

希釈ボーズ・アインシュタイン凝縮における
超流動ジャイロスコープの実験的観察

宮 本 道 子

Summary

Experimental Observation of a Superfluid Gyroscope in Dilute Bose-Einstein Condensate

MIYAMOTO Michiko

I wrote an outline of a paper written by researchers at Clarendon Laboratory, University of Oxford, titled "Experimental Observation of a Superfluid Gyroscope in a Dilute Bose-Einstein Condensation"

They have observed three-dimensional Gyroscopic effect and realization of a superfluid Gyroscope as discussed by Stringari in [4]. The experiment is performed on Rb^{87} condensate produced by forced rf evaporative cooling in a time orbiting potential trap. In this experiment, they combine two striking superfluid effects. One is the production of quantized vortices, and the other one is reduced moment of inertia associated with the excitation of the scissors mode. From this they deduce the angular momentum associated with the vortex line and found a value close to \hbar per particle as predicted for a superfluid.

オックスフォード大学の Clarendon Laboratory の方々による “Experimental Observation of a Superfluid Gyroscope in Dilute Bose · Einstein Condensate” をまとめてみました。

我々は希釈ボーズ・アインシュタイン圧縮気体中の渦に関する、3次元ジャイロスコープ効果を観察した。渦を持つ凝縮は、1つの循環の量子を持ち、そしてこれは、渦線のまわりの歳差運動をするシザースモードの振動平面の原因となる。我々はシザース振動の歳差運動割合を測定した。このことから我々は、渦線に関する角運動量を推測し、そして超流動に対して予言されていたように、粒子ごとの \hbar に近い値を見出した。

希釈ボーズ・アインシュタイン凝縮気体の超流動の性質は、その回転に対する応答によって、最も印象的に証明されており、現代では、大きな実験的興味のある領域である。適用されたトルクに対する超流動の独特な応答が生ずる。なぜなら、その単一の巨視的な波動関数がその大きさの範囲内で許される流れの原型を抱束するからである。[1]において、そして、後に[2, 3]において、原子を閉じ込めているトラッピングポテンシャルが臨界の速度を超える速度で回転するとき、量子化された循環をしている渦が観察される。そのような渦は、密度がゼロになるところで、気体の範囲内で位相シンギュラリティに対応する。それぞれの渦に関する循環の量子化（そしてそれ故角運動量）は、凝縮の範囲内で単一の値をもつ超流動波動関数の存在を証明している。核のある渦に対する臨界回転割合以下で、シザースモードの振動数の観察は[4]、非回転流動原型（そして回転する流動原型ではなく）のみが、渦に無関係な凝縮であることを示すことによって、超流動波動関数の存在に対するさらなる証拠を与える。

この手紙において、我々は Stringari によって[4]に議論されたように、“超流動ジャイロスコープ”の実現化について記述する2つのいちじるしい超流動効果、すなわち量子化された渦の生成と、シザースモードの励起に関連する慣性モーメントの減少を結合する実験について記述する。実験は時間・軌道ポテンシャル (TOP) [5] の中において、緊急の無線周波数蒸発冷却生成された Rb^{87} 凝縮についてなされた。このように、凝縮は、トラップ振動数、 $\omega_x = \omega_y = \omega_L$ で、 $\omega_z \sim 2.8\omega_L$ を持つ調和ポテンシャルにおいてなされ、そしてその型は回転楕円体における楕円面であるすなわち、 z 軸にそうよりも、半径方向の xy 平面の方が大きい。シザースモードは、他の箇所に詳細に書かれているように[6, 7]、トラップの突然の傾きによって励起されたトラップポテンシャルに対して相対的な凝縮の小さな角度の振動である。ジャイロスコープの実験において、我々は z 軸にそう渦を含む軸対称な凝縮の、 xz 又は yz 平面におけるシザースモード振動を励起する。渦の存在において、シザースモードの振動の平面は、 z 軸のまわりにゆっくりと歳差運動する。極座標において、Fig 1 に示されているように、シザース振動は θ 方向にあり、歳差運動は ϕ 方向にある。歳差運動割合から、我々は渦線に関する角運動量 $\langle L_z \rangle$ を推測し、そしてそれ故、この角運動量が、超流動に対して予言されたように、

