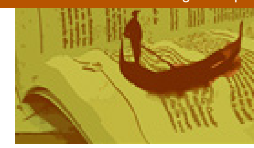
UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Revista Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias
Bogotá, Colombia
http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/GDLA/index



DOI: 10.14483/udistrital.jour.gdla.2016.v11n1.a8

Resultado de investigación

O USO DE PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NO ESTUDO ACERCA DE ANÃLISE COMBINATÓRIA

The use of theoretical assumptions of the meaningful learning theory in the study about combinatory analysis

Wanderley Pivatto Brum[1]
Isabel Regine Depiné Poffo[2]

Cómo citar este artículo: Brum, W.P. y Poffo I.R.D. (2016). O uso de pressupostos teóricos da teoria da aprendizagem significativa no estudo acerca de anãlise combinatória. *Góndola, Enseñ Aprend Cienc*, 11(1), 117-127. doi: 10.14483/udistrital.jour.gdla.2016.v11n1.a8

Recibido: 19 de octubre 2015 / Aceptado: 24 de junio de 2016

Resumo

Neste trabalho, apresentamos os resultados obtidos ao analisar as práticas matemáticas de um grupo de professores em exercício durante uma formação continuada a respeito de exercícios sobre análise combinatória. Essa análise exemplifica o uso e os alcances de alguns pressupostos no campo da Teoria da Aprendizagem Significativa, como hierarquização, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Diante das discussões dos resultados, evidenciou-se tanto uma conexão entre os distintos significados de análise combinatória e suas ramificações, bem como a necessidade de potencializar a aprendizagem sobre tal tema em sala de aula. Essa aprendizagem pode ocorrer mediante atividades contributivas para o uso de objetos matemáticos, seus significados denotativos e a apreciação idiossincrática na solução de exercícios matemáticos.

Palabras claves: ensino de matemática, formação de professores, aprendizagem significativa, análise combinatória.

1. Doutorando em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal Do Paraná, UTFPR, Brasil. ufsc2013@yahoo.com.br.

2. Mestre em Engenharia Ambiental - UFSC, BRASIL. Faculdade Avantis de Ensino. direcao@avantis.edu.br.

Abstract

We present results obtained when analyzing mathematical practices of a group of in-service teachers during a continuous education regarding exercises on combinatorial analysis. This analysis illustrates the use and scope of some assumptions, such as hierarchy, progressive differentiation, and integrative reconciliation, provided by the theory of meaningful learning. In the face of discussion of results, a connection between different meanings of combinatorial analysis and its ramifications was evidenced, as well as the need to enhance learning process about this topic in the classroom. This learning may occur through contributory activities for the use of mathematical objects, their denotative meanings and idiosyncratic appreciation in the solution of mathematical exercises.

Keywords: teaching of mathematics, training of teachers, meaningful learning, combination analysis.

Introdução

Em linhas gerais, as características apresentadas por professores de Matemática em exercício sobre o conceito de análise combinatória e suas ramificações evoca como tema investigado por diversos pesquisadores em Educação Matemática, desde as questões teóricas até sua compreensão estrutural (Barbosa; Magina, 2014), (Couturier; Pazmiño-Mají, 2014), (Correia, Fernandes, 2014) (Brum; Silva, 2014) entre outros. Também tem sido objeto de investigação os conhecimentos dos professores para o ensino de análise combinatória (Lopes; Rezende, 2010), (Cazorla; Gusmão; Kataoka, 2011), entre outros. No entanto, incipientes são as investigações centradas no professor e sua relação com a aprendizagem de análise combinatória vislumbradas em cursos de formação. Alguns desses poucos trabalhos encontram-se fincados na atenção dos professores em formação e outros em exercício, a fim de interpretar e, consequentemente, atribuir significados aos conceitos denotativos, ou seja, aqueles aceitos por uma comunidade de usuários.

