

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Revista de Topografía Azimut

<http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/azimut>

ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN

Modelado de la sismicidad en Colombia a partir de características de la litosfera terrestre

Modeling of the Colombian seismicity based on terrestrial lithosphere features

Miguel Ángel Izquierdo Perez¹, Diana Alexandra Rodríguez Miranda²,
Carlos Eduardo Melo Martínez³ y Andrés Cárdenas Contreras⁴

Para citar este artículo: Izquierdo, M., Rodríguez, D., Melo, C. y Cárdenas, A. (2016). Modelado de la sismicidad en Colombia a partir de características de la litosfera terrestre. *Revista de Topografía Azimut*, (7), 81-88.

Recibido: 19-septiembre-2016 / **Aceptado:** 8-octubre-2016

Resumen

En el presente artículo se realizó la estimación de modelos del proceso de Poisson no homogéneo, asociado al patrón de sismos en Colombia utilizando covariables descriptivas de la litosfera terrestre tales como la altitud del terreno, anomalías magnéticas e isostáticas, y mediciones de distancia a estructuras geológicas tales como fallas, bordes de placa y volcanes. En este estudio se confirmó que los sismos tienden a ocurrir en las cercanías a determinadas estructuras geológicas, en zonas con importantes anomalías gravimétricas, tanto positivas como negativas, y en zonas con valores específicos de anomalías magnéticas y de altitud.

Palabras clave: covariables, patrón puntual espacial, proceso de Poisson no homogéneo, sismos.

Abstract

In this paper, the estimation of models of the inhomogeneous Poisson point process associated to the pattern of earthquakes in Colombia was performed using covariates which describe the terrestrial lithosphere such as the altitude, magnetic and isostatic anomalies, and measures of distance to geological structures such as faults, tectonic plate boundaries and volcanoes. In this research, it was confirmed that earthquakes tend to occur near certain geological structures, in zones with important gravimetric anomalies, both positive and negative, and in zones with specific values of magnetic anomalies and elevation above the sea level.

Keywords: covariates, earthquakes, inhomogeneous Poisson point process, spatial point pattern.

- 1 Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo electrónico: maizquierdop@correo.udistrital.edu.co
- 2 Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo electrónico: diarodriguezm@correo.udistrital.edu.co
- 3 Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo electrónico: cmelo@udistrital.edu.co
- 4 Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo electrónico: profesor.geodesia.geofisica@gmail.com

INTRODUCCIÓN

En vista de que el patrón espacial de sismos en Colombia se deriva de un proceso estocástico espacial (Cárdenas, *et al.*, 2010) y dado el amplio abanico de insumos y herramientas informáticas con el que se cuenta hoy en día para procesar información espacial, el presente artículo se propone dar a conocer los resultados obtenidos del modelado de la intensidad (densidad puntual) del proceso que genera dicho patrón a partir de covariables asociadas a elementos y características geológicas.

MARCO TEÓRICO

Patrón y proceso puntual espacial

Se define al patrón puntual espacial como un conjunto de puntos (eventos) distribuidos irregularmente en una región específica del espacio y que se genera por algún proceso estocástico de tipo puntual espacial (Diggle, 2014). A su vez, un proceso puntual espacial se caracteriza por las propiedades que se presentan a continuación.

Estacionariedad: indica que el entorno en el que se desarrolla un cierto proceso es homogéneo, es decir, que la ocurrencia de eventos asociados a dicho proceso no depende de la ubicación en el espacio (Illian, *et al.*, 2008).

Isotropía: representa la no distribución de los eventos de un proceso hacia una dirección en particular en la ventana de estudio (Weigand and Moloney, 2014).

Ergodicidad: indica que es suficiente analizar una única muestra (patrón) para obtener resultados estadísticamente significativos sobre su proceso generador (Illian, *et al.*, 2008).

Análisis de CSR

El análisis de aleatoriedad espacial completa estudia las propiedades de primer y segundo orden de un patrón, teniendo, en el primer lugar, a la intensidad (o densidad puntual) que se define como la cantidad de eventos por unidad de área; puede ser homogénea o no en el espacio. Por su parte, la propiedad de segundo orden se refiere a las posibles interacciones entre los eventos del patrón, es decir a la existencia de agrupación, inhibición o independencia entre los mismos (Diggle, 2014). Este análisis evalúa las hipótesis

H_0 : el proceso es de Poisson homogéneo.