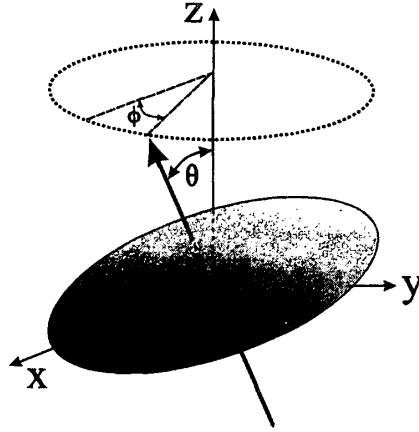


Fig 1 The gyroscope motion. In equilibrium, the oblate spheroidal condensate (projected outline shown as the grey ellipse) would lie stationary with its normal axis (heavy black arrow) parallel to the z axis. The scissors oscillation involves a fast harmonic oscillation, at ω_{sc} , of the small angle θ between the condensate normal axis and the z axis. When a vortex is present, the plane of this oscillation (initially the xz plane when $\phi=0$), and then slowly precesses through angle ϕ about the z axis.

粒子ごとに \hbar の単位で量子化されることを示そう。

歳差運動割合 Ω と $\langle L_z \rangle$ の間の関係は、多分、2つの逆回転する、 $m = \pm 1$ モードを等分に重ね合わせ、そしてシザースモードを考えることによって得られるであろう[8]。これらモードは、それら標準軸が、小さい角度 θ だけ z 軸から傾いている凝縮を表わしており、そしてそこでは、この傾き（標準の軸と z 軸によって定義される）はシザース振動の振動数 $\omega_L = \pm \omega_{sc}$ で z 軸のまわりを回転する。ここで $\omega_{sc} = (\omega_x^2 + \omega_z^2)^{\frac{1}{2}}$ である。対称性とこれらモードの縮退は、軸性角運動量 $\langle L_z \rangle$ の存在によって破られている。もし分岐が、 ω_{sc} と比べて小さいならば、Ref [4] は歳差運動の振数 Ω は次のように与えられると予言している。

$$\Omega = \frac{\omega_+ - \omega_-}{2} = \frac{\langle L_z \rangle}{2mN \langle x^2 + z^2 \rangle} \quad (1)$$

ここで、N は凝縮における原子の数であり、m は原子の質量であり、そして $\langle x^2 + z^2 \rangle$ は、凝縮の全面にわたる $x^2 + z^2$ の平均値である。調和的にトラップした凝縮の場合において、次の式をうる [4, 9]。

$$\Omega = 7 \omega_{sc} \frac{\langle L_z \rangle}{N\hbar} \frac{\lambda^{\frac{5}{3}}}{(1 + \lambda^2)^{\frac{3}{2}}} (15N \frac{a}{a_{ho}})^{-\frac{2}{5}} \quad (2)$$

ここで、 $\lambda = \frac{\omega_z}{\omega_L}$ であり、 $a_{ho} = \left[\hbar / m(\omega_x \omega_y \omega_z) \right]^{\frac{1}{3}}$ は、トラップ調和振動長さであり、そして a は S 波の散乱長である。

他の超流動ジャイロスコープ効果が観察されているがしかし、渦の速度場と凝縮のシザースモードの間の3次元相互作用は、この実験を独特なものにしている。液体ヘリウムの超流動ジャイロスコープは、循環する多くの量子による、ドーナツ型の幾何学中の持続する電流を示している [10]。対称的に我々はここで、角運動量 $\langle L_z \rangle = N\hbar$ の単一の渦が、励起状態にある

