

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

REVISTA UD Y LA GEOMÁTICA

<http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/UDGeo/index>

INVESTIGACIÓN

Fator de Reflectância Bidirecional de imagens adquiridas por câmara digital para calibração radiométrica de sensores

Birectional Reflectance Factor of multispectral images acquired by digital cameras for radiometric calibration of sensors

Gabriela Takahashi Miyoshi¹ Nilton Nobuhiro Imai² Antonio Maria Garcia Tommaselli³

Para citar este artículo: Miyoshi, G. T., Imai, N. N. & Tommaselli, A.M.G. (2017) Fator de Reflectância Bidirecional de imagens adquiridas por câmara digital para calibração radiométrica de sensores. *UD y la Geomática*, 12, 13-21.

Fecha de recepción: : 24 de agosto de 2017**Fecha de aceptación:** 15 de diciembre de 2017

RESUMO

Para que haja uma única transformação entre os números digitais registrados por uma câmara digital e a radiância dos alvos imageados, é necessário que o sensor da câmara tenha sido submetido à uma calibração radiométrica relativa. Logo, é necessário conhecer qual a área deste sensor que possui resposta uniforme à radiação incidente. Este trabalho tem como objetivo a verificação da homogeneidade entre quatro áreas amostrais, de 100 pixels cada, da câmara Sony DSC-R1. Foram adquiridas imagens de uma placa Spectralon em quatro geometrias distintas em condições de radiação eletromagnética difusa, em campo com céu encoberto por nuvens e sem incidência direta de radiação solar. A geometria de aquisição que apresentou resultados mais promissores foi aquela na qual o sensor está inclinado 45° no plano vertical posicionado à nordeste da placa Spectralon. A área homogênea foi validada por meio de uma nova aquisição de imagens, utilizando esta melhor geometria de visada, de alvos coloridos, onde o desvio padrão dos valores de ND registrados representou 0,39% do total de 256 níveis digitais possíveis de serem registrados pela câmara.

Palabras clave: Alvo lambertiano, Geometria de visada, Nível digital.

ABSTRACT

The relative radiometric calibration of sensors is required to allow the use of a unique transformation between the digital numbers registered by cameras into radiance. Therefore, it is necessary to know which area of the sensor has uniform response in relation to incident radiation. This work aims the verification and validation of the homogeneity response between four samples, each one with 100 pixels, of the camera Sony DSC-R1. Images of a Spectralon target have been acquired in four different geometries of acquisition with conditions of diffused electromagnetic radiation, in field with the sky fully of clouds and without direct solar radiation incidence. The geometry where the sensor is tilted 45° in the vertical and positioned on northwest sector of the target shows better results. The homogeneous area have been validate through a new image acquisition using the best geometry and colorful targets; the results shows a standard deviation of the value of digital number representing about 0.39% of the 256 possible values registered by the camera.

Key words: Lambertian target, Geometry of view, Digital number.

- 1 Post Graduating Program in Cartography Science, São Paulo State University (UNESP), Presidente Prudente-SP, Brazil – Correo electrónico: takahashi.gabi@gmail.com
- 2 Post Graduating Program in Cartography Science, São Paulo State University (UNESP), Presidente Prudente-SP, Brazil. Department of Cartography, São Paulo State University (UNESP), Presidente Prudente-SP, Brazil. Correo electrónico: nnimai@fct.unesp.br
- 3 Post Graduating Program in Cartography Science, São Paulo State University (UNESP), Presidente Prudente-SP, Brazil. Department of Cartography, São Paulo State University (UNESP), Presidente Prudente-SP, Brazil. Correo electrónico: tomaseli@fct.unesp.br

Introdução

Câmaras digitais convencionais são capazes de gerar imagens com qualidade radiométrica comparáveis às de câmaras métricas, produzindo resposta linear à radiação eletromagnética incidente, grande resolução radiométrica e baixa relação sinal/ruído. Tais características são de grande valia para as aplicações em Sensoriamento Remoto, permitindo a produção de informação fidedigna acerca do terreno imageado a partir de processamentos e interpretação de tais imagens.

O processamento de imagens para aplicações fotogramétricas e de Sensoriamento Remoto, engloba a correção radiométrica apropriada dos valores de números digitais (ND) e correção geométrica, que depende do conhecimento à priori dos parâmetros de orientação interior para a reconstrução dos feixes perspectivos que deram origem às imagens. Como produto final tem-se uma imagem representada em valores de grandeza radiométrica, radiância ou fator de reflectância, e isenta de deformações geométricas.

