 統合性などに基づいた構成の美しさを感じ、それに満足感をおぼえるところまで発展させることが望ましいのである」と述べられている。また、文部省(1989, pp.13-14)では、「さらに、もっと広く数量や図形のもつ美しさ, あるいは、その処理の仕方の「手際よさ」といったものにも目を向けさせることが望まし

い。それは将来, 形式の美, 簡潔さの美といったものを感じ取る基礎となるものだからである」と述べられ、そして、文部省(1999, p.19)では、「算数には、どのようなよさがあるか」についていえば、有用性, 簡潔性, 一般性, 正確性, 能率性, 発展性, 美しさなどの諸点が挙げられる」と記されている。さらに、平成20年の小学校学習指導要領解説算数編において、「良さについては、数量や図形の知識及び技能に含まれるよさがあるし、数学的な思考, 判断, 表現等に含まれるよさがある。どのようなよさかといえば、有用性, 簡潔性, 一般性, 正確性, 能率性, 発展性, 美しさなどの諸点があげられる」(文部科学省, 2008, p.22)と記載されている。したがって、図形領域における児童の審美性認識に関する尺度開発は、意義があると考えられる。

2. 研究の目的

本研究においては、数学における図形の美しさに特化し、「図形領域における児童の審美性認識に関する尺度開発」を目的とし、研究を進めることにした。

3. 研究の方法

1) 調査対象

神戸市内の5校11クラスの第6学年の児童325名を調査対象とした。なお、調査結果を公表することについては、各校の校長に、科学研究費助成金の倫理規定を説明し、同意を得ている。

2) 手続き

算数・数学教育における先行研究を調べ、算数教育の図形領域における審美性の定義付けを行う。算数教育の図形領域における審美性の定義と算数教育の図形領域における審美性に関するカテゴリー事項に基づき、算数教育の図形領域における審美性に関する調査項目を設定する。それをを用いて調査を行い、調査結果の分析及び考察を通して、図形領域における児童の審美性認識に関する尺度を開発する。

4. 算数教育の図形領域における審美性の定義に関連して

1) 数学の定義・数学の本質・数学の特性の関係

算数の背景には、数学があるのは言うまでもない。そこで、廣瀬他3名(2009)の見解に従い、数学の定義・数学の本質・数学の特性の関係を図1のように捉えた。

図1から分かるように、先に述べた文部省・文部科学省の審美性に関連する内容は、数学の本質と数学の特性に関連する。

2) 算数教育の図形領域における審美性の定義

新村(1964, p.1123, p.1174)によると、審美は、「美と醜を識別すること」、また、性は、「心の作用」と述べられているので、算数の背景には数学があること

を考慮すると、算数教育の図形領域における審美性とは、「数学における図形に対する美と醜を識別する心の作用」と定義し得る。

3) 算数教育の図形領域における審美性に関する具体的な内容

算数教育の図形領域における審美性に関連する具体的な内容として、先に示した昭和26年の中学校高等学校学習指導要領数学科編(試案)では、次のような記述が見られる(文部省, 1951, pp.122-132)。ただし、下線は、図1の数学の本質と数学の特性に関連した内容であり、筆者達による。

(1) 図形による表現

ものの形・位置・繋がりなどを適切な図を用いると、言葉で言うよりも分かりよく、複雑な関係も明確に示すことができる。

(2) 簡単な図形

日常に用いているものの形や位置関係には、目的に応じて、美しさ・安定性・扱いやすさ・作りやすさなどの点を持っており、これらは、図形についての簡単な数量的な関係に基づいている。また、形の美しさや有用性の指導において、次のような事柄を理解させていくとよい。

- ① 物の安定性を考えるには、重力に対して平行や垂直の方向を採ってみればよい。
- ② 直方体や立方体のように、垂直な面で囲まれた物体は、積み重ねたときに隙間なく並び、安定性があり、且つ製作やさしい。
- ③ 正多角形や円のように、まとまりのある図形は、美しい感じを与える。
- ④ まとまった美しい形のものを平行に配列したも

