

# PHÂN TÍCH TÍNH ỔN ĐỊNH BỀN VỮNG CỦA CÁC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN IMC

## ANALYSES OF ROBUST STABILITY OF IMC CONTROL SYSTEMS

PTS VŨ NGỌC PHÀN

**Abstract.** The IMC structure of control systems shows advantages over the other control structures. The IMC structure permits us overcoming difficulties when a limitation of actuating magnitude as well as nonlinearity of the plant must be taken in account. The target of this paper is to describe the IMC control systems and their stability robustness. In Section 2 the normal feedback structure and the IMC structure is explained in order to make a comparison. In Section 3 the internal stability is generally defined and then the robust stability of some special IMC structures is studied.

### 1. MỞ ĐẦU

Chọn cấu trúc thích hợp cho một đối tượng cụ thể khi thiết kế điều khiển có vai trò hết sức quan trọng đối với tính ổn định và chất lượng của toàn hệ thống. Đặc biệt ở các hệ MIMO, do tồn tại các tương tác chéo nên cấu trúc điều khiển ảnh hưởng rất lớn đến mọi tính chất của hệ. Trong [4] có đề cập nhiều đến vấn đề này. Chẳng hạn, có nên tách tương tác chéo hay không, tách như thế nào v.v... Việc tham số hóa bộ điều khiển nhiều khi cần thiết nhưng cũng gây những vấn đề liên quan đến tính bền vững của hệ vòng kín [3]. Khi số điều kiện của ma trận hàm truyền lớn, tính có hướng của các tác động bên ngoài lên hệ thống làm cho việc điều khiển theo những cấu trúc kinh điển gặp nhiều khó khăn [5]. Hơn nữa, đa số trường hợp thực tế, biên độ của đại lượng tác động bị chặn ở một ngưỡng nào đó. Sự hạn chế này làm cho hệ thống tuyến tính trở thành hệ phi tuyến và mọi vấn đề trở thành phức tạp [7].

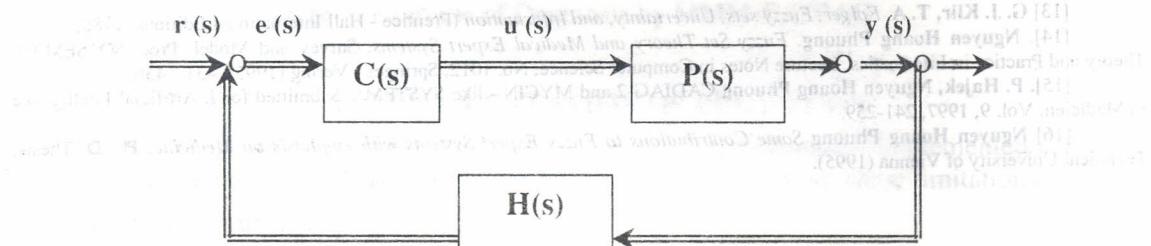
Cấu trúc điều khiển IMC (Internal Model Controller) có nhiều ưu điểm cho phép vượt qua những tình huống vừa nêu trên. Hơn nữa, cấu trúc IMC rất gần gũi với cấu trúc MRAC (Model Reference Adaptive Control). Nghiên cứu tính bền vững của các hệ điều khiển IMC sẽ giúp ta dễ dàng hơn trong việc áp dụng điều khiển thích nghi bền vững (Robust Adaptive Control), một trong những hướng lớn trong lý thuyết điều khiển hiện đại [8].

Trong phần tiếp theo của bài này, trước hết trình bày cấu trúc điều khiển IMC và so sánh với cấu trúc phản hồi kinh điển. Trước khi phân tích tính bền vững của một số cấu trúc IMC với những mô tả bất định khác nhau trong phần 3, tính ổn định nội diện (Internal Stability) của một hệ điều khiển IMC được nêu ra. Như đã quen biết, nếu một hệ ổn định nội diện thì nó cũng ổn định ngoại diện (External Stability) [6]. Việc sử dụng điều kiện ổn định nội diện làm cho tính bền vững của hệ dễ được thỏa mãn hơn. Tuy nhiên như sau này sẽ thấy, điều này không ảnh hưởng gì đến những kết quả nêu ra trong bài này.