A imagem é formada pelas câmaras digitais a partir da transformação da radiação eletromagnética (REM) em ND. A correção radiométrica aplica os parâmetros de transformação entre os valores de ND e REM e ainda elimina os componentes que interferem no registro da REM de um alvo, tal como o espalhamento atmosférico (Honkavaara 2008).

Para que haja uma única transformação que possa ser aplicada a todos os detectores de um sensor é necessário que estes estejam previamente calibrados entre si, ou seja, que tenham sido submetidos a uma calibração radiométrica relativa. Entretanto, devido à atenuação da REM incidente pelo conjunto óptico, o registro desta energia pela matriz de sensores da câmara pode não ser homogêneo, o que torna necessário conhecer qual a área de resposta uniforme

do sensor antes de calcular os parâmetros de uma transformação de ND em grandeza radiométrica.

Uma alternativa à realização de uma calibração radiométrica relativa é a identificação de uma área do sensor que apresente respostas similares em imagens de um alvo com reflexão completamente difusa, como uma placa Spectralon, apesar desta não ser completamente uniforme.

Fontes de energia difusa podem contribuir para que a energia refletida por um alvo rugoso, ou quase lambertiano, também seja difusa. Nesse sentido, cenas tomadas em dias nublados não apresentam contrastes na iluminação como em cenários iluminados diretamente pelo sol, pois nesses casos a fonte de energia é difusa.

Devido às dificuldades na obtenção de distribuição uniforme da radiação difusa em laboratório, realizou-se a aquisição das imagens de uma placa Spectralon em campo com condições climáticas de céu encoberto por nuvens e distribuição da radiação difusa próxima à desejada.

Este trabalho tem por objetivo a identificação de uma região homogênea, onde os NDs possam ser considerados equivalentes, em imagens de uma placa Spectralon, adquiridas com uma câmara digital Sony DSC-R1. Por fim, apresentar a validação da área homogênea identificada através de medidas radiométricas realizadas sobre alvos coloridos e avaliadas pela dispersão em torno da média de seus NDs.

Grandezas radiométricas associadas ao número digital de câmaras digitais

Cada pixel de uma imagem corresponde a uma porção da energia incidente no sensor da câmara, como pode se observar na Figura 1. Em imagens adquiridas com sensores digitais tem-se um campo de visada instantâneo (IFOV - *Instantaneous Field Of View*) menor que 1° , sendo a energia incidente no detector relacionada ao FRB de alvos.

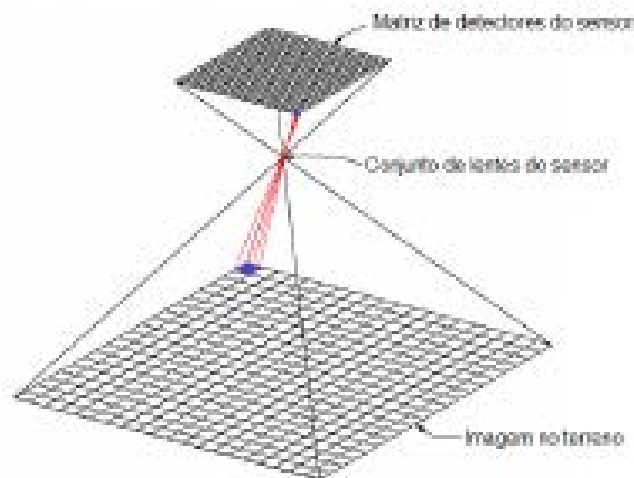


Figura 1 – Formação da imagem na matriz de fotodetectores de um sensor onde cada pixel possui geometria de visada diferente. 1,,-.BB

Considerando que câmaras digitais registram energia em função de reflectância bidirecional, Nicodemus et al. (1977), Schaepman-Strub et al. (2006) e Martonchik et al., (2009) apresentam especificações e nomenclaturas para diferentes formas de aquisição do fator de reflectância segundo a geometria de visada. Entre elas têm-se o FRB, que considera a irradiância incidente e ascendente do alvo com direções específicas (Figura 2).