H_1 : el proceso no es de Poisson homogéneo.

Donde se utiliza el test de bondad del ajuste χ^2 que consiste en dividir la región de estudio en m subregiones no traslapadas para comparar el número de eventos encontrados dentro de cada subregión con la cantidad que se encontraría en la misma al asumir un proceso de Poisson homogéneo (Giraldo, 2011). Para tal comparación se utiliza el test χ^2 de Pearson, cuyo estadístico se distribuye χ^2 con $m-1$ grados de libertad para un patrón completamente aleatorio (Uria, 2011), y donde un nivel de significancia $\alpha=5\%$ mayor al p-valor obtenido tras realizar el test permite rechazar la hipótesis H_0 de CSR.

En contraste, para analizar tendencias de agrupación o inhibición de eventos en el espacio, se utilizan las funciones $G(r)$ y K de Ripley, donde la primera de estas examina la distancia entre un evento x_i del patrón y cada uno de sus eventos vecinos más cercanos, ubicados estos a una distancia menor a r (Minorov, 1977). Por su parte, la función K de Ripley cuantifica la desviación respecto a la aleatoriedad espacial, considerando distancias entre

eventos (Rozas y Camarero, 2005), con la diferencia de que esta función se basa en el número medio eventos en un radio cambiante alrededor de cualquier evento (Besag, 1977).

A continuación, se muestran la versión empírica y teórica de estas dos funciones y su interpretación (Tabla 1 y 2).

Tabla 1. Interpretación de la función G(r)

Función empírica	$\hat{G}(r) = \frac{\# \text{ de pares de puntos donde } r_i \leq r}{\# \text{ de puntos en el área de estudio}}$
Función teórica	$G_t(r) = 1 - e^{-\lambda\pi r^2}$
Aglomeración	$\hat{G}(r) > G_t(r)$
Regularidad	$\hat{G}(r) < G_t(r)$

Fuente: Baddeley et al. (2016)

Tabla 2. Interpretación de la función K de Ripley

Función empírica	
$\hat{K}(r) = \frac{1}{N^2 A} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i} I_h(d_{ij}) w_{ij}^{-1}$	
Donde $I_h(d_{ij})$ es una función dummy igual a 1 cuando la distancia entre los puntos $d_{ij} \leq r$, e igual a 0 en otro caso. Asimismo, A se refiere al área de la región, N al número de eventos del patrón (Cruz, 2006), y w_{ij} al factor de corrección del efecto de borde (Rozas & Camarero, 2005).	
Función Teórica	$K_t(r) = \pi r^2$
Aglomeración	$\hat{K}(r) > K_t(r)$
Regularidad	$\hat{K}(r) < K_t(r)$

Fuente: Baddeley et al. (2016).

Estimación paramétrica de un proceso de Poisson no homogéneo

Luego del análisis de CSR, si se encuentra que el patrón de interés es una realización de un proceso de Poisson no homogéneo, es decir, de un proceso con intensidad no constante en el espacio

e independencia entre eventos (Weigand, 2014), pueden estimarse parámetros para dicho proceso mediante máxima verosimilitud, teniendo en cuenta la función de densidad de probabilidad.

$$\lambda_{\theta}(u) = g \left\{ \sum_{k=1}^p \theta_k Q_k(u) \right\} \quad (1)$$

Donde se asume que $g(y) = \exp(y)$, θ_k es el conjunto de parámetros y $Q_k(u)$ es una serie de p covariables cuyos valores son conocidos dentro de la ventana de estudio (Baddeley et al., 2016). Para maximizar la función de verosimilitud resultante se usa el algoritmo desarrollado por Berman y Turner (1992), con lo cual se obtiene un modelo de la forma $\lambda_{\theta}(u) = e^{\beta_0 + \beta_1 Q_1(u) + \dots + \beta_p Q_p(u)}$ cabe decir que tales covariables pueden transformarse a conveniencia de tal manera que el modelo estimado sea tipo log-cuadrático, es decir, de la forma $\hat{\lambda}(u) = e^{\beta_0 + \dots + \beta_i X_i(u) + \beta_{i+1} X_i^2(u)}$ donde X_i representa a la covariable transformada (Baddeley et al., 2016).

