Aprender la práctica de enseñar: algunos aportes

Learning the practice of teaching: some contributions

Martha Bonilla Estévez
Pedro Javier Rojas Garzón
Jaime Humberto Romero Cruz*

Fecha de recepción: 25 de marzo de 2010
Fecha de aceptación: 31 de mayo de 2010

Resumen

Internacional y nacionalmente la cuestión sobre qué debe conocer y saber hacer un profesor de matemáticas, así como cuáles son los procesos de formación que hacen posibles esos propósitos, se ha constituido en objeto de discusión, diferenciación e investigación. En la Universidad Distrital Francisco José de Caldas se propuso, desde el año 2002, un currículo de formación de profesores para la Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, que a la vez que se consolida como innovación es objeto de investigación. En virtud de lo anterior, se presenta una experiencia de algunos usos de los instrumentos conceptuales producidos en el desarrollo de las investigaciones centradas en la temática de la transición aritmética al álgebra, en la formación de estudiantes para profesor de matemáticas; todo ello dentro del marco del paradigma de aprender a enseñar.

Palabras clave: estudiante profesor, práctica pedagógica, didáctica de las matemáticas.

Abstract

The question of what should know and be able to find a math teacher, and what are the training processes that enable these purposes, has become a subject of discussion, differentiation, and research in national and international context. Since 2002, Universidad Distrital Francisco José de Caldas proposed a teacher training curriculum for Basic Education with Emphasis in Mathematics, which while it has established itself as an innovation is under investigation. This paper presents an experience of some applications of conceptual tools produced in the conduct of investigations, focusing on the theme of the transition from arithmetic to algebra and in training students to become math teachers, all within in the framework of the paradigm of learning to teach. Escuchar

Key words: student teachers, teaching practice, math teaching.

Introducción

En algo más de una década, la comunidad de educadores matemáticos nacionales ha impulsado un movimiento de reforma que incorpora, entre otros aspectos, una nueva concepción de las matemáticas escolares y de la caracterización acerca del papel del profesor. Sobre la primera, las matemáticas escolares, el énfasis se coloca en la actividad matemática (lineamientos curriculares, estándares curriculares), así se traslada el énfasis de la formación centrada en los procedimientos a la formación de ciudadanos matemáticamente competentes. Sobre la segunda, el énfasis se focaliza en la profesionalidad del profesor, estableciendo, en este nuevo marco de referencia, la finalidad del trabajo del docente como la de contribuir a la formación de los niños y jóvenes que les permita ingresar a una cultura matemática signada por el hacer matemáticas y por la resolución de situaciones problema.

Un resultado importante de las investigaciones realizadas (Bonilla, et al. 1998; García, et al. 2005;

* Profesores de la Facultad de Ciencias y Educación, de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Grupo Matemáticas Escolares U. D. –Mescud.
Correo electónico: marthabonillae@gmail.com

Andrade, et al. 2003; Mescud, 2002, 2002a; Llinares, 2004) muestra que los estudiantes para profesor y los profesores en ejercicio, tienen bajos niveles de comprensión de la actividad matemática y de las formas de generarla, dificultades para realizar cambios didácticos en el aula y continúan dependiendo de los textos escolares como los organizadores curriculares privilegiados.

Para que los profesores en ejercicio o los estudiantes para profesor puedan realizar una práctica, en el marco de estos nuevos condicionantes sociales, culturales, epistemológicos y didácticos, es menester que se diseñen currículos de formación de profesores que superen la concepción técnica que asume la enseñanza como un proceso de transmisión de conocimientos y su eficacia centrada en el conocimiento matemático del profesor. Por ello, nos planteamos que un currículo de formación de profesores debe asumir aspectos de la práctica, de tal suerte que la organización propuesta incluya los problemas que los profesores afrontarán en su práctica profesional. Asumir esta postura nos permite ver al profesor como un «resolutor de problemas de la práctica de enseñar», y al estudiante para profesor (EPP) como un aprendiz de la práctica de enseñar.

El conjunto de problemas que afrontará un EPP o que afronta un profesor en ejercicio, se pueden caracterizar mediante las diferentes actividades que ha de desarrollar en la práctica de enseñar.