### 2. CÁC CẤU TRÚC ĐIỀU KHIỂN ĐẶC TRƯNG.

#### 2.1. Cấu trúc điều khiển cơ sở

Ký hiệu  $\{M(s)\}^{m \times n}$  là tập các ma trận hàm truyền cấp  $m \times n$ . Trong hình 2.1, sự tương thích về cấp của các ma trận hàm truyền đồng nghĩa với  $P \in \{M(s)\}^{m \times m}$ ,  $C \in \{M(s)\}^{n \times m}$  và  $H \in \{M(s)\}^{m \times n}$ .



Hình 2.1 Hệ thống điều khiển MIMO

## PHÂN TÍCH TÍNH ỔN ĐỊNH BỀN VỮNG CỦA CÁC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN IMC

Quan hệ giữa đầu ra  $y(s)$  của hệ MIMO với đại lượng chỉ dẫn  $r(s)$  và nhiễu  $w(s)$  dựa theo hình 2.1. có dạng:

$$y(s) = [I + PCH]^{-1} PCr(s) + [I + PCH]^{-1} w(s) \quad (2.1)$$

Hai thành phần ở vế phải của (2.1) đặc trưng cho hai nhiệm vụ quan trọng của vấn đề thiết kế hệ thống MIMO: bám theo đại lượng chỉ dẫn (setpoint tracking, reference input matching) và loại trừ nhiễu (disturbance rejection). Do tính chất đặc biệt của hệ tuyến tính, hai vấn đề này có thể giải quyết độc lập với nhau [6]. Không làm mất tính tổng quát ta có thể coi  $H(s)=I$  (hệ thống điều khiển với phản hồi đơn vị, hình 2.2). Khi  $H(s)=I$  biểu thức (2.1) trở thành:

$$y(s) = [I + PC]^{-1} PC r(s) + [I + PC]^{-1} w(s) \quad (2.2)$$

Với giả thiết  $w(s)=0$  ta có:

$$y(s) = [I + G_0(s)]^{-1} G_0(s) r(s) = G(s)r(s) \quad (2.3)$$

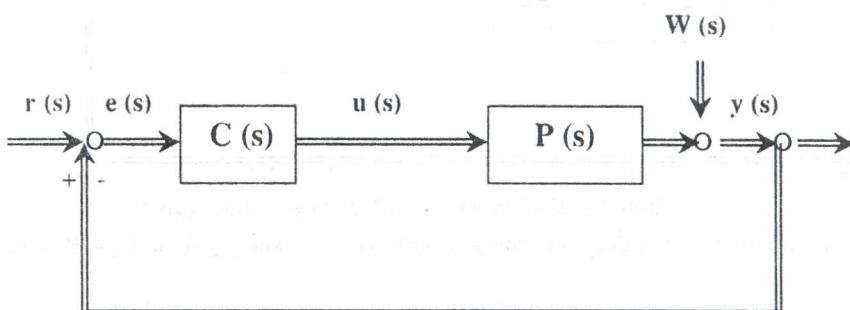
trong đó

$$G_0(s) = P(s)C(s) \quad (2.4)$$

là ma trận hàm truyền vòng hở và

$$G(s) = [I + G_0(s)]^{-1} G_0(s) = G_0(s) [I + G_0(s)]^{-1} \quad (2.5)$$

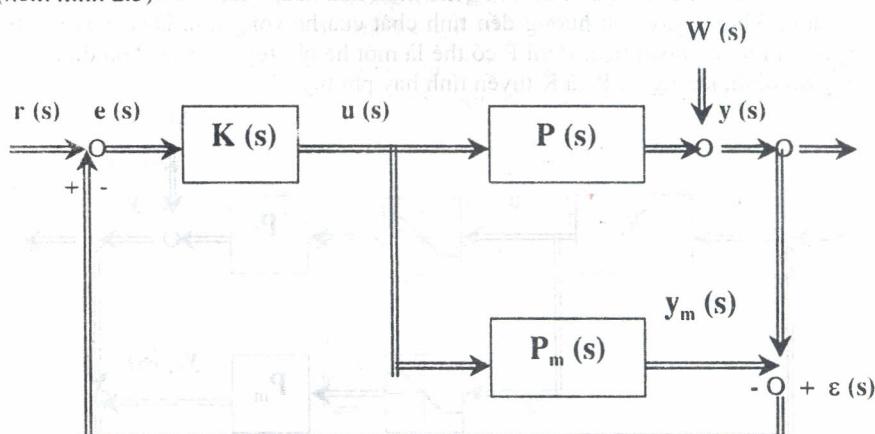
Là ma trận hàm truyền vòng kín



Hình 2.2. Hệ điều khiển MIMO với phản hồi đơn vị

### 2.2. Cấu trúc IMC

Một cấu trúc điều khiển khác thường được ưa dùng khi việc xây dựng mô hình đối tượng (ma trận hàm truyền  $P(s)$ ) gặp khó khăn. Thay vì ma trận hàm truyền đầy đủ  $P(s)$  của đối tượng ta chỉ có mô hình danh nghĩa  $P_m(s)$ . Đại lượng phản hồi được chọn là độ chênh lệch giữa đầu ra thật và đầu ra của mô hình danh nghĩa (xem hình 2.3).



Hình 2.3. Cấu trúc điều khiển IMC

Ma trận hàm truyền vòng kín có dạng:

$$G(s) = PK(s) [I + (P - P_m)K(s)]^{-1} \quad (2.6)$$

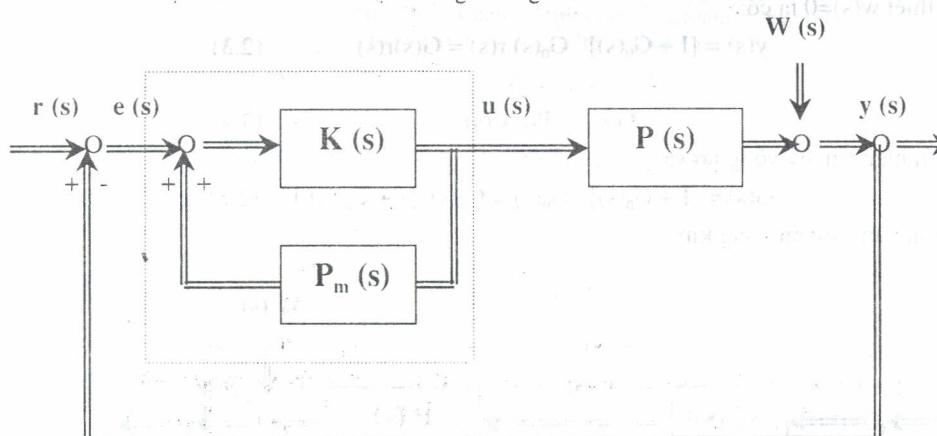
Sử dụng các phép biến đổi ma trận ta có:

$$G(s) = PK(I - P_mK)^{-1} [I + PK(I - P_mK)^{-1}]^{-1} \quad (2.7)$$

Dễ dàng thấy rằng, có thể đưa (2.6) về dạng (2.5) nếu ta đặt

$$C = K(I - P_mK)^{-1} \quad (2.8)$$

Ta thấy trong (2.7) kết hợp với (2.8) khác với trong (2.4) và (2.5),  $C(s)$  có chứa mô hình danh nghĩa  $P_m$  và vì vậy nó có tên là điều khiển chứa mô hình danh nghĩa (internal model controller, viết tắt là IMC). Hình 2.4 diễn tả một cấu trúc điều khiển tương đương với cấu trúc ở hình 2.3.