No artigo apresentamos os resultados de modo parcial, porém relevantes, de uma investigação mais ampla, com ênfase na Hierarquização, Diferenciação progressiva e Reconciliação integrativa (HDR) referentes aos conceitos de análise combinatória junto a professores de matemática em exercício. A interpretação para (HDR) é sentada na Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel, 2003), sendo ampliada as categorias de análise dos conhecimentos do professor de matemática proposta por outros autores (Moreira; Masini, 2009) e, (Moreira, 2010). De maneira pontual, nesse artigo a proposta é o alcance dos seguintes objetivos:

1. Exemplificar por meio do uso da (HDR) conhecimentos sobre análise combinatória com um grupo de professores de Matemática em uma formação continuada.
2. Exemplificar o uso de ferramentas teórico-metodológicas, hierarquização, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa com olhar na Teoria da Aprendizagem Significativa postos em jogo na solução de exercícios que envolvam o uso de elementos no campo da análise combinatória.

3. Descrever, caracterizar e analisar, mediante as construções geométricas e algébricas por parte dos professores em exercício, os conhecimentos apresentados por meio de um questionário elaborado para a discussão nesse artigo. A maneira de organizar as ideias e sua explicitação constituem elementos fundamentais para verificação e reflexão.

Uma vez apresentado os objetivos e sua contextualização de investigação, na seção seguinte elucida-se o marco teórico, os procedimentos metodológicos e a constituição dos sujeitos, os resultados e sua discussão, finalizando com algumas considerações e implicações direcionadas a prática de ensino em Matemática.

A hierarquização, diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa (HDR) contempladas na Teoria da Aprendizagem Significativa

Sobre o processo de hierarquização, Ausubel (2003) coloca que os conceitos são representados de forma hierárquica, no qual os mais gerais ficam na parte superior e os mais específicos dispostos hierarquicamente abaixo. Na visão de Leite, Lourenço e Hernandes (2011), é possível a mutação em diferentes etapas da aprendizagem, ou seja, qualquer conceito pode elevar-se à posição superior e continuar mantendo uma relação proposicional significativa com os demais conceitos, sendo o tipo de relação determinada pela estrutura cognitiva de cada indivíduo.

Uma vez que a estrutura cognitiva propriamente dita tende a ser organizada hierarquicamente em relação ao nível de abstração, generalização e abrangência de ideias, a emergência de uma nova estrutura de preposições organizada de modo significativo reflete tipicamente uma relação do novo material à estrutura cognitiva. Já mencionamos que a aprendizagem resulta de um armazenamento organizado de informações com significado na mente de quem aprende e esse complexo organizado se caracteriza por estrutura cognitiva hierárquica. Ausubel (2003) coloca que a elaboração de conceitos ocorre da melhor maneira quando os elementos mais gerais, mais inclusivos, de um conceito são introduzidos em primeiro lugar e, então, o conceito é progressivamente diferenciado em termos de detalhe e especificidade.

Com relação a diferenciação progressiva, Moreira e Masini (2009) entendem que as ideias mais gerais e mais inclusivas da disciplina devem ser apresentadas no início para somente então, serem progressivamente diferenciadas em termos de especificidade. É mais fácil para o aluno aprender um assunto a partir de um todo mais geral aprendido anteriormente do que chegar a um aspecto geral, partindo da apresentação de conceitos específicos previamente aprendidos, onde ideias mais gerais estão no topo, incorporado por conceitos mais específicos e diferenciados.

Quando os assuntos são programados de acordo com os princípios de diferenciação progressiva, Ausubel (2003) entende que essa ordem de apresentação presumidamente corresponde à sequência natural de aquisição da consciência e sofisticação cognitiva quando o indivíduo é exposto a um corpo de conhecimentos novos ou correlativos a suas experiências. Para Moreira e Masini (2009), as ideias expostas acerca da diferenciação progressiva apresentam duas considerações:

- O caminho para a compreensão de aspectos diferenciados de um todo previamente aprendido, mais inclusivo, é mais natural para o indivíduo do que formular o todo a partir de suas partes diferenciadas previamente aprendidas;
- Num indivíduo, a organização do conteúdo de uma disciplina particular consiste de uma estrutura hierárquica na sua própria mente. As ideias mais complexas ocupam uma posição no topo da estrutura e abrangem proposições

pouco triviais, no qual os conceitos e dados são progressivamente menos inclusivas e mais diferenciadas.