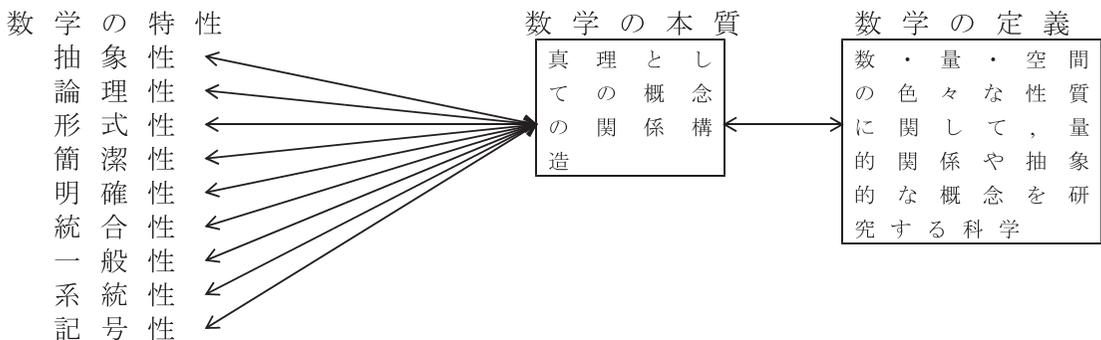


図1 数学の定義・数学の本質・数学の特性の関係

のも、美しい感じを与える。

- ⑤ 円錐や円柱のような回転体は、機械製作に適しているし、また、美しい形でもある。
- ⑥ 単一な図形を相似に拡大・縮小しつつ、一定の比で平行に配列したのも美しい感じを与える。
- ⑦ 面対称・線対称な図形は、まとまった美しい感じを与える。

特に、③～⑦に関して、中島（1981）は、「広い意味で、規則性、正常性、対称性に視点を置いているとみられるが、この他、整合性、双対性などの視点も考えてよかろう」と述べている。

4) 算数教育の図形領域における審美性に関する一般的な見解

それでは、児童を含め、人は、数学のどのような具体的な側面を美（または醜）とするのか。これに対して、中島（1981）は、「一般的には、図形のような「形」を持ったものに関する直観に基づく「美しさ」というよりは、むしろ、簡潔、明確、統合といった視点に価値を認め、次々に追求してその実現を図っていく過程とか、その結果として、できた数学が抽象性、論理性、形式性さらには完全性といった面により洗練された特性を備えたものになっていること、こうした点に「美しさ」を感じるとすることに重点を置いて考えてみたい」と述べている。そして、最近の算数・数学教育に関する審美性についての論文において、白石（1996）は、審美感の働く対象として、「デザイン、リズム、調和、統一性、理想性、対称性、漸進性、双対性、解法の簡潔性、解法の道筋、解法の多様性、視

覚的な美、一般性、最小性」を採り上げている。

5. 図形領域における児童の審美性認識に関する調査項目の設定

1) 図形領域における児童の審美性認識に関する事項の設定

先に述べた昭和26年の中学校高等学校学習指導要領数学科編（試案）の具体的な内容「(1) 図形による表現、(2) 簡単な図形」及び中島健三（1981）・白石利夫（1996）の見解から、事項として、「安定性、特殊性、完全性、対称性、規則性、連続性、遠近性」を設定した。なお、個々に採り上げる図形に関して、例えば、鋭角二等辺三角形においては、安定性・特殊性・対称性というように、設定した事項が重なる場合も考えられるが、この図形の特徴をよく表した対称性・特殊性という事項を採り上げることにした。また、正三角形・正方形・円・立方体・円柱・球・円錐に対しては、より簡潔な形に統合されたものとして、完全性という事項を採り上げることにした。

2) 図形領域における児童の審美性認識に関する調査項目の設定

7つの事項を様々な視点から5～6回に亘り検討・吟味し、その結果として、それぞれの事項に対する具体例を案出し、表1に示したような39項目を設定した。そして、各調査項目は、図2のような5段階評定とした。また、その評定値を各調査項目の得点と見なした。

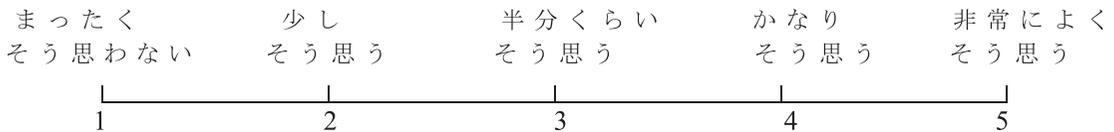
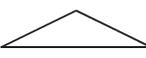
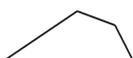
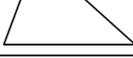
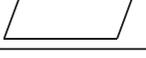
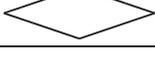
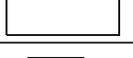
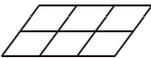
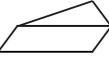
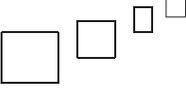
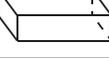
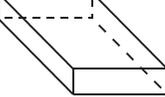
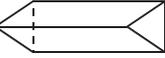
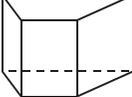
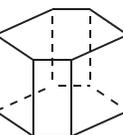


