



ma de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución

State of the art review of the vehicle routing problem: A historic account with solving methods

Linda Bibiana Rocha Medina
Estudiante
Universidad Distrital FJC
Maestría en Ingeniería Industrial
lindarome@unisabana.edu.co

Elsa Cristina González La Rota
Estudiante
Universidad Distrital FJC
Maestría en Ingeniería Industrial
crissgonz@gmail.com

Javier Arturo Orjuela Castro
Docente
Universidad Distrital FJC
Facultad de Ingeniería
jorjuela@udistrital.edu.co

Resumen

Este artículo presenta una revisión bibliográfica acerca de la historia, tipologías y métodos de solución del Problema de Ruteo de Vehículos (VRP). Explica las diferentes variaciones que han surgido, y hace referencia a las categorías básicas de VRP, los métodos de solución propuestos, así como sus tendencias.

Palabras clave: Problema de Ruteo de Vehículos, Múltiples Viajes, Métodos Exactos, Heurísticas, Metaheurísticas.

Abstract

This paper is a literature review of the history, categories, and solution methods of the vehicle routing problem with multiple trips (Multi-trip VRP). It explains the beginning of the concept of VRP and discusses the different variations that have arisen recently. Solution methods, approaches and tendencies to these variations are described with references to further studies.

Key words: Vehicle Routing Problem, Solution Exact, Heuristics, Meta-heuristics Methods.

1. Introducción

En el ámbito de competencia que caracteriza al siglo XXI, la logística industrial es usada por las compañías con el fin de generar ventajas competitivas. Dentro de este contexto es de vital importancia los procesos de aprovisionamiento y/o distribución, por lo que el establecimiento de las rutas para vehículos de la manera más óptima ha generado un gran interés investigativo. Como resultado se han propuesto un sin número de modelos que abarcan este problema con el fin de mejorar el desempeño logístico.

El presente artículo se enfoca precisamente en este aspecto. En él se realiza una revisión del estado del arte acerca de la evolución del Problema de Ruteo de Vehículos (VRP, por sus siglas en inglés, *Vehicle Routing Problem*) desde su concepción. Se presenta una reseña

Fecha recibido: Junio 12/2011
Fecha modificado: Sept. 14/2011
Fecha aceptado: Octubre 20/2011

histórica acerca de la evolución del VRP comenzando con el Problema del Agente Viajero (TSP) planteado en 1956 hasta los trabajos recientes. Se busca lograr estructurar una taxonomía de los problemas tipo VRP, desde el punto de vista conceptual de formulación matemática y además, de los métodos de solución empleados. La idea es generar en el lector un panorama ordenado y diferenciado de la construcción a través del tiempo de los modelos de ruteo. Para claridad en el apéndice en la Tabla I se incluyen las siglas y denominaciones más comunes para el problema de VRP.

2. Metodología

Para la elaboración de este artículo se consultaron diferentes bases de datos bibliográficas (Academic Search Premier, Fuente Académica, MasterFILE Elite, Oaistier, Scirus, SpringerLink, ISI Web of Knowledge, JSTOR). Se realizó un ejercicio en el que se examinaron los artículos publicados anualmente a partir del año en el cual se encontraron registros acerca del ruteo VRP en cada base de datos. De los artículos de interés encontrados se establecieron los más relevantes en búsqueda de las características principales del tema como antecedentes y fuentes importantes. A partir de dichas fuentes se revisaron los estudios y trabajos de los cuales se obtuvo información específica. Con esta información se elaboró una reseña histórica de los autores que trabajaron (trabajan) el tema y con ello se estableció el estado del arte.

3. Marco teórico

Hay una tendencia creciente de publicaciones académicas sobre los problemas de ruteo publicadas en las bases de datos consultadas: Academic Search Premier, Fuente Académica, ISI Web of Knowledge, JSTOR, MasterFILE Elite, Oaistier, Scirus y SpringerLink, evidenciando que entre los años 1975 y hasta 2010, los primeros artículos sobre este tema fueron publicados antes de 1977, siendo hasta ese punto relativamente poco tratado. A partir del año 1989 hubo un aumento importante de publicaciones. A medida que pasa el tiempo, la investigación sobre ruteo de vehículos avanza y la cantidad de artículos publicados aumenta, dando como resultado que en 2009 se encontraban en total en estos repositorios 620 artículos.

A continuación se describe la evolución del VRP, su taxonomía de acuerdo con la formulación de modelos matemáticos y los métodos de solución utilizados para resolverlo.

3.1. Evolución Histórica según la Formulación de VRP

El problema de VRP es uno de los más comunes en la optimización de operaciones logísticas y uno de los más estudiados; plantea la búsqueda de la solución óptima con diferentes restricciones tales como: número de vehículos, su capacidad, lugares de destino (clientes) y demanda de los clientes, entre otras. Una formulación de éste tipo puede incluir un amplio número de variables y diversos parámetros. Este tema presenta un interés práctico y académico por constituirse en un problema de optimización combinatoria y pertenecen en su mayoría a la clase NP-Hard, pues no es posible resolverlos en tiempo polinomial [1] [2] [3].



El primer problema planteado tipo VRP fue el del agente viajero o TSP (*Travelling Salesman Problem*) introducido por Flood en 1956. El problema recibe éste nombre porque puede describirse en términos de un agente vendedor que debe visitar cierta cantidad de ciudades en un solo viaje, de tal manera que inicie y termine su recorrido en la ciudad “origen”; el agente debe determinar cual ruta debe seguir para visitar cada ciudad una sola vez y regresar de tal manera que la distancia total recorrida sea mínima.

De la formulación propuesta por Flood, nacen variaciones como el TPS generalizado en 1959 con Dantzing y Ramser; trabajo en el cual se modela el despacho de combustible a través de una flota de camiones a diferentes estaciones de servicio, desde una terminal. Este trabajo se convierte en la base para un desarrollo posterior de otras formulaciones que van incrementando el número de variables y restricciones [1] [4] [5].

Se encuentra la primera referencia del TSP múltiple o m -TSP en 1960 con Miller, Tucker y Zemlin. Este problema es una generalización del TSP en la cual se tiene un depósito y m vehículos, es decir m agentes viajeros. El objetivo planteado es construir exactamente m rutas, una para cada vehículo, de modo que cada cliente sea visitado una vez por uno de los vehículos. Cada ruta debe comenzar y finalizar en el depósito y puede contener a lo sumo p clientes. En el problema m -TSP a cada cliente se le asocia una demanda y cada vehículo cuenta con cierta capacidad, razón por la que se concluye que el problema del agente viajero da origen al problema de ruteo [1].

En 1969, a partir del trabajo de Tillman, se da origen al TSP probabilístico o PTSP. El objetivo de este problema es encontrar el mínimo costo de recorrido esperado a través de un conjunto de nodos con probabilidades asociadas a la presencia o no de consumidores que requieren ser servidos [5]. La Figura 1 presenta un resumen de los primeros modelos VRP, como se ha mencionado hasta el momento.

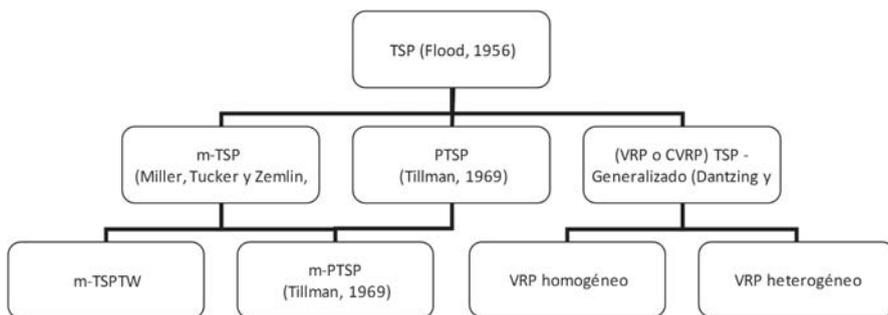


Figura 1. Modelos originarios del problema VRP.

La primera consideración a observar es que el TSP generalizado, es decir el problema de los m agentes viajeros puede ser asumido como un VRP y aún más allá, como un CVRP (*Capacited VRP*), es decir como un problema de ruteo de vehículos donde la capacidad de la flota se convierte en restrictiva para la formulación. La función objetivo del CVRP minimiza el costo total para surtir a todos los consumidores. En este tipo de problema, a los consumidores les corresponde una demanda determinística, todos los vehículos son iguales y salen de un centro de distribución.

El CVRP encuentra una cantidad exacta de rutas con mínimo costo definido como la suma de los costos de los arcos pertenecientes a los recorridos, de tal manera que cada recorrido visita el centro de distribución, cada centro de consumo es visitado por exactamente un vehículo y la suma de las demandas de los centros de consumo visitados no excede la capacidad del vehículo. Cuando el costo de ir de un centro de consumo i a otro centro de consumo j es igual al costo de ir del centro de consumo j al centro de consumo i el problema es llamado CVRP Simétrico (*Symmetric CVRP*, SCVRP) en caso contrario se denomina CVRP Asimétrico (*Asymmetric CVRP*, ACVRP) [1] [6] [7].

A partir del TSP generalizado (es decir el VRP o CVRP) se desprenden dos grandes categorías definidas en este artículo: El VRP homogéneo y el VRP heterogéneo. El VRP homogéneo se refiere a características comunes en las que todos los nodos manejan el mismo recurso como distancia, ventanas de tiempo, retornos y entregas fraccionadas. Por su parte, el VRP heterogéneo se refiere a componentes desiguales en las que cada nodo maneja recursos distintos bien sea flota de vehículos, depósitos, viajes y componentes estocásticos en algunos casos.