Evaluación de la estimación

Para evaluar en qué porcentaje un modelo estimado explica el comportamiento de la variable de interés, se utiliza el estadístico pseudo- R^2 de McFadden, denotado como

$$R^2 = 1 - \frac{D_m}{D_{m0}} \quad (2)$$

Siendo D_m la desviación del modelo estimado y la desviación del mismo con respecto a una estimación homogénea de Poisson (Baddeley, et al., 2016).

Por otro lado, para evaluar la significancia de los parámetros $\hat{\beta}_i$, se utilizan el test de Wald y el análisis de razón de verosimilitud - LRT, los cuales consideran las hipótesis

H_0 : el parámetro $\hat{\beta}_i$ es igual a 0

H_1 : el parámetro $\hat{\beta}_i$ es diferente de 0

Teniendo para el test de Wald el estadístico

$$V = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_i}} \quad (3)$$

Donde $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_i}$ es el error estándar y cuyo p-valor viene dado por $P(V) \sim N(1,0)$ (Baddeley *et al.*, 2016); y considerando para el análisis LRT el estadístico de la forma

$$\Gamma = 2 \log \left(\frac{L_1}{L_0} \right) \quad (4)$$

Donde L_0 y L_1 son los máximos valores de verosimilitud alcanzados bajo las hipótesis H_0 y H_1 , respectivamente. En la práctica, el valor del estadístico Γ se compara con una distribución χ^2 cuyos grados de libertad corresponden con la dimensión del parámetro analizado, usualmente de 1 (Baddeley, *et al.*, 2016). Además, en ambos test se rechaza H_0 con p-valores inferiores a $\alpha=5\%$.

METODOLOGÍA

Ventana de estudio, insumos y herramientas

El área de estudio considerada para este artículo se encuentra constituida por las plataformas continental y marítima de Colombia, cuenta con un área total de 2.021.054,76 km². Dentro de esta ventana de observación, se cuenta con 52.460 registros de sismos principales ocurridos entre los años 2005 y

2015, tomados de la página web oficial del Servicio Geológico Colombiano (SGC) junto con información espacial de bordes de placas convergentes y divergentes, volcanes, fallas geológicas horizontales de tipo dextral y sinistral y fallas verticales de tipo normal e inversa (Servicio Geológico Colombiano, 2015).

Dicha base de datos sísmicos se obtuvo tras la depuración del catálogo de datos original en el software Matlab mediante el algoritmo de Reasen-berg, el cual identifica y elimina réplicas y sismos premonitores (Talbi, *et al.*, 2013), asegurando así que no se presente dependencia entre los eventos que conforman el patrón de estudio.

Las mediciones de altitud y anomalías gravimétricas de aire libre fueron obtenidas en la página web del Instituto Scripps de Oceanografía de la Universidad de California San Diego, siendo capturados por el programa satelital TOPEX/Poseidón (Scripps Institution of Oceanography, 2014). Por su parte, los valores de anomalías magnéticas se consiguieron a través de la página web de la Comisión para el Mapa Geológico del Mundo (CGMW) (Commission for the Geological Map of the World, 2007).

Para posibilitar el procesamiento de la información, se llevó a cabo la interpolación de los valores de altitud y anomalías por medio del método Kriging basado en un variograma de tipo lineal (Cressie, 1993). Además, se calcularon en el software Matlab las anomalías isostáticas a partir de los datos adquiridos, según la teoría expuesta en Heiskanen y Moritz (1993).

Por último, se calculó en el software estadístico R la distancia desde cualquier punto dentro del territorio colombiano hasta la falla geológica, el volcán y el borde de placa más cercano; cabe decir que la gran mayoría de los resultados descritos en este artículo se llevaron a cabo en este software con el apoyo de su paquete spatstat, teniendo

georreferenciados todos los datos según el sistema de coordenadas MAGNA Bogotá D.C., Colombia.

Análisis CSR del patrón de sismos

En primer lugar, dentro del análisis de CSR se llevó a cabo la ejecución del test de bondad del ajuste χ^2 con base en una teselación de la región de estudio en veintiún cuadrantes resultantes de dividir dicha región en cuatro y seis franjas con respecto a los ejes X e Y, respectivamente.

Luego, se procedió a identificar el grado de agregación o regularidad por medio de las funciones $G(r)$ y K de Ripley, realizando en ambos casos 999 simulaciones, con una significancia de 5% (Baddeley, *et al.*, 2016).