図2 各項目の5段階評定

表1 図形領域における児童の審美的認識に関する調査項目

項目番号	事項	調査項目
1	安定性 (不等辺三角形)	 左の図のような三角形は、整った形だ。
2	特殊性 (直角三角形)	 左の図のような三角形は、整った形だ。
3	特殊性・安定性 (直角三角形)	 左の図のような三角形は、整った形だ。
4	対称性・特殊性 (鈍角二等辺三角形)	 左の図のような三角形は、整った形だ。
5	対称性・特殊性 (直角二等辺三角形)	 左の図のような三角形は、整った形だ。
6	対称性・特殊性 (鋭角二等辺三角形)	 左の図のような三角形は、整った形だ。
7	完全性 (正三角形)	 左の図のような三角形は、整った形だ。
8	安定性 (鈍角三角形)	 左の図のような三角形は、整った形だ。
9	安定性 (不等辺四角形)	 左の図のような四角形は、整った形だ。
10	安定性 (不等辺四角形)	 左の図のような四角形は、整った形だ。
11	安定性 (不等辺四角形)	 左の図のような四角形は、整った形だ。
12	対称性 (たこ形)	 左の図のような四角形は、整った形だ。
13	特殊性 (台形)	 左の図のような四角形は、整った形だ。
14	対称性・特殊性 (等脚台形)	 左の図のような四角形は、整った形だ。
15	対称性・特殊性 (平行四辺形)	 左の図のような四角形は、整った形だ。
16	対称性・特殊性 (ひし形)	 左の図のような四角形は、整った形だ。
17	対称性・特殊性 (長方形)	 左の図のような四角形は、整った形だ。
18	完全性 (正方形)	 左の図のような四角形は、整った形だ。
19	完全性 (円)	 左の図のような円は、整った形だ。
20	対称性・特殊性 (正五角形)	 左の図のような五角形は、整った形だ。

21	対称性・特殊性 (正六角形)		左の図のような六角形は、整った形だ。
22	連続性 (敷き詰め)		左の図のようなしきつめられた図形は、きれいだ。
23	特殊性 (複合図形)		左の図のような図形は、きれいだ。
24	特殊性 (複合図形)		左の図のような図形は、きれいだ。
25	遠近性・連続性 (拡大・縮小)		左の図のような図形は、きれいだ。
26	完全性 (立方体)		左の図のような「立方体」は、美しい。
27	対称性・特殊性 (直方体)		左の図のような「直方体」は、美しい。
28	対称性・特殊性 (直方体)		左の図のような「直方体」は、美しい。
29	対称性・特殊性 (正三角柱)		左の図のような「三角柱」は、美しい。
30	安定性 (四角柱)		左の図のような「四角柱」は、美しい。
31	安定性 (四角柱)		左の図のような「四角柱」は、美しい。
32	安定性 (五角柱)		左の図のような「五角柱」は、美しい。
33	安定性 (六角柱)		左の図のような「六角柱」は、美しい。
34	完全性 (円柱)		左の図のような「円柱」は、美しい。
35	完全性 (球)		左の図のような「球」は、美しい。
36	対称性・特殊性 (正三角錐)		左の図のような「三角すい」は、美しい。

37	対称性・特殊性 (正四角錐)		左の図のような「四角すい」は、美しい。
38	対称性・特殊性 (正五角錐)		左の図のような「五角すい」は、美しい。
39	完全性 (円錐)		左の図のような「円すい」は、美しい。

6. 図形領域における児童の審美性認識に関する尺度開発

1) 調査結果の分析と考察

(1) 各調査項目の平均値と標準偏差

表2に示したように、各調査項目に関して、それぞれ平均値と標準偏差を求め、天井効果とフロアー効果を診断するために、「平均値±標準偏差」の値が1～5の範囲であることを調べ、表2の各調査項目において、項目3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 26, 30, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 39を不良項目として削除した。