A continuación se presenta la taxonomía establecida en la presente revisión bibliográfica de las diferentes variantes surgidas dentro de estas categorías.

3.1.1. VRP Homogéneo

Los modelos VRP **homogéneo**, se pueden subdividir en cuatro tipos: DVRP (*Distance VRP*), VRPTW, (*VRP with time windows*), VRPB (*VRP with backhauls*, es decir, con retornos) Y SDVRP (*Split delivery VRP*, con entregas divididas). Se considera el DCVRP (*Distance and capacited VRP*) como una sub división del DVRP, los cuales han sido estudiados en [1] [4] [5].

El VRPTW que aparece en 1967, presenta las variaciones tales como el VRPTD (*VRP with time deadlines*, ventanas rígidas de tiempo) en 1986, el VRPMTW (VRP con ventanas de tiempo múltiples) el cual es formulado en 1988; y VRPSTW (*VRP with soft time windows*, ventanas blandas de tiempo) en 1992 (ver [1] [4] [5]).

El tercer tipo de modelos en el VRP homogéneo, es el VRPB en 1985, que deriva en VRPBTW en 1994, una combinación de VRPB y VRPTW. El último tipo en desarrollar-

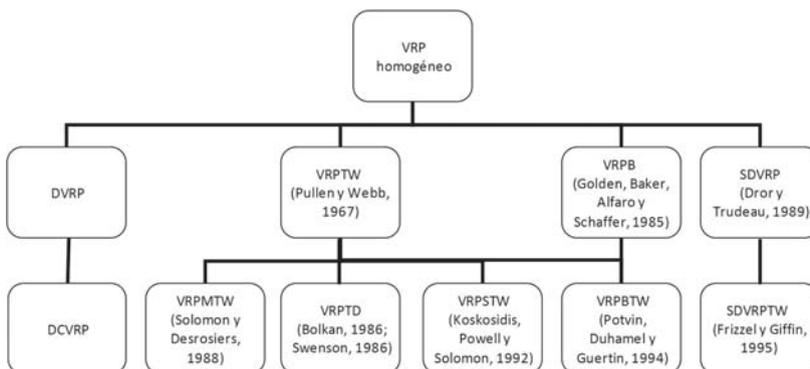


Figura 2. Taxonomía para el VRP Homogéneo



se es el SDVRP (Split Delivery VRP, con entregas fraccionadas) en 1989. En 1995 sufre una variación denominada SDVRPTW (entregas fraccionadas y ventanas de tiempo), siendo la unión del SDVRP y VRPTW (ver [1] [4] [5]).

La Figura 2 presenta la taxonomía para la categoría el VRP homogéneo. Cada tipología de VRP referencia el autor o autores que proponen su formulación matemática y el año de realización.

Las siguientes son las principales variantes de los VRP homogéneos.

DCVRP. Toth y Vigo muestran la primera variante del CVRP en un VRP con restricciones de distancia (DVRP). En este problema la restricción de capacidad es remplazada por la restricción de máxima longitud (o tiempo) y la longitud de los arcos para cada ruta no puede exceder la máxima longitud de la ruta. De presentarse restricción tanto en la capacidad del vehículo como en la distancia máxima el problema es llamado DCVRP [1] [6] [7].

VRPTW. Es un problema de VRP con la restricción adicional de una ventana de tiempo asociada a cada consumidor, definiendo un intervalo dentro del cual el consumidor debe ser atendido, el intervalo en el depósito es llamado horizonte de programación. En este tipo cada consumidor está asociado con un intervalo de tiempo llamado *Time Window* (Ventana de Tiempo). En el instante en el que los vehículos salen del centro de distribución, se da el tiempo de recorrido para cada arco y así mismo un tiempo de servicio adicional para cada consumidor. El servicio de cada consumidor debe empezar dentro de la ventana de tiempo asociada y el vehículo debe parar en el centro de consumo por instantes de tiempo [1] [7] [8].

En caso que el vehículo llegue antes del tiempo establecido, este debe esperar hasta el instante de tiempo en el que el servicio deba empezar. Las ventanas de tiempo están definidas de tal manera que se asume que todos los vehículos salen del centro de distribución en el tiempo cero. En este problema se debe encontrar una cantidad de recorridos simples con el mínimo costo de tal manera que cada ruta o recorrido visita el centro de distribución, cada centro de consumo es visitado solamente por una ruta, la suma de las demandas de los centros de consumo visitados por un recorrido no excede la capacidad del vehículo, para cada centro de consumo el servicio comienza dentro de la ventana de tiempo y el vehículo se detiene por instantes de tiempo. Este tipo de problema tiene extensiones como VRPMTW, VRPTD y VRPSTW [1] [7].

VRPB. En el VRP con retornos (*Backhauls*) (VRPB) los consumidores pueden demandar o retornar algunas mercancías. Es necesario tener en cuenta cuales de los bienes que los consumidores devuelven al vehículo de reparto pueden caber en él. El supuesto más crítico en lo que respecta a todas las entregas, es que éstas deben ser realizadas en cada ruta antes de que alguna recogida¹ pueda ser iniciada. Esto surge del hecho de que los vehículos son cargados en la parte trasera y las cargas reacomodadas en los camiones y que los puntos de entrega son considerados económicamente factibles. Las cantidades a ser distribuidas y recogidas son fijas y conocidas con anticipación [1] [7].

¹ Se refiere a la actividad de recoger mercancías o materiales para llevar a la empresa.

En el problema tipo VRPB el conjunto de clientes se divide en dos. El primero contiene n centros de consumo con línea de recorrido (*linehauls*), que requieren que una cantidad dada de productos sea entregada y el segundo contiene m centros de consumo con recorrido de vuelta o retornos (*backhauls*), donde se requiere que una cantidad de productos dada deba ser recogida.

En esta variación de VRP hay una restricción importante entre *linehaul* y *backhaul*, cuando una ruta pueda servir a ambos tipos de consumidores todos los centros de consumo con *linehauls* deben ser atendidos antes que algún centro de consumo con *backhauls*, si los hay [1] [7].

Este VRPB consiste en encontrar una cantidad de recorridos simples con mínimo costo de tal manera que cada ruta o recorrido visita el centro de distribución, cada centro de consumo es visitado solamente por una ruta y la suma de las demandas de los centros de consumo con *linehaul* y *backhaul* visitados por un recorrido no excede, individualmente, la capacidad del vehículo [1] [7].

SDVRP. Es una relajación del VRP en donde se permite que el mismo cliente pueda ser atendido por diferentes vehículos siempre y cuando se reduzca el costo total. Esta condición es importante si los tamaños de las órdenes de los clientes copan la capacidad de un vehículo [1] [4] [5] [7].

3.1.2. VRP Heterogéneo

Los modelos VRP heterogéneos referidos a componentes desiguales, se han clasificado de acuerdo al estudio realizado, en los siete tipos mostrados en la Figura 3. Se presenta el nombre del modelo, los autores que los formularon y el año de presentación del trabajo. Para el significado de los acrónimos ver el apéndice la tabla I.

A continuación se describen los detalles de cada variante.

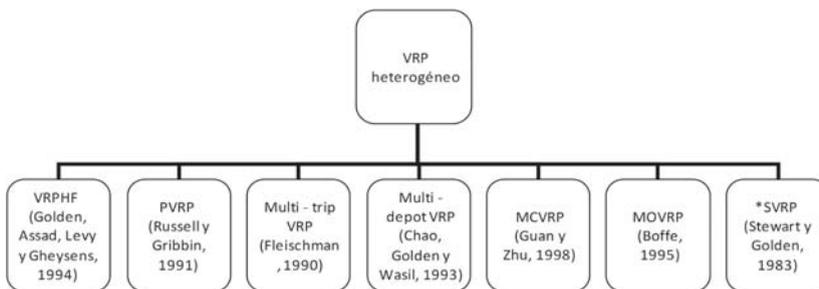


Figura 3. Taxonomía para el VRP Heterogéneo

VRPHF: En él los costos y capacidades de los vehículos varían; en esta formulación se asume que la cantidad de vehículos de cada tipo es ilimitada, se decide sobre las rutas y la composición de la flota de vehículos a utilizar. Este tipo de problema comprende otras variaciones (para el significado de los acrónimos ver el Apéndice 1 Tabla 1), como se muestra en la Figura 5 [1] [4] [5] [7] [9]-[12].

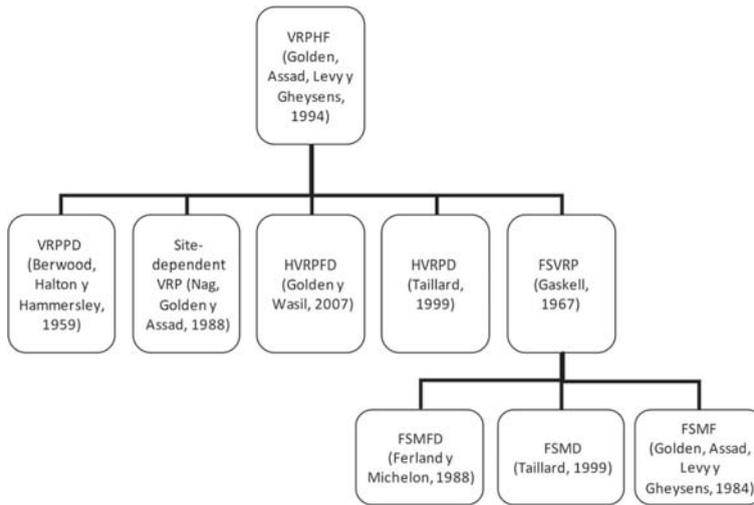


Figura 4. Taxonomía para el VRPHF

PVRP: En los VRP clásicos, típicamente el periodo de planeación es de un solo día, en el caso del VRP periódico (PVRP) el modelo se extiende a un período de planeación de M días.