トラップされた、ボーズアインシュタイン凝縮 (BEC) 気体の大半の動きを有意義に修正することを示そう。渦が ξ/R_0 の大きさの励起スペクトルにおいて、相対的な変化を生成するので、これは可能であり、そしてそのような希釈系において渦の芯の大きさ ξ が、凝縮の平均の大きさ R_0 に関して無視できない。トラップされた希釈気体において、渦線についての関連した実験は、[11, 12] に記述されている。渦線角運動量は、渦線に垂直な面における、半径方向呼吸モードの歳差運動 ($m = \pm 2$ の重ね合わせの四重極モード) を用いて [11] において測定された。その実験において、 $(x \pm iy)^2$ 四重極モードを含み、動きは 2次元に閉じ込められ、そして凝縮の四重極振動は、渦線に影響しない。これに反して我々の仕事は、第一に $(x \pm iy)^2 z$ 四重極の歳差運動の観察と測定である、ここで歳差運動は $(xz$ 又は $yz)$ の合体としての振動に直交する xy 平面において歳差運動はおこる。このように我々の系は、完全に 3次元の運動、すなわち、古典的なスピントップの歳差運動と転頭運動として記憶されている。トラップされた渦を含むボーズ気体の系のジャイロスコープ運動の詳しい研究が、Nilsen *et al.*によってなされている [13]：彼等は、流体力学の方程式の解と Gross-Pitaevski 方程式を用いた我々の実験条件に対する反応の数値的シミュレーションと比べている。Nilsen *et al.* は又古典的ジャイロスコープとの詳しい関係を追及している。凝縮に相対的な渦線の運動は又興味あることである [13-15]。渦線が、振動的、凝縮軸の歳差運動的に続くことができ、そして我々は矛盾のない観点とともに証拠を与える。[12] において、今の場合に似ず、渦線の歳差運動が凝縮の対称軸から傾くか又は変位しているときに、あらゆる大半の凝縮運動の不存在において観察される。

超流動ジャイロスコープを励起する最初の舞台は、単一の渦を凝縮の中心に集めることである。我々の実験装置における渦の中核化に対する詳しい議論は [3] に与えられている。まとめとして、この実験に対して用いられた励起させる手順は次のようである：まず我々は、軸対称な $\omega_{\perp}/2\pi = 62\text{Hz}$ と $\omega_z/2\pi = 175\text{Hz}$ の、TOP トラップ中に凝縮を生成する。スピニアップに対して、我々がなした凝縮は、トラップ回転割合 44Hz における 0.2s のランプにおいて、 $(\omega_x/\omega_y = 1.04)$ の中心に対するはずれとなった。さらなる 1s 間スピンするトラップ中に凝縮を保った後、我々はトラップポテンシャルの回転を、トラップ回転割合と、トラップのゼロに対する中心からのずれの両方を 0.4s 以上にランピングすることによって、トラップポテンシャルの回転を中止した。すべての渦励起過程の間、蒸発冷却のために用いられた無線周波数場が、一定の振動数とパワーに維持される。これはスピニアップ手順の望ましくない副産物である、エネルギー的な熱原子のトラップからの除去を確かにする。この無線周波数遮蔽は、おおよそ $0.5 T_c$ に温度を維持した。

方程式 (2) は、歳差運動割合が凝縮における原子の数に影響され、そして渦線に関する角運動量に影響されることを示している。我々のショットからショットの間の、 $N = 19000 \pm 4000$ の生産物の数の変化については、歳差運動割合において、10% の変化がある。より意味があるのは凝縮の範囲内での渦線の数と位置である。なぜなら歳差運動は線型的に $\langle L_z \rangle$ によっているからである。有限の大きさの凝縮において、それぞれの渦線は、もしそれが正しく中心にあ

る場合にのみ、粒子ごとの角運動量である \hbar と関連している。軸的に対称な調和的なトラップを、しかけられたトーマス・フェルミ凝縮における、中心を離れた渦に関する角運動量は、

$$\langle L_z \rangle = N\hbar \left(1 - \frac{d^2}{R_\perp^2}\right)^{\frac{5}{2}} \quad (3)$$

である。ここで d は、渦の半径の位置であり、 R_\perp は半径方向の凝縮の大きさである。回転の軸 (z 軸) にそって見る、2 番目のイメージング系を用いて、我々は中心から3 番目の凝縮の半径の範囲内に位置する、はっきりと見える、単一渦によってはじまる実験の $\sim 90\%$ を検査することができた。

渦をつくった後、ただちに、 xz 又は yz シザースモードを励起するために TOP トラップが突然傾けられる傾斜の手順の詳細は [6] に与えられている。しかしまとめると、 xy 又は、 yz シザースモードをそれぞれ励起するために、 B_x 又は B_y の半径方向のバイアス場の成分の1つを持つ位相において振動する、付加的な磁場を z 方向において、TOP トラップに適用する。場の振巾は0.55G であり、これは2 G のトラップを 4.4° だけ傾ける半径方向のバイアス場と結合した、そしてそれ故新しい傾けられた平衡位置のまわりに同じ振巾のシザース振動を励起する。

