

# MODELO MATEMÁTICO DE UN AEROGENERADOR

## MATHEMATICAL MODEL OF A WIND TURBIN

ANDRÉS ESCOBAR DÍAZ<sup>1</sup>  
LUIS EFRÉN BARRERO PÁEZ<sup>2</sup>

RECIBIDO: ABRIL 2009

APROBADO: JULIO 2009

### RESUMEN

El mundo de hoy está constantemente en la búsqueda de energía limpia y segura. Con este mismo fin, se propone analizar el funcionamiento de un aerogenerador y hallar las condiciones de máxima transferencia de potencia. Para lograrlo se hará un modelamiento matemático de la dinámica del proceso. Este tipo de procedimiento muestra cómo se parte de un análisis físico hasta llegar a la simulación completa del modelo construido para representar el aerogenerador.

### Palabras clave

Aerogenerador, análisis dinámico, linealización.

### Abstract

The world today is constantly in search of clean and safer energy. We analyze the operation of a wind turbine and find conditions of maximum transfer of power. To achieve this, we will do a mathematical model of the process' dynamic. This kind of procedure show how it starts of a physic analysis up to a completed simulation of constructed model to represent the aero generator.

### Key words

Aero generator, dynamic analysis, linearization.

### 1. INTRODUCCIÓN

El ingeniero de control se enfrenta en su vida diaria a tener que diseñar sistemas de control para diferentes procesos. Sin embargo, para poder llegar a diseñar el control, el ingeniero debe hacer análisis de la planta, es decir, del sistema que quiere controlar. Esto quiere decir que tiene que encontrar un modelo matemático, que en general es dinámico, para reproducir el comportamiento de la planta, de tal forma que le permita estudiar este sistema en profundidad. En la actualidad, la humanidad busca fuentes de energía que sean seguras y limpias. La energía eólica es de este tipo. Alrededor del mundo hay

1 Magíster en Ingeniería Electrónica y de Computadores, Universidad de los Andes. Ingeniero Electrónico, Universidad Distrital. Docente de planta, Facultad Tecnológica, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo: andresed@gmail.com

2 Magíster en Ingeniería Electrónica y de Computadores, Universidad de los Andes. Especialista en Telecomunicaciones Móviles, Universidad Distrital. Ingeniero Electrónico, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo: luisbarreropaez@gmail.com

campos de turbinas de viento (Figura 1a), unos para investigación y otros ya operativos, que dan energía para el consumo de la comunidad. Por esto es pertinente hacer análisis dinámico de este tipo de sistemas.



Figura 1a. Golden, Colorado, EE.UU. National Renewable Energy Laboratory's National Wind Technology Center.

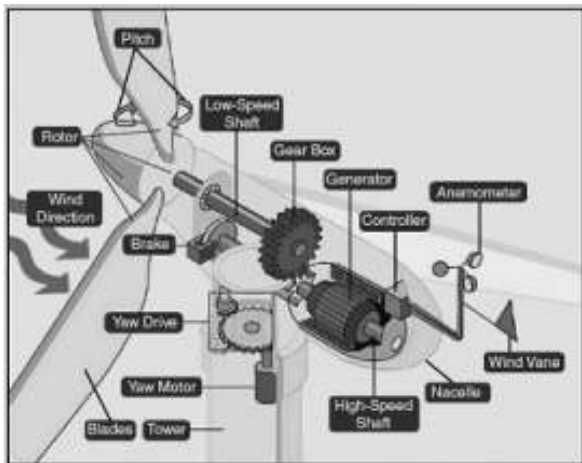


Figura 1b. Turbina (cortesía del Departamento de Energía EE.UU.).

En el punto 2 se describen globalmente las partes de un aerogenerador y las variables que se van a utilizar. En el punto 3 se hace la linealización de la relación entre el torque y la velocidad el rotor y del viento. En el 4 se hace el análisis estático

del sistema y el análisis de máxima transferencia de potencia. En el 5 se aclaran las unidades de las variables utilizadas en el modelo. En el 6 se hace el análisis dinámico del sistema y en el 7 se construye el diagrama de bloques para hacer la simulación del sistema. Por último, se presentan las conclusiones sobre el trabajo realizado.

## 2. AEROGENERADOR

Un aerogenerador implica un generador a corriente continua por medio de un engranaje multiplicador de velocidad (Figura 2).

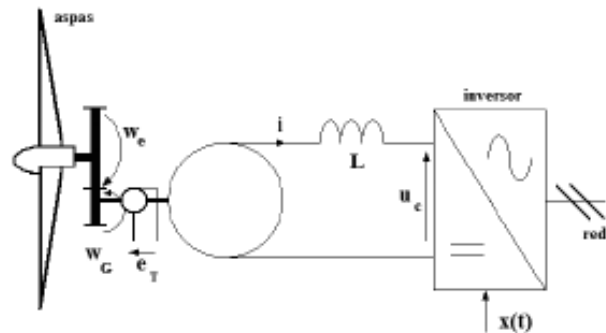


Figura 2. Aerogenerador con inversor a la red eléctrica.