La práctica de enseñar matemáticas

Tal como lo afirman García, et al. (2006) y Mescud, (2008) la formación de profesores de matemáticas se ha venido configurando en un campo de investigación y práctica, sus resultados muestran como necesario integrar a los programas de formación tareas que les permitan a los futuros profesores construir conocimiento sobre:

1. La matemática escolar, particularmente sobre la resolución de problemas matemáticos.

2. La didáctica de las matemáticas, particularmente los aportes sobre el aprendizaje de los alumnos.

3. La práctica de enseñar matemáticas, es decir, acerca de las actividades relativas al diseño, evaluación, gestión, uso de materiales didácticos, etc.

Estas tareas deben superar los modelos transmisionistas para introducir aspectos más ligados a la práctica de enseñar, éstas les permitirán analizar y cuestionar los conocimientos y concepciones (Mescud, 2002a), a la vez que les brindarán oportunidades de construir conocimiento matemático y didáctico. Siguiendo los planteamientos de García y Sánchez (2002), citando a Collins (1989), las tareas propuestas a los EPP deben «promover la participación activa en un contexto, definido por "actividades auténticas" (entendidas como prácticas de la cultura)» (p. 73) y deben tener las siguientes características:

- Estar contextualizadas en algunos de los momentos que caracterizan los procesos de enseñanza y aprendizaje, principalmente en situaciones referidas al aula de primaria.

- Provocar algún tipo de reacción por parte del estudiante para maestro que, desde ese momento, se vincule al desarrollo de la actividad, asumiendo básicamente su papel como maestro.

- Servir de vehículo para la construcción o reconstrucción de conocimiento matemático escolar significativo y relevante, y para tomar conciencia de los procesos de su construcción.

- Permitir que afloren conceptos matemáticos erróneos y concepciones no pertinentes a las nuevas propuestas curriculares.
- «Ayudar a la comprensión de las directrices que emanan de las reformas curriculares…» (Blanco y Contreras, p. 106).

En virtud de lo anterior, considerar que la enseñanza de las matemáticas es una práctica que puede ser enseñada y aprendida, implica delimitar algunas de las tareas profesionales y el conocimiento necesario para desarrollarlas, así como asumir una perspectiva teórica sobre cómo se construye ese conocimiento y discutir acerca de las características de los entornos de aprendizaje en los que los estudiantes que aspiren a ser profesores aprenderán a realizar la práctica de enseñar matemáticas (Mescud, 2008).

De las tareas profesionales que articulan la práctica de enseñar y los componentes del conocimiento profesional del profesor, destacamos (Llinares, 2008; Mescud, 2008):

- Resolver situaciones problema en el ámbito de las matemáticas y poder justificar sus procesos de solución y validación.
- Analizar, diagnosticar y dotar de significado a las producciones matemáticas de los alumnos y comparar las producciones con lo que pretende: diseñar, planificar y organizar el contenido matemático para enseñarlo.
- Gestionar el debate matemático y las interacciones en el aula.

Esta delimitación de las tareas profesionales permite determinar los conocimientos matemáticos y didácticos que pueden ser incorporados como contenidos a los programas de formación. Además, estos contenidos se consideran instrumentos (conceptuales y técnicos) que han de ser «usados y justificados» por los estudiantes para profesor en el desarrollo de los entornos de aprendizaje, diseñados para proveerles las oportunidades de aprender a enseñar matemáticas.

Particularmente, para apoyar la realización de las tareas de diseño, planeación y organización del contenido matemático para enseñar, hemos desarrollado algunos instrumentos, resultados de las investigaciones desarrolladas por el grupo Matemáticas Escolares U. D. – MESCUD, que proponemos en los procesos de formación y que han resultado útiles para promover aprendizajes en los estudiantes para profesor o en los profesores en ejercicio.

Los instrumentos conceptuales y técnicos desarrollados y su uso en la formación de profesores

Asumir la formación profesional del profesor de matemáticas como un proceso de aprender a enseñar, presupone dotar al futuro profesor en ejercicio de saberes, conocimientos, instrumentos y prácticas que tengan un potencial en la construcción de sistemas conceptuales y prácticos de referencia adecuados para el desempeño profesional. Para afrontar los retos que la profesionalidad le exige, el futuro profesor debe modificar sus concepciones previas (Mescud, 2002; Rojas y Romero, 2006; Romero 2009), elaboradas (tal vez de manera implícita) en sus procesos de formación anterior, y desarrollar nuevas competencias que le permitan abordar desde perspectivas más complejas sus problemas profesionales.

Para que ello sea posible, los programas de formación deben promover la participación en entornos de aprendizaje que les viabilice los aprendizajes pedidos. Por ello el grupo de investigación Mescud, ha empleado como instrumentos conceptuales algunos de los cuestionarios y casos construidos y validados en algunas de las investigaciones desarrolladas.