Multi-Trip VRP: Consiste en que cada vehículo puede llevar a cabo varias rutas en el mismo periodo de planeación [13] [14]. Resolver este tipo de problema no sólo implica el diseño de un conjunto de rutas, sino también la asignación de esas rutas de los vehículos disponibles. Esto hace que este tipo de problema sea muy práctico a nivel operativo, en el cual los horarios diarios de los conductores deban estar diseñados para una flota de vehículos fija.

Una compañía puede tener muchos depósitos para atender a sus clientes. Si los clientes son agrupados alrededor de los depósitos, entonces el problema de distribución debe ser modelado con un conjunto de VRP independientes. Sin embargo, si los clientes y los depósitos están entremezclados entonces se debe plantear como un problema VRP multi-depósito (*MDVRP*, *Multiple-Depot VRP*). Un MDVRP requiere de la asignación de clientes a depósitos, de la asignación de una flota de vehículos a cada depósito, cada vehículo origina desde un depósito, un servicio al cliente asignado a ese depósito, y el retorno al mismo depósito [1] [4] [5] [7].

MCVRP: Consiste en transportar más de una cantidad de objetos a la vez, es decir, si el CVRP se puede considerar como VRP con capacidad 1 y el MCVRP se considera como capacidad mayor a 1 [15].

MOVPR: Consiste en utilizar varios objetivos que pueden relatar diferentes aspectos del VRP como ruta (costo, beneficio, etc.), nodos y arcos (ventanas de tiempo, satisfacción del cliente, etc.) y recursos (mantenimiento de flota de vehículos, especificaciones de producto, etc.) [5].

SVRP: Se trata del Problema de Ruteo de Vehículos Estocástico donde uno o varios componentes de la formulación son aleatorios. Fue planteado inicialmente en 1983, e

incluye tres variaciones [1] [4] [5] [7] [16]-[20]: VRPUD, cuando la demanda de cada consumidor es una variable aleatoria; VRPSTT cuando los tiempos de servicio y tiempos de viaje son variables aleatorias; y el SVRP-SN, en el cual cada consumidor tiene una probabilidad p de presentarse y $(1-p)$ de estar ausente. La Figura 5 muestra la clasificación de éste tipo de modelos.

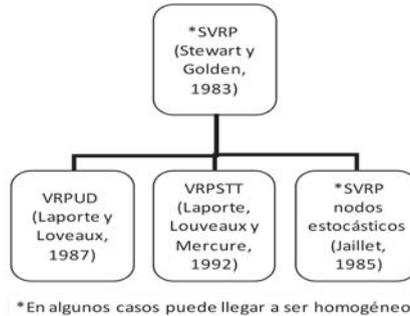


Figura 5. Taxonomía para el SVRP

3.2. Evolución Histórica según Métodos de Solución

En lo que respecta a los métodos de solución, de la revisión bibliográfica se concluyó que se han abordado tres grandes categorías, las cuales pueden ser agrupadas de la siguiente manera: métodos exactos, heurísticas y metaheurísticas. La Figura 6 muestra dicha taxonomía mencionada, a partir de la cual se desprenden las demás clasificaciones que se explicarán a continuación.



Figura 6. Taxonomía según métodos de solución

3.2.1. Métodos Exactos

Los métodos exactos son eficientes en problemas hasta 50 depósitos [13] debido a restricciones de tiempo computacional. Los métodos exactos se pueden clasificar en tres grupos: búsqueda directa de árbol, programación dinámica, programación lineal y entera. En la Figura 7 se muestra esta clasificación [21].



Figura 7. Taxonomía para los métodos exactos de solución



Métodos de Búsqueda Directa de Árbol: La búsqueda se realiza sobre todos los nodos de un árbol de acuerdo a criterios específicos propios de cada método. La Figura 8 se muestra la clasificación establecida a partir de [21]. Una descripción breve se presenta a continuación:

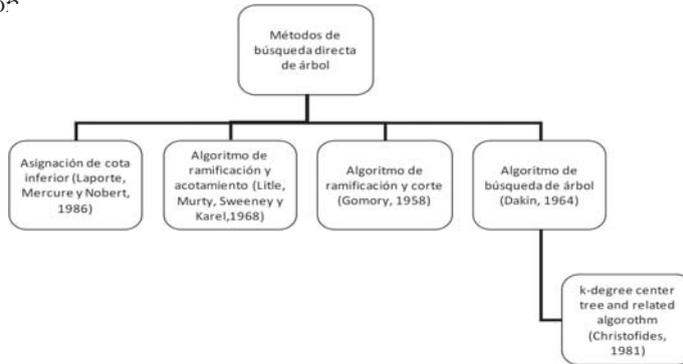


Figura 8. Taxonomía para los métodos de solución mediante búsquedas en árbol

El algoritmo de asignación de cota inferior asigna una cota inferior que permite disminuir el número de vehículos requeridos para visitar todos los vértices. Esto se realiza por medio del m-TSP, como relajación del VRP, proporcionando una cota superior para el número de vehículos y transformándolo en un TSP [21].

Por su parte, el algoritmo de ramificación y acotamiento consiste en recorrer cada nodo del árbol desde el nivel superior hacia la base del árbol y los nodos terminales resolviendo en cada nodo un programa lineal y determina que nodos pueden eliminarse. Un nodo se elimina (junto con sus descendientes) si no existe una solución factible; pero si existe solución factible se convierte en una cota inferior. El algoritmo termina cuando todos los nodos han sido revisados y la solución óptima es la de mayor cota inferior [22].

El árbol del centro de k -grados (*k-degree center tree algorithm*) trabaja con un número fijo de vehículos, una solución factible en el conjunto de aristas se divide en cuatro subconjuntos que son: las aristas que no pertenecen a la solución, las aristas que forman el árbol, las aristas que inciden en el primer vértice y las aristas que no inciden en el primer vértice. Estos subconjuntos se traducen en restricciones en el modelo y la solución objetivo consiste en sumar el costo de todas las aristas en la solución [21].

Programación Dinámica: Propuesto por Eilon, Watson-Gandy y Christofides en 1971. En el método se considera un número fijo de m vehículos. Encuentra primero el costo mínimo alcanzable utilizando k vehículos, teniendo en cuenta la función del costo en la longitud de una ruta de vehículos a través de todos los vértices del subconjunto, luego encuentra el costo de todos los subconjuntos de vértices con m vehículos [21].

Programación Lineal y Entera: En la Figura 9 se muestran las tres técnicas comprendidas dentro de esta clasificación [21].

El método de partición y generación de columnas se considera un conjunto factible de rutas y un coeficiente binario que es igual a uno si y solo si determinado depósito pertenece a una ruta. También se tiene en cuenta el costo óptimo de una ruta y una variable binaria que es igual a uno si y solo si esa ruta es utilizada en la solución óptima.

El valor de este costo se obtiene resolviendo un TSP. Por su parte el método de flujo de vehículos de 2 índices y 3 índices fue desarrollado para CVRPTW. En la formulación de 2 índices X_{ij} representa el camino que une el depósito i con el depósito j . En la formulación de 3 índices la variable X_{ijk} indica el camino que une el depósito i con el depósito j , utilizando el vehículo k . El algoritmo desarrollado está basado en una formulación que garantiza la solución óptima en un número finito de pasos, si se ejecuta hasta finalizarlo. La formulación no exige que los vehículos sean idénticos [21].

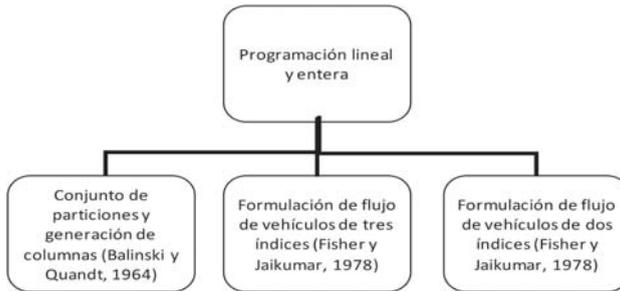


Figura 9. Taxonomía para los métodos de solución de Programación Lineal y Entera

3.2.2. Heurísticas

Las heurísticas son procedimientos que proporcionan soluciones de aceptable calidad mediante una exploración limitada del espacio de búsqueda [4] [23]-[30]. Clarke y Wright, propusieron el primer algoritmo que resultó efectivo para resolver el VRP en 1964. La mayoría de las heurísticas clásicas para resolver el VRP fueron desarrolladas entre 1960 y 1990. Estos métodos parten de rutas que contienen un único nodo para encontrar el mejor par (nodo, ruta) que representa la mejor intersección [1] [2] [3] [31] [32].

En este artículo se han clasificado los métodos heurísticos en métodos constructivos, métodos de dos fases y heurísticas de mejora, como se observa en la Figura 10.