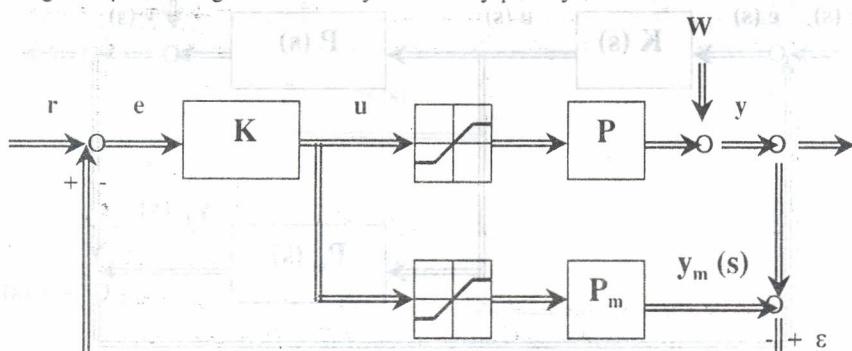
Hình 2.4. Bộ điều khiển IMC (trong khung gạch đứt)

Trong trường hợp mô hình được xây dựng hoàn toàn chính xác, nghĩa là  $P_m = P$  công thức (2.6) có dạng:

$$G(s) = P(s)K(s) \quad (2.9)$$

Điều này nói nên rằng, ma trận hàm truyền vòng kín đồng nhất với ma trận hàm truyền vòng hở (không có phản hồi). Như vậy nếu đối tượng là một hệ ổn định, khi đó chỉ cần xác định bộ điều khiển là một hệ ổn định. Tuy nhiên, đối với các đối tượng không ổn định, ta vẫn có thể sử dụng cấu trúc IMC như là một biện pháp tham số hóa điều khiển theo công thức (2.8).

Cần lưu ý rằng, bộ điều khiển IMC rất thích hợp cho trường hợp hạn chế biên độ của đại lượng tác động (đại lượng  $u$  trong các hình 2.1 đến 2.4). Sự hạn chế biên độ của  $u$  có thể xem như  $P(s)$  và  $P_m(s)$  có chứa một phần tử phi tuyến (Xem hình 2.5). Vì  $P_m$  mô hình hóa hoàn toàn  $P$  nên công thức (2.9) và sự hạn chế biên độ tác động không ảnh hưởng đến tính chất của hệ vòng kín. Điều vừa nói trên cũng hàm nghĩa là, khi  $P_m$  mô hình hóa hoàn toàn  $P$  thì  $P$  có thể là một hệ phi tuyến. Nếu  $P$  ổn định và  $K$  ổn định thì hệ vòng kín cũng ổn định, không kể  $P$  và  $K$  tuyến tính hay phi tuyến.

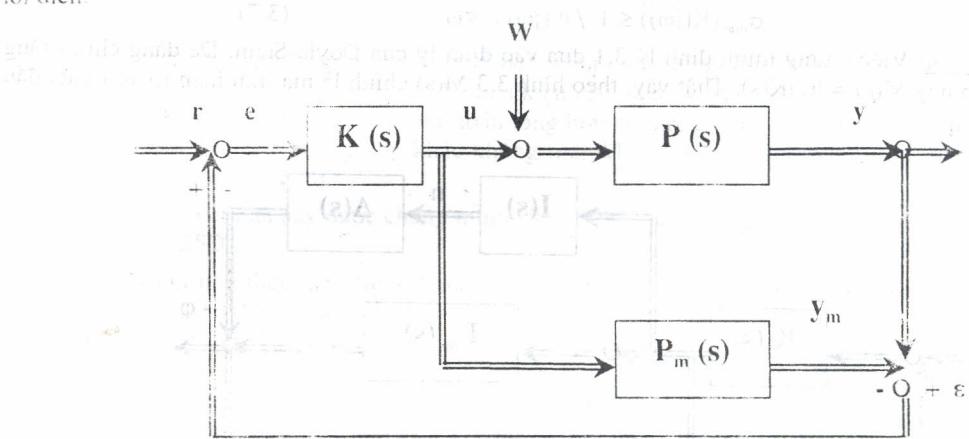


Hình 2.5. IMC với hạn chế biên độ tác động.