A continuación, ejemplificamos cómo algunos de los cuestionarios y casos de investigación nos ayudan a comprender y/o proponer rutas de enseñanza y aprendizaje para los procesos de formación.

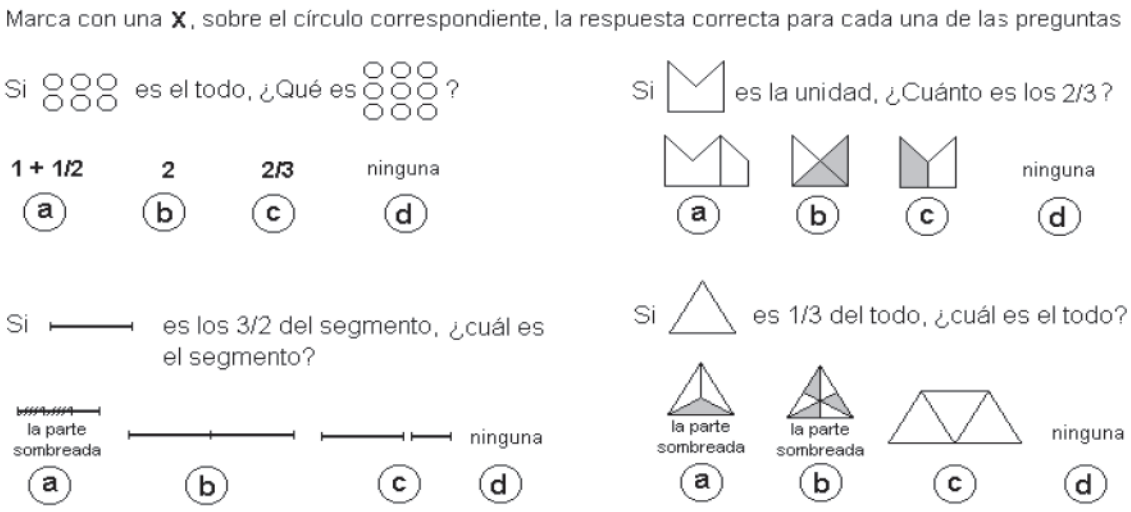
1. Instrumentos que permiten indagar sobre las «ideas previas» con las que ingresan los estudiantes al programa de formación: uno de los ámbitos de investigación del grupo lo ha constituido la temática de las fracciones. Por lo cual, hemos construido un instrumento de indagación y adoptado otro propuesto por Llinares, Sánchez y García (1994). Estos apartes son presentados a continuación.

En el cuestionario se acude a distintos contextos de medida, diversas representaciones y tareas. En todos los casos se usa 1/3, 2/3 y 3/2. En total el cuestionario consta de 54 preguntas, cada una con cuatro opciones de respuesta; dichas preguntas pueden agruparse por tipo de tarea en tres (18 para cada caso): (1) reconocimiento de la fracción como relación parte-todo, (2) reconocimiento de la fracción como operador y, (3) recuperación de la unidad. Seis preguntas para cada una de las fracciones, todas con la siguiente estructura:

SI *(una representación dada)* ***ES*** *(el todo, una fracción, la unidad)****,***

¿QUÉ *(cuál, cuánto)* ***ES*** *(otra representación dada)****?***

Un resultado importante ha sido que la mayoría de los alumnos (de la universidad, de la básica y hasta profesores en ejercicio) han presentado un comportamiento similar, demostrando poco éxito en las preguntas que implican recuperar la unidad desde 3/2.