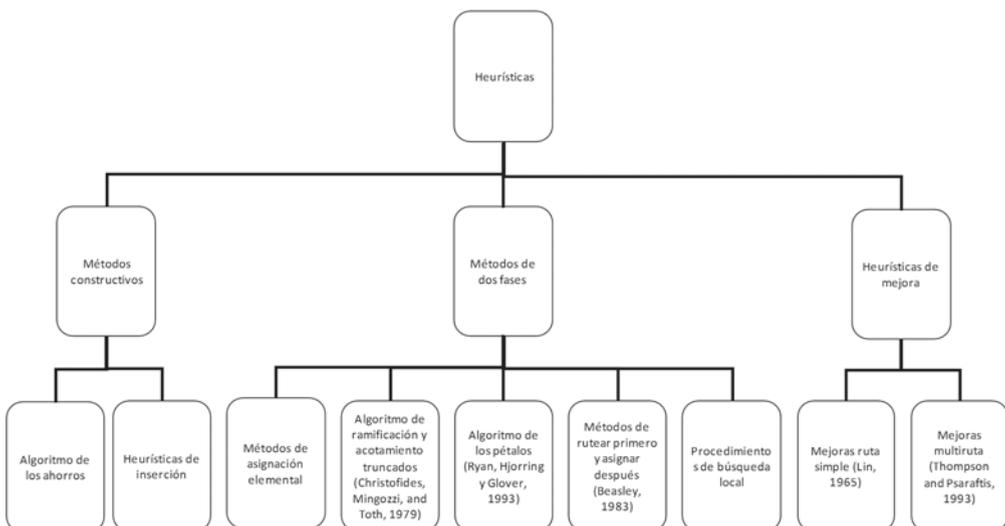


Figura 10. Taxonomía para los métodos de solución heurísticos



Métodos Constructivos: En los métodos constructivos se encuentran los algoritmos de los ahorros y las heurísticas de inserción, los cuales son ampliamente conocidos dentro del campo de la investigación de operaciones. Los algoritmos de los ahorros (*Savings Algorithms*) comprenden el algoritmo de los ahorros de Clarke y Wright, el algoritmo de los ahorros mejorado y el algoritmo de los ahorros basado en coincidencia. En la Figura 11 se muestra la clasificación establecida a partir de los algoritmos de ahorros.

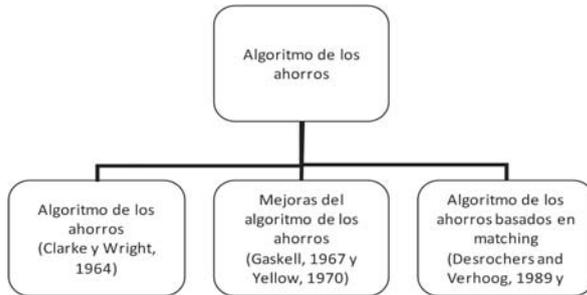


Figura 11. Taxonomía para los métodos de solución mediante algoritmo de ahorros

El algoritmo de los ahorros de Clarke y Wright se aplica generalmente a problemas para los cuales el número de vehículos es una variable de decisión, calcula el mayor ahorro en distancia, al utilizar los arcos. Si en una solución se encuentran dos rutas diferentes y estas dos rutas pueden ser combinadas para obtener una nueva en la cual se encuentre mayor ahorro en sus arcos entonces se utilizará esta nueva ruta [1] [4]. En la Figura 12 se muestra la representación en forma de grafo para esta heurística [4].

El algoritmo original de Clarke y Wright produce buenas rutas al inicio pero no hacia el final, pues incluye algunas rutas circulares. El algoritmo de Clarke y Wright mejorado propuesto por Laporte, Toth y Vigo generalizaron los ahorros mediante un parámetro llamado Shape Parameter o Parámetro de Forma que penaliza la unión de rutas con clientes lejanos [1] [4].

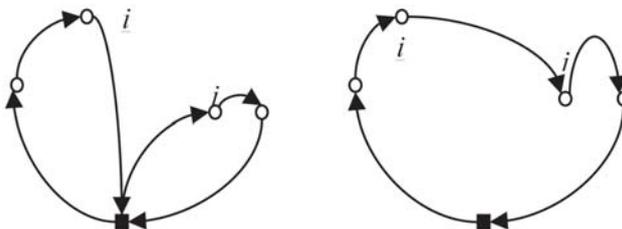


Figura 12. Heurística del algoritmo de los ahorros de Clarke y Wright

Por su parte los algoritmos de los ahorros basados en coincidencia² (*Matching-Based Savings Algorithms*) son una modificación del algoritmo de ahorros estándar y plantean realizar la unión de dos rutas teniendo en cuenta las posibles uniones subsiguientes. Esto se realiza mediante un grafo que tiene todas las rutas en nodos y un arco entre dos nodos, el ahorro se obtiene al combinar las rutas correspondientes siempre que sea factible [4].

² En un grafo significa un conjunto de arcos que no tienen extremos en común y el peso de una coincidencia (*matching*) es la suma de los pesos de sus arcos.

En lo que concierne a las heurísticas de inserción, se encuentran dos algoritmos de dos fases cada uno, que aplican a problemas con un número de vehículos no específico [1] [31]. En la Figura 13 se muestra la clasificación establecida a partir de los autores consultados. Estas heurísticas crean soluciones mediante sucesivas inserciones de clientes en las rutas, es decir, en cada iteración se tiene una solución parcial cuyas rutas solo visitan un subconjunto de los clientes y luego se selecciona un cliente no visitado para insertarlo en la última ruta creada [4].

La heurística de inserción secuencial de Mole & Jameson utiliza parámetros para expandir una ruta en construcción. Para insertar un cliente se utilizan dos medidas; la primera medida es el costo de insertar el cliente no visitado en la ruta. Esta medida se utiliza para determinar la mejor posición de cada cliente no visitado, así mismo se calcula teniendo en cuenta únicamente las distancias sin reordenar los nodos que ya están en la ruta.

La heurística de inserción en paralelo de Christofides, Mingozzi & Toth es una heurística de inserción se dos fases que utiliza dos parámetros controlados λ y μ . En la primera fase se determina la cantidad de rutas a utilizar aplicando la primera fase del algoritmo de Mole & Jameson para obtener rutas compactas y conservar los clientes iniciales de cada ruta junto con la cantidad de rutas de la solución final. En la segunda fase se crean las rutas y se inserta el resto de los clientes en ellas [1].

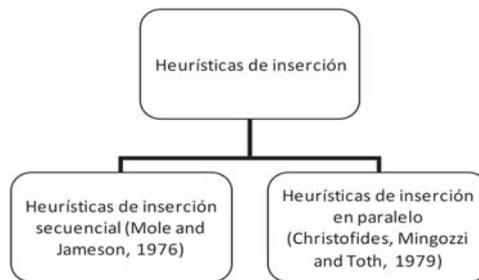


Figura 13. Taxonomía para los métodos de solución con heurísticas de inserción

Métodos de dos fases: En los métodos de dos fases se encuentran los métodos de asignación elemental, el algoritmo de ramificación y acotamiento truncados, el algoritmo de los pétalos, el método de rutear primero y asignar después y los procedimientos de búsqueda local. En la Figura 14 se muestra la clasificación establecida a partir de los autores [1] [4] [21]. Seguidamente se presenta una descripción de cada uno.

Métodos de Agrupamiento Elemental (Elementary Clustering Methods): En este tipo de métodos se encuentran el algoritmo de barrido (*sweep algorithm*), el algoritmo basado en asignación generalizada (*generalized-assignment-based algorithm*) y la heurística basada en localización (*location based heuristic*) [1] [4]. El algoritmo de Barrido (*sweep algorithm*) consiste en formar inicialmente agrupamientos girando una semirrecta con origen en el depósito e incorporando los clientes hasta violar la restricción de capacidad. Una ruta de vehículos es obtenida para el cluster resolviendo un TSP. En algunos casos de implementación es necesaria una fase de post-optimización en la cual los vértices se intercambian entre clusters adyacentes y las rutas son re-optimizadas.

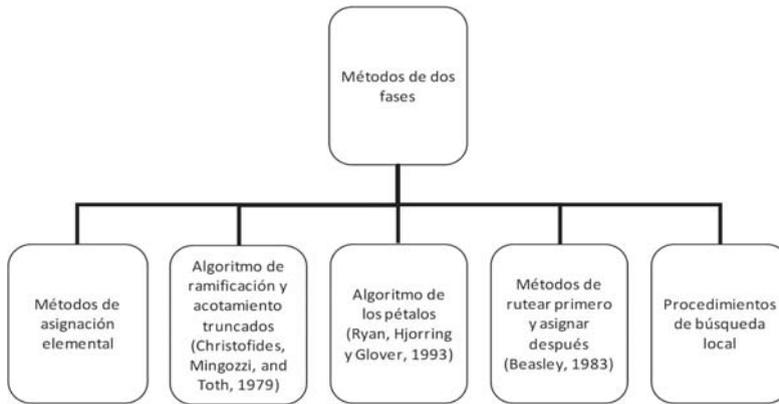


Figura 14. Taxonomía para los métodos de solución de dos fases

Por su parte el algoritmo basado en asignación generalizada (*generalized-assignment-based algorithm*) en lugar de utilizar un método geométrico para formar clusters utiliza un Problema de Asignación Generalizada (GAP). La primera fase de este algoritmo consiste en escoger los vértices semilla para construir los agrupamientos. En la segunda fase se asignan los vértices a cada agrupamiento sin violar la capacidad del vehículo resolviendo un GAP.