(2) 探索的因子分析結果

探索的因子分析において、因子抽出法には幾つかあるが、ここでは、データが多変量正規分布から無作為標本であると仮定し、データから因子得点や因子パターンといったパラメータ(探索的因子分析で求めたいもの)に関する情報を伝達する尤度が最大に

なるように因子を取り出し、適合度の検定が可能な最尤法を使うことにした。また、抽出する因子間に相関が見られると考えられるので、プロマックス回転を利用することにした。表2から不良項目を削除した14項目に関する最尤法プロマックス回転による探索的因子分析において、因子負荷量は、調査項目への回答に対する因子の影響力を表すので、当該の因子の影響が高く、他の因子の影響が少なくするために、因子負荷量が0.35以上の調査項目を採択した。なお、因子負荷量の値に関して、「特に決まりがあるわけではない」(松尾・中村, 2005)ので、抽出された各因子における各項目の因子負荷量の値という観点から、0.35以上とした。表3は、プロマックス回転後の調査項目についての因子行列を表す。なお、プロマックス回転により、14の調査項目において、項目1, 27は、因子負荷量が0.35未満であるので、不良項目として削除した。この結果、図形領域における児

表2 各調査項目の平均値と標準偏差

項目番号	平均値	標準偏差	項目番号	平均値	標準偏差	項目番号	平均値	標準偏差
1	2.446	1.320	14	3.520	1.361	27	3.738	1.256
2	3.326	1.398	15	3.314	1.347	28	3.695	1.304
3	2.237	1.332	16	4.006	1.217	29	3.213	1.419
4	3.775	1.368	17	4.258	2.518	30	2.298	1.303
5	3.695	1.364	18	4.357	1.134	31	2.018	1.225
6	3.600	1.365	19	4.028	1.304	32	2.068	1.235
7	4.065	1.321	20	4.182	1.212	33	3.803	1.360
8	1.908	1.127	21	4.215	1.161	34	3.892	1.316
9	1.732	1.077	22	3.400	1.377	35	4.028	1.304
10	1.742	1.136	23	1.865	1.103	36	3.469	1.395
11	1.726	1.120	24	2.151	1.321	37	3.689	1.396
12	2.705	1.480	25	3.726	1.408	38	3.662	1.430
13	2.272	1.247	26	4.037	1.209	39	3.665	1.382

童の審美的認識に関する項目総数は、12となった。

表3から、各因子を次のように特定した。

因子1：因子を構成する項目番号は、29, 28, 25, 22, 36, 33であり、これらの項目に関する事項は、それぞれ、項目番号28, 29, 36が立体図形における対称性・特殊性、項目番号33が立体図形における安定性、項目番号22が平面図形における連続性、項目番号25が平面図形における遠近性・連続性に関する事柄である。したがって、平面図形における遠近性を含む連続性と立体図形における安定性・対称性・特殊性に関する児童の審美的認識の因子と見なすことができる。

因子2：因子を構成する項目番号は、14, 12, 6, 13, 15, 2であり、これらの項目に関する事項は、それぞれ、項目番号6, 14, 15が平面図形における対称性・特殊性、項目番号2, 13が平面図形における特殊性、項目番号12が平面図形における対称性に関する事柄である。したがって、平面図形における対称性・特殊性に関する児童の審美的認識の因子と見なすことができる。

因子分析を行い、GFI (Goodness of Fit Index : 適合度指標), AGFI (Adjusted Goodness of Fit Index : 修正適合度指標), CFI (Comparative Fit Index : 比較適合度指標), RMSEA (Root Mean Square Error of Approximation : 残差平方平均平方根) の値を求め、因子モデルの適合度を検討した。「GFIとAGFIは、データの共分散行列と推定されたモデルの共分散行列との類似度をもって適合のよさを判断する。GFIは、通常0から1での値をとり、1に近いほど、説明力のあるモデルとされている。AGFIは、値が1に近いほど、データへの当てはまりがよい。CFIは、分析しているモデルが独立モデルから飽和モデルまでの間のどの辺りに位置するかを表し、1に近いほどよいモデルとされている。一般的に、GFI, AGFI, CFIも、0.9以上であれば当てはまりがよいとされている。GFI ≥ AGFIである。また、RMSEAは、モデルの複雑さを考慮に入れて、1自由度当たりの真の母集団とモデルとの間の乖離度の大きさにより適合のよさを判断する。一般的に、RMSEAは、0.08以下であれば、当てはまりがよいとされている」(朝野・鈴木・小島, 2005)。各項目において、上述したそれぞれの値は、GFI=0.942, AGFI=0.914, CFI=0.954, RMSEA=0.067であった。これらの値は、上述した条件を満たすので、表3において、各項目は、高い妥当性を示していると判断した。なお、表4は、各項目の標本相関であり、図3は、検証的因子分析のモデルである。