Estimación paramétrica de la intensidad

Posteriormente, mediante el método de máxima verosimilitud, se realizó la estimación paramétrica de la intensidad del patrón de sismos a partir de las covariables ya descritas; aquí, en vista de las considerables diferencias entre las plataformas continental y oceánica en términos de sus estructuras geológicas y valores de densidad puntual, se optó por estimar por aparte modelos para tales plataformas y así sacar el mayor provecho posible de la información. Estos modelos incluyeron las siguientes variables (Tabla 3).

Tabla 3. Variables de los modelos

Modelo	Covariables
Continental	<ul style="list-style-type: none"> • Relieve • Anomalías magnéticas • Anomalías isostáticas • Distancia a la falla geológica más cercana (todos los casos) • Distancia al volcán más cercano
Oceánico	<ul style="list-style-type: none"> • Relieve (batimetría) • Anomalías magnéticas • Anomalías isostáticas • Distancia al borde de placa más cercano (todos los casos) • Distancia a la falla normal más cercana

Además, con base en el análisis de funciones de intensidad relativa estimadas a partir de cada covariable (Baddeley, *et al.*, 2016), se incluyeron al modelo continental las covariables de altitud y anomalías en su forma cuadrática, mientras que en el caso oceánico sólo se adicionó la covariable de anomalías magnéticas en su forma cuadrática.

RESULTADOS

Como resultado del test χ^2 se obtuvo un valor estimado de 514.422,3 y un p-valor de $2,2 \times 10^{-16}$, el cual permitió rechazar la hipótesis H_0 de CSR al ser menor a la significancia $\alpha=5\%$ y concluir así que no es conveniente ajustar un modelo de Poisson homogéneo para el patrón de sismos.

En cuanto a la propiedad de segundo orden, se encontró que el patrón es de tipo agregado, puesto que las funciones $\hat{g}(r)$ y $K(r)$ imadas son respectivamente mayor y menor a sus funciones teóricas, en ambos casos con niveles de confianza del 95%. Esto significa que, sabiendo que los eventos son independientes gracias a la ejecución del algoritmo de Reasenberg, la estimación de un modelo de Poisson no homogéneo es apropiada para el patrón sísmico colombiano.

De este modo, se prosiguió con la estimación de los parámetros para los modelos continental y oceánico considerando las variables cuadráticas ya mencionadas, procedimiento del cual se encontró que, en la parte continental, el parámetro estimado para la covariable de distancia al volcán más cercano era inconsistente con la teoría geológica dado que, al ser este positivo ($8,4582 \times 10^{-7}$), indicaba que a mayor distancia a dichas estructuras geológicas mayor es la intensidad del patrón de sismos.

Por otra parte, en lo que respecta al modelo oceánico, se encontró que las covariables de

altitud y distancia al borde convergente más cercano no son estadísticamente significativas, puesto que para la primera de estas covariables el test de LRT estimó un p-valor de 13,92%, mientras que, para la segunda, el test de Wald estimó un p-valor de 13,42%, los cuales al ser mayores al $\alpha=5\%$ no permitieron rechazar la hipótesis $H_0: \hat{\beta}_i = 0$.

En consecuencia, se estimó de nuevo la intensidad del patrón sísmico omitiendo las covariables inconsistentes, encontrándose ahora que todas las covariables de ambos modelos resultaron ser estadísticamente significativas de acuerdo a los test de Wald y LRT, y con un nivel de confianza del 95%.

En cuanto a la interpretación de los parámetros estimados para el modelo de sismos ocurridos en la plataforma continental, se tiene un valor base de $2,28 \cdot 10^{-7}$ sismos/m² cuando todas las covariables son nulas, mientras que los parámetros de las distancias a cada una de las estructuras geológicas indican una variación de $(100 \cdot \hat{\beta}_i)\%$ por cada unidad en que aumenta el valor de la respectiva covariable (Tabla 4 y Figura 1).