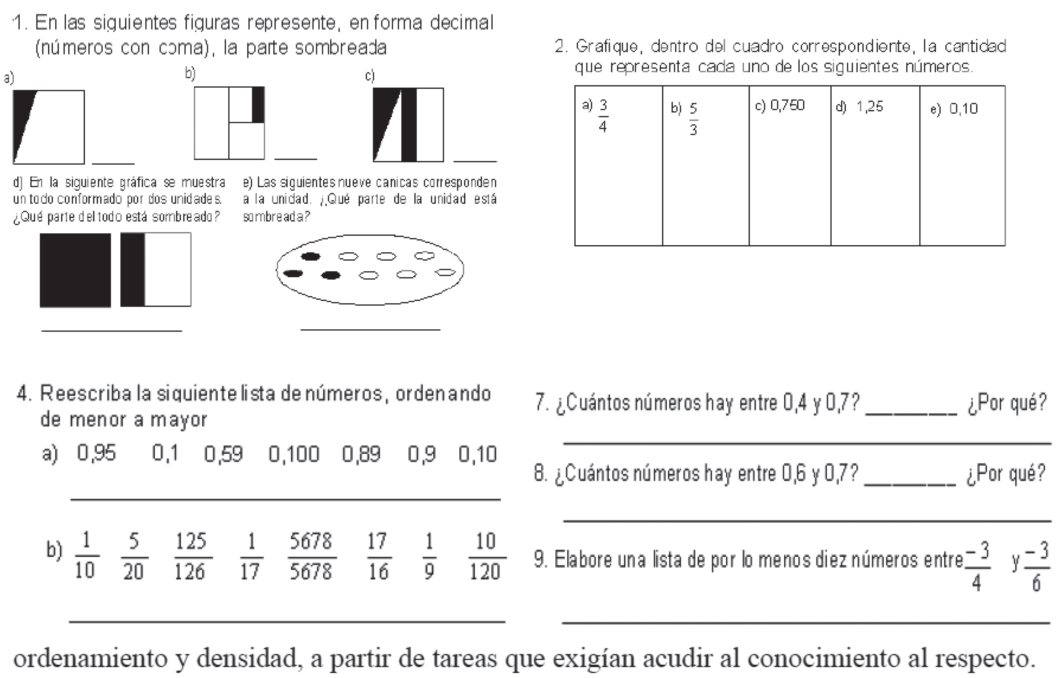


Conexiones y Densidad: [1] Con base en representaciones de tipo gráfico (contextos continuo y discreto), simbólico ($a,b_1b_2b_3 \cdots$; a/b) y de lenguaje natural, se indagó por el estado de los estudiantes en relación con la posibilidad de «tránsito» entre representaciones, igualación, ordenamiento y densidad, a partir de tareas que exigían acudir al conocimiento que tenían al respecto.

Encontramos que la mayoría de estudiantes:

No establece conexiones profundas entre los diferentes tipos de representación de la fracción.

No tiene conciencia del tamaño de los números racionales y por ello la imposibilidad de establecer equivalencia y orden entre ellos.



1 Esta indagación se realizó utilizando un instrumento construido por Galindo y Rodríguez (2002) en su trabajo de grado, dirigido por el profesor Luis Oriol Mora Valbuena, integrante del Grupo MESCUD.

No reconoce la posibilidad de intercalación arbitraria de racionales entre racionales, es decir, se presenta un profundo desconocimiento de la densidad de los racionales, y, por lo tanto, no tiene la posibilidad de aceptar la convergencia y los procesos de acotación arbitraria.

Se concluyó la necesidad de que las actividades, durante el proceso de formación, colocaran a los estudiantes ante la tarea de construir sentido para el sistema de los números racionales, a partir de sus distintas representaciones, específicamente en lo referido al valor posicional en diferentes bases, el orden, la acotación y la convergencia, estas últimas con base en el requerimiento de realizar procesos infinitos; todo ello a partir de un trabajo concreto que propiciara el vínculo entre la acción y la representación, con la pretensión de lograr su conceptualización. Veamos algunos ejemplos de preguntas de este cuestionario.

2. Sobre el uso de casos: denominamos casos a algunos «episodios de clase» construidos bien sea en el formato textual o texto-video. Se recurre a estos instrumentos técnicos ya que se espera que los estudiantes para profesor se «acerquen» a la práctica del profesor, sin estar inmersos en ella. Así, se asume que los casos son un medio para que los estudiantes para profesor puedan tener la oportunidad de analizar e interpretar los procesos de aprendizaje matemático de los alumnos. Este es el uso que se propone para los casos presentados a continuación:

El caso de José

José tiene 8 años, está en segundo grado aprendiendo a restar. Ha hecho el siguiente ejercicio:

7	0	0	4
	-	6	8

Escribiendo en su hoja, en pasos sucesivos lo siguiente:

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>6</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>6</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td>6</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>a)</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td></td><td></td><td>b)</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td></td><td>c)</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>-</td><td>6</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>-</td><td>6</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td>-</td><td>6</td><td>8</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>6</td><td></td><td></td><td>5</td><td>0</td><td>4</td><td>6</td></tr>
<tr><td colspan="19"></td></tr>
<tr><td colspan="19">1. ¿Cuál fue la causa por la que José hizo la operación así?</td></tr>
<tr><td colspan="19">2. ¿Cómo enseñaría esa resta a José?</td></tr>
</table>

Un resultado importante para esta situación es que los EPP y/o PE explican las causas desde un uso poco comprensivo de los sistemas de numeración, de tal manera que enseñan la resta con el algoritmo habitual, basándose en la explicación de los procedimientos a realizar mas no en los aspectos conceptuales involucrados.