A luz da Teoria da Aprendizagem Significativa, o ensino deve ser planejado não somente para promover a diferenciação progressiva, mas também, para explorar explicitamente relações entre conceitos e ideias, evidenciando similaridades e diferenças significativas, ou seja, promovendo a reconciliação integrativa. Para Ausubel:

> Se na diferenciação progressiva, o assunto deve ser programado de forma que as ideias mais gerais e inclusivas da disciplina sejam apresentadas antes e progressivamente diferenciadas, com a introdução de detalhes específicos, na reconciliação integrativa, a programação do material instrucional deve ser feita para explorar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças além de reconciliar inconsistências reais ou aparentes (Ausubel, 2003, p. 67).

Em alguns casos de aprendizagem significativa e retenção, a principal dificuldade não é a discriminalidade, mas uma aparente contradição entre ideias estabelecidas na estrutura cognitiva e as novas proposições do material de aprendizagem. Sob essa condição, é possível que o indivíduo afaste as novas ideias como válidas, compartimentalize os conhecimentos e os afaste dos conhecimentos prévios, ou possa realizar uma reconciliação integrativa sob um subordinador mais inclusivo.

A maioria da aprendizagem, retenção e a organização das matérias é hierárquica por natureza, procedendo de cima para baixo em termos de abstração, generalidade e inclusão, de regiões de maior inclusão para as de menor, cada uma delas ligada ao degrau mais acima na hierarquia (Rodrigues, et. al 2014), através de um processo de subsunção de conceitos e de proposições menos inclusivos, bem como características de dados informativos específicos. No entanto, o professor precisa estar atento para promover em aula situações que valorize reconciliações conceituais.

Aspectos metodológicos

A investigação com abordagem qualitativa ocorreu no mês de Março de 2015, durante uma formação continuada com grupo de 7 professores de Matemática em exercício que lecionam no ensino médio em três escolas da rede pública na cidade de Balneário Camboriú, Santa Catarina. O pesquisador, autor desse artigo, forneceu a formação junto aos professores, que por motivos éticos, são representados por P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7. Cabe ressaltar que os professores em nosso estudo são concursados e licenciados em Matemática. A formação continuada ocorreu durante duas semanas e a atividade de analisar as práticas matemáticas acerca do tema análise combinatória realizou-se no penúltimo dia da formação.

É importante frisar que o desenho do questionário é composto por oito exercícios, buscando fundamentalmente, analisar a evolução da Hierarquização, Diferenciação e Reconciliação (HDR) na apresentação do tema análise combinatória. Dessa maneira, os exercícios incluídos no questionário respondem a duas características. Primeiramente, consideramos que os exercícios devem proporcionar informações necessárias sobre o grau de significado atribuído pelo professor a respeito da abordagem de conceitos no campo da análise combinatória. A ideia consiste em colocar itens que ativem distintas sensações para o objeto análise combinatória (contagem, repetição, arranjo, combinação). A segunda característica dos itens selecionados é que responda aos diferentes tipos de manifestações ativadas a partir de processos que potencializem sua externalização sobre análise combinatória: a) interpretação do princípio fundamental de contagem; b) princípio multiplicativo e; c) tradução e simbologia para caracterizar os processos de construção de análise.

Assim, é possível afirmar que o questionário contempla três tipos de exercícios, todos relacionados com o conteúdo matemático:

1. aqueles que podem colocar em jogo o conhecimento denotativo (aqui faz-se referência a resolução de exercícios matemáticos propostos pelo currículo escolar);
2. aqueles que requerem o conhecimento ampliado do conteúdo (generalizar exercícios sobre o conhecimento denotativo ou realizar conexões com objetos matemáticos mais avançados no currículo);
3. aqueles que requerem aspectos da HDR, usando distintas representações e significados acerca do objeto matemático.

Os exercícios selecionados à análise e discussão neste artigo e que apresentamos a seguir, pertencem aos grupos de questões exploradas durante a formação continuada, buscando elucidar a hierarquização, diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa entre os conteúdos abordados na análise combinatória (HDR).