El generador se acopla a la red monofásica (50 Hz) por medio de un inversor estático con tiristores que hacen la función de inversor de tensión sincronizado por la red. Su valor de ajuste se hace por  $x(t)$ . Una bobina de inductancia  $L$ , colocada entre la máquina y el inversor, reduce la ondulación de la corriente  $i$  entregada por el generador. La velocidad angular es medida por un generador tacométrico de fuerza electromotriz.

El aerogenerador se divide en cinco bloques de componentes principales, a saber:

Bloque 1. Turbina (parte mecánica del proceso):  
 $C_e$  Momento de par debido al viento ( $N \cdot m$ )

- $\omega_e$  Velocidad angular de rotación (*rad/seg*),  
teniendo en cuenta  $N_e$  en RPM
- $J_e$  Momento de inercia
- $J_e = 210 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- $v$  Velocidad del viento (*m/s*)

Bloque 2. Multiplicador de velocidad:  
 $m$  Relación de transmisión  $m = \omega_G / \omega_e = 15$   
 Las fricciones se desprecian.

Bloque 3. Máquina de corriente continua a imanes permanentes (motor usado como generador de corriente continua):

- $e$  Fuerza electromotriz
- $i$  Corriente inducida
- $\omega_G$  Velocidad angular
- $c_G$  Par electromagnético
- $k$  Constante de par de fuerza electromotriz:  
 $k = 0,415(SI)$
- $r$  Resistencia total del inducido, incluye la de la bobina de alisado:  $r = 0,6\Omega$
- $f$  Coeficiente de fricción viscoso definido en 1.000 rpm por un par igual a 0,125 Nm
- $J_G$  Momento de inercia,  $J_G = 32 \times 10^{-4} \text{ kgm}$
- $L$  Inductancia total del circuito de inducido,  
 $L = 6 \text{ mH}$

Bloque 4. Dínamo tacómetro (sensor; mide la velocidad de las aspas o hélices):

Su coeficiente de fuerza electromotriz tiene en cuenta  $k_g = e_T / \omega_G$ ; entrega 10 voltios a 3000 rpm.

Bloque 5. Inversor estático (convierte la corriente continua en corriente alterna):

En la hipótesis de una conducción continua ( $i > 0$ ), el inversor entrega del lado continuo una tensión  $u_c(t)$ , asimilado su valor medio y regulada por  $x(t)$  con un retraso medio  $\tau_d$  de 5 milisegundos, entonces:

$$u_c(t) = A \cdot x(t - \tau_d)$$

dónde  $A$  es un constante proporcional al valor eficaz de la tensión de la red:  $A = 207V \cdot x(t)$   $A = 207$  es adimensional, comprendida entre 0,2 y 0,9. Las pérdidas son despreciables en el inversor estático.

### 3. LINEALIZACIÓN DE LA RELACIÓN TORQUE-VELOCIDAD DE ROTOR

Una de las estrategias para diseñar controles en sistemas no lineales es linealizar el modelo no lineal en un punto de operación, con lo cual se tiene un sistema lineal. Como se tiene un sistema lineal, se pueden utilizar los métodos clásicos de diseño de controles. Se toman ciertas no linealidades del aerogenerador y se linealizan sobre ciertos puntos de operación escogidos.

Es la Figura 3 se muestra la relación entre el torque y la velocidad de la hélice de motor del aerogenerador, obtenidas por mediciones. Es claro que cuando cambia la velocidad del viento la relación entre el torque y la velocidad también cambian, esto es un claro comportamiento no lineal.

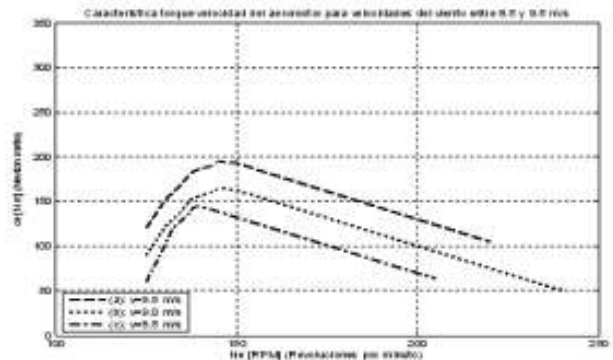


Figura 3. Característica par-velocidad del aerogenerador para velocidades del viento entre 8,5 y 9,5 m/s.

