

# SISTEMA NEURODIFUSO CON DEFUZZIFICACIÓN BASADO EN RELACIONES BOOLEANAS (DBR) APLICADO A SERIES DE TIEMPO MACKEY-GLASS

## NEURO-FUZZY SYSTEM WITH DEFUZZIFICATION BASED IN BOOLEAN RELATIONS (DBR) APPLIED TO TIME SERIES MACKEY-GLASS

LINA CRISTINA MORALES LAGUADO<sup>1</sup>  
HELBERT EDUARDO ESPÍTA CUCHANGO<sup>2</sup>  
JOSÉ JAIRÓ SORIANO MENDEZ<sup>3</sup>

RECIBIDO: MARZO 2009

APROBADO: JULIO 2009

### RESUMEN

En este artículo se presenta un sistema neurodifuso con defuzzificación basada en relaciones booleanas (DBR) para la predicción de la serie de tiempo caótica Mackey-Glass. Inicialmente, se explica el algoritmo de entrenamiento retropropagación y la utilización del DBR como método de defuzzificación. Posteriormente, se modela la serie de tiempo con dieciséis reglas difusas Si-Entonces, usando la técnica descrita. Los resultados obtenidos muestran una reducción del tiempo de entrenamiento y cálculo computacional, en comparación con las redes neurodifusas convencionales.

### Palabras clave

Sistema neurodifuso, DBR, retropropagación, serie de tiempo, predicción, serie de tiempo Mackey-Glass.

### Abstract

This paper presents a Neuro-Fuzzy system with defuzzification based on Boolean relations (DBR) for the prediction of Mackey-Glass chaotic time series. Initially, the Back-propagation training algorithm and use of DBR as a defuzzification method

- 
- 1 Ingeniera Electrónica, investigadora del Grupo LAMIC (Laboratorio de Automática, Microelectrónica e Inteligencia Computacional), Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo: [linam\\_26@hotmail.com](mailto:linam_26@hotmail.com).
  - 2 Ingeniero Electrónico, Universidad Distrital. Ingeniero Mecatrónico, Universidad Nacional de Colombia. Especialista en Telecomunicaciones Móviles, Universidad Distrital. Investigador del Grupo LAMIC (Laboratorio de Automática, Microelectrónica e Inteligencia Computacional), Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo: [heespitiac@unal.edu.co](mailto:heespitiac@unal.edu.co)
  - 3 Ingeniero Químico, Universidad Nacional de Colombia. Ingeniero Electrónico, Universidad Distrital. Msc en Ingeniería Industrial, Universidad Distrital. Investigador del Grupo LAMIC (Laboratorio de Automática, Microelectrónica e Inteligencia Computacional), Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo: [jjorianom@unal.edu.co](mailto:jjorianom@unal.edu.co)

are explained. Later, time series is modeled with sixteen fuzzy If-Then rules, using the technique described. The results show a reduction in training time and computational calculations, compared with conventional Neuro-Fuzzy Networks.

### Key words

Neuro-fuzzy system, DBR, back-propagation, time series, prediction Mackey-Glass time series.

## 1. INTRODUCCIÓN

Existen diferentes metodologías para construir la aproximación de un modelo de un sistema. Entre las técnicas más tradicionales se cuentan herramientas matemáticas convencionales, como las ecuaciones diferenciales, pero generalmente no se acomodan a sistemas que presentan cierto grado de incertidumbre [12]. Sin embargo, los sistemas difusos pueden captar los aspectos cualitativos del razonamiento humano sin tener que emplear análisis cuantitativos. En la actualidad se han realizado muchos estudios y aplicaciones de la lógica difusa que han llevado a un rápido progreso de esta teoría y han proporcionado una alternativa para enfrentar situaciones del mundo real, no lineales, complejas y dinámicas [9].

En los sistemas difusos, para ciertas aplicaciones, el defuzificador se torna un problema a la hora de realizar su implementación. Esto puede explicarse porque tiene que efectuar cálculos complejos para encontrar la salida del sistema, y se demora un tiempo considerable, lo que hace que el diseño del algoritmo no sea tan sencillo [10], [11]. Entonces, el propósito del DBR es simplificar el proceso de defuzificación, convirtiéndolo en un método sencillo de diseño e implementación.

Los sistemas neurodifusos convencionales presentan las características comunes a ambas tecnologías, se benefician por la transparencia para representar conocimiento propio de los sistemas difusos y por la capacidad de aprender y

adaptarse propia de las redes neuronales. Por otra parte, tanto las redes neuronales como los sistemas difusos pueden ser considerados como aproximadores de funciones; es decir, tienen la capacidad de estimar la función que caracteriza su relación entrada-salida [4], [6], [8].