Dada la característica del programa de formación, hemos delimitado como una de las tareas que el profesor debe abordar el diseño de tareas para ser propuestas a los alumnos. El siguiente caso propone a los estudiantes para profesor acercarse a esta actividad y justificar, al mismo tiempo, sus realizaciones.

Una de las actividades que realiza un profesor es la elaboración de problemas relacionados con las operaciones aritméticas que enseña, para ser colocados como tareas escolares. Tomando como referencia su práctica en ese aspecto elabore, para cada una de las relaciones numéricas que se presentan a continuación, tres problemas diferentes y explique las razones por las cuales cree que son diferentes.

9 + 7 = 16

1.a.

1.b.

1.c.

Explique las razones:

6 x 3 = 18

1.a.

1.b.

1.c.

Explique las razones:

El uso de este caso ha permitido observar que los estudiantes para profesor utilizan como razones para explicar la diferencia aspectos provenientes de las «cosas» a las cuales se refiere el problema y no a aspectos más estructurales; tal es el caso de los diferentes tipos de problemas aditivos o multiplicativos que ha propuesto, por ejemplo, Vergnaud en su teoría de los campos conceptuales.

3. El análisis de las producciones matemáticas de los alumnos: como ya se mencionó, una de las tareas que debe realizar un profesor es explicarse las producciones matemáticas de sus alumnos. La situación que se presenta a continuación ha sido utilizada para promover este tipo de análisis entre los estudiantes para profesor.

3.1. El problema de las tazas de café y los buñuelos: las ideas que se presentan a continuación, en relación con propuestas de solución al problema planteado, son tomadas de Bonilla y Romero (2006), quienes analizan una experiencia desarrollada por estudiantes de séptimo (12-14 años) reportada por Rojas y Romero (2006), ocurrida en una institución escolar que promueve explícitamente el trabajo por resolución de problemas[2].

Por cada tres tazas de café hay cuatro buñuelos. ¿Para cinco tazas de café cuántos buñuelos se requiere?

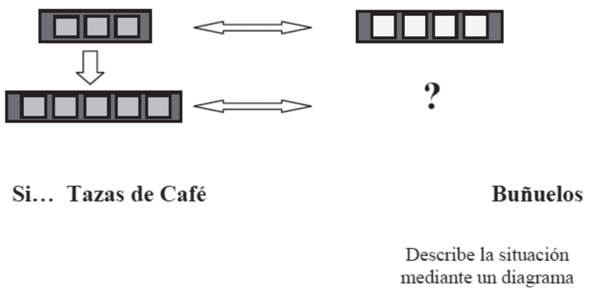
Primer modelo de solución: si multiplicamos la primera relación por 5 llegamos a:

15 tazas de café son para 20 buñuelos
5 tazas de café son para (**?**) buñuelos

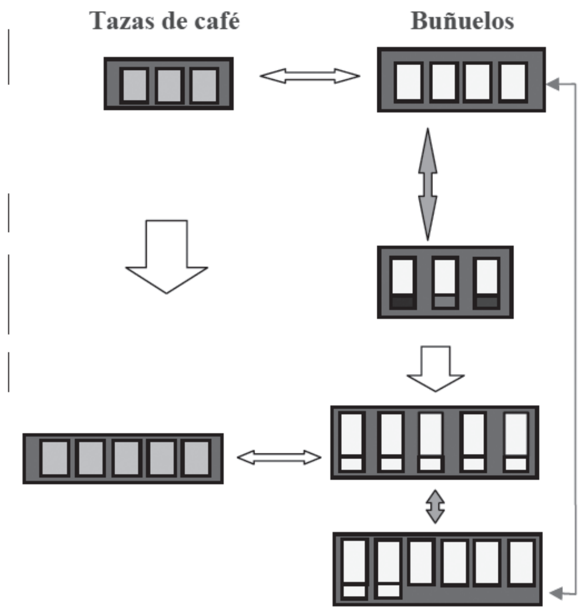
Como 5 es la tercera parte de 15, entonces (**?**) es la tercera parte de 20.