Por último en la heurística basada en localización (*location based heuristic*) las rutas iniciales (semillas) son establecidas como un problema de localización con capacidades y los vértices restantes son incluidos gradualmente en la ruta asignada en una segunda etapa. Para satisfacer las restricciones de capacidad y minimización de los costos se debe decidir sobre las semillas a colocar y los terminales a los cuales se van a conectar cada semilla pasa por. Las rutas de los vehículos se construyen entonces, insertando en cada paso, el cliente asignado para que las semillas tengan el menor costo de inserción.

Ramificación y Acotamiento Truncados (Truncated Branch and Bound). En este algoritmo el árbol de búsqueda tiene tantos niveles como rutas de vehículos y cada nivel contiene un conjunto de rutas de vehículos, para ello Christofides, Mingozzi y Toth proponen una implementación en la cual determinan una rama en cada nivel y una se descarta al paso de selección de la ruta. Se puede construir un árbol limitado manteniendo pocas rutas en cada nivel [1].

Algoritmos de los Pétalos (Petal Algorithms). Este algoritmo es una extensión del algoritmo de barrido y se utiliza para generar varias rutas llamadas pétalos con el fin de hacer una selección final resolviendo un *Set Partitioning Problem*. Se dispone de un conjunto de rutas R en la que cada cliente es visitado por varias rutas y se debe seleccionar un subconjunto de R que visite exactamente una vez cada cliente [1] [4] [33].

Métodos de Ruteo Primero y Asignación Después (Route-First, Cluster-Second Methods). Este método consta de dos fases. En la primera se calcula una gran ruta que visita a todos los clientes resolviendo un TSP sin tener en cuenta las restricciones del problema. Luego en la segunda fase, esta ruta gigante se descompones en varias rutas factibles, es decir, teniendo en cuenta la solución de la primera fase se determina la mejor partición teniendo en cuenta la capacidad del vehículo [1] [4].

Procedimientos de Búsqueda Local (Local Search Procedures). Los procedimientos de búsqueda local se aplican para mejorar una solución ya obtenida. En estos procedimientos se define un conjunto de soluciones vecinas y parte de una solución primaria para luego reemplazarla por una solución vecina con menor costo. El procedimiento se repite hasta que no pueda mejorar la solución. Los diferentes procedimientos de búsqueda local se pueden observar en la Figura 15, establecida a partir de los autores [1] [4] [21].

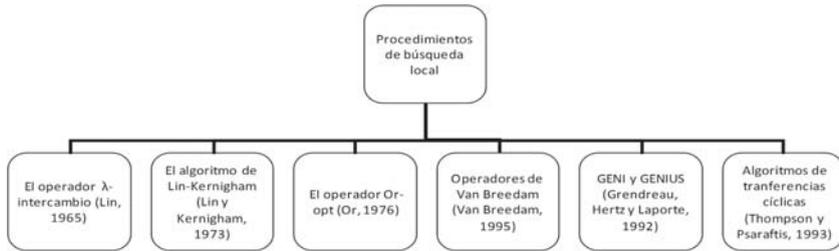


Figura 15. Taxonomía para los métodos de solución con búsqueda local

3.2.3. Metaheurísticas

Las metaheurísticas fueron desarrolladas hacia finales de la década de los 90 y se caracterizan por que realizan un procedimiento de búsqueda para encontrar soluciones de aceptable calidad, mediante la aplicación de operadores independientes del dominio que modifican soluciones intermedias guiadas por la idoneidad de su función objetivo. Dentro de estas se encuentran el Recocido Simulado, Redes Neuronales, Búsqueda Tabú, Algoritmos Genéticos, Algoritmos de Hormigas y Búsqueda de vecindades [32]. En la Figura 16 se muestra la clasificación establecida a partir de los autores [1] [4] [7] [34]-[39]

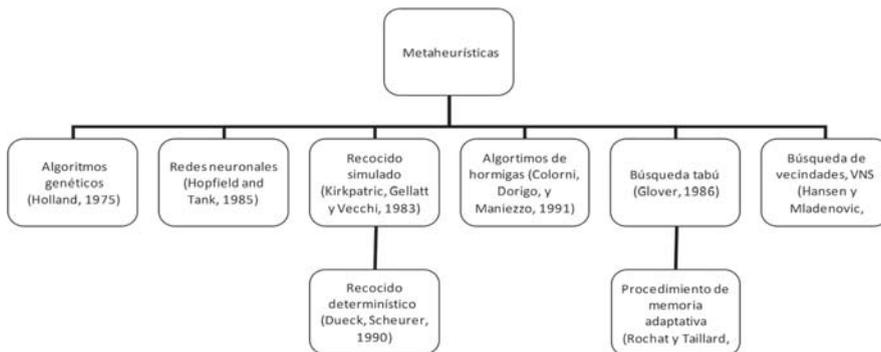


Figura 16. Taxonomía para los métodos de solución metaheurísticos

Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms*). Inspirado en la teoría de la evolución darwiniana, este algoritmo parte de una población inicial de individuos que representan soluciones iniciales factibles pero subóptimas. Seguidamente el algoritmo evoluciona mediante la aplicación de operadores evolutivos que combinan y modifican a los individuos de la población creando una nueva. Para cada individuo se define una función de aptitud $f(i)$ que califica su idoneidad. Usualmente, se trabajan tres operadores: selección, cruzamiento y mutación [1] [4] [40] [41] [56].



La forma de operar de estos algoritmos para la solución del VRP se resume de la siguiente forma. Se generan soluciones iniciales, las cuales representan cada viaje como una secuencia de ciudades (a diferencia de los algoritmos genéticos tradicionales que utilizan una representación de dígitos binarios). Para cruzar dos soluciones, se toma una subruta que no necesariamente cumpla que inicie y termine en el depósito, y se determina el cliente más cercano que no esté en la subruta. Si la ruta no fuera factible, se particiona. De ésta manera se genera un descendiente, es decir, una copia modificada de una de las soluciones iniciales. Usualmente para este tipo de problemas, se consideran cuatro operadores de mutación: intercambio de la posición de dos nodos en una ruta; inversión del orden de la ruta; re inserción de un nodo en una ruta diferente a la original y selección de una subruta para insertarla en otro lugar de la solución.

Algoritmos de Hormigas (*Ant Algorithms*). Estos algoritmos están inspirados en la estrategia que usan las colonias de hormigas en la búsqueda de alimentos. Cuando una hormiga encuentra el camino para ir a la fuente de alimento deposita una sustancia (feromona) que depende de la longitud del camino y la calidad del alimento. Las hormigas tienden a seguir los trayectos con mayor cantidad de feromonas puesto que es más probable que conduzcan más rápido hacia la fuente de alimento, lo que a su vez provoca un refuerzo de los mejores trayectos, es decir, los que demoren menos tiempo y por donde transiten la mayor cantidad de hormigas [1] [4] [43].

En el caso de los VRP, el modo de funcionamiento de estos algoritmos se resume así: Se inicializa el algoritmo colocando una hormiga en cada nodo. Para la construcción de caminos, se utiliza una regla probabilística que asigna una probabilidad igual a cero si el nodo ya fue visitado y diferente a cero para el caso contrario. La hormiga visita el nodo que tenga una probabilidad mayor. En cada arco, se actualiza la “feromona” y finaliza si se obtiene una solución inferior a una cota preestablecida, de lo contrario se recalculan probabilidades y la hormiga sigue construyendo soluciones.

Búsqueda Tabú (*Tabu Search*). Consiste en realizar una búsqueda local aceptando soluciones que mejoran el comportamiento del costo de tal manera que en cada iteración al algoritmo se mueve de una solución (st) a otra mejor ($st+1$) dentro de un subconjunto de soluciones cercanas. Como $st+1$ no necesariamente es el menor costo, se utiliza una memoria de corto plazo que registre algunos atributos de soluciones ya visitadas. Estas soluciones prohibidas se llaman soluciones tabú y las movidas que llevan a esas soluciones se llaman movidas tabú. En algunos casos es necesario aceptar soluciones tabú porque poseen mejores atributos que las demás y para esto se utiliza un criterio llamado criterio de aspiración; el criterio también se usa para aceptar soluciones que no son tabú. A estas soluciones por las cuales pasa el criterio de aspiración se llaman soluciones admisibles y la búsqueda se realiza sobre las soluciones admisibles de la vecindad [4] [44] [45] [56].

El procedimiento para un problema de ruteo debe responder a los seis criterios siguientes:

- *Algoritmo de búsqueda local*: Se genera una solución inicial de prueba, la cual puede ser cualquier secuencia de nodos, se inician las iteraciones seleccionando el mejor vecino inmediato que no esté descartado de la lista Tabú

- *Estructura de vecindad*: Se generan dos arcos (que unan dos nodos) y se eliminan dos de la solución actual, debe tenerse cuidado de descartar subviajes que solamente inviertan la dirección de la ruta.
- *Forma de los movimientos Tabú*: Enumerar los arcos de tal manera que un subviaje inverso se convierta en tabú si los dos arcos que se eliminan se encuentren en la lista.
- *Adición de un movimiento Tabú*: En cada iteración del algoritmo, después de incluir dos arcos a la solución actual, también se incorporan estos dos arcos a la lista tabú
- *Tamaño máximo de la lista Tabú*: Se debe generar un criterio bajo el cual un par de arcos se inserte a la lista y salgan los que llevan más tiempo en ella.
- *Regla de detención*: Criterio para detener el proceso puede ser después de un número consecutivo de iteraciones, donde no se produzca mejoras en la solución.