El enfoque del sistema neurodifuso en este artículo se basa en la sintonización del sistema difuso con defuzificación basado en relaciones booleanas, mediante el algoritmo de entrenamiento supervisado de retropropagación empleado en redes neuronales convencionales. Ello con el objetivo de mejorar el desempeño del sistema difuso. En este caso particular, se realiza la predicción de la serie de tiempo Mackey-Glass. Esta es una ecuación diferencial retardada no lineal que presenta un comportamiento caótico para ciertos rangos de valores de sus parámetros [3], [12]. La selección de esta serie de tiempo se fundamenta en la literatura, lo que permite comparar los resultados obtenidos con otras perspectivas de diseño.

## 2. SISTEMA NEURODIFUSO CON DEFUZIFICACIÓN DBR

El sistema neurodifuso utilizado en este artículo se presenta en [7] y [13]; aquí la estructura del sistema difuso se caracteriza por el producto como motor de inferencia difusa, fuzificador singleton, defuzificador centro promedio y funciones de pertenencia gaussianas (1).

$$f(x) = \frac{\sum_{l=1}^M y^l \left[ \prod_{i=1}^n \exp \left( - \left( \frac{x_i - x_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{l=1}^M \left[ \prod_{i=1}^n \exp \left( - \left( \frac{x_i - x_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right) \right]} \quad (1)$$

Donde  $M$  es el número de reglas o consecuentes,  $y^l$  son los centros de los consecuentes,  $x_i$  son los datos

de entrada al sistema difuso,  $x_i^l$  son los centros de las gaussianas en los antecedentes y  $\sigma_i^l$  son las desviaciones estándar de las gaussianas en los antecedentes. El valor de  $M$  es fijo, e  $y^l$ ,  $x_i^l$  y  $\sigma_i^l$  son parámetros libres. Una vez se especifiquen los parámetros  $y^l$ ,  $x_i^l$  y  $\sigma_i^l$ , se obtiene el sistema difuso diseñado; esto es, el diseño del sistema difuso es equivalente a determinar los parámetros  $y^l$ ,  $x_i^l$  y  $\sigma_i^l$ .

El mapeo desde la entrada a la salida puede ser implementado de acuerdo con la siguiente operación: primero se pasa la entrada  $x$  a través de un operador producto gaussiano para convertirse en (2); entonces se pasa el  $z^l$  a través de un operador suma y un operador suma promediado para obtener (3) y (4); finalmente, se computa la salida del sistema difuso [5], [7], [13], como (5):

$$z^l = \prod_{i=1}^n \exp \left( - \left( \frac{x_i - x_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right) \quad (2)$$

$$b = \sum_{l=1}^M z^l \quad (3)$$

$$a = \sum_{l=1}^M y^l z^l \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{a}{b} \quad (5)$$

EL objetivo es diseñar un sistema difuso  $f(x)$  en la forma (1), de modo tal que el error cuadrático medio (MSE) sea mínimo. Esto es, hay que determinar los parámetros  $y^l$ ,  $x_i^l$  y  $\sigma_i^l$  de forma que el error se minimice. El algoritmo de entrenamiento de retropropagación se utiliza para la predicción de la serie de tiempo Mackey-Glass y se describe en [2] y [5]. La arquitectura del DBR usada en este documento se propone en [11] y es de la forma (6). Por lo tanto, (1) puede ser modificada para obtener el sistema de inferencia (7).

$$Y(x) = \sum_{i=1}^N b^i \prod_{j=1}^p e^{-\left[ \frac{x_j - a_j^i}{\sigma_j^i} \right]^2} \quad (6)$$

$$f(x) = \sum_{l=1}^M y^l \left[ \prod_{i=1}^n \exp \left( - \left( \frac{x_i - x_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right) \right] \quad (7)$$

Las ecuaciones de actualización de los parámetros del sistema neurodifuso con DBR, utilizadas en el algoritmo de retropropagación teniendo en cuenta las variaciones del sistema de inferencia (1), que se muestran a continuación [véase ref. 8].