Primeiramente, o exercício 1 (quadro 1), utilizado no trabalho de Brum e Silva (2014) indaga sobre o conhecimento especializado do conteúdo princípio multiplicativo, por meio de diversas representações e justificativas (gráfica, descrição verbal). O conceito princípio multiplicativo na (HDR) é o mais geral, e portanto, no processo de hierarquização é apresentado em primeiro plano. A partir dos significados atribuídos pelos professores em formação, pode-se mobilizar distintas representações acerca desse tema.

<u>Exercício 1:</u> Apresentando o princípio multiplicativo Um estacionamento possui cinco lugares livres para estacionamento. Três carros pertencentes a Tereza, Carlos e João desejam estacionar nessas vagas livres. De quantas maneiras podem ocupar essas cincos vagas?

Quadro 1. Exercício 1 do questionário HDR – análise combinatória.
Fonte: Do autor, 2015.

O exercício 3 (quadro 2) proporciona informação sobre o conhecimento amplo dos professores acerca de arranjo simples. Além disso, o exercício 2 é um típico problema escolar e potencialmente aproveitável na disciplina de Matemática, requerendo compreensão do objeto contagem por parte dos professores. A solução deste exercício pode ser realizada mediante diferentes métodos, por exemplo, apresentando todos os possíveis números por meio do uso da árvore das possibilidades. Não obstante, o objetivo de apresentar tal exercício como fazemos nesse artigo, é precisamente mostrar que algumas ideias sobre análise combinatória não necessitam de formalismo matemático conhecido, buscando assim a compreensão dos professores em torno do objeto mobilizado.

<u>Exercício 3:</u> Arranjo simples Quantos números de três algarismos distintos podemos formar com os elementos do conjunto E = {1, 2, 3, 4, 5}? (A)20 (B)60 (C)30 (D) 89

Quadro 2. Exercício 3 do questionário HDR – análise combinatória.
Fonte: Do autor, 2015.

O exercícios 5 (quadro 3) proporciona informação sobre permutação. O exercício tem como objetivo levar o professor a compreensão da existência de anagramas, entendida como um conjunto de palavras formadas por uma seleção de letras que pode ter ou não significado, embora possa haver por parte dos leitores, alguns questionamentos sobre o processo de construção desses anagramas, a ideia é colocar o professor em estado de mobilização para diferenciar e categorizar os palavras com e sem significado, facilmente perceptível e aplicável tanto no ensino fundamental como médio.

O exercício 7 (quadro 4) trata sobre o tema combinação simples. O objetivo é proporcionar ao professor de Matemática melhor compreensão no processo de resolução de exercícios que envolvam ideias sobre combinação simples. Também busca-se proporcionar situações que diferenciam de problemas de arranjo simples e permutação, reconciliando com as ideias de princípio fundamental da contagem.

Exercício 5: Permutação

Quantos anagramas, que começam e terminam com consoantes, podemos formar a partir da

palavra TRAPO?

(A) 36 (B) 42 (C) 44 (D)54 (E)58

Quadro 3. Exercício 5 do questionário HDR – análise combinatória.

Fonte: Do autor, 2015.

Exercício 7: Combinação simples

Quantas comissões de 5 membros podemos formar numa assembleia de 12 participantes?

(A)324 (B)235 (C)643 (D)865 (E)792

Quadro 4. Exercício 7 do questionário HDR – análise combinatória.

Fonte: Do autor, 2015.

Resultados e análise

Para a análise das respostas dos estudantes, utilizamos algumas ferramentas do enfoque HDR descritas no marco teórico, em particular, aquelas que nos ajudam a analisar sistematicamente as práticas matemáticas desenvolvidas pelos professores em exercício para resolver os exercícios propostos, assim como os objetos primários (elementos linguísticos, conceitos, proposições, procedimentos e argumentos) e processos (particularização, generalização e materialização) implicados na realização da prática educativa.

De maneira geral, a tabela 1 apresenta os resultados obtidos na realização dessa atividade pelos sete professores em um curso de formação continuada, buscando elucidar os percentuais de acertos em cada questão.

Os professores, de maneira geral, apresentaram maior facilidade na resolução das atividades com temas princípio fundamental da contagem, arranjo simples e permutação, porém, menos da metade tiveram êxito em questões envolvendo combinação simples.