Otras metaheurísticas utilizadas en el problema VRP son Memoria Adaptativa (*Adaptive Memory*)³ [46]. Redes Neuronales (*Neural Networks*)⁴ [1]. Recocido Simulado (*Simulated Annealing*)⁵ [5] [42] [56] y Recocido Determinístico (*Deterministic Annealing*)⁶ [1].

4. Nuevas tendencias

En la década de los 90 se presenta una variación de VRP que se refiere a la idea de VRP con múltiples usos de vehículos (*VRP multiple use of vehicles*), basada en el supuesto que un vehículo puede hacer más un viaje en un periodo de planeación. Esta idea fue introducida por Fleischmann en 1990. En 1997 Brandao y Mercer lo trabajaron como VRP con viajes múltiples (*VRP with multiple trips*) resolviéndolo mediante una Búsqueda Tabú [47]-[49]. En 2002 Prins introdujo el VRP con viajes múltiples de flota heterogénea mediante un caso real a larga escala, luego en 2008 aparece el VRP con viajes múltiples periódico y el VRP con viajes múltiples independientes del sitio (*site-dependent*). El último trabajo encontrado sobre Multi-trip VRP es el VRPTW con múltiples usos de vehículos, resuelto mediante métodos exactos [13] [50] [51].

Los métodos de solución utilizados para resolver estas variaciones recientes del VRP han sido en su mayoría metaheurísticas tales como la Búsqueda Tabú y los Algoritmos Genéticos, pero se han empleado otros métodos como el algoritmo de memoria adaptativa, algoritmo genético híbrido, búsqueda de vecindades, algoritmo de ramificación y valor, estrategia de guía autoadaptativa, heurística multifase y heurística basada en ahorros [14] [27] [41] [46] [48] [52].

Entre los años 1999 y 2009, a partir del Problema VRPPD se desarrollaron variaciones de dicho problema de tal manera que se pueden considerar dos grandes clasificaciones: la primera son **problemas estáticos** donde los datos del problema son conocidos antes

³ Es una mejora de la búsqueda tabú propuesto por Rochat y Taillard en 1995. Construye buenas soluciones mediante la combinación de otras buenas soluciones. Una memoria contiene los componentes de las soluciones visitadas y periódicamente se construye una nueva utilizando datos en la memoria y se mejora mediante un procedimiento de búsqueda local, la mejor solución es utilizada para actualizar la memoria.

⁴ Modelo computacional compuesto de unidades interconectadas a través de conexiones fuertes, parecidas a las neuronas del cerebro humano. Se envía una señal desde una unidad a otra mediante una conexión y se modula a través del peso asociado.

⁵ Método de búsqueda local aleatorio, en el cual una modificación a la solución actual que conduzca a un incremento en el costo solución puede ser aceptado.

⁶ Funciona de una manera similar al recocido simulado, salvo que utiliza una regla determinística para aceptar un movimiento.



de construir las rutas y la segunda son **problemas dinámicos** en los cuales algunos datos solo son conocidos durante el periodo de tiempo de operación, además que el horizonte de planeación puede ser no acotado [53].

A partir del año 2002 y hasta el 2011, se desarrollaron **métodos exactos de solución** aplicables al CVRP y al VRPTW basados principalmente en dos técnicas: la primera es la formulación de **algoritmos de partición de conjuntos** que permiten incorporar restricciones adicionales que pueden ser aplicables en la modelación de situaciones específicas en la industria y la segunda son **algoritmos basados en la generación de columnas** que han sido derivados de pequeñas modificaciones de los algoritmos originales de generación de columnas para solucionar el VRP [54].

Los métodos de solución para el SVRP pueden ser aplicables a problemas que no tengan parámetros estocásticos pero con una estructura similar. En las últimas revisiones (2005-2010) se presenta un especial interés por los tiempos de viaje y de servicio aleatorios [55].

Es importante resaltar que en Colombia se ha presentado interés en los últimos años para el estudio de los problemas VRP, en especial en aplicaciones concretas, lo anterior se evidencia en la participación con ponencias en congresos internacionales, tal es el caso de lo presentado en el XVI congreso Latinoamericano de Investigación de operaciones (XVI CLAIO/ XVIV SPBO).

A manera de ilustración, se encontraron en CLAIO las siguientes ponencias realizadas por investigadores colombianos:

- “Diseño de un modelo matemático para el despacho de vehículos de emergencias médicas en Colombia”. En él se presenta un modelo de programación lineal entera mixta para solucionar un problema de despacho de vehículos en emergencias médicas que responde a un MDVRPTW que cambia a medida que se reciben llamadas en el sistema o ocurren daños en el vehículo [57].
- “Sistema de soporte a decisiones para el diseño de rutas escolares en Coomunclaver Ltda”. En este trabajo se implementa un algoritmo híbrido compuesto por una heurística constructiva y una autoinserción de CVRP mediante lenguaje de programación orientado a objetos con un sistema de información geográfica para resolver un VRP aplicado al diseño de rutas escolares [58].
- “Estrategias para el diseño e hibridación de una metaheurística basada en búsqueda dispersa que resuelva el problema MDVRP multiobjetivo: costo y balanceo de carga”. Aquí se presenta una formulación matemática y una aproximación metaheurística para un MO-MDVRP. Se trata de una estrategia de hibridación y la estructura general para la metaheurística de búsqueda dispersa multiobjetivo (*Multiobjective Scatter Search Metaheuristic*, MOSS), métodos constructivos y búsqueda local para las soluciones iniciales y optimización y estrategias de decisión multicriterio [58].
- “Hybrid heuristic for the inventory location-routing problem”. Presenta un método de solución a un problema de ruteo y localización de inventario mediante un modelo de programación lineal entera mixta. El método es un híbrido basado en el supuesto que los vehículos pueden visitar más de un vendedor por ruta y que las decisiones de administración de inventario son incluidas por un sistema multi-depósito multi-vende-

dor (*multi-depot multi-retailer system*) con capacidad de almacenamiento para un horizonte de planeación de tiempo discreto [59].

- “Vehicle routing problem with random components for the collection of perishable products”. Este trabajo presenta un modelo matemático para solucionar un SVRP para la recogida de productos perecederos que contempla la demanda, los tiempos de recorrido y los tiempos de servicio como variables aleatorias normales. El método de solución es un híbrido de dos fases compuesto por métodos exactos y una búsqueda tabú [60].

5. Conclusiones

El VRP es un problema recurrente dentro del campo de la logística, puesto que consiste en el diseño de rutas eficientes utilizando técnicas y algoritmos propios de la investigación de operaciones. Las tipologías de VRP han evolucionando a medida que aparecen nuevos requerimientos logísticos. Un primer resultado del estudio abordado en este trabajo es una taxonomía propuesta para clasificar dicha tipología de VRP basada en la inclusión de diferentes variables, parámetros y restricciones, y que ha considerado desde los modelos originalmente propuestos a mediados del siglo anterior, hasta los de hoy en día.

La segunda tipología encontrada en el estudio se refiere a los métodos de solución propuestos para el VRP. En este sentido, se presentó una taxonomía que diferencia los métodos exactos, heurísticas, metaheurísticas o hibridaciones de los anteriores.

Adicionalmente se puede resaltar que en el contexto competitivo de la economía de hoy, los más recientes modelos VRP han tomado particular relevancia, en la medida en que abarcan problemas logísticos actuales referentes a múltiples viajes con ventanas de tiempo (Multi-trip VRP) y problemas incluyendo variables con comportamiento estocástico (SVRP).

La revisión bibliográfica realizada permitió realizar las taxonomías aquí propuestas; estas se presentan a manera de guía básica que permita a investigadores o ejecutivos en logística encontrar puntos de partida y referencias a para revisar en profundidad la literatura que permita abordar el estudio de problemas VRP que sean de su interés.

Por último vale la pena destacar que el problema de VRP ha generado un creciente interés en los grupos de investigación en Colombia, con varios modelos propuestos para a algunos de los problemas descritos en este artículo. El hecho de que se abarquen estos temas es de importancia para las soluciones logísticas que requieren las empresas colombianas, dentro de entornos cada vez más exigentes de mercados globalizados y acuerdos de libre comercio en aumento.