(4) 調査項目の信頼性

調査結果の安定度を調べるために、表1に示した調査項目による1回目の調査を受けた神戸市内の小学校の児童65名に対し、表1で示した調査項目を用いて、1週間後に再調査を行った。表3の抽出された各因子に属する各調査項目に関して、65名の児童の2回の調査の相関係数の値は、0.852と表され、高い安定度を示した。

表3に示した12項目全体の内部整合性を調べるために、信頼性を表すCronbachのα係数の値を算出した。Cronbachのα係数の値は、「学力検査では0.8以上、性格や態度などの心理特性を測ろうとする場合は、概ね0.7以上である」(鎌原・宮下・大野木・中澤, 1998: 104) のとき、高い内部整合性を示すとされ

表3 プロマックス回転後の調査項目についての因子

項目番号	因子	
	1	2
29	0.793	-0.044
28	0.772	0.031
25	0.744	-0.012
22	0.697	0.094
36	0.683	0.016
33	0.667	0.084
14	-0.146	0.986
12	0.005	0.563
6	0.202	0.538
13	0.029	0.534
15	0.207	0.529
2	0.161	0.441

3) 調査項目の妥当性

表3において、児童の審美的認識に関する因子1、因子2に属する各項目の妥当性については、検証的

表4 各項目の標本相関

項目番号	2)	6)	12)	13)	14)	15)	22)	25)	28)	29)	33)	36)
2)	1											
6)	0.476	1										
12)	0.326	0.400	1									
13)	0.325	0.313	0.377	1								
14)	0.458	0.585	0.508	0.468	1							
15)	0.327	0.424	0.288	0.489	0.519	1						
22)	0.429	0.476	0.299	0.333	0.431	0.505	1					
25)	0.287	0.429	0.322	0.273	0.363	0.438	0.614	1				
28)	0.373	0.451	0.287	0.275	0.456	0.415	0.591	0.590	1			
29)	0.334	0.385	0.330	0.319	0.368	0.415	0.555	0.544	0.637	1		
33)	0.334	0.438	0.273	0.303	0.430	0.435	0.512	0.508	0.593	0.553	1	
36)	0.317	0.409	0.293	0.284	0.366	0.398	0.528	0.476	0.524	0.542	0.569	1

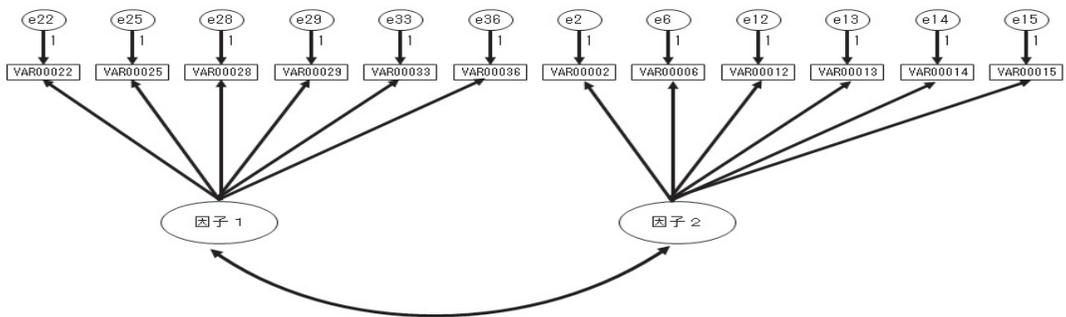


図3 検証的因子分析のモデル

ている。12項目全体の信頼性を表すCronbachの α 係数の値は、0.898と表され、高い内部整合性を示していると考えられる。

2) 図形領域における児童の審美性認識に関する尺度開発

調査結果の分析と考察から、表5に示した12項目からなる図形領域における児童の審美性認識に関する尺度を開発した。また、この尺度において、各項目は、次のような5段階評定とし、その評定値を得点と見なす。