Para o exercício 1, o objetivo foi verificar como os professores mobilizam seus conhecimentos

Tabela 1. Resultados das questões apresentadas aos professores de Matemática frente as questões sobre análise combinatória.

Questão	Tema da questão	Números de acertos	Porcentagem
1	Princípio fundamental da contagem	4	57,14%
2	Princípio fundamental da contagem	6	85,71%
3	Arranjo Simples	4	57,14%
4	Arranjo Simples	6	85,71%
5	Permutação	4	57,14%
6	Permutação	4	57,14%
7	Combinação simples	3	42,85%
8	Combinação simples	2	28.57%

Fonte: Do autor, 2015.

matemáticos para determinar quais as possibilidades para sentar três pessoas em um sofá terem lugares. A resolução de P3 (figura 1) apresenta elementos importantes para discussão.

Os professores, de maneira geral, apresentaram maior facilidade na resolução das atividades com temas princípio fundamental da contagem, arranjo simples e permutação, porém, menos da metade tiveram êxito em questões envolvendo combinação simples.

Para o exercício 1, o objetivo foi verificar como os professores mobilizam seus conhecimentos matemáticos para determinar quais as possibilidades para sentar três pessoas em um sofá terem lugares. A resolução de P3 (figura 1) apresenta elementos importantes para discussão.

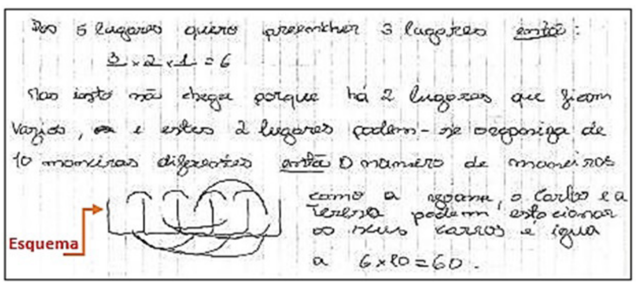


Figura 1. Esquema apresentado por P3 na resolução do exercício sobre princípio fundamental da contagem.
Fonte: Do autor, 2015.

Um elemento importante nesse esquema é o uso do princípio fundamental da contagem para organizar o número de possibilidades para três lugares, definido por 3 x 2 x 1. No entanto, P3 continua o argumento afirmando a existência de dois lugares vazios e podendo organizar-se de 10 maneiras diferentes e conclui que os três carros poderão ocupar as três vagas de 60 maneiras diferentes. Ausubel (2003) comenta que quando o indivíduo enfrenta um conteúdo, sempre o faz armado com uma série de conceitos, concepções, representações e conhecimentos adquiridos no decorrer de suas experiências anteriores, utilizou-se como instrumentos de leitura e interpretação determinando em boa parte as informações selecionadas.

No bojo da HDR, as ideias sobre princípio fundamental da contagem evidenciam o processo de hierarquização, no qual coloca-se inicialmente em jogo os conceitos mais gerais, nesse caso, em específico os conhecimentos sobre princípio multiplicativo como básico e o uso da árvore das possiblidades. Alguns professores comentaram que os esquemas ajudam a resolver determinado problema de análise combinatória, substituindo muitas vezes o formalismo matemático e a memorização de fórmulas e regras.

No exercício 3, buscou-se apresentar no seio da análise combinatória dois tipos de agrupamentos: arranjos e combinações. Sendo que diferem em arranjos simples e combinações simples. Para a resolução desse exercício, algumas estratégias foram utilizadas pelos professores, como árvore de possibilidades e princípio fundamental da contagem. No entanto, alguns professores utilizaram a fórmula do arranjo simples $A_{(n;p)} = \frac{n!}{(n-p)!}$, onde "n" representa o número de elementos e "p" o agrupamento de elementos. Para elucidar esse momento, as estratégias utilizadas na resolução do exercício por P7 (figura 2) apresentam elementos importantes no enfoque HDR para discussão.