Tabla 4. Modelo continental

Covariable		$\hat{\beta}_i$
Intercepto		-1,52E+01
Anomalías Isostáticas (mGal)	Lineal	-5,42E-04
	Cuadrático	1,18E-05
Altitud (m.s.n.m.)	Lineal	1,43E-03
	Cuadrático	-4,31E-07
Anomalías Magnéticas (nT)	Lineal	5,40E-03
	Cuadrático	-2,12E-05
Distancia a la falla inversa más cercana (m)		-1,51E-06
Distancia a la falla normal más cercana (m)		-6,91E-06
Distancia a la falla dextral más cercana (m)		-6,98E-06
Distancia a la falla siniestral más cercana (m)		-1,16E-05

De otro lado, con respecto a las covariables cuadráticas, su interpretación se realizó teniendo en cuenta, de forma conjunta, los parámetros correspondientes a la variable lineal y cuadrática de la forma $\hat{\lambda}(u) = e^{\beta_0 + \beta_i X_i(u) + \beta_{i+1} X_i^2(u)}$; de este modo, se tuvo en la plataforma continental que los eventos sísmicos se alejan de las anomalías isostáticas

cercanas a los 22,84 mGal, pues es en este valor que se alcanza la menor concentración de eventos con cerca de $2,28 \cdot 10^{-7}$ sismos/m². Por otra parte, con base en los parámetros de las otras dos covariables transformadas, se encontró que los sismos tienden a concentrarse en anomalías magnéticas cercanas a los 127,39 nT y altitudes de 1665,54 m, pues en dichos valores se alcanzan intensidades máximas de $3,22987 \cdot 10^{-7}$ sismos/m² y $7,57085 \cdot 10^{-7}$ sismos/m², de manera que valores mayores o menores de estas variables significan intensidades cada vez menores.

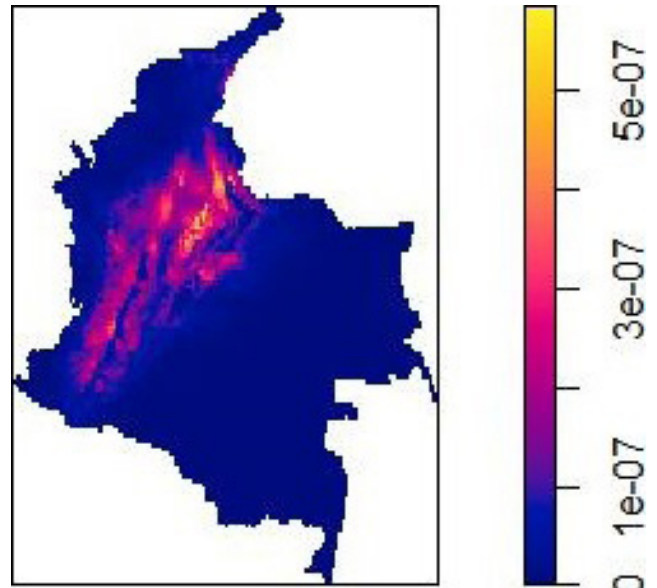


Figura 1. Intensidad del patrón sísmico de la zona continental estimada a partir de covariables

En cuanto al modelo oceánico, se estimó un valor base de $5,30121 \cdot 10^{-7}$ sismos/m² cuando todas las variables son nulas, y de igual forma los parámetros de las variables estimadas de forma lineal se interpretan como variaciones de $(100 \cdot \hat{\beta}_i)\%$ por cada unidad en que aumenta el valor de la respectiva covariable. Además, se encontró para las anomalías magnéticas que los eventos telúricos tienden a concentrarse en valores de -63,05 nT, valor en donde se alcanza una intensidad del patrón máxima de $1,004 \cdot 10^{-6}$ sismos/m² y alrededor del cual las intensidades decrecen gradualmente (Tabla 5 y Figura 2).

Tabla 5. Modelo oceánico

Covariable	β_i	
Intercepto	-1,45E+01	
Anomalías Isostáticas (mGal)	-6,33E-03	
Anomalías Magnéticas (nT)	Lineal	-6,75E-03
	Cuadrático	-5,35E-05
Distancia al borde convergente más cercano(m)	-1,55E-05	
Distancia al borde de desgarre más cercano (m)	-5,49E-06	
Distancia a la falla normal más cercana (m)	-5,01E-06	



Figura 2. Intensidad del patrón sísmico de la zona oceánica estimada a partir de covariables

Finalmente, para estos modelos (continental y oceánico) se obtuvo una capacidad explicativa de 32,82% y 58,65% respectivamente, razón por la cual se consideró que la falta de ajuste de los modelos se debe a la alta heterogeneidad que presenta el país en lo que concierne a su geología estructural, y se cree podrían obtenerse mejores resultados empleando una escala de estudio diferente, y/o usando otras covariables con mayor capacidad explicativa de la intensidad del patrón sísmico.