Teniendo entonces las relaciones de torque y velocidad de giro en cada una de las 3 velocidades seleccionas, se procede a encontrar una relación lineal entre el torque (o par) en la hélice (turbina) y la velocidad de giro (velocidad angular) igualmente en la hélice; teniendo en cuenta una velocidad del viento constante y cercana al punto de operación llamado  $P_o$  ( $N_e=170 \text{ rpm}$ ,  $v = 9 \text{ m/s}$ ).

Se busca llegar a una relación que conecte la velocidad del viento y la velocidad del rotor con respecto al torque, de la siguiente forma:

$$c_e = C_o + av - b\omega_e \tag{1}$$

El punto de operación es  $P_o$  ( $N_e = 170 \text{ rpm}$ ,  $v = 9 \text{ m/s}$ ). Se toma  $N_e$  fijo en el punto de operación y  $v$  alrededor del punto de operación, así se obtiene:

$$v = 9,5 \text{ m/s} \Rightarrow c_e = -1,25(170 \text{ rpm}) + 380 = 167,5 \text{ Nm} \tag{2}$$

$$v = 9,0 \text{ m/s} \Rightarrow c_e = -1,25(170 \text{ rpm}) + 350 = 137,5 \text{ Nm} \tag{3}$$

$$v = 8,5 \text{ m/s} \Rightarrow c_e = -1,25(170 \text{ rpm}) + 320 = 107,5 \text{ Nm} \tag{4}$$

Esto se puede ver gráficamente de la siguiente forma:

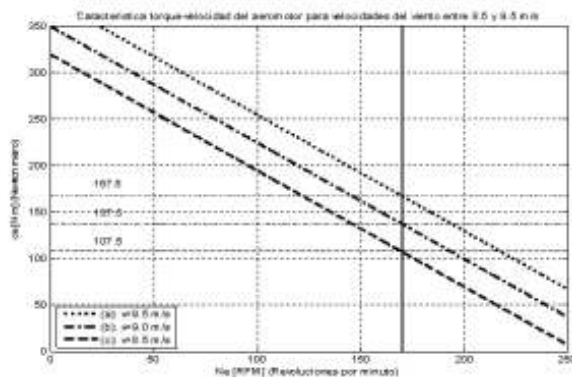


Figura 4. Característica par-velocidad del aerogenerador para velocidades del viento entre 8,5 y 9,5 m/s linealizado.

Ahora la parte constante de la ecuación (1) se podrá igualar a la parte constante de las relaciones (2), (3) y (4) y de esta forma se puede hallar  $a$  y  $C_o$ . Recuérdese que la variación sobre  $N_e$  es cero.

$$380 = C_o + 9,5a \tag{5}$$

$$350 = C_o + 9,0a \tag{6}$$

$$320 = C_o + 8,5a \tag{7}$$

Este es un sistema sencillo de tres ecuaciones y dos incógnitas, por lo tanto, es fácil de resolver y se obtiene que:

$$C_o = -190 \text{ N} \cdot \text{m} \quad a = 60 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Ahora es sencillo obtener la pendiente  $b$  de la ecuación (1) con cualquiera de los datos:

$$b = \frac{C_o + av - c_e}{\omega_e} = \frac{C_o + av - c_e}{\frac{\pi N_e}{30}}$$

$$\frac{-190 + (60)(9) - 137,5}{\frac{\pi(170)}{30}} = \frac{75}{2\pi} = 11,94 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

Por lo tanto, la relación par-velocidad será:

$$c_e = -190 + 60v - 11,94\omega_e \tag{8}$$

#### 4. MODELAMIENTO ESTÁTICO

Se asume que en las ecuaciones diferenciales del proceso se igualan a cero las derivadas para establecer el modelo estático del proceso. Con estas ecuaciones se obtiene la ecuación de máxima transferencia de potencia. Como primer paso, se establecen las relaciones físicas:

- Relación estática torque-velocidad:

$$c_e = C_0 + a \cdot v - b \cdot \omega_e \quad (9)$$

- Equilibrio de los pares (torques) aplicados al multiplicador de velocidad:

$$\left(\frac{c_e}{m}\right) = c_G + f \cdot \omega_G \Rightarrow \frac{c_e}{m} - f \cdot \omega_G = c_G \quad (10)$$

- Multiplicación de velocidad:

$$\omega_G = m \cdot \omega_e \Rightarrow \omega_e = \frac{\omega_G}{m} \quad (11)$$

- Relaciones de conversión electromecánica de la máquina:

$$c_G = k \cdot i \Rightarrow i = \frac{c_G}{k} \quad (12)$$

$$e = k \cdot \omega_G \quad (13)$$

- Ley de mallas del voltaje inducido: máquina-inversor:

$$e = r \cdot i + u_c \quad (14)$$

- Ley de control del inversor:

$$u_c = A \cdot x \quad (15)$$

Con las siete ecuaciones anteriores, (9) a (15), se obtiene una expresión para  $\omega_G = g_1(x, v)$  en función de  $x$  y de la velocidad de operación o punto de operación elegido.