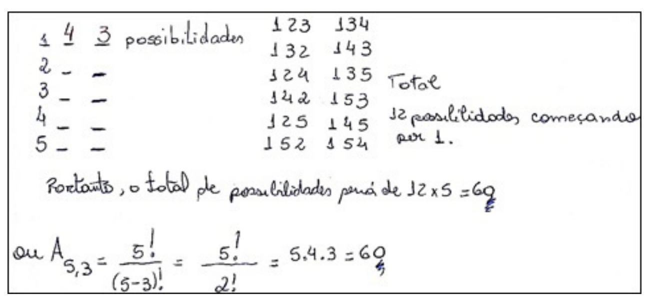


Figura 2. Esquema apresentado por P7 na resolução do exercício sobre arranjo simples.
Fonte: Do autor, 2015.

O objetivo nessa questão é mostrar o arranjo como um conjunto de valores ordenados escolhidos a partir de um universo determinado. Inicialmente, os professores sentiram-se um pouco incomodados e estavam demonstrando dificuldade em responder a questão. Durante sua tentativa de resolução, P7 percebeu que poderia ser resolvido usando árvores de possibilidade. Observou-se durante esse exercício que P7 já possuía uma concepção de arranjo, pois, ao terminar de responder, completou sua explanação com itens da análise combinatória como organização dos dados (hierarquização) e elementos agrupados (diferenciação progressiva).

O exercício 3 foi resolvido por P7 de duas maneiras: a primeira por meio do uso da árvore das possibilidades, apresentando as doze primeiras soluções quando fixa-se 1 na primeira posição e, assim, obtém-se as doze primeiras possibilidades (1,2,3); (1,2,4);...;(1,4,5) e (1,5,4) e a segunda maneira, usando a fórmula para o arranjo simples $A_{(5;3)} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5.4.3.2!}{2!} = 60$. A utilização de estratégias para resolver uma questão evidencia uma estrutura hierárquica rica em ideias e conceitos, bem como uma criatividade na resolução de problemas.

Outras situações durante a resolução desse exercício chamaram a atenção. Por exemplo, P2 quando questionado sobre sua estratégia de resolução, comentou que havia utilizado o princípio multiplicativo, trabalhando de modo intuitivo. Já P6 afirmou que utilizou a fórmula do arranjo pois era mais fácil de ser aplicado, bastando apenas relembrar a ideia de fatorial. Para Ausubel (2003), a adoção de metodologias ou estratégias diferenciadas na construção dos conceitos científicos contribui para a aquisição de uma compreensão mais significativa sobre o novo tema ou algo já conhecido pelo indivíduo.

No exercício 5, buscou-se investigar a quantidade de anagramas que começam e terminam com consoantes a partir da palavra TRAPO. A permutação simples é um caso particular de arranjo, onde os elementos formam agrupamentos que se diferenciarão somente pela ordem formando anagramas. Um anagrama é uma palavra ou frase formada com todas as letras de uma outra palavra ou frase. Normalmente as palavras ou frases resultantes são sem significado.

Na resolução do exercício 5, quase todos os professores utilizaram a fórmula para a permutação sem repetição, que consiste de $P_n = n!$, pois não há repetição de letras. Também surgiram outras estratégias além do uso da fórmula, como por exemplo, a árvore das possibilidades e o princípio fundamental de contagem (figura 3).

Figura 3. Esquema apresentado por P1 na resolução do exercício sobre permutação.
Fonte: Do autor, 2015.

As ideias expostas por P1 para resolver a questão 5 que trata sobre permutação são diversas e bastante interessantes a luz do enfoque HDR. Com relação a hierarquização, P1 organiza sua estratégia de resolução fixando a letra T no início e R ao fim e analisa o total de anagramas gerados. Tal ideia continua com R no início e T no final. Uma estrutura hierárquica adequada para um segmento do conhecimento a ser aprendido inicia-se com ideias mais gerais e menos abrangentes. As ideias de P1 corretas ou erradas, são explicadas com base nas relações observadas no seu esquema de resolução. Por fim, apresenta um processo complexo de análise de seu esquema, expondo o total de anagramas por meio da relação 6.3! = 36 palavras.