トラップの中で変化する、時間に対して、旋回する振動を許した後、我々はそれを解放して、12分間の展開の後に y 方向にそって、破壊的にイメージする。イメージに対して傾けられた放物線の密度分布を適合することによって、我々は雲の角度を外挿することができ、そしてこのように時間の関数として、徐々にプロットする。速いシザース振動は雲の角度によっており、 xz 平面上に (イメージング方向に垂直な平面) 投射される。そしてゆっくりと、歳差運動の振動数 Ω で変化する。もし振動が xz 平面にあれば、イメージ平面に投射された振巾が最大であり、そしてもしそれが yz 平面にあれば、投射された振巾はゼロである (Fig 1 を見よ)。施回時間の関数として、シザース振動をプロットすることによって、我々はゆっくりとした振動の可視性を観察し、そしてそれゆえ、歳差運動割合を外挿する。

Fig 2 はシザースモードがもともとイメージング方向に垂直である、 xz 平面で励起されていたときのプロットを示している。(a) において、渦を含む凝縮、一方、(b) において渦を含まなかった凝縮を用いた、コントロールされた実験である。それぞれのデータ点は5回とられ、そして平均で標準のゆらぎがプロットされている。この平均を出すことは必要である。なぜなら、ショットとショットの間のわずかな変化が、わずかに異なる歳差運動割合を導くからである。用いられた適合関数は

$$\theta = \theta_{eq} + \theta_0 |\cos \Omega t| (\cos \omega_{sc} t) e^{-\gamma t} \quad (3)$$

Fig 2 (b) に対して、 Ω はゼロと置いている。両方の場合において、速いシザース振動は明らかに可視的であり、(a) の $\frac{\omega_{sc}}{2\pi}$ の適合値は177Hz であり、そして (b) は186Hz であり、177Hz という理論値と合理的によく一致している。渦の存在において、可視性は30分ほどで、イメージングの方向を含む平面へ振動が 90° の間を通過して歳差運動するときすばやくゼロに収縮する。振動の可視性は 90° のさらなる歳差運動の後、再び大きくなる。小さな傾きの角度の極限にお

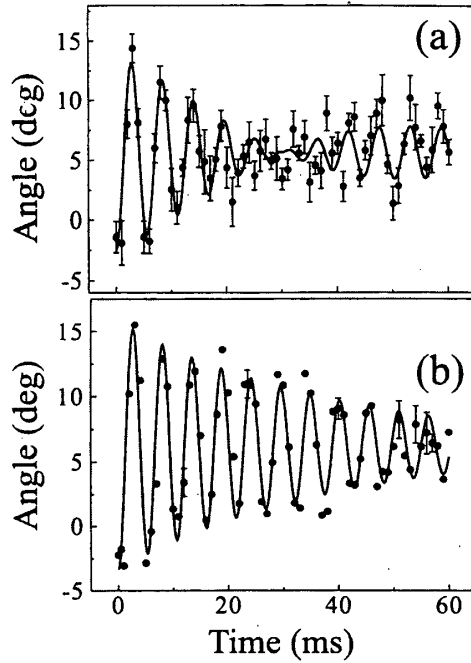


Fig 2 The angle of the cloud projected on the xz plane when the scissors mode is initially excited in the xz plane, in (a) with a vortex and in (b) without a vortex. In (a) each data point is the mean of 5 runs, with the standard error on each point shown. The solid line is the fitted function given in Eq.(4). In (b) most data points are an average of 2 runs, occasionally 5 runs were taken, and the standard error is shown for these points for comparison with (a).

いて振動の可視性の変化は、Eq.(4)における $|\cos\Omega t|$ という項によって表わされる。 $2\pi/\Omega$ が 2π 全部の回転に対する時間であり、それゆえ $1/4$ の $\pi/2\Omega$ という間に、最大からゼロへ降下する可視性を我々は期待する。適合された値 $\Omega/2\pi=8.3\pm 0.7\text{Hz}$ はFig 2 (a) から得られた。