$$\begin{aligned} y^l(q+1) &= y^l(q) - \alpha(f-y)z^l \\ x_i^l(q+1) &= x_i^l(q) - \alpha(f-y)y^l(q)z^l \frac{2(x_{oi}^p - x_i^l(q))}{\sigma_i^l(q)^2} \\ \sigma_i^l(q+1) &= \sigma_i^l(q) - \alpha(f-y)y^l(q)z^l \frac{2(x_{oi}^p - x_i^l(q))^2}{\sigma_i^l(q)^3} \end{aligned} \quad (8)$$

Donde no se usa la ecuación (3) y la ecuación (5) se transforma en (9) (véase [8]).

$$f(x) = af(x) = a \quad (9)$$

### 3. PREDICCIÓN DE LA SERIE DE TIEMPO MACKEY-GLASS

La serie de tiempo Mackey-Glass utilizada se describe por la ecuación:

$$\frac{ds(t)}{dt} = \frac{0,2s(t-\tau)}{1+s(t-\tau)^{10}} - 0,1s(t) \quad (10)$$

Para  $\tau > 17$ , es conocida por presentar comportamiento caótico. La serie de tiempo de Mackey-Glass (para  $\tau > 17$ ) se ha convertido en uno de los puntos de referencia en la predicción de series de tiempo en los campos de redes neuronales y lógica difusa, [7], [13].

Para la predicción de la serie de tiempo Mackey-Glass, se determinan las mismas características definidas en la predicción de la serie usando un sistema neurodifuso convencional, presentada en [7]. Aquí se evalúa la serie con 1.000 datos:  $s(1001), s(1002), \dots, s(2000)$ . Se usan los primeros 504 datos para el diseño del modelo, mientras que los restantes 496 son datos de validación. Para la predicción, se emplean inicialmente cuatro antecedentes o entradas del modelo por cada universo de discurso, que corresponden a  $s(k-3), s(k-2), s(k-1)$  y  $s(k)$ . Para predecir  $s(k+1)$ , se usa el valor de  $\tau = 30$  en la ecuación de Mackey-Glass.

Se tienen en cuenta inicialmente solo dos conjuntos difusos para cada uno de los cuatro antecedentes; por lo tanto, el número de reglas difusas es igual a 16. La localización inicial de cada función de pertenencia gaussiana se basó en la media o centro,  $m_s$  (igual a 0,9032) y la desviación estándar,  $\sigma_s$  (igual a 0,262), de los 504 datos de entrenamiento. Más específicamente, inicialmente se escogió el centro de cada una de las dos gaussianas como  $m_s - 2\sigma_s$  y  $m_s + 2\sigma_s$ , respectivamente, y sus desviaciones estándar como  $2\sigma_s$  (igual a 0,5240). Luego se eligieron para la predicción 16 consecuentes de manera aleatoria dentro de un intervalo de 0 a 1 (se evalúan varios consecuentes y se elige el que presente mejor resultado). Los valores iniciales de los parámetros del sistema se resumen en la Tabla 1.

Se determinan seis epoch o épocas de entrenamiento. El ritmo de aprendizaje en el entrenamiento se define como  $\alpha = 0,2$ . Esto se determinó según [7], donde se observa que a partir de la sexta época el RMSE se nivela; es decir, el RMSE disminuye, pero en menor cantidad. El comportamiento del modelo es evaluado por la raíz del error cuadrático medio (RMSE) y el coeficiente de correlación (IC); según [1], [8] y [12]. La gráfica de la serie de tiempo Mackey-Glass a predecir se muestra en la Figura 1.

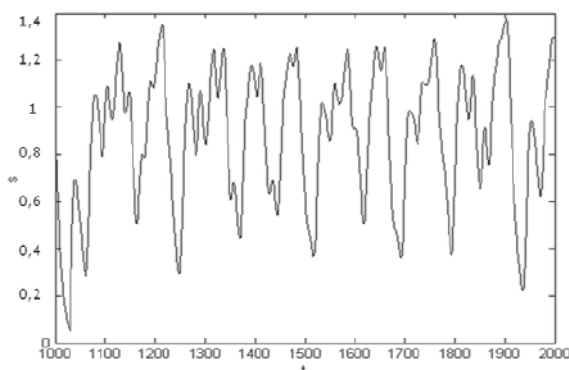


Figura 1. Serie de tiempo Mackey-Glass.

#### 4. RESULTADOS OBTENIDOS

Se utiliza la herramienta computacional MatLab® en un computador Intel Pentium M, procesador 1,73 GHz y 504 MB de RAM, para realizar la predicción de la serie de tiempo descrita anteriormente, usando el sistema neurodifuso convencional presentado en [7] y el sistema neurodifuso con DBR propuesto en este artículo. La salida del modelo neurodifuso y del modelo neurodifuso con DBR, empleando los datos de validación, se presentan en las Figuras 2 y 3, respectivamente.