Ainda durante sua resolução, P1 apresenta uma proposição lógica e bem construída usando os conceitos "princípio", "fundamental da contagem", "possibilidades" e "anagramas". No curso da aprendizagem significativa, Ausubel (2003) coloca que a diferenciação progressiva é um processo contínuo, no qual os conceitos adquirem maiores significados à medida que são alcançados novas relações. Os significados são construções sociais que permitem por um lado exercer a capacidade de inferência, autocompreensão e atuação racional e, por outro lado, unir as ideias e relacionar as partes com o todo.

No exercício 7, buscou-se investigar a quantidade de comissões de 5 membros podemos formar numa assembleia de 12 participantes. Combinação simples é um tipo de agrupamento no estudo sobre análise combinatória. Os agrupamentos formados com os elementos de um conjunto serão considerados combinações simples se os elementos dos agrupamentos diferenciarem apenas pela sua natureza. Ou seja, o agrupamento (1;2;3) é o mesmo do que (1;3;2) ou (2;3;1) e. portanto, não se considera a simples troca de um conjunto de elementos, mas pela sua característica.

As combinações simples podem ser consideradas um tipo particular de arranjo simples, pois os agrupamentos formados nos arranjos são diferenciados pela ordem e pela natureza dos seus elementos. A combinação simples são esses arranjos diferenciados apenas pela natureza de seus elementos. Na resolução do exercício 7, a maioria dos professores tentaram utilizar a fórmula para a combinação simples, porém confundiram com a do arranjo simples $A_{(n;p)} = \frac{n!}{(n-p)!}$ e não adicionaram no denominador o fator p! estabelecendo a relação existente entre o número de elementos e os agrupamentos $C_{(n;p)} = \frac{n!}{(n-p)!.p!}$, levando a um percentual alto de erro diante da questão. Para elucidar essa questão, apresenta-se o esquema utilizado por P6 (figura 4).

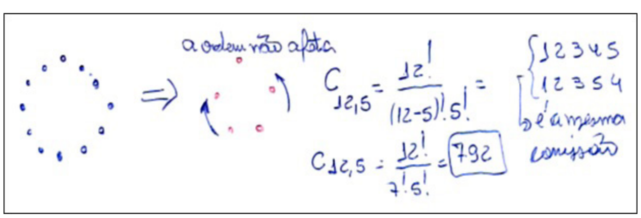


Figura 4. Esquema apresentado por P6 na resolução do exercício sobre combinação simples.
Fonte: Do autor, 2015.

Inicialmente, P6 coloca um total de doze pontos, possivelmente representando as pessoas, porém não diferencia, pois parece compreender que no exercício sobre combinação simples, a troca dentro de um agrupamento não caracteriza novo grupo. Quando P6 expõe que "a ordem não afeta", entende que a simples permutação não é possível construir novos agrupamentos. Se utiliza da fórmula da combinação simples, colocando n = 12 e p = 5 e apresenta a resposta adequada para o exercício como 792 comissões de cinco elementos. Um fato importante na externalização dos significados atribuídos aos conceitos é que os indivíduos trazem sempre algo deles próprios para a negociação, não sendo uma tábua rasa para nela se escrever ou um contentor vazio para se encher.

Por fim, P6 apresenta um exemplo criativo com conjuntos formados pelos números (1;2;3;4;5) e (1;2;3;5;4) afirmando ser a mesma comissão. A criatividade é muitas vezes difícil de reconhecer e ainda mais difícil de mostrar aos outros. As reconciliações são o produto mais importante de uma mente criativa. Na medida que P6 apresenta suas estratégias de resolução nesse exercício, reconcilia o conceito de combinação simples como o princípio fundamental da contagem, caracterizando numa diferenciação progressiva mais profunda de conceitos relacionados. Quando ocorre uma alteração substancial no significado de um corpo de conceitos, no nosso caso, ordenação, configuração de elementos e percepção visual, o tomar consciência das novas relações produz uma sensação de compreensão e assimilação dos novos conceitos.