O cálculo do FRB segundo Schaepman-Strub et al. (2006) é dado pela razão entre o fluxo radiante refletido por uma superfície real de área dA e o fluxo radiante de uma superfície de referência de mesma área, adquiridos sob a mesma geometria de visada. Esta relação, ilustrada na Figura 2, é representada pela Equação (1)

$$FRB = \frac{d\phi_{alvo}}{d\phi_{referencia}} \quad (1)$$

Schaepman-Strub et al. (2006) considera uma superfície ideal e difusa equivalente à uma superfície lambertiana pois, em sua proposição original, Lambert define como superfície de reflexão perfeitamente difusa àquela que reflete a mesma radiância em todas as direções de visada e com função de distribuição de reflectância bidirecional $1/\pi$.

Calibração radiométrica

A calibração radiométrica tem por finalidade o cálculo dos parâmetros de transformação entre o ND de um alvo imageado com sua respectiva grandeza radiométrica, sendo então necessário conhecer a radiometria do alvo.

Honkavaara (2008) e Markelin (2013) ressaltam que para cada banda e configuração do sensor, tempo de exposição, abertura das lentes (F_{number} ou F_{stop}) e sensibilidade do sensor, é necessária a determinação de um conjunto de parâmetros de transformação. Tais parâmetros são determinados por processos de calibração, divididos em calibração radiométrica absoluta e relativa.

A calibração radiométrica relativa modela a heterogeneidade do sinal que sensibiliza a matriz de sensores da câmara devido a diferenças na sensibilidade dos pixels do sensor, abertura das lentes e o vinhete, e geralmente é realizada em laboratório sob condições rigorosamente controladas (Markelin et al. 2008).

Já a calibração radiométrica absoluta consiste na determinação de parâmetros de ganho e offset de uma função linear que relaciona o ND da imagem com a grandeza radiométrica adotada. (Beisl 2006, Honkavaara 2008, Markelin 2013).

Desenvolvimento

Dois experimentos foram realizados para o desenvolvimento deste trabalho, o primeiro tem por objetivo a determinação da área homogênea das imagens adquiridas com a câmara digital Sony DSC-R1, e o segundo a validação da área determinada por meio da aquisição de imagens sobre alvos coloridos.

Utilizou-se a câmara digital Sony DSC-R1 de 10 mp, que armazena as imagens em formato bruto (*raw*) e sem compressão das informações de radiometria. Possui sensor CMOS de dimensões 21,50 mm x 14,40 mm, filtro de Bayer que permite a aquisição de imagens nas bandas do vermelho, verde e azul (RGB) e distância focal variável entre 14,30 mm e 71,50 mm.

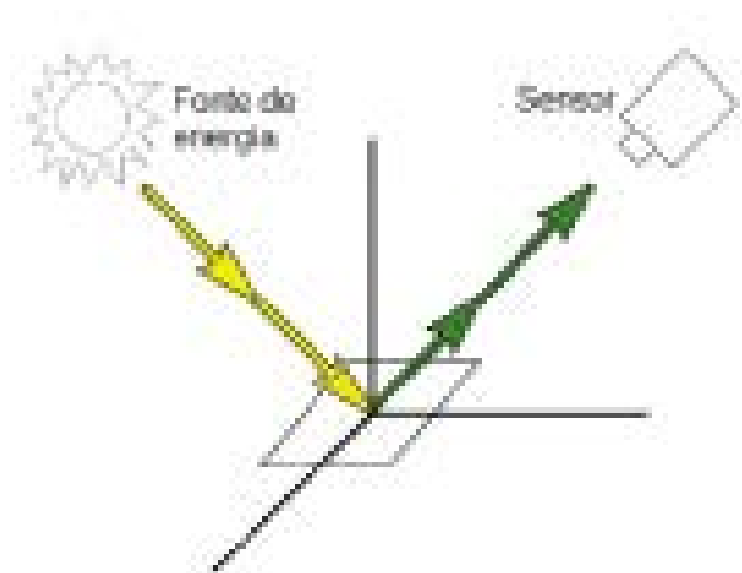


Figura 2 – Fator de reflectância bidirecional, onde o fluxo radiante incidente e o medido possuem direções específicas.

Para a realização deste trabalho a câmara apresentava as seguintes configurações:

- ISO200;
- tempo de exposição igual a 1/100 s;
- F_{number} com valor de 5.6 para o primeiro experimento, e 16.0 para o segundo experimento; e
- distâncias focais aproximadas de 29,70 mm e 20,30 mm para o primeiro e segundo experimento respectivamente.