$$\omega_G(x) = m \cdot \frac{(C_0 + av) + \frac{mk}{r} A \cdot x}{b + m^2 \left(f + \frac{k^2}{r}\right)} \quad (16)$$

Se usan las ecuaciones (13) a (15) y la expresión (16) para obtener la corriente en función de  $x$  y de la velocidad de operación.

$$i = \frac{1}{r} \left[ \frac{mk(C_0 + av) - (b + m^2 f)Ax}{b + m^2 \left(f + \frac{k^2}{r}\right)} \right] \quad (17)$$

Para establecer la potencia, usamos la ecuación  $p(x) = i \cdot u_c$  y las ecuaciones (15) y (17).

$$p(x) = \frac{Ax}{r} \left[ \frac{mk(C_0 + av) - (b + m^2 f)Ax}{b + m^2 \left(f + \frac{k^2}{r}\right)} \right] \quad (18)$$

La ecuación (18) expresa la potencia en función de  $x$  parámetro del factor de conversión del inversor estático (convierte la corriente continua en corriente alterna). Para hacer de esta una expresión de máxima potencia, se usa el criterio de la primera derivada, se deriva y se iguala a cero y se despeja  $x$ , con el fin de hallar el valor de  $x$  donde esta expresión es máxima o  $x_{MAX}$ . Este valor se reemplaza en la ecuación (18) para obtener la ecuación de máxima transferencia de potencia  $P_{MAX} = p(x_{MAX})$ . Realizando los cálculos, se obtiene:

$$\frac{d}{dx} p(x) = 0 \Rightarrow x_{MAX} = \frac{mk(C_0 + av)}{2(b + m^2 f)A} \quad (19)$$

$$P_{MAX} = p(x_{MAX}) \Rightarrow P_{MAX} = \frac{m^2 k^2 (C_0 + av)^2}{4r(b + m^2 f) \left[ b + m^2 \left( f + \frac{k^2}{r} \right) \right]} \quad (20)$$

Con el valor máximo del parámetro del factor de conversión del inversor estático se puede obtener  $\omega_{GMAX}$ , la velocidad de angular máxima sobre el generador en unidades internacionales ( $rad/seg$ ) o en rpm  $N_{eM}$ .

$$\omega_{GMAX} = \frac{m(C_0 + av) [2r(b + m^2 f) + m^2 k^2]}{2r \left( b + m^2 \left( f + \left( \frac{k^2}{r} \right) \right) (b + m^2 f) \right)} = x_{MAX} \left( \frac{A}{kr} \right) \frac{[2r(b + m^2 f) + m^2 k^2]}{\left[ b + m^2 \left( f + \left( \frac{k^2}{r} \right) \right) \right]} \quad (21)$$

Como nos interesa esta medida en rpm, la convertimos:

$$N_{eM} = \frac{30}{m\pi} \omega_{GM} = \frac{15}{r\pi} \frac{(C_0 + av) [2r(b + m^2 f) + m^2 k^2]}{\left( b + m^2 \left( f + \left( \frac{k^2}{r} \right) \right) (b + m^2 f) \right)} \quad (22)$$

Se puede concluir, por eliminación de  $(C_0 + av)$ , que la relación  $\omega_G / x$  (relación entre la velocidad angular del generador y el factor de conversión de corriente continua en corriente alterna) es independiente de la velocidad del viento, cuando se presenta máxima transferencia de potencia, es decir, al calcular  $\omega_{GMAX} / x_{MAX}$ :

$$\frac{\omega_{GMAX}}{x_{MAX}} = \left( \frac{A}{kr} \right) \frac{[2r(b + m^2 f) + m^2 k^2]}{\left[ b + m^2 \left( f + \left( \frac{k^2}{r} \right) \right) \right]} \quad (23)$$

Se puede evidenciar en la relación (23) que no depende de la velocidad del viento cuando se presenta máxima transferencia de potencia.

## 5. CONSTANTES INVOLUCRADAS EN EL MODELAMIENTO

Para realizar un correcto modelamiento se presentan los valores de las variables involucradas en el proceso en unidades internacionales. Entre corchetes se encuentran las unidades usadas de dichas variables de proceso.