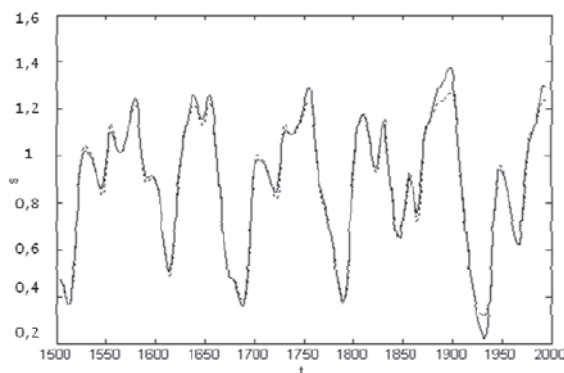


Figura 2. Salida del modelo neurodifuso convencional. La línea continua corresponde a la ecuación descrita en (10) y la punteada corresponde a la salida del modelo diseñado.

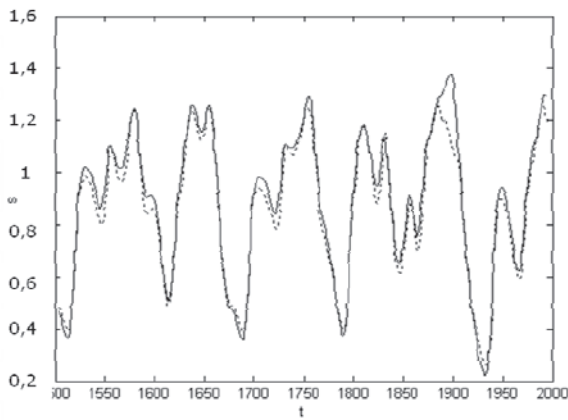


Figura 3. Salida del modelo neurodifuso con defuzificador DBR. La línea continua corresponde a la ecuación descrita en (10) y la punteada corresponde a la salida del modelo diseñado.

En la Tabla 1 se presenta el RMSE por cada época de entrenamiento, utilizando los datos de validación en los dos modelos diseñados. Se observa que el RMSE de la última época es mayor para el modelo Neuro-DBR con DBR. Sin embargo, la reducción del RMSE desde la primera a la sexta época de entrenamiento es de 0,0636 para el modelo neurodifuso con DBR y de 0,0488 para el modelo neurodifuso convencional.

| épocas | RMSE Modelo Neuro-Difuso | RMSE Modelo Neuro-DBR con defuzificador DBR |
|--------|--------------------------|---|
| 1      | 0,0765                   | 0,113                                       |
| 2      | 0,0548                   | 0,0882                                      |
| 3      | 0,0456                   | 0,0789                                      |
| 4      | 0,0382                   | 0,0692                                      |
| 5      | 0,032                    | 0,0578                                      |
| 6      | 0,0277                   | 0,0494                                      |

Tabla 1. RMSE obtenido de los dos modelos diseñados.

El coeficiente de correlación IC es de 0,9961 para el caso del modelo neurodifuso, mientras que obtiene un valor menor, con 0,991, para el modelo neurodifuso con DBR. Esto significa que el modelo neurodifuso convencional estima mejor las fluctuaciones de los datos respecto de la media. El tiempo de entrenamiento total para el modelo neurodifuso es de 0,201 segundos y para el modelo neurodifuso con DBR es de 0,163 segundos, lo que confirma que el modelo propuesto reduce el tiempo de entrenamiento y los cálculos computacionales requeridos.

Las Tablas 2 y 3 presentan los parámetros finales obtenidos después de las seis épocas de entrenamiento para los dos modelos trabajados en este artículo.