CONCLUSIONES

En conclusión, sí es posible modelar el comportamiento espacial de los sismos ocurridos en Colombia a partir de covariables que describen la litosfera terrestre; de la misma manera, se concluye para la plataforma continental que sí se evidencia una relación directa entre la ocurrencia de

sismos y la presencia de fallas geológicas; que los sismos tienden a ocurrir en altitudes próximas a los 1666 m, en zonas de anomalías magnéticas cercanas a los 127 nT y alejadas de anomalías isostáticas de 22,84 mGal, pero que no se encuentra relación con los volcanes.

En relación con la plataforma oceánica, se concluye que la batimetría y los bordes divergentes de placa no son variables estadísticamente significativas para el análisis del patrón sísmico, mientras que las fallas normales y los bordes de placa convergentes y de desgarre son indicadores de aglomeraciones de sismos. Igualmente, se concluye que los sismos se concentran en lugares con valores de anomalías isostáticas muy bajos, mientras que las anomalías magnéticas cercanas a -63 nT se asocian con clusters de sismos.

REFERENCIAS

- Baddeley, A., Rubak, E., and Turner, R. (2016). *Spatial Point Patterns: Methodology and applications with R*. Chapman & Hall/CRC Press Interdisciplinary Statistics Series.
- Berman, M. and Turner, T. (1992). Approximating point process likelihoods with GLIM. *Applied. Applied Statistics*, 41, 31–38
- Besag, J. (1977). Contribution to the discussion of Dr Ripley's paper. *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 39, 193–195
- Cárdenas, C., Garzón, Y., Santa, L. y Castillo, L. (2010). Modelo de Poisson para la ocurrencia y magnitud espacio-temporal de los sismos en Colombia. *UD y la Geomática*, 4, 28-43.
- Commission for the Geological Map of the World. (2007). *Magnetic Anomaly Map of the World*. Recuperado de <http://ccgm.org/en/maps/113-carte-des-anomalies-magnetiques-du-monde.html>
- Cressie, N. (1993). *Statistics for Spatial Data*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Cruz, M. (2006). Introducción al análisis de datos mapeados o algunas de las muchas cosas que puedo hacer si tengo coordenadas. *Ecosistemas*, 22(3),52-57.

- Diggle, P. (2014). *Statistical Analysis of Spatial and Spatio-Temporal Point Patterns* (Tercera ed.). United States of America: Taylor & Francis Group LLC. Boca Raton.
- Giraldo, R. (2011). *Estadística Espacial: Notas de Clase*. Bogotá D.C.: Universidad Nacional de Colombia.
- Heiskanen, W. and Moritz, H. (1993). *Physical Geodesy*. Graz: W.H. Freeman and Company San Francisco.
- Hudson, J. and Fowler, P. (1966). The Concept of Pattern in Geography. Discussion paper. *Series 1*.
- Illian, J., Penttinen, A., Stoyan, H., and Stoyan, D. (2008). *Statistical Analysis and Modelling of Spatial Point Patterns*. West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd.
- Minorov, V. (1977). *Curso de Prospección Gravimétrica*. Barcelona: Reverté S.A.
- Rozas, V., y Camarero, J. (2005). Técnicas de análisis espacial de patrones de puntos aplicadas en ecología forestal. *Invest Agrar: Sist Recur For*, 14(1), 79-97.
- Scripps Institution of Oceanography. (2014). *Extract XYZ Grid-Topography or Gravity*. Recuperado de http://topex.ucsd.edu/cgi-bin/get_data.cgi
- Servicio Geológico Colombiano. (2015). *Mapa Geológico de Colombia 2015*. Recuperado de <http://www2.sgc.gov.co/Geologia/Mapa-geologico-de-Colombia.aspx>
- Talbi, A., Nanjo, K., Satake, K., Zhuang, J. and Hamdache, M. (2013). Comparison of seismicity declustering methods using a probabilistic measure of clustering. *Journal of Seismology*, 17(3), pp 1041–1061.
- Uria, J. (2011). *Ecología de una población herbácea (carex remota L) asociada a regatas de un bosque templado no gestionado*. Navarra: Facultad de Ciencias, Universidad de Navarra.
- Weigand, T. and Moloney, K. (2014). *Handbook of Spatial Point-Pattern Analysis in Ecology*. Taylor & Francis Group LLC. United States of America: Boca Raton.