## A. Linealización.

- a. Pendiente de la fricción del viento:

$$a = 60 [N \cdot m]$$

- b. Constante de la fricción del viento:

$$C_o = -190 [N \cdot m]$$

- c. Pendiente de la dependencia entre los parámetros
- $c_e(\omega_e)$
- :

$$b = \frac{75}{2\pi} [N \cdot m \cdot seg]$$

## B. Bloque 1: Turbina (parte mecánica del proceso).

- a. Velocidad del viento:

$$= 9 [m/s]$$

- b. Momento de inercia (turbina):

$$J_e = 210 [kg \cdot m^2]$$

## C. Bloque 2: Multiplicador de velocidad.

- a. Relación de Transmisión:

$$m = \frac{\omega_G}{\omega_e} = 15 [\text{adimensional}]$$

## D. Bloque 3: Generador de corriente continua.

- a. Constante de par de fuerza electromotriz:

$$k = \frac{83}{200} \left[ \frac{N \cdot m}{seg} \right] = 0,415 \left[ \frac{N \cdot m}{seg} \right]$$

- b. Resistencia total del inducido:

$$= 0,6 \_ \Omega$$

- c. Coeficiente de fricción viscoso:

$$f = \frac{0,125 [N \cdot m]}{1.000 \left( \frac{\pi}{30} \right) \left[ \frac{rad}{seg} \right]} = 1,194 \times 10^{-3} [N \cdot m \cdot seg]$$

- d. Momento de inercia (motor):

$$J_G = 32 \times 10^{-4} [kg \cdot m^2]$$

## E. Bloque 5 Inversor estático.

- a. Voltaje RMS de la red:

$$A = 207 \_ V$$

- b. Valores límite de
- $x(t)$
- factor de conversión de corriente continua en corriente alterna:

$$0,2 < x(t) < 0,9$$

Con las constantes anteriormente expuestas y las ecuaciones (19), (20) y (22) se puede llenar la tabla, a saber:

	v=8.5m/s	v=9m/s	v=9.5m/s
$x_M$	0.394	0.430	0.467
$P_M$ (W)	1764	2109	2485
$N_{eM}$ RPM	145	158.4	172

Tabla 1. Valores óptimos de operación.

Para tener una mejor idea de cómo es esta función de potencia, se presenta una gráfica de la misma para los valores de operación en el proceso:

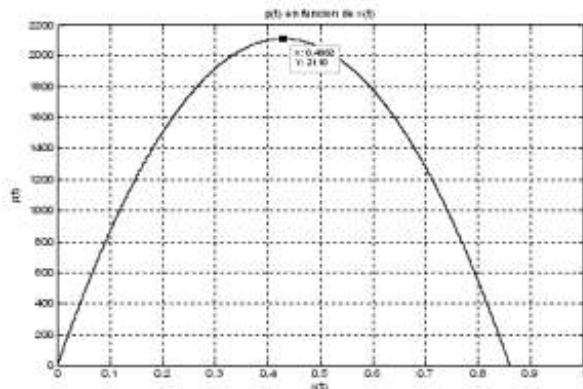


Figura 5. Gráfica de la función de transferencia de potencia, indicando el punto de máxima transferencia de potencia para el punto de operación.

## 6. MODELAMIENTO DINÁMICO

Para modelar la dinámica del sistema se despejan en forma apropiada las ecuaciones diferenciales y se aplica la transformada de Laplace. Las ecuaciones diferenciales que modelan la dinámica son:

Ecuación diferencial para la parte mecánica del sistema:

$$\frac{1}{m} \left[ c_e - J_e \frac{d\omega_e}{dt} \right] = c_G + f \cdot \omega_G + J_G \frac{d\omega_G}{dt}$$

Se factoriza en forma adecuada:

$$\left( J_G + \frac{J_e}{m^2} \right) \frac{d\omega_G}{dt} + \left( f + \frac{b}{m^2} \right) \omega_G = c_G - \frac{(C_0 + av)}{m}$$

$$J_T = J_G + \frac{J_e}{m^2} \quad f_T = f + \frac{b}{m^2}$$

Obteniendo:

$$J_T \frac{d\omega_G}{dt} + f_T \omega_G = c_G - \frac{(C_0 + av)}{m} \quad (24)$$

Ecuaciones que definen la caracterización de la máquina (motor funcionando como generador):

$$c_G = k \cdot i \quad (25)$$

$$e = k \cdot \omega_G \quad (26)$$

Ecuación de malla del inducido, evidencia la caída de tensión inductiva:

$$L \frac{di}{dt} + ri = u_C - e \quad (27)$$

La relación de ajuste de la tensión continua del inversor introduce el retraso inherente al método de control del convertidor:



$$u_c = A \cdot x(t - \tau_d) \quad (28)$$

Se aplica la transformada de Laplace y se obtiene la relación entre las variaciones de la corriente respecto del factor de conversión de corriente continua en alterna.