Todas as imagens foram adquiridas em formato bruto e posteriormente convertidas para tif com a biblioteca Ufraw sem que houvesse compressão nem perda de informação radiométrica.

Homogeneidade da resposta do sensor da câmara digital Sony DSC-R1

Para a verificação da homogeneidade do sensor, decidiu-se comparar o ND médio de regiões amostrais entre imagens de uma placa Spectralon, placa de reflexão altamente difusa e quase lambertiana (Jensen 2009), por meio de um teste de hipótese. Foram utilizadas quatro geometrias de visada diferentes (Tabela 1) sendo cada conjunto de imagens analisado separadamente.

As imagens foram adquiridas em campo, sob condições climáticas onde a REM incidente no sensor fosse difusa, com céu nublado e entre 17h30 e 18h00, sendo adquiridas três fotos para cada geometria de visada. A Figura 4 ilustra as imagens registradas pela câmara nas diferentes geometrias de aquisição realizadas neste experimento.

Uma rotina desenvolvida em Matlab foi utilizada para verificação do ND médio das bandas RGB da câmara para trinta e seis áreas amostrais na imagem, cada qual com dimensões de 10 x 10 pixels. A distribuição das áreas amostrais é apresentada na Figura 5.

Como a câmara não possui calibração relativa, a homogeneidade da resposta foi testada apenas entre as áreas 15, 16, 21 e 22 (Figura 5), pois espera-se que para estas áreas não haja a influência do vinhete (diminuição do brilho na borda da imagem), desconhecido para esta câmara. A homogeneidade entre as áreas foi testada separadamente para as bandas RGB, bem como para cada geometria de aquisição. Foi utilizado o teste de hipóteses t-Student para comparação das médias dos NDs de cada área.

Este teste é aplicado para a comparação de duas áreas amostrais para cada banda e geometria, como por exemplo, utilizando as imagens adquiridas com a primeira geometria de visada verificar se o ND médio das áreas amostrais 15 e 16 para a banda B são iguais. A Figura 6 ilustra os pares de áreas amostrais testados para cada geometria de aquisição das imagens.

Tabela 1 – Geometrias de aquisição das imagens para o primeiro experimento realizado.

Aquisição	Inclinação em relação ao plano da horizontal*	Inclinação em relação ao plano da vertical
1	0º	45º
2	90º	45º
3	-90º	45º
4	Nadir	Nadir

*Em relação à primeira geometria de aquisição

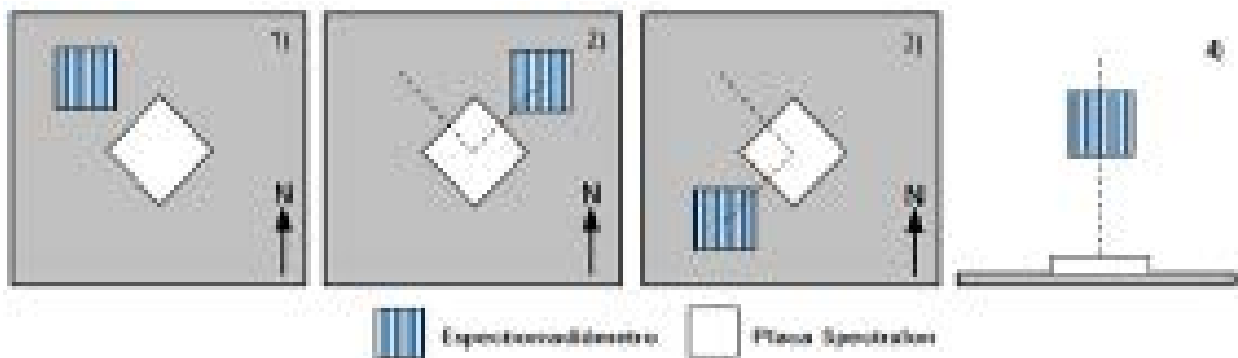


Figura 3 – Geometrias de aquisição das imagens utilizadas no experimento para identificação da área de registro homogêneo do sensor. 1) Inclinação 45º e visada 45º 2) Inclinação 45º e visada 90º 3) Inclinação 45º e visada -90º 4) Nadir.