Es decir, (**?**) = **20/3**

Segundo modelo de solución: para llegar a 5 (tazas de café) utilizamos 2 partes de 3 más las 3. A 4 buñuelos los volvemos 3 y con este tres hacemos lo mismo. Entonces primero se convierte a 4 en 3: una unidad (de las 4) la parto en 3 partes y coloco cada una de esas tres partes en cada una de las otras tres unidades (que quedan de las 4).



En seguida opera sobre las unidades de buñuelo interpretando y reinterpretando toda la situación.



2 La experiencia tuvo lugar en la Escuela Pedagógica Experimental (Bogotá).

Comentario: a los 4 buñuelos iniciales los volvió 3, cambiando la unidad y conservando el todo.

Comentario: Por cada taza de café ahora hay un buñuelo de los nuevos (proceso de normación de la relación multiplicativa).

Comentario: Ahora obtiene una respuesta que debe reinterpretar en la vieja unidad «buñuelo inicial», manteniendo la relación entre las dos unidades de buñuelo (proceso de normación).

A partir del análisis de la producción matemática presentada, los estudiantes para profesor deben identificar tratamientos de la multiplicación y la división, basados en los esquemas multiplicativos de *unitización* y *normación* sustentados a su vez en habilidades básicas requeridas para la recuperación de la unidad. Pero, por otra parte, desde las representaciones gráficas se hace visible que estas operaciones ni achican ni agrandan, pues el todo se conserva y lo «único que ocurre es que la situación puede describirse desde distintas unidades, es decir que efectivamente ocurren cambios de unidad y, por lo tanto, según la unidad que se escoja para la descripción, ocurre que la numerosidad final depende en proporción inversa al tamaño de la unidad escogida, y entonces se recupera la idea, pero ahora de manera más compleja, que el producto agranda y que la división achica.

3.2. El problema de la ladrillera: el siguiente problema formó parte del instrumento denominado *La prueba contrarreloj*, desarrollado en la investigación *El pensamiento multiplicativo: una mirada de su densidad y complejidad en su desarrollo en el aula*, financiada por Colciencias y la Universidad Distrital (Mescud, 2005; Mescud, 2006; Mora y Romero, 2004), y utilizado para indagar respecto a los modelos intuitivos de los estudiantes al resolver problemas de adición y multiplicación. Esto es útil en tanto permite explicar por qué los estudiantes, al intentar resolver los problemas, imponen sobre los enunciados de dichos problemas condiciones, algunas veces, distintas a las efectivamente incluidas en la enunciación propuesta, pero que no son arbitrarias, sino producto de la generalización de las experiencias de los estudiantes con cierta clase de situaciones, en particular la aparición de los modelos de suma repetida para la multiplicación y regla de tres para la proporción (Romero, 2009).

En una ladrillera los niños jugaban a construir montones de ladrillos y los ordenaban del más pequeño al más grande. Se encontró que en el primer montón solo había un ladrillo, en el décimo montón 19 ladrillos. Calcula cuántos ladrillos hay en el montón que ocupa la posición 100.

Este problema fue modelado como se muestra a continuación:

Montones	Ladrillos		Cuando el número de montones aumenta, aumenta también la cantidad de ladrillos
10	19		
100	X (¿?)		

X = 19x100/10

Los resultados del comportamiento del grupo son:

Problema #	multiplicador	Multiplicando	% corrección total	% de estudiantes que no usaron R3	% aporte a corrección sin uso de R3	% de estudiantes que usaron R3	% aporte a corrección con uso de R3
5	100	19	0	71,43	0	28,57	0

Problema #	índice para eficacia sin R3 en el problema 5 que es de suma aunque fue visto como de multiplicación	índice para eficacia con R3 en el problema 5 que es de suma aunque fue visto como de multiplicación
5	0	0

Los datos de 0 como índice de eficacia son reveladores. Nos damos cuenta de la imposibilidad estructural de aplicar R3 a los datos de la situación, puesto que diez veces la cantidad de ladrillos en el primer montón no equivale a la cantidad de ladrillos en el montón décimo; sin embargo, esta condición del problema no es tomada en cuenta por 32 de los estudiantes que producen respuestas multiplicativas invocando, explícitamente, el 28,57% de los estudiantes. El esquema de R3, tomándolo entonces como paradigma de la clase de problemas al que ellos creen pertenece el problema enunciado, imponiendo sobre el original, de manera tácita, no reflexiva las propiedades de la proporcionalidad que son las que rigen estructuralmente R3.