## 7. CONSTRUCCIÓN DEL DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA

Se aplica la transformada de Laplace y se despejan de forma apropiada las ecuaciones:

$$J_T \frac{d\omega_G(t)}{dt} + f_T \omega_G(t) = c_G(t) - \frac{(C_0 + av)}{m} \Rightarrow \Omega_G(s) = \frac{1}{J_T s + f_T} \cdot \left( C_G(s) - \frac{(C_0 + av)}{m} \right) \quad (29)$$

$$c_G(t) = k \cdot i(t) \Rightarrow C_G(s) = k \cdot I(s) \quad (30)$$

$$e(t) = k \cdot \omega_G(t) \Rightarrow E(s) = k \cdot \Omega_G(s) \quad (31)$$

$$L \frac{di(t)}{dt} + ri(t) = u_c(t) - e \Rightarrow I(s) = \frac{1}{(Ls + r)} (U_c(s) - E) \quad (32)$$

$$u_c(t) = A \cdot x(t - \tau_d) \Rightarrow U_c(s) = A \cdot X(s) \cdot e^{-\tau_d s} \quad (33)$$

Se determinan las funciones de transferencia. Donde  $G_1(s)$  es la función de transferencia del generador (motor DC funcionando como generador) y  $G_2(s)$  es la función de transferencia entre la velocidad angular del generador y la corriente del generador, es decir, es la función de transferencia de una parte del sistema mecánico del aerogenerador.

Se halla la función de transferencia  $G_1(s)$  reemplazando (33) en (32), se tiene:

$$I = \frac{1}{(Ls + r)} (A \cdot X \cdot e^{-\tau_d s} - E) \quad (34)$$

Como estamos trabajando con deltas de cambio alrededor del punto de operación, y considerando que la fuerza contraelectromotriz no sufre cambios o variaciones  $\delta E = 0$ , entonces:

$$\delta I = \frac{1}{(Ls + r)} \cdot \delta X \cdot e^{-\tau_d s} \quad (35)$$

Normalizando (dividiendo por  $A$ ), se obtiene la función de transferencia  $G_1(s)$ .

$$\frac{\delta I}{\delta X} = \frac{e^{-\tau_d s}}{(Ls + r)} \Rightarrow G_1(s) = \frac{\delta I(s)}{\delta X(s)} = \frac{e^{-\tau_d s}}{(Ls + r)} \quad (36)$$

Para hallar la función de transferencia  $G_2(s)$ , se toma la ecuación (29):

$$\Omega_G = \frac{1}{J_T s + f_T} \cdot \left( C_G - \frac{(C_0 + av)}{m} \right) \quad (37)$$

Como estamos trabajando con deltas de cambio alrededor del punto de operación, se considera que el término  $\frac{(C_0 + av)}{m}$  no sufre cambios y, por lo tanto, es constante; se asume 0, entonces:

$$\delta\Omega_G = \frac{1}{J_T s + f_T} \cdot \delta C_G \quad (38)$$

Reemplazando la ecuación (30) en la ecuación anterior (38), se tiene:

$$\frac{\delta\Omega_G}{\delta C_G} = \frac{1}{J_T s + f_T} \quad (39)$$

Normalizando (dividiendo por  $k$ ), se obtiene la función de transferencia  $G_2(s)$ :

$$G_2(s) = \frac{\delta\Omega_G(s)}{\delta I(s)} = \frac{1}{J_T s + f_T} \quad (40)$$

Para sintetizar, se presenta un resumen con la nomenclatura y valores que se pueden usar para el diseño de los controladores (tanto de lazo abierto como de lazo cerrado). Todas las constantes tienen unidades concordantes sistema internacional) y un diagrama de bloques del sistema completo aerogenerador linealizado, en el punto de operación  $P_0$  ( $N_e = 170$  rpm,  $v = 9$  m/s).

$$\begin{aligned} \tau_d &= 5 \text{ ms} & J_G &= 32 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ A &= 207 \text{ V} & J_e &= 210 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ L &= 6 \text{ mH} & m &= 15 \\ r &= 0,6 \text{ } \Omega & f &= 1,2 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \\ b &= 12 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_T &= J_G + \frac{J_e}{m^2} = 0,94 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ f_T &= f + \frac{b}{m^2} = 0,0545 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad} \\ f &= \frac{0,125 [N \cdot m]}{1000 \left( \frac{\pi}{30} \right) \left[ \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \right]} = 0,0012 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

Usando aproximación de Pade de primer orden, y sin normalizar para  $G_1(s)$ :

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{\delta I(s)}{\delta X(s)} = \frac{A e^{-\tau_d s}}{Ls + r} = \frac{-A(s - 2/\tau_d)}{(Ls + r)(s + 2/\tau_d)} = \\ &= \frac{-207 e^{-0,005s}}{(0,005s + 0,6)} = \frac{-207(s - 400)}{(0,005s + 0,6)(s + 400)} \quad (41) \end{aligned}$$

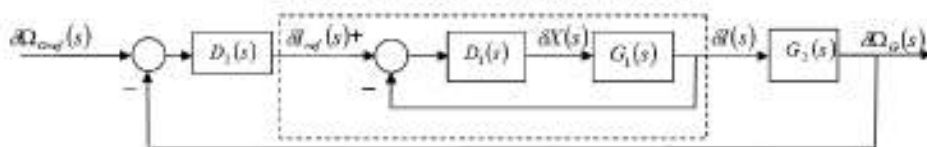


Figura 6. Diagrama de bloques general de la dinámica del sistema aerogenerador linealizado.