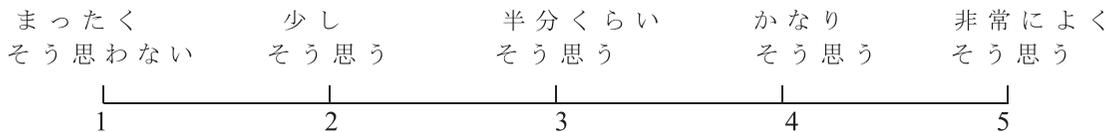
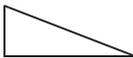
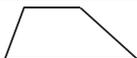
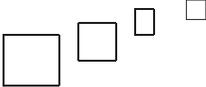
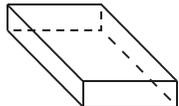
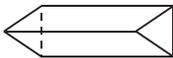
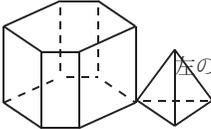


表5 図形領域における児童の審美性認識に関する尺度

項目番号	事項	調査項目
2	特殊性 (直角三角形)	 左の図のような三角形は、整った形だ。
6	対称性・特殊性 (鋭角二等辺三角形)	 左の図のような三角形は、整った形だ。

12	対称性 (たこ形)		左の図のような四角形は、整った形だ。
13	特殊性 (台形)		左の図のような四角形は、整った形だ。
14	対称性・特殊性 (等脚台形)		左の図のような四角形は、整った形だ。
15	対称性・特殊性 (平行四辺形)		左の図のような四角形は、整った形だ。
22	連続性 (敷き詰め)		左の図のようなしきつめられた図形は、きれいだ。
25	遠近性・連続性 (拡大・縮小)		左の図のような図形は、きれいだ。
28	対称性・特殊性 (直方体)		左の図のような「直方体」は、美しい。
29	対称性・特殊性 (正三角柱)		左の図のような「三角柱」は、美しい。
33	安定性 (六角柱)		左の図のような「六角柱」は、美しい。
36	対称性・特殊性 (正三角錐)		左の図のような「三角すい」は、美しい。

7. 結語

本研究では、第6学年の児童325名を対象に実施した調査により、図形領域における児童の審美性認識の尺度を開発した。これらの尺度の利点として、次のようなことが考えられる。

- 1) 図形領域における児童の審美性認識に関する評価を行うことができる。
- 2) 審美性に関して、個々の児童への指導上の対策を図ることができる。

今後の課題として、調査項目の結果を踏まえて、児童をどのように指導するかがある。また、今回の調査結果から特定化した児童の審美性認識に関する尺度が、本当に児童の審美性認識を評価する尺度になっているといえるのかどうかについて、授業参観などを通じた研究の継続が必要であると考えられる。

付記

本研究は、平成26年度～平成28年度科学研究費助成金・基盤研究(C)・課題番号26381237(研究代表者：廣瀬隆司)の支援による研究の成果の一部である。

【引用文献】

- 朝野熙彦・鈴木督久・小島隆矢：『入門共分散構造分析の実際』、119-122、講談社サイエンティフィック、2005。
- 廣瀬隆司・齋藤昇・長谷川勝久・坂井武司：「算数教育における数 学的価値の測定尺度の開発—小学校教師と児童を対象にして—」、『科学教育研究』、日本科学教育学会、Vol.33、No. 3、277-287、2009。
- 鎌原雅彦・宮下一博・大野木裕明・中澤潤：『心

- 理学マニュアル質 問紙法』, 104, 北大路書房, 1998.
- 松尾太加志・中村知靖:『誰も教えてくれなかった 因子分析』, p.163, 北大路書房, 2005.
- 文部省:『中学校高等学校学習指導要領数学科編 (試案)』, p.1, pp. 61-132, 大日本図書株式会社, 1951.
- 文部省:『小学校指導書算数編』, p.3, 1969.
- 文部省:『小学校指導書算数編』, pp.13-14, 1989.
- 文部省:『小学校学習指導要領解説算数編』, p.19, 1999.
- 文部科学省:『小学校学習指導要領解説算数編』, p.22, 2008.
- 中島健三:『算数・数学教育と数学的な考え方』, pp.51-67, 金子書房, 1981.
- 新村出:『広辞苑』, p.1123, p.1174, 岩波書店, 1964.
- 白石利夫:『学校数学における審美感に視点をおいた 教材開発に ついての研究—表現の道具としてのテクノロジーを利用して—』, 『筑波数学教育研究』, Vol.15, pp.129-130, 1996.

(受稿 平成29年 1月23日, 受理 平成29年 2月 7日)