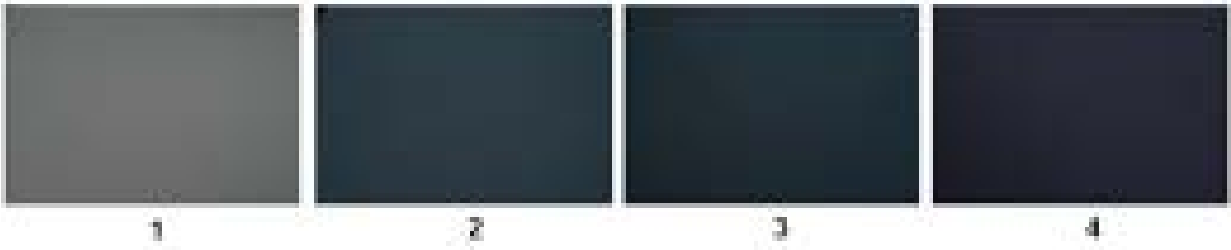


Figura 4 – Exemplos das imagens para cada geometria de aquisição. 1) Inclinação 45° e visada 45° 2) Inclinação 45° e visada 90° 3) Inclinação 45° e visada -90° 4) Nadir.

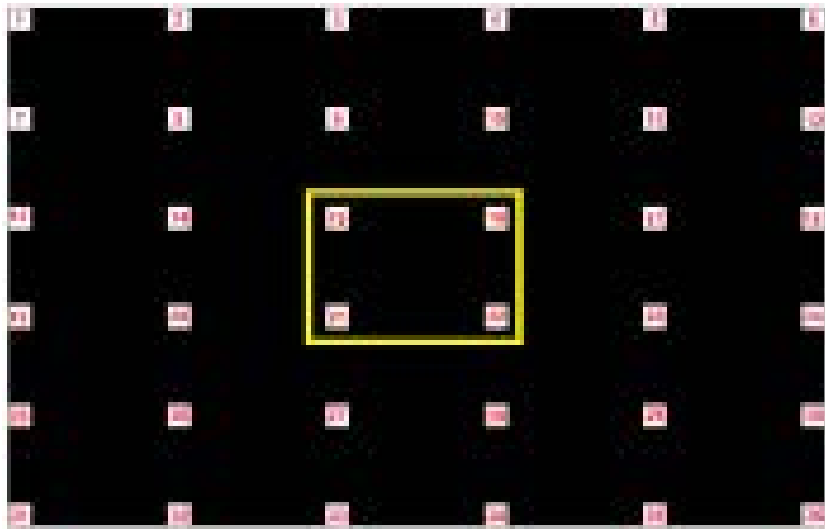


Figura 5 – Áreas amostrais das imagens para verificação do ND (fora de escala) com destaque para a área testada.

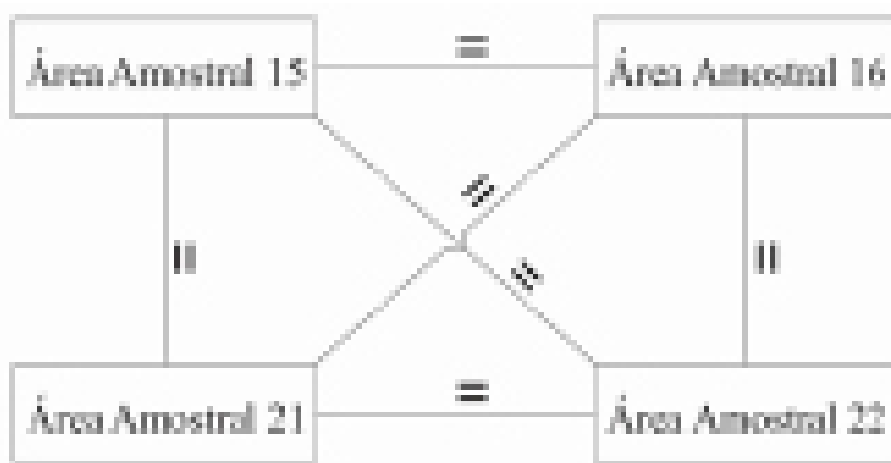


Figura 6 – Teste entre as áreas amostrais para cada banda (RGB) em cada geometria de aquisição das imagens.

As hipóteses básica (H_0) e a hipótese alternativa (H_1) deste teste de hipóteses são:

$$\begin{aligned} H_0: \bar{x}_i &= \bar{x}_j, & \text{contra} \\ H_1: \bar{x}_i &\neq \bar{x}_j \end{aligned}$$

Onde \bar{x}_i e \bar{x}_j são os NDs médios das amostras i e j a serem testadas.