Usando  $G_2(s)$  normalizado:

$$G_2(s) = \frac{\delta\Omega_G(s)}{\delta I(s)} = \frac{1}{J_T s + f_T} = \frac{1}{0,94s + 0,0545} \quad (42)$$

Para realizar el diseño del lazo de control de corriente se debe analizar la planta de lazo abierto  $G_1(s)$ , que tiene la función de transferencia (43); la planta tiene la respuesta ante el escalón unitario, como se muestra en la Figura 7, y su respectivo lugar geométrico de las raíces (Figura 8). Para dar una idea de la respuesta total del sistema en la Figura 9 se presenta la respuesta ante el escalón unitario para la planta en lazo cerrado con un controlador de ganancia unitaria. Se observa lo siguiente:

La respuesta para el sistema de lazo abierto  $G_1(s)$  es un sistema de primer orden con un tiempo de respuesta  $T_{R5\%} = 0,0344 \text{ seg}$  y un retardo de  $0,005 \text{ seg}$ , el cual está aproximado por un *pade* de primer orden, lo cual permite describir el sistema como un sistema a fase no mínima.

La respuesta para el sistema de lazo cerrado parece a un sistema sobreamortiguado con un tiempo de respuesta de  $T_{R5\%} = 0,0178 \text{ seg}$ , con un máximo pico  $M_p = 18,6\%$  ( $0,0129 \text{ seg}$ ), y un retardo de  $0,005 \text{ seg}$ , aproximado con un *pade* de primer orden.

$$G_1(s) = \frac{\delta I(s)}{\delta X(s)} = \frac{-A(s - 2/\tau_d)}{(Ls + r)(s + 2/\tau_d)} = \frac{-166,667(s - 400)}{(s + 100)(s + 400)} \quad (43)$$

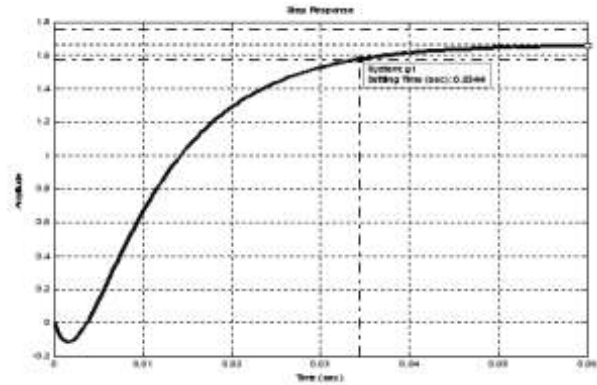


Figura 7. Respuesta escalón unitario  $G_1(s)$  Lazo abierto  
 $T_{R5\%} = 0,0344 \text{ seg}$   $M_p = 0,0\%$

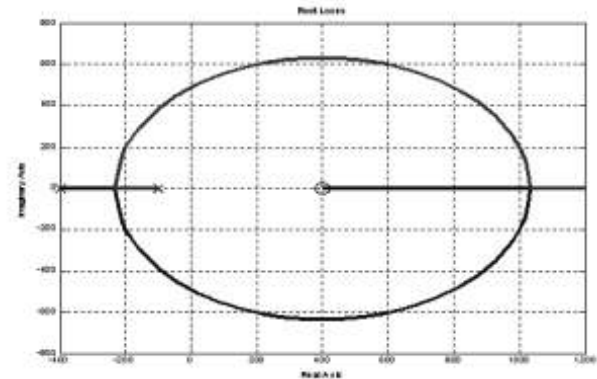


Figura 8. Lugar geométrico de las raíces.  
 $G_1(s)$ . Lazo abierto.