Considerações

Os resultados obtidos a partir da análise predominantemente qualitativa, das resoluções que os professores apresentaram nos exercícios aqui analisadas, assinalam que os professores exibem certas dificuldades para resolver exercícios relacionados com o conhecimento especializado e ampliado sobre análise combinatória. As resoluções fornecidas no exercício 1 e 3 mostram que o melhor desempenho ocorre no uso do princípio fundamental da contagem e arranjo simples. Além disso, nos resultados apresentados pelo exercício 5 e 8 observa-se que a grande maioria dos professores tiveram problemas para demonstrar as ideias sobre permutação e combinação simples.

Os resultados obtidos no exercício 8 mostram as dificuldades dos professores quando precisam usar os conhecimentos sobre combinação simples para resolver questões envolvendo comissões ou agrupamentos. Evidenciamos como o conhecimento comum do conteúdo não é suficiente para abordar exercícios no ensino, requerendo certo nível de conhecimento do conteúdo denotativo. Assim mesmo, adverte-se uma aparente desconexão entre os distintos significados de análise combinatória. As respostas dos professores mostram o completo realizar das práticas matemáticas, objetos e processos em jogo na resolução de exercícios relacionados a análise combinatória. A tomada de consciência nessa complexidade é necessária tanto para os formadores, para que possam oportunizar aos professores o desenvolvimento do conhecimento requerido para o ensino de análise combinatória, como aos próprios professores para que possam desenvolver e avaliar a competência matemática em seus estudantes.

Finalmente, destaca-se que a análise das práticas matemáticas, as configurações e processos, se mostram como ferramenta potencial para a identificação e caracterização dos conhecimentos relativos a HDR, tanto para definir pautas e critérios a fim de analisar tipos de conhecimentos manifestados pelos professores. As configurações cognitivas descritas no marco teórico a luz da aprendizagem significativa, permitem identificar os significados e a estruturação do pensamento dos professores na atribuição de significados aos objetos postos em jogo nas soluções dos referidos exercícios.

Referências bibliográficas

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.

BARBOSA, G. S.; MAGINA, S. M. Construindo significado para expressões numéricas multiplicativas a partir do jogo de mensagem. **Zetetiké – FE/Unicamp**, v. 22, n. 41, p. 45-67, 2014.

BRUM, W.; P.; SILVA, C. R. Uso de um objeto de aprendizagem no ensino de matemática tomando-se como referência a teoria da aprendizagem Significativa. **Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review,** v.4 (2), p. 15-31, 2014.

CAZORLA, I. M.; GUSMÃO, T. C. KATAOKA, V. Y. Validação de uma Sequência Didática de Probabilidade a partir da Análise da Prática de Professores, sob a Ótica do Enfoque Ontossemiótico. ***Bolema****, Rio Claro (SP), v. 24, n. 39, p. 537-560, 2011.*

CORREIA, P. F.; FERNANDES, J. A. Intuições de alunos do 9º ano em probabilidade condicionada no contexto de extração de bolas de um saco. **Educ. Matem. Pesq**., São Paulo, v.16, n.2, p. 295-321, 2014.

COUTURIER, P. G.; PAZMIÑO-MAJÍ, R. R. On the probability distribution of the classical Gras implication index between two binary random variables. ***Educ. Matem. Pesq****., São Paulo, v.16, n.3, p.969-980, 2014.*

LEITE, I. S.; LOURENÇO, A. B.; HERNANDES, A. C. O uso de mapas conceituais para avaliar a mudança conceitual de alunos do Ensino Médio sobre o tema corrente elétrica: Um estudo de caso. **Lat. Am. J. Phys. Educ**. v. 5, n. 3, p. 570-786, 2011.

LOPES, J. M.; REZENDE, J. C. Um novo jogo para o estudo do raciocínio combinatório e do cálculo de probabilidade. ***Bolema****, Rio Claro (SP), v. 23, n. 36, p. 657-682, 2010.*

MOREIRA, M. A. Mapas Conceituais e aprendizagem significativa. São Paulo: Centauro, 2010.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. SALZANO. **Aprendizagem significativa: condições para sua**

ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. São Paulo: Vetor, 2009.

RODRIGUES, K. C.; *et. al*. Avaliação da aprendizagem de eletricidade a partir de uma proposta de educação científica baseada em projetos. IV SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA. Universidade Tecnológica Federal do Paraná–Ponta Grossa, 2014.