| Regla | Centros de las gaussianas |        |        |        | Desviaciones estándar de las gaussianas |        |        |        | Consecuentes |
|-------|---------------------------|--------|--------|--------|---|--------|--------|--------|--------------|
|       | 1                         | 2      | 3      | 4      | 1                                       | 2      | 3      | 4      |              |
| 1     | 0,5853                    | 0,4822 | 0,3574 | 0,1175 | 0,5135                                  | 0,5408 | 0,5253 | 0,39   | 0,2287       |
| 2     | 0,3385                    | 0,3343 | 0,3308 | 1,4335 | 0,5047                                  | 0,4911 | 0,4759 | 0,5621 | 0,5449       |
| 3     | 0,362                     | 0,3491 | 1,5114 | 0,3256 | 0,512                                   | 0,5024 | 0,4042 | 0,4771 | 0,0489       |
| 4     | 0,2715                    | 0,3401 | 1,1811 | 1,2019 | 0,4807                                  | 0,5227 | 0,8238 | 0,7632 | 1,043        |
| 5     | 0,3579                    | 1,4001 | 0,3964 | 0,4137 | 0,5139                                  | 0,5777 | 0,5298 | 0,5351 | 0,6303       |
| 6     | 0,3427                    | 1,4835 | 0,3329 | 1,4726 | 0,4867                                  | 0,4506 | 0,4696 | 0,4765 | 0,1416       |
| 7     | 0,3684                    | 1,4376 | 1,4351 | 0,3606 | 0,5128                                  | 0,5147 | 0,5206 | 0,4965 | 0,4811       |
| 8     | 0,5211                    | 1,3214 | 1,342  | 1,3718 | 0,6542                                  | 0,6125 | 0,5874 | 0,5475 | 1,3641       |
| 9     | 1,5259                    | 0,3543 | 0,374  | 0,3912 | 0,3698                                  | 0,5124 | 0,5319 | 0,547  | 0,8798       |
| 10    | 1,4277                    | 0,3725 | 0,3727 | 1,4281 | 0,5295                                  | 0,5149 | 0,513  | 0,5219 | 0,7226       |
| 11    | 1,3844                    | 0,3848 | 1,3787 | 0,3723 | 0,5772                                  | 0,5163 | 0,6011 | 0,4985 | 0,2475       |
| 12    | 1,442                     | 0,3295 | 1,4362 | 1,4329 | 0,5188                                  | 0,4369 | 0,5224 | 0,5252 | 0,8301       |
| 13    | 1,412                     | 1,4103 | 0,3989 | 0,3946 | 0,5418                                  | 0,5434 | 0,5471 | 0,5365 | 0,5901       |
| 14    | 1,4498                    | 1,4443 | 0,3434 | 1,4313 | 0,5065                                  | 0,5116 | 0,4624 | 0,5252 | 0,6828       |
| 15    | 1,4429                    | 1,4284 | 1,4074 | 0,4423 | 0,5103                                  | 0,5182 | 0,5338 | 0,5777 | 0,3829       |
| 16    | 1,4301                    | 1,4446 | 1,4663 | 1,4962 | 0,54                                    | 0,532  | 0,5156 | 0,4858 | 1,3289       |

Tabla 2. Parámetros finales obtenidos con el sistema neurodifuso convencional.

| Regla | Centros de las gaussianas |        |        |        | Desviaciones estándar de las gaussianas |        |        |        | Consecuentes |
|-------|---------------------------|--------|--------|--------|---|--------|--------|--------|--------------|
| 1     | 0,5853                    | 0,4822 | 0,3574 | 0,1175 | 0,5135                                  | 0,5408 | 0,5253 | 0,39   | 0,2287       |
| 2     | 0,3385                    | 0,3343 | 0,3308 | 1,4335 | 0,5047                                  | 0,4911 | 0,4759 | 0,5621 | 0,5449       |
| 3     | 0,362                     | 0,3491 | 1,5114 | 0,3256 | 0,512                                   | 0,5024 | 0,4042 | 0,4771 | 0,0489       |
| 4     | 0,2715                    | 0,3401 | 1,1811 | 1,2019 | 0,4807                                  | 0,5227 | 0,8238 | 0,7632 | 1,043        |
| 5     | 0,3579                    | 1,4001 | 0,3964 | 0,4137 | 0,5139                                  | 0,5777 | 0,5298 | 0,5351 | 0,6303       |
| 6     | 0,3427                    | 1,4835 | 0,3329 | 1,4726 | 0,4867                                  | 0,4506 | 0,4696 | 0,4765 | 0,1416       |
| 7     | 0,3684                    | 1,4376 | 1,4351 | 0,3606 | 0,5128                                  | 0,5147 | 0,5206 | 0,4965 | 0,4811       |
| 8     | 0,5211                    | 1,3214 | 1,342  | 1,3718 | 0,6542                                  | 0,6125 | 0,5874 | 0,5475 | 1,3641       |
| 9     | 1,5259                    | 0,3543 | 0,374  | 0,3912 | 0,3698                                  | 0,5124 | 0,5319 | 0,547  | 0,8798       |
| 10    | 1,4277                    | 0,3725 | 0,3727 | 1,4281 | 0,5295                                  | 0,5149 | 0,513  | 0,5219 | 0,7226       |
| 11    | 1,3844                    | 0,3848 | 1,3787 | 0,3723 | 0,5772                                  | 0,5163 | 0,6011 | 0,4985 | 0,2475       |
| 12    | 1,442                     | 0,3295 | 1,4362 | 1,4329 | 0,5188                                  | 0,4369 | 0,5224 | 0,5252 | 0,8301       |
| 13    | 1,412                     | 1,4103 | 0,3989 | 0,3946 | 0,5418                                  | 0,5434 | 0,5471 | 0,5365 | 0,5901       |
| 14    | 1,4498                    | 1,4443 | 0,3434 | 1,4313 | 0,5065                                  | 0,5116 | 0,4624 | 0,5252 | 0,6828       |
| 15    | 1,4429                    | 1,4284 | 1,4074 | 0,4423 | 0,5103                                  | 0,5182 | 0,5338 | 0,5777 | 0,3829       |
| 16    | 1,4301                    | 1,4446 | 1,4663 | 1,4962 | 0,54                                    | 0,532  | 0,5156 | 0,4858 | 1,3289       |