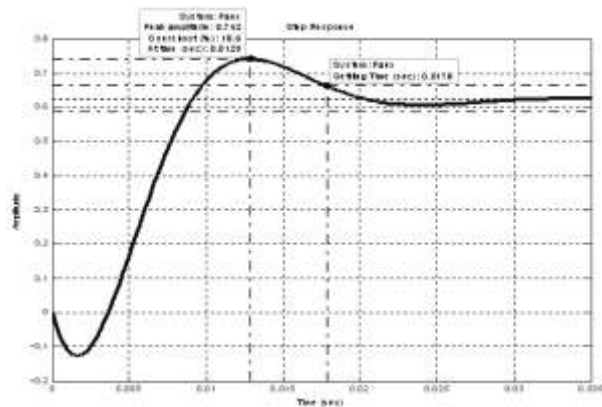


Figura 9. Respuesta escalón unitario de lazo cerrado  
 $T_{R5\%} = 0,0178 \text{ seg}$   $M_p = 18,6\%$  ( $0,0129 \text{ seg}$ ).

## 8. CONCLUSIONES

Se ha presentado un procedimiento claro en el cual se muestran las ecuaciones no lineales del sistema y, como resultado final, las ecuaciones de un modelo lineal que se lleva a simulación para hacer análisis, lo que permite fácilmente hacer diseño de controles sobre el sistema.

En el proceso de linealización del sistema se obtuvieron ecuaciones sencillas para la relación entre la velocidad del viento y del rotor contra el torque de la hélices. Se hizo un análisis estático del sistema, que permitió reducir aún más la complejidad del modelo. Con la reducción de la complejidad del modelo se encontraron las condiciones para que en el sistema haya máxima transferencia de potencia, que es donde se quiere que la mayoría del tiempo esté el sistema.

Con el análisis dinámico del sistema se tuvieron en cuenta las ecuaciones diferenciales que vienen de un análisis físico del sistema y que permiten finalmente construir su diagrama de bloques. De esta forma se puede hacer la simulación del sistema en lazo abierto para obtener información valiosa con que poder hacer diseño de controladores clásicos, si se quiere.

Globalmente se muestra una metodología sencilla con la cual se pueden hacer análisis de sistemas no lineales para llegar a sistemas lineales sencillos que puedan representarlos y también para llegar a modelos que se puedan simular y que permitan hacer diseños de controles.

## REFERENCIAS

- [1] K. Ameku, B. M. Nagai, J. N. Roy. "Design of a 3 kW wind turbine generator with thin airfoil blades". *Journal of Experimental Thermal and Fluid Science*, 32 (sept. 2008): 1723-1730.
- [2] IEEE, *Control Systems Magazine*, 26(3) (jun. 2006): 72.
- [3] J. P. Caron, J. P. Hautier, P. J. Barre. *Systèmes automatiques*, t. 3. París: Ellipses, 1997.
- [4] Control System Toolbox® for use with Matlab®, MathWorks, 2000.
- [5] A. A. El-Sattar, N. H. Saad, M. Z. Shams El-Dein. "Dynamic response of doubly fed induction generator variable speed wind turbine under fault". *Journal of Electric Power Systems Research*, 78 (jul. 2008): 1240-1246.
- [6] Z. Hameed, Y. S. Hong, Y. M. Cho, S. H. Ahn, C. K. Song. "Condition monitoring and fault detection of wind turbines and related algorithms: A review". *Journals of Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 13 (jan. 2009): 1-39.
- [7] K. E. Johnson, L. Y. Pao, M. J. Balas, L. J. Fingersh. "Control of variable-speed wind turbines: standard and adaptive techniques for maximizing energy capture". *IEEE Control Systems Magazine*, 26(3) (jun. 2006): 70-81.
- [8] M. R. Khadraoui, M. Elleuch. "Comparison between OptiSlip and Fixed Speed wind energy conversion systems". *IEEE Systems, Signals and Devices*, 5<sup>th</sup> International Multi-Conference on 20-22 jul. 2008, pp. 1-6.
- [9] H. S. Koa, G. G. Yoonb, N. H. Kyunga, W. P. Hongc. "Modeling and control of DFIG-based variable-speed wind-turbine". *Journals of Electric Power Systems Research*, 78 (nov. 2008): 1841-1849.

- [10] B. K. Kuo, F. Golnaraghi. *Automatic control systems*. New York: John Wiley & Sons, 2002.
- [11] S. Lefebvre, B. Dube. "Control system analysis and design for an aerogenerator with eigenvalue methods". *IEEE Trans. Power Systems*, 3 (nov. 1988): 1600-1608.
- [12] K. Ogata. *Modern control engineering*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [13] K. Ogata. *System dynamics*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1978.
- [14] A. Pinilla, L. Rodríguez, R. Trujillo. "Performance evaluation of Jepirachi Wind Park". *Journal of Renewable Energy*, 34 (jan. 2009): 48-52.
- [15] T. S. No, J-E. Kim, J. H. Moon, S. J. Kim. "Modeling, control, and simulation of dual rotor wind turbine generator system". *Journal of Renewable Energy*, in press (2009), Corrected Proof. Disponible en: [www.elsevier.com/locate/renene](http://www.elsevier.com/locate/renene).