生き返った振巾は、Eq.(4)におけるエクスポネンシャル崩壊項から、 $\gamma=23\pm 7\text{s}^{-1}$ という割合で生起する。ランダウ制動による初期の振巾より小さい。制動は又、類似の割合 $r=25\pm 5\text{s}^{-1}$ で、Fig 2 (b) の渦のない制御実験で生起する。(b)において凝縮は同じスピニアップ手順を経験するが、しかし、35Hzのおそすぎて渦の生成ができない、トラップ回転割合である。これは、両方の場合において、凝縮は同じ温度であり、そしてそれ故、類似のランダウ制動割合を持つということを確認する。近似的に 24s^{-1} の $0.5T_c$ の温度で制動割合は、[18]に公表されている。シザースモードの温度従属データとよく一致している。制御プロットは渦線が存在せず、そしてそれゆえ、渦が歳差運動に本質的でないならば軸対称である、そして凝縮は $L_z=0$ を持たねばならないことをたしかにする。

Fig 3は同じ実験を示しているがしかし、イメージング方向にそって初期的に励起しているシザースモードによって初期的な可視性がゼロになっている。近似的な適合関数はその場合、

$$\theta = \theta_{\text{eq}} + \theta_{\infty} |\sin\Omega t| (\cos \omega_{\text{sc}} t) e^{-\gamma t} \quad (5)$$

正確にランダウ制動割合を適合するには不十分なデータしかない。そしてそれ故 γ の値は、

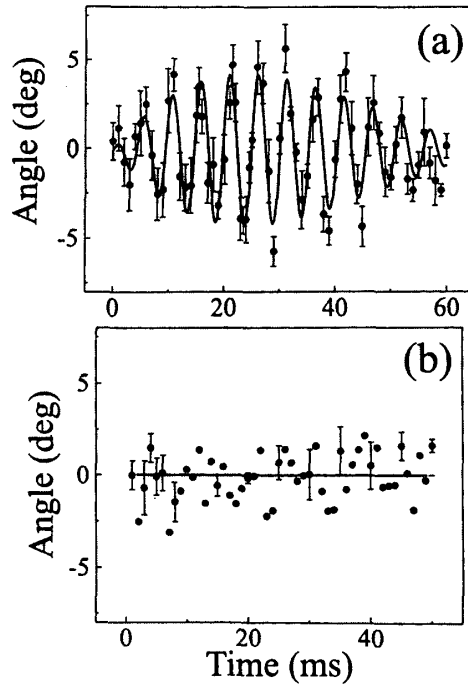


Fig 3 As for Fig 2 but with the scissors mode initially excited in the yz plane and Eq.(5) as the fitting function (solid line).

Fig 2 のデータから決定されるように、 24.2s^{-1} と適合される。渦の存在において、[Fig 3 (a)]。シザース振動の可視性は、振動平面が xz 平面へ 90° の間を通して回転するときが大きくなる。この振動のこの増大は、ひょっとすると、Fig 2 (a) における振巾の初期的な減少よりも歳差運動のより意味のある証拠である。なぜならそれは、如何なる制動効果によっても説明することが出来ないからである。Fig 3 (b) は、渦のないときに得られたデータを示している。それゆえ振動は yz 平面に残され角度ゼロで xz 方向に投射される。Fig 2 (a) と Fig 3 (a) における平均角が異なることに注意しよう。Fig 2 においてトラップの傾きは、 xz 平面に生じ、そして平均角 θ_{eq} はトラッピングポテンシャルの傾角である（平衡における雲の角度）。一方、Fig 3 において、 yz 平面における傾き、すなわちイメージング平面における平均角はゼロである。

Fig 3 (a) から推測される歳差運動割合は $\Omega/2\pi = 7.2 \pm 0.6\text{Hz}$ であり、そしてこれは Fig 2 (a) から得られた歳差運動割合の決められた誤差と一致する。 xz と yz 平面における傾きによって開始されたジャイロスコープ実験に対する結果を結合して、 $\Omega_{\text{exp}}/2\pi = 7.7 \pm 0.5\text{Hz}$ の平均歳差運動振動数を与える。この結果は、我々の実験条件に対する、Gross-Pitaevskii 方程式の数値解によって、 6.5Hz の歳差運動振動数を予言している。Ref [13] における詳しい計算と矛盾なく一致している、渦線に関する粒子ごとの角運動量を計算するために、我々は流体力学で適用されるレジメである Eq.(2) を用いて、そして $\langle L_z \rangle = (1.07 \pm 0.13) \hbar$ の粒子ごとの角運動量を見出した。この量の不確定性は、主に原子の数 ($N = 10000 \pm 4000$) における不確定性である。この結果は量子力学で予言された、粒子ごとの値、 \hbar とよく一致している。