Apéndice: Tabla I. Siglas por tipos de VRP

SIGLA	SIGNIFICADO
TSP	Travelling Salesman Problem (Problema del Agente Viajero)
m-TSP	Multiple Travelling Salesman Problem (Problema del Agente Viajero Múltiple)
m-TSPTW	Multiple Travelling Salesman Problem Time Windows (Problema del Agente Viajero Múltiple con Ventanas de Tiempo)
m-PTSP	Multiple Probabilistic Travelling Salesman Problem (Problema del Agente Viajero Múltiple Probabilístico)
PTSP	Probabilistic Travelling Salesman Problem (Problema del Agente Viajero Probabilístico)
CVRP	Capacited Vehicle Routing Problem (Problema de Ruteo de Vehículos Capacitado)
DVRP	Distance Vehicle Routing Problem (Problema de Ruteo de Vehículos con restricciones de Distancia)



DCVRP	Capacited and Distance Vehicle Routing Problem (Problema de Ruteo de Vehículos con restricciones de Capacidad y Distancia)
VRPTW	Vehicle Routing Problem Time Windows (Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo)
VRPMTW	Vehicle Routing Problem Multiple Time Windows (Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo Múltiples)
VRPTD	Vehicle Routing Problem with Time Deadlines (Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo Duras)
VRPSTW	Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows (Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de tiempo duras Flexibles)
VRPB	Vehicle Routing Problem with Backhauls (Problema de Ruteo de Vehículos con Retornos)
VRPBTW	Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows (Problema de Ruteo de Vehículos con Retornos)
SDVRP	Split Delivery Vehicle Routing Problem (Problema de Ruteo de Vehículos con Entregas Fraccionadas)
SDVRPTW	Split Delivery Vehicle Routing Problem with Time Windows (Problema de Ruteo de Vehículos con Entregas Fraccionadas y Ventanas de Tiempo)
VRPHF	Vehicle Routing Problem Heterogeneous Fleet (Problema de Ruteo de Vehículos Flota Heterogénea)
VRPPD	Vehicle Routing Problem Pickup and Delivery (Problema de Ruteo de Vehículos Recogida y Entrega)
VRPPDTW	Vehicle Routing Problem Pickup and Delivery and Time Windows (Problema de Ruteo de Vehículos Recogida y Entrega con Ventanas de Tiempo)
Site-dependent VRP	Vehicle Routing Problem Site-dependent (Problema de Ruteo de Vehículos Dependiente del Sitio)
HVRPFD	Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Vehicle Dependent Routing Fixed Cost (Problema de Ruteo de Vehículos Heterogéneo con Costo Fijo y Vehículos Dependientes de Ruta)
HVRPD	Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Vehicle Dependent Routing Cost (Problema de Ruteo de Vehículos Heterogéneo con Costo y Vehículos Dependientes de Ruta)
FSVRP	Fleet Size Vehicle Routing Problem with (Problema de Ruteo de Vehículos Tamaño de Flota)
FSMFD	Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Fixed Costs and Vehicle Dependent Routing (Problema de Ruteo de Vehículos Mixto y Tamaño de Flota con Costo Fijo y Vehículos Dependientes de Ruta)
FSMD	Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Costs and Vehicle Dependent Routing (Problema de Ruteo de Vehículos Mixto y Tamaño de Flota con Costo y Vehículos Dependientes de Ruta)
FSMF	Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Fixed Costs (Problema de Ruteo de Vehículos Mixto y Tamaño de Flota con Costo Fijo)
PVRP	Periodic Vehicle Routing Problem with (Problema de Ruteo de Vehículos Periódico)
Multi - trip VRP	Vehicle Routing Problem Multiple Trips (Problema de Ruteo de Vehículos Múltiples Viajes)
Multi - depot VRP	Vehicle Routing Problem Multiple Depots (Problema de Ruteo de Vehículos Múltiples Depositos)
MCVRP	Multi Capacity Vehicle Routing Problem (Problema de Ruteo de Vehículos Múltiples Capacidades)
MOVVRP	Multi Objective Vehicle Routing Problem (Problema de Ruteo de Vehículos Múltiples Objetivos)
SVRP	Stochastic Vehicle Routing Problem (Problema de Ruteo de Vehículos Estocástico)
VRPUD	Vehicle Routing Problem Uncertain Demand (Problema de Ruteo de Vehículos Demanda Incierta)
VRPSTT	Vehicle Routing Problem with Stochastic Travel Times (Problema de Ruteo de Vehículos)
SVRP nodos estocásticos	Stochastic Vehicle Routing Problem Stochastic Nodes (Problema de Ruteo de Vehículos Estocástico con Nodos Estocásticos)

Referencias bibliográficas

- [1] Paolo Toth y Daniele Vigo, "The Vehicle Routing Problem". Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM) monographs on discrete mathematics and applications, Philadelphia, USA, 2002, pp 1-23, 109-149.
- [2] M. L. Balinzi y R. E. Quandt, "On an Integer Program for a Delivery Problem", *Operational Research*, Vol. 12, No. 2, 1964, pp 300-304. Mencionado por Prawda, J. (2002)
- [3] W. W. Garvin, H. W. Crandall, J.B. John y R. A. Spellman, "Aplications of Linear Programming in the Oil Industry", *Management Science*, Vol. 3, 1957, pp 407. Mencionado por Prawda, J. (2002)
- [4] Alfredo Olivera, "Heurísticas para problemas de ruteo de vehículos", reporte de investigación, Instituto de Computación – Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, 2004, disponible en <http://www.fing.edu.uy/inco/pecediba/biblioteca/repotec/TR0408.pdf>.
- [5] Bruce Golden, S. Raghavan y Edward Wasil, "The vehicle routing problem: latest advances and new challenges". Springer, New York, 2008, pp 3-122.
- [6] Leonora Bianchi, Mauro Birattari, Marco Chiarandini, Max Manfrin y Monaldo Mastrolilli, "Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands", *Lecture Notes in Computer Science*, Vol 3242, 2004, pp 450-460.
- [7] The VRP Web, Collaboration between AUREN and the Languages and Computation Sciences department of the University of Málaga by Bernabé Dorronsoro Díaz, última actualización: marzo de 2007, consultada en abril de 2010, disponible en <http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/>.
- [8] Jorge Hernán Restrepo, Pedro Daniel Medina y Eduardo Arturo Cruz, "Un problema logístico de programación de vehículos con ventanas de tiempo", *Scientia et Technica – Universidad Tecnológica de Pereira*, Vol. 14, No 39, 2008.
- [9] N. Suthikarnarunai y E. Olinick, "Improving transportation services for the University of the Thai Chamber of Commerce: A case study on solving the mixed-fleet vehicle routing problem with split deliveries", *Transactions on engineering technologies*, Vol. 1, Special edition of the international MultiConference of Engineers and Computer Scientist, 2009.
- [10] Ulrich Derigs y Thomas Döhmer, "Indirect search for the vehicle routing problem with pickup and delivery and time windows", *OR Spectrum*, Vol. 30, No. 1, 2006, pp 149-165.
- [11] G. Gutierrez Jarpa, V. Marianov y C. Obrecue, "A single Vehicle routing problem with fixed delivery and optional collection", *IIE Transactions*, Vol. 41, 2009, pp 1067-1079.

- [12] Bernhard Fleischmann, Martin Gietz y Stefan Gnuzmann, "Time-varying travel times in vehicle routing", *Transportation science*, Vol. 38, No. 2, 2003, pp. 160–173.
- [13] Nabila Azi, Michel Gendreau y Jean-Yves Potvin, "An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles", *European Journal of Operational Research*, Vol. 202, No. 3, 2010, pp 756-763.
- [14] María Battarra, M. Monaci y Daniele Vigo, "An adaptive guidance approach for the heuristic solution of a minimum multiple trip vehicle routing problem", *Computers & Operations Research*, Vol. 36, 2009, pp 3041-3050.
- [15] D.J. Guan y Xuding Zhu, "Multiple capacity vehicle routing on paths", *Siam J. Discrete math*, Vol. 11, No. 4, 1998, pp 590-602.
- [16] K.C. Tan, C.Y. Cheong y C.K. Goh, "Solving multiobjective vehicle routing problem with stochastic demand via evolutionary computation", *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, 2006, pp 813–839.
- [17] Dusan Teodorovic y Panta Lucic, "The fuzzy ant system for the vehicle routing problem when demand at nodes is uncertain", *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, Vol. 16, No. 5, 2006, pp 751-770.
- [18] Gilbert Laporte, Francois Louveaux y Hélène Mercure, "The vehicle routing problem with stochastic travel times", *Transportation Science*, Vol. 26, No.3, 2001, pp 161-170.
- [19] Pierre Hansen, Nenad Mladenovic y José Andrés Moreno. "Búsqueda de Entorno Variable", *Inteligencia Artificial – Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, Vol. 7, No. 19, 2003, pp 77-92, disponible en <http://www.redalyc.org/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=92571905>.
- [20] Dionisio Pérez Brito, José Andrés Moreno Pérez y Carlos Gustavo García González, "Búsqueda por entornos variables: Desarrollo y Aplicaciones en localización" En: *Avances en localización de servicios y sus aplicaciones por Blas Pelegrín Pelegrín*. 1ª Edición, Servicio de publicaciones – Universidad de Murcia, Murcia, España, 2004, pp 349-374.
- [21] Gilbert Laporte, "The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms", *European Journal of Operational Research*, Vol. 59, 1991, pp 345-358.
- [22] Víctor Yepes Piqueras, "Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW", tesis doctoral, Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos – Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España, 2002.
- [23] Alexander Ayala Rodríguez y Edgar González Butrón, "Asignación de rutas de vehículos para un sistema de recolección de residuos sólidos en la acera", *Revista de Ingeniería - Universidad de Los Andes*, No. 13, 2001, pp 5-11.
- [24] Eduardo Arturo Cruz, Jorge Hernán Restrepo y Pedro Daniel Medina, "Un problema logístico de ruteo de vehículos y una solución con solver Excel", *Scientia et Technica – Universidad Tecnológica de Pereira*, Vol. 13, No. 37, 2007, pp 369-372.
- [25] Dongjoo Park, Laurence Rilett y Changho Chol, "A class of multicriteria shortest path problems for real-time in-vehicle routing", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 34, No. 9, 2007, pp 1096-1109.
- [26] Jorge Hernán Restrepo y Pedro Daniel Medina, "Un problema logístico de ruteo de vehículos y una solución con la heurística R", *Scientia et Technica – Universidad Tecnológica de Pereira*, Vol. 14, No 39, 2007, pp 229-234.
- [27] R. J. Petch y S. Salhi, "A multi-phase constructive heuristic for the vehicle routing problem with multiple trips", *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 133, 2003, pp 69 – 92.
- [28] José Fidel Torres Delgado y Edgar González Butrón, "Un caso real en Colombia de aplicación de heurísticas en el problema de programación de rutas para helicópteros", *XI Congreso Latino Iberoamericano de Investigación de Operaciones – Universidad de Concepción*, Concepción, Chile, 2006.
- [29] Francisco Baptista Pereira y Jorge Tavares, "Bio-inspired algorithms for the vehicle routing problem". Vol. 161, Springer, Varsovia, Polonia, 2009, pp 55-130.
- [30] Wee-Kit Ho, Juay Chin Ang y Andrew Lim, "A hybrid search algorithm for the vehicle routing problem with time windows", *International Journal on Artificial Intelligence Tools*, Vol. 10, No.3, 2001, pp 431-449.
- [31] Gilbert Laporte, Michel Gendreau y Alain Hertz, "An approximation algorithm for the traveling salesman problem with time windows", *Institute for Operation Research and de Management Science – Operations Research*, Vol. 45, No. 4, 1998, pp 639-641.
- [32] Claudio Andrés Contardo Vera, "Formulación y solución de un problema de ruteo de vehículos con demanda variable en tiempo real, trasbordos y ventanas de tiempo", Memoria para optar al título de ingeniero civil matemático, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile, Santiago de Chile, Chile, 2005.
- [33] Gilbert Laporte, Jacques Reanud y Fayeze Boctor, "An improved petal heuristic for the vehicle routing problem", *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 47, No. 2, 1996, pp. 329- 336.
- [34] Jean-Francois Cordeau, Michel Gendreau, Gilbert Laporte, Jean-Yves Potvin y Frédéric Semet, "A guide to vehicle routing heuristics", *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 53, No. 5, 2002, pp 512- 522.
- [35] Olli Bräysy y Wout Dullaert, "A fast evolutionary metaheuristic for the VRP with time windows", *International Journal on Artificial Intelligence Tools*, Vol. 12, 2003, pp 153-172.
- [36] Eric Crespo, Rafael Martí y Joaquín Pacheco, "Procedimientos Metaheurísticos en Economía y Empresa", *Revista Electrónica de Comunicaciones y trabajos de ASEPUMA*, 1ª Edición, Tirant lo Blanch, Valencia, España, 2007.
- [37] Guillermo González Vagas y Felipe González Aristizábal, "Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos. Parte 1: formulación del problema", *Revista de Ingeniería e Investigación – Universidad Nacional de Colombia*, Vol. 26, No.3, 2006, pp 149-156.
- [38] Guillermo González Vagas y Felipe González Aristizábal, "Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos. Parte 2: algoritmo genético, comparación con una solución heurística", *Revista de Ingeniería e Investigación – Universidad Nacional de Colombia*, Vol. 27, No.1, 2007, pp 149-157.
- [39] Guillermo González Vagas y Felipe González Aristizábal, "Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos. Parte 3: Genetic Clustering and Tabu Routing", *Revista de Ingeniería e Investigación – Universidad Nacional de Colombia*, Vol. 27, No.2, 2007, pp 106-113.
- [40] George Mourkousis, Matew Protonotarios y Theodora Varvarigou, "Application of genetic algorithm to a large-scale multiple-constraint vehicle routing problem", *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, Vol. 3, No. 1, 2003, pp 1-21.