¿Cómo comprenden ellos que un problema corresponde al esquema de R3?

Las entrevistas realizadas nos permitieron entender que los estudiantes están procediendo así: ven que hay dos distintos espacios de medida y tres datos dados, dos de ellos en un mismo espacio y un tercero en el restante, ven además que a más cantidad en uno de ellos corresponde más cantidad en el otro. De esta comprensión casi instantánea del enunciado del problema pasan al esquema.

M1	M2
A	B
C	X

Para el caso de los estudiantes investigados, cuatro de ellos suponen que este esquema ya es la operatoria desde la que se obtiene solución numérica. Otros realizan X= (c.b)/a, pero cuando se les preguntó por qué podían hacer esto, la respuesta fue invariable: «así me lo dijeron en el colegio», y curiosamente recuerdan su uso en clase de química como una manera de proceder frente a la construcción de mezclas o combinaciones, o de física para hallar velocidades, etc. Otras veces ha sido dicho en la casa generalmente por un hermano un poco mayor. Ninguna respuesta recuerda una construcción conectando medición, razón, proporción, cambios de unidad o construcción geométrica de magnitudes generando álgebras o sigma-álgebras.

4. ***La incorporación de los documentos institucionales (lineamientos curriculares y estándares) a los procesos de reflexión sobre la práctica:*** el conocimiento y uso de las propuestas curriculares para el área de matemáticas debe incorporarse en los procesos de formación de profesores como un referente que les permita contextualizar su práctica a los nuevos requerimientos, no solo en lo que concierne a los procesos matemáticos que se espera sean desarrollados por los estudiantes en las aulas, sino para proveer al profesor de elementos teóricos y prácticos con los que pueda convertirse en un diseñador de currículo.

El caso del profesor Juan:

Sin darles instrucción previa sobre el tema, el profesor Juan les ha colocado la siguiente situación-problema a los alumnos de curso 6°.

Tenemos seis números y el más grande es el 5. Sumamos estos números y dividimos la suma por seis. El resultado es 4. ¿Te parece posible? ¿Por qué?

Su compañera de trabajo, la profesora Mariela, cuestiona la tarea diciéndole que ésta no se corresponde con lo establecido en los estándares curriculares, porque allí se argumenta que el conocimiento procedimental solo se construye si se tiene un conocimiento conceptual. Entonces resolver esta situación, en este momento, no contribuye a que sus estudiantes desarrollen competencia matemática.

¿Con quien estás de acuerdo y por qué?

Las respuestas más comunes de los niños ante la situación planteada se representan en las siguientes afirmaciones:

1. «No es posible porque 0+1+2+3+4+5 es igual a 14 y al dividirlo entre seis no da 4»

2. «Solo hay una solución y es 4+4+4+4+4+4=24 y 24/6=4»

Ante estas respuestas, el profesor les propone a los niños hacer sus cálculos, utilizando para ello la calculadora.

¿Está usted de acuerdo con el profesor Juan en que el uso de la calculadora ayudará a los estudiantes a encontrar nuevas soluciones? Explique sus respuestas, apoyándose en lo propuesto en los estándares curriculares.

Un resultado interesante de este caso lo configura el uso que progresivamente van haciendo los EPP y/o PE de los instrumentos conceptuales, contenidos en los Lineamientos Curriculares y los Estándares (Men,1998, 2003, 2006), para ir argumentando sus posturas.

Conclusiones

Desde nuestra experiencia como formadores de profesores, debemos destacar que el uso de los instrumentos conceptuales, producidos en las investigaciones realizadas, nos ha permitido proponer a los EPP y a los PE actividades de aprendizaje que, contextualizadas en una situación específica de enseñanza, les permite realizar aproximaciones, cada vez más complejas, al análisis de la misma; esta potencialidad, sin embargo, no sustituye la necesidad de la reflexión sobre «su práctica real» como profesores en aulas específicas y con niños específicos.

Utilizar los instrumentos conceptuales, permite que los EPP y PE puedan tomar distancia de los sucesos de aula y aprender a «ver» en ellos cuestiones que desde el ejercicio mismo son muy difíciles de observar, en particular, interpretar la producción matemática de los(as) niños(as) y jóvenes, dejando de lado las explicaciones simples de «sabe o no sabe», «está bien o está mal», para adentrarse en explicaciones basadas en resultados de investigación en didáctica de las matemáticas; por ejemplo, usando resultados sobre tipos de problemas aritméticos, sobre las dificultades cognitivas que los conceptos matemáticos imponen, la diversidad de tipos de procedimientos, las concepciones previas, los modelos intuitivos, los procesos de modelación, los niveles en las competencias de resolución de problemas, etc.