Segundo Guimarães (2008), calcula-se o valor estatístico (t_{obs}) comparando-o com o intervalo de confiança compreendido entre os pontos críticos do teste estatístico que consideram o nível de significância (α) e o número de graus de liberdade (gl), dado pela soma dos elementos das amostras i e j subtraídos de duas unidades. O cálculo de t_{obs} , (Equação 2), considera as médias das amostras i e j , suas variâncias amostrais s_i^2 e s_j^2 e o tamanho destas amostras, n_i e n_j .

$$t_{obs} = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\sqrt{\frac{s_i^2}{n_i} + \frac{s_j^2}{n_j}}} \quad (2)$$

Para α igual à 5%, ou seja, com 95% de confiança, tem-se que o número de graus de liberdade é 198, resultando nos valores críticos -1,972 e 1,972.

Após a aplicação do teste de hipóteses para cada banda do sensor e cada geometria de aquisição calculou-se a porcentagem de aceitação do teste de hipóteses, onde o ND entre as áreas amostrais podem ser considerados iguais para cada geometria de aquisição, analisando as bandas espectrais separadamente.

Resultados

Os valores médios de ND para cada região, bem como os respectivos valores de desvio-padrão são apresentados nas Tabelas de 2 a 5.

Analisando o conjunto dos resultados dos testes de hipótese aplicados para as bandas RGB em cada geometria tem-se que 11,11%, 55,6%, 5,56% e 0% das áreas amostrais podem ser consideradas iguais para as geometria de visada 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

Nota-se que a geometria de visada 2 apresenta os resultados mais promissores para consideração das áreas amostrais 15, 16, 21 e 22 com resposta homogênea nas bandas RGB.

Tabela 2 – NDs médios e respectivos desvios padrão (DP) para as bandas RGB das imagens adquiridas com a geometria de aquisição de imagens 1.

Área amostral	NDR	DPR	NDG	DPG	NDB	DPB
15	66,75	0,84	67,79	0,27	66,85	0,83
16	67,98	1,06	68,86	0,80	68,43	0,68
21	66,70	0,51	67,30	0,28	66,34	0,84
22	66,90	0,44	67,06	0,24	65,91	0,87

Tabela 3 – NDs médios e respectivos desvios padrão (DP) para as bandas RGB das imagens adquiridas com a geometria de aquisição de imagens 2.

Área amostral	NDR	DPR	NDG	DPG	NDB	DPB
15	31,96	1,93	34,95	1,76	37,63	1,99
16	31,73	1,23	34,97	1,54	37,42	1,73
21	31,57	1,80	34,29	1,76	37,06	1,82
22	31,46	1,51	34,16	1,63	36,60	2,13

Tabela 4 – NDs médios e respectivos desvios padrão (DP) para as bandas RGB das imagens adquiridas com a geometria de aquisição de imagens 3.

Área amostral	NDR	DPR	NDG	DPG	NDB	DPB
15	22,69	0,34	25,34	0,62	27,20	0,84
16	23,18	0,55	25,91	0,70	27,73	0,63
21	22,48	0,31	24,43	0,70	26,40	0,72
22	22,65	0,18	24,89	0,48	26,69	0,91

Tabela 5 – NDs médios e respectivos desvios padrão (DP) para as bandas RGB das imagens adquiridas com a geometria de aquisição de imagens 4.

Área amostral	NDR	DPR	NDG	DPG	NDB	DPB
15	22,66	0,15	23,10	0,38	26,74	0,20
16	23,39	0,57	23,83	0,42	27,57	0,67
21	21,35	0,39	21,71	0,42	25,41	0,26
22	22,19	0,52	22,86	0,58	26,35	0,78

Observando cada geometria e cada banda do sensor de forma separada, tem-se que para a banda R as porcentagens de aceitação de homogeneidade entre as áreas amostrais foi 33,33%, 83,33%, 16,67% e 0%, respectivamente para as geometrias de aquisição 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Para a banda G, 0%, 33,33%, 0% e 0% das áreas amostrais, novamente para as geometrias de aquisição 1, 2, 3 e 4, respectivamente, foram consideradas homogêneas. Já para a banda B, as porcentagens das áreas amostrais tidas como homogêneas para as geometrias de aquisição de um a quatro são 0%, 50%, 0% e 0% respectivamente.