- [41] R. J. Petch y S. Salhi, "A GA Based Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Multiple Trips", *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, Vol. 6, No. 4, 2007, pp 591-613
- [42] Olatz Arbelaitz y Clemente Rodríguez, "Comparison of systems based on evolutionary search and simulated annealing to solve VRPTW problem", *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, Vol. 4, 2004, pp 27-39.
- [43] Karl Doemer et al. "Savings Ants for the Vehicle Routing Problem", *Lecture Notes in Computer Science– Applications of Evolutionary Computing*, Vol. 2279, 2001, pp 73-109.
- [44] D.K Gupta. "Tabu search for vehicle routing problem", *Intern. J. Computer Math*, Vol. 79, No. 6, 2002, pp 693-701.
- [45] Gilbert Laporte, Alain Hertz y Michel Mittaz, "A tabu search heuristic for the capacited arc routing problem", *Institute for Operation Research and de Management Science – Operations Research*, Vol. 48, No. 1, 2000, pp 129-135.
- [46] Alfredo Olivera y Omar Viera. "Adaptive memory programming for the Vehicle routing problem with multiple trips", *Computers and Operation Research*, Vol. 34, 2007, pp 28–47.
- [47] Ahmet Sen y Kerem Bülbül, "A survey on multi trip vehicle routing problem", *VI International Logistics and Supply Chain Congress*, Türkiye, 2008.
- [48] Eric D.Taillard, Gilbert Laporte y Michel Gendreau, "Vehicle routing with multiple use of Vehicles", *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 47, No. 8, 1996, pp 1065- 1070
- [49] José Brandao y Alan Mercer. "A tabu search algorithm for the multi-trip vehicle routing and scheduling problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 100, No. 1, 1997, pp 180-191
- [50] Christian Prins, "Efficient heuristics for the heterogeneous fleet multitrip VRP with application to a large-scale real case", *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, Vol 1, 2002, pp 135-150.
- [51] F. Alonso, M. J. Álvarez y J.E. Beasley, "A Tabu Search Algorithm for the periodic vehicle routing problem with multiple vehicle trips and accessibility restrictions", *Journal of the Operational Research Society*, Vol 59, 2008, pp 963-976.
- [52] Nabila Azi, Michel Gendreau y Jean-Yves Potvin, "An adaptive large neighborhood search for a vehicle routing problem with multiple trips", *Centre interuniversitaire de recherche sur les réseaux d'entreprise, la logistique et le transport (CIRRELT)*, Quebec, Canadá, 2010
- [53] Gerardo Berbeglia, Jean-Francois Cordeau y Gilbert Laporte, "Dynamic pickup and delivery problems" *European Journal of Operational Research*, Vol. 202, 2009, pp 8-15.
- [54] Roberto Baldacce, Aristide Mingozi y Roberto Roberti, "Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time windows constraints", *European Journal of Operational Research*, Vol. 218, 2011, pp 1-6.
- [55] Michel Gendreau, "Recent advances in stochastic vehicle routing", *SPBO 42° Bento Golcalves*, 2010.
- [56] Hillier Frederick, Lieberman Gerald, "Introducción a la Investigación de Operaciones", Mc Graw Hill, novena edición, 2010.
- [57] José Álvaro Rengifo Campo, M. Gulnara Baldoquin de la Peña y John Wilmer Escobar, "Diseño de un modelo matemático para el despacho de vehículos de emergencias médicas en Colombia", XVI Latin-Ibero-American Conference on Operation Research / XLIV Brazilian Symposium on Operation Research (XVI CLAIO / XVIV SPBO), ponencia No. 101157, Rio de Janeiro, Brazil, (2011).
- [58] Javier Arias-Osorio, Carlos Eduardo Díaz Bohórquez y Henry Lamos Díaz, "Sistema de soporte a decisiones para el diseño de rutas escolares en Coomunclaver Ltda", XVI Latin-Ibero-American Conference on Operation Research / XLIV Brazilian Symposium on Operation Research (XVI CLAIO / XVIV SPBO), ponencia No. 102217, Rio de Janeiro, Brazil, 2011.
- [59] W. J. Guerrero, C. Prodron, N. Velasco y C. A. Amaya, "Hybrid heuristic for the inventory location-routing problem", XVI Latin-Ibero-American Conference on Operation Research / XLIV Brazilian Symposium on Operation Research (XVI CLAIO / XVIV SPBO), session especial No. 105451, Rio de Janeiro, Brazil, 2011.
- [60] Elsa Cristina González La Rotta y Javier Arturo Orjuela Castro, "Vehicle routing problem with random components for the collection of perishable products", XVI Latin-Ibero-American Conference on Operation Research / XLIV Brazilian Symposium on Operation Research, (XVI CLAIO / XVIV SPBO), poster No. 105405, Rio de Janeiro, Brazil, 2011.

Linda Bibiana Rocha Medina

Ingeniera Industrial de la Universidad de La Sabana, Colombia. Candidata a Título de Maestría en Ingeniería Industrial en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. Se desempeñó como Coordinadora de Calidad en Almacenes Brisa y como consultor Junior de procesos en Novartis de Colombia. Posteriormente, ejerció el cargo de asesora en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas donde participó el proyecto de Documentación e Implementación del Sistema Integrado de Gestión MECI-Calidad. Actualmente se desempeña como docente en el área de Logística en la Universidad Minuto de Dios de Soacha, Colombia.

Elsa Cristina González La Rotta

Ingeniera Industrial de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. Candidata a Título de Maestría en Ingeniería Industrial en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. Se desempeñó como docente en la Universidad Antonio Nariño. Actualmente se desempeña como profesora en el área de Investigación de Operaciones en la Universidad Católica de Colombia.

Javier Arturo Orjuela Castro

Ingeniero Industrial y Especialista en Ingeniería de Producción de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de Bogotá e Ingeniero de Alimentos. Obtuvo su título de Maestría en Investigación de Operaciones y Estadística en la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, Estudios de Doctorado en Ingeniería Química, Universidad Nacional, de Bogotá, Colombia. Actualmente se desempeña como docente de tiempo completo en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, adscrito a la Facultad de Ingeniería.