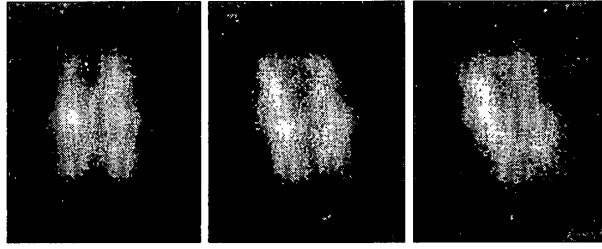


Fig 4 Three examples of absorption images, taken along the y direction and perpendicular to the core of the vortex after 12 ms of expansion, show the vortex core roughly following the angle of the axis of the condensate during the gyroscope motion. These images were taken with a smaller condensate density ($N \leq 10000$), so that the vortex core [of radius $(8\pi n a)^{-1/2}$] was large enough to have a significant effect on the integrated absorption profile. White (black) corresponds to a high (low) density of atoms.

最後に我々は、[4]における、それが正しく凝縮軸に従うという提案によって誘発された渦の核の運動について議論する。渦の芯に垂直に取られたイメージは凝縮の軸に対して相対的な芯の角度を示す必要がある。しかしながら、認識できる効果を総合的な吸収の側面に及ぼさない。このように我々は凝縮の中の原子の数を多くのそのようなイメージを得るために $N \leq 10000$ まで収縮する。そして3つの例が Fig 4 に示されている。渦は実験的仕事の50%がはっきり見え、そしてイメージング系の分解能とピクセル間の雑音の極限の範囲内でこれらショットにおける渦線は、これらショットにおいて、凝縮の軸とともに一列に並ぶ傾向がある。又、渦線のわずかな曲りは認めないわけにはいかない。しかしながら、原子の数が小さいために、我々は凝縮の軸に対して相対的な渦芯の角度に対して、実際まっすぐないかなる関数をも決定的に適合することはできない。

結論として、我々はトラップされたボーズ・アインシュタイン凝縮における、超流動ジャイロスコープ効果を観察した。そのとき、単一の循環する量子（単一渦線）は、凝縮のシザース運動の大半に影響を与え、そしてその歳差運動の原因となった。歳差運動割合を観察することによって、我々は渦線に関する角運動量を測ることができる。我々の結果である $(1.07 \pm 0.13) N\hbar$ は、それぞれ中心にある渦線に関して予言された $N\hbar$ 角運動量量子とよく一致している。ジャイロスコープはボーズ・アインシュタイン圧縮気体回転の興味をそそる特色を探索する武器を提供する。

注

- [1] K. W. Madison *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 806 (2000).
- [2] J. R. Abo-Shaeer *et al.*, Science **292**, 476 (2001).
- [3] E. Hodby *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 010405 (2002).
- [4] S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **86**, 4725 (2001).
- [5] M. H. Anderson *et al.*, Science **269**, 198 (1995).
- [6] O. M. Maragò *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 2056 (2000).

- [7] D. Guéry-Odelin and S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **83**, 4452 (1999).
- [8] S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **77**, 2360 (1996).
- [9] A. A. Svidzinsky and A. L. Fetter, Phys. Rev. A **58**, 3168 (1998).
- [10] J. R. Clow and J. D. Reppy, Phys. Rev. A **5**, 424 (1972).
- [11] F. Chevy, K. W. Madison, and J. Dalibard. Phys. Rev. Lett. **85**, 2223 (2000).
- [12] B. P. Anderson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2857 (2000); P. C. Haljan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 2922 (2001).
- [13] H. M. Nilsen, D. McPeake, and J. F. McCann, J. Phys. B **36**, 1703 (2003).
- [14] V. Bretin *et al.*, cond-mat/0211101.
- [15] J. E. Williams *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 070401 (2002).
- [16] M. Guilleumas and R. Graham, Phys. Rev. A **64**, 033607 (2001).
- [17] A. Fetter (private communication).
- [18] O. Maragò *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 3938 (2001).

参考文献

E. Hodby, S. A. Hopkins, G. Hechenblaikner, N. L. Smith, and S. J. Foot Phys. Rev. Lett, **91**, 090403-1
Experimental Observation of Superfluid Gyroscope in a Dilute Bose-Einstein Condensate

(原稿受理 2003年12月4日)