Dentre os motivos que podem ter afetado os NDs das imagens, destaca-se que as imagens foram adquiridas em campo, sem condições controladas do ambiente e sob forte ação do espalhamento atmosférico. Devido ao movimento solar durante o período de aquisição das imagens, a irradiância incidente variou drasticamente conforme a posição solar.

Considerando a aceitação do melhor resultado dentre as aquisições, a região delimitada pelas áreas amostrais 15, 16, 21 e 22 podem ser consideradas homogêneas quando são adquiridas imagens utilizando a geometria de aquisição 2.

Cálculo do ND médio para imagens de alvos coloridos para validação do primeiro experimento

Para validação da área homogênea da geometria de aquisição que apresentou resultados mais promissores, foram adquiridas imagens de doze placas coloridas (Figura 7) feitas de etil vinil acetato (EVA). Nesta geometria de aquisição a câmara digital forma ângulo de 90° no plano horizontal em relação à direção da radiação solar incidente no alvo e com 45° de inclinação da câmara em relação ao plano vertical.

As imagens foram adquiridas em campo, em um dia ensolarado e sem a presença de nuvens, entre 13h30 e 15h00. Ressalta-se que nesta geometria de aquisição, o ângulo horizontal formado entre o plano vertical da incidência solar e a câmara digital era 90°.

Foram adquiridas duas imagens de cada alvo utilizando a câmara Sony DSC-R1 com as mesmas configurações do primeiro experimento, exceto pelo F_{number} que foi definido com o valor 16.0 para evitar a saturação das imagens em virtude das condições de iluminação do dia do experimento. Em seguida calculou-se o ND médio e os respectivos valores de desvio padrão para as bandas RGB para a área delimitada pelas regiões 15, 16, 21 e 22 definidas no primeiro

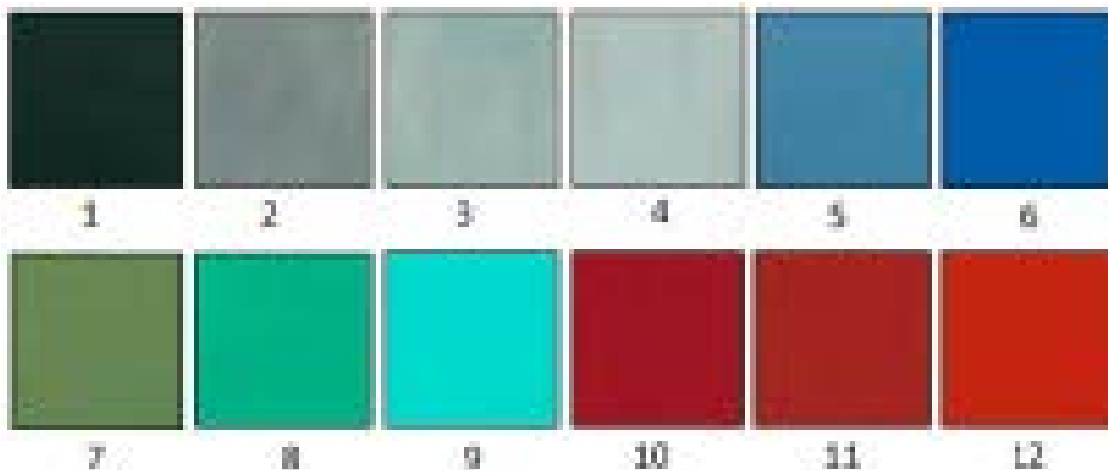
**Figura 7** – Alvos coloridos de EVA utilizados no experimento.

Tabela 6 – Média dos valores de ND e respectivos desvios padrão (DP) para as bandas RGB das imagens dos alvos coloridos de EVA.

Alvo	NDR	DPR	NDG	DPG	NDB	DPB
1	45,119	1,084	45,420	1,142	45,364	1,109
2	87,339	0,985	92,545	0,903	95,408	0,914
3	106,642	1,354	112,629	1,492	115,329	1,655
4	130,096	0,501	134,884	0,689	138,238	0,783
5	70,918	2,578	101,674	2,288	126,294	2,215
6	106,903	1,114	166,194	0,928	226,208	0,939
7	100,417	0,770	107,336	0,768	88,384	0,883
8	97,905	0,743	159,957	0,609	140,249	0,642
9	123,675	0,782	213,262	0,823	207,032	0,773
10	193,654	1,084	92,329	1,620	92,724	1,823
11	209,808	0,395	110,461	0,473	101,820	0,549
12	252,902	0,453	123,219	0,747	96,676	1,047

experimento. Os valores médios de ND para cada alvo, juntamente com os valores de desvio padrão (DP) são apresentados na Tabela 2.