Tabla 3. Parámetros finales obtenidos con el sistema neurodifuso con defuzificador DBR.

### 5. CONCLUSIONES

Se evidenció la capacidad de reducir el tiempo de entrenamiento total y los cálculos computacionales requeridos para predecir la serie de tiempo Mackey-Glass. El modelo neurodifuso convencional presenta menor RMSE que el modelo neurodifuso con DBR, pero este último muestra una menor reducción del RMSE desde la primera hasta la sexta época, con lo que se obtiene menor RMSE al trabajar con más épocas de entrenamiento. El coeficiente de correlación es mayor en el modelo neurodifuso. Sin embargo, el modelo neurodifuso con DBR es 0,0051 menor. Se observa entonces una buena estimación de las fluctuaciones de los datos respecto de la media, en los dos casos. Como propuestas de trabajos futuros, hay que trabajar con otro tipo de sistemas no lineales para probar las ventajas descritas del modelo neurodifuso con DBR.

### REFERENCIAS

- [1] S. Badjate y S. Dudul. "Prediction of Mackey-Glass chaotic time series with effect of superimposed noise using FTLRNN model". *Proceeding on Advances in Computer Science and technology* (2008).
- [2] C. Bishop. *Neural Networks for Pattern Recognition*. Oxford University Press. (1995) p. 116-148.
- [3] A. Casiano y D. Mocenahua. "Predicción de series de tiempo caóticas con reglas difusas IF-THEN". Seminario de Lógica Difusa, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México, 2002.
- [4] M. Figueiredo y F. Gomide. "Design of fuzzy systems using Neurofuzzy networks". *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1999.
- [5] B. Martín y A. Sanz. *Redes neuronales y sistemas borrosos*, 3 ed. Alfaomega, 2007, pp. 45-180.
- [6] D. Meesand y G. Yen. *A neurofuzzy networks and its application to machine health monitoring*. Oklahoma State University, 2001.
- [7] J. Mendel. *Uncertain rule-based fuzzy logic systems. Introduction and new directions*. Prentice-Hall, 2000, pp. 156-175.
- [8] L. Morales. "Estudio y evaluación del método de defuzificación basado en relaciones booleanas (DBR) aplicado a las redes neuro-

- difusas, para la identificación de sistemas no lineales”. Tesis de Ingeniera Electrónica, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2009, pp. 16-65. Bogotá.
- [9] L. Morales, H. Chamorro y J. Soriano. “Análisis y comparación entre un controlador PI difuso y un controlador PI óptimo convencional para un convertidor reductor”. *Revista de Ingeniería* (octubre de 2008). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- [10] J. Olarte, J. Soriano y M. Melgarejo. “Fuzzy controller for mimo systems using defuzzification base don boolean relations”. *Proceedings on FUZZ-IEEE*, 1(1) (2005): 21-27.
- [11] J. Soriano. *Propuesta de congresor basado en relaciones booleanas*. *Revista de Ingeniería*, 6(1) (2001): 44-50. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.
- [12] J. Velásquez. “Pronóstico de la serie de Mackey-Glass usando modelos de regresión no lineal”. *Revista de la Facultad de Minas*, 71(142) (2004): 85-95. Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- [13] L. Wang. *A course in fuzzy systems and control*. Prentice-Hall, 1997, pp. 168-177.