Estas actividades no agotan ni abarcan la totalidad de las actividades de un programa de formación de profesores; indagar sobre la utilidad de nuevos diseños de entornos y aprendizaje así como su eficacia, es hoy en día un ámbito de trabajo que debe ser asumido por los formadores de profesores e investigado y sistematizado por los investigadores en educación matemática, particularmente las investigaciones en formación de profesores.

Bibliografía

Andrade, L. Perry, P. Guacaneme, E. Fernández, F. (2003). *Rutas pedagógicas en matemáticas: ¿Azar o construcción?* Bogotá: IDEP.

Blanco, L. Contreras, L. (2002). Un modelo formativo de maestros de primaria, en el área de matemáticas en el ámbito de la geometría. En Blanco, L. y Contreras L. (Eds.). *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente.* España: Universidad de Extremadura. Servicio de publicaciones.

Bonilla, et al. (1998). Cómo enseñamos aritmética. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas- IDEP.

Bonilla, M. Romero, J. (2006). La resolución de problemas: sus posibilidades para el desarrollo del pensamiento multiplicativo. En *Revista Científica*, núm. 7, pp. 99-120. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

García Oliveros, G. Castiblanco, M. G. Vergel, R. (2005). *Prácticas de evaluación en las clases de matemáticas*, vol. 1, pp. 145-115, (1 ed.). Bogotá: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.

García, M. Sánchez, V. (2002). Una propuesta de formación de maestros desde la educación matemática: adoptando una perspectiva situada. En Blanco, L. Contreras L. (Eds.). *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente.* España: Universidad de Extremadura. Servicio de publicaciones.

García, M. Sánchez, V. Escudero I. Llinares, S. (2006). The dialectic relationship between research and practice in mathematics teacher education. En *Journal of Mathematics Teacher Education*, núm. 9, pp. 109-128. Springer.

Galindo, J. Rodríguez, L. (2002). *Algunos elementos en la construcción del concepto de densidad de* *los números racionales en Educación Básica y Media Vocacional*. Trabajo de Grado (Licenciatura en Matemáticas) no publicado. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Llinares, S. Sánchez, V. García, M. (1994). Conocimiento de contenido pedagógico del profesor. Tareas y modos de representación para las fracciones. En *Revista Educación*, núm. 304, mayo-agosto, pp. 202-222.

Llinares, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en la Educación Primaria. En *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, pp. 36-93.

Llinares, S. (2008). *Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación*. Conferencia invitada en "III Encuentro de programas de formación inicial de profesores de matemáticas". Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, abril 24 y 25.

MESCUD. (2002). *Aritmética y resolución de problemas en la formación de profesores*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

MESCUD. (2002a). Matemáticas para todos. El sentido de la profesión profesor(a) de matemáticas. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

MESCUD. (2005). *El pensamiento multiplicativo: una mirada de su densidad y complejidad en su desarrollo en el aula*. Bogotá: Informe de Investigación IDEP-COLCIENCIAS, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

MESCUD. (2006). *Razonamiento multiplicativo: un camino posible*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. [No publicado].

MESCUD. (2008). Uso de problemas matemáticos como instrumentos de aprendizaje en la formación de profesores. Proyecto de Investigación, COLCIENCIAS. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.[No publicado].

Mora, L. Romero, J. (2004). ¿Multiplicación y división o cambio de unidad? En: *Memorias del Sexto Encuentro de Educación Matemática*. Medellín: Gaia, pp. 13-20.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares- Matemáticas*. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (1998) *Hacia un sistema nacional de formación de educadores.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Creamos Alternativas.

Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares básicos de calidad*. Bogotá D.C.: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Calidad en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.* Bogotá D.C.: MEN.

Rojas, P. J. Romero, J. (2006). Estrategias para promover el aprendizaje de la multiplicación como cambio de unidad. En *Memorias XXII Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Romero, J. (2009). Elementos para una explicación de algunas respuestas erradas a problemas multiplicativos. En *Memorias 10° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Pasto: Asocolme.

Vergnaud, G. (1996). El niño, las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. (L. Ortega, trad.), México: Trillas. [Traducción de la tercera edición 1985].