Estes resultados mostram que, para a região amostral testada e para as bandas de cada alvo, 61,11% das variações dos valores de ND é menor do que 1 unidade, ou seja, variam menos do que 0,39% dos possíveis valores de ND para esta câmara, que descrevem 256 números digitais. Logo, esta região amostral pode ser considerada homogênea. Esta homogeneidade permite o uso desta região testada para calibração radiométrica absoluta desta câmara.

Ressalta-se ainda que a variação angular calculada a partir do centro do geométrico da câmara até cada região amostral é de $07^{\circ}16'11,80''$.

Conclusão

O objetivo deste trabalho foi a identificação de uma área homogênea em imagens de uma placa Spectralon quase lambertiana, onde o FRB também possa ser considerado homogêneo. Para tal, foram adquiridas imagens da placa Spectralon sob diferentes geometrias de visada e sob condições climáticas onde a reflexão fosse considerada difusa. As imagens foram adquiridas com a câmara digital Sony DSC-R1.

Uma região amostral foi testada para quatro geometrias de visada, porém, devido às variações da irradiância incidente, as geometrias de aquisição 1, 3 e 4 não apresentaram homogeneidade entre as áreas testadas. Já geometria 2 apresentou bons resultados e a área homogênea identificada foi validada pelos resultados do segundo experimento utilizando alvos coloridos.

No segundo experimento foram obtidos o ND médio, e respectivos desvios padrão, dos valores de ND para as bandas RGB de 12 alvos coloridos de EVA. Como os valores de desvio padrão foram baixos, atestou-se a homogeneidade da área amostral testada.

Em trabalhos futuros pretende-se realizar o teste de homogeneidade do sensor para regiões amostrais diferentes, bem como a aquisição de imagens com melhores condições de radiação difusa. Ainda pretende-se realizar a calibração radiométrica absoluta da câmara Sony DSC-R1 utilizando esta região amostral atestada como homogênea. Além disso, pretende-se realizar a calibração radiométrica relativa da mesma para que a calibração radiométrica absoluta possa ser posteriormente realizada utilizando toda a matriz de sensores da câmara.

Agradecimentos

Ao Marcus Vinícius Antunes de Moraes pelo desenvolvimento da rotina de medição dos NDs e pela ajuda na aquisição das imagens utilizadas neste trabalho. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de fomento (processo 130871/2014-1).

Referências

Beisl, U. (2006). Absolute spectroradiometric calibration of the ADS40 sensor. In *Proc. of the ISPRS Commission I Symposium "From Sensors to Imagery", Paris – Marne-la-Vallée*, 3–6.

- Guimarães, P. R. B. (2008). *Métodos Quantitativos Estatísticos* (1st ed.). Curitiba: IESDE Brasil.
- Honkavaara, E. (2008). Calibrating Digital Photogrammetric Airborne Imaging Systems Using a Test Field. Finnish Geodetic Institute.
- Jensen, J. R. (2009). Sensoriamento remoto do ambiente: uma perspectiva em recursos terrestres. Parêntese Editora.
- Markelin, L., Honkavaara, E., Peltoniemi, J., Ahokas, E., Kuittinen, R., Hyypä, J., Kukko, A. (2008). Radiometric Calibration and Characterization of Large-format Digital Photogrammetric Sensors in a Test Field. In *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 74, 1487–1500.
- Martonchik, J. V., Bruegge, C. J., & Strahler, A. H. (2009). A review of reflectance nomenclature used in remote sensing. *Remote Sensing Review*.
- Nicodemus, F. E., Richmond, J. C., Hsia, J. J., Ginsberg, W. I., & Limperis, T. (1977). Geometrical considerations and nomenclature for reflectance. *Applied Optics*, 9, 1474–1475.
- Schaepman-Strub, G., Schaepman, M. E., Painter, T. H., Dangel, S., & Martonchik, J. V. (2006). Reflectance quantities in optical remote sensing—definitions and case studies. In *Remote Sensing of Environment*, 103(1), 27–42.