### 3. CẤU TRÚC IMC VỚI ĐỐI TƯỢNG KHÔNG ỔN ĐỊNH

### 3.1. Ứng dụng nội bộ điều khiển IMC

Khi xét tính ổn định của hệ thống điều khiển,  $r(s)$  và  $w(s)$  trong hình 2.1 đến 2.5 biểu thị những ảnh hưởng như nhau. Hơn nữa, đối với các hệ thống kỹ thuật, ổn định nội diện (internal stability) được chú trọng hơn ổn định vào ra (BIBO stability). Theo truyền thống, hình 3.1 được sử dụng khi xét tính ổn định nội diện.



Hình 3.1 (MC)

Theo Khoa 3.4, ta có

$$y(s) = G_1(s)r(s) + G_2(s)w(s) \quad (3.1)$$

$$u(s) = G_3(s)r(s) + G_4(s)w(s) \quad (3.2)$$

$$G_1(s) = PEK \quad G_2(s) = (I - PEK)P \quad G_3(s) = EK \quad G_4(s) = EKP \quad (3.3)$$

$$\text{với } E = [I + K(P - P_0)]^{-1} \quad (3.4)$$

Khi  $P_m$  mô hình hóa đầy đủ  $P$  ta có  $E = I$  và

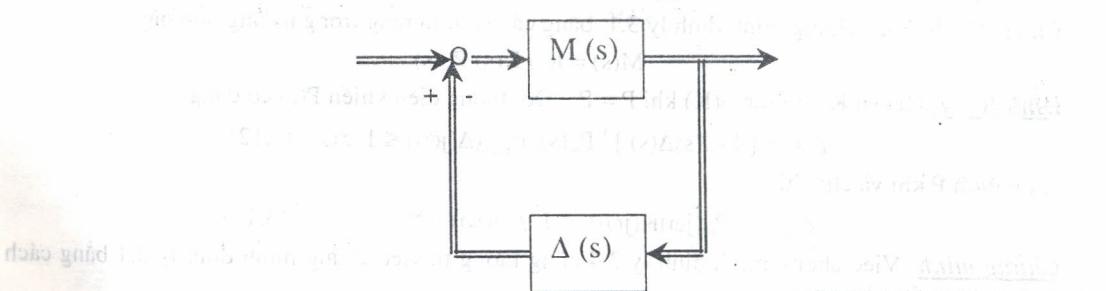
$$G_1(s) = PK \quad G_2(s) = (I - PK)^{-1} \quad G_3(s) = K \quad G_4(s) = KP \quad (3.5)$$

Hệ thống điều khiển hình 3.1 ổn định nội diên khi và chỉ khi  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$ ,  $G_3(s)$  và  $G_4(s)$  là các ma trận hàm truyền ổn định. Để đơn giản cách viết, ta dùng ký hiệu  $S(K)$  để chỉ hệ thống điều khiển IMC với bộ điều khiển  $K(s)$ .

### 3.2. ổn định bền vững

Bây giờ ta xét hệ thống IMC khi  $P_m$  không mô hình hóa đầy đủ  $P$ . Trước hết ta trình bày lại định lý Doyle-Stein [1], [2], vì nó là cơ sở để chứng minh các định lý sẽ trình bày sau này.

**Định lý Doyle-Stein:** Giả sử  $M(s)$  (Xem hình 3.2) là một hệ ổn định,  $\Delta(s)$  là phần bất định với  $\sigma_{\max}(\Delta(j\omega)) \leq 1 \forall \omega$  được xem như một vòng phản hồi. Hệ vòng kín sẽ ổn định khi và chỉ khi  $\sigma_{\max}(M(j\omega)) \leq 1 \forall \omega$



Hình 3.2 Hệ thống M(s) với phần bất định  $\Delta(s)$

Bây giờ ta xét hệ điều khiển IMC trong đó bất định mô hình được diễn tả bởi bốn dạng cụ thể. Kết quả ổn định sẽ được nêu trong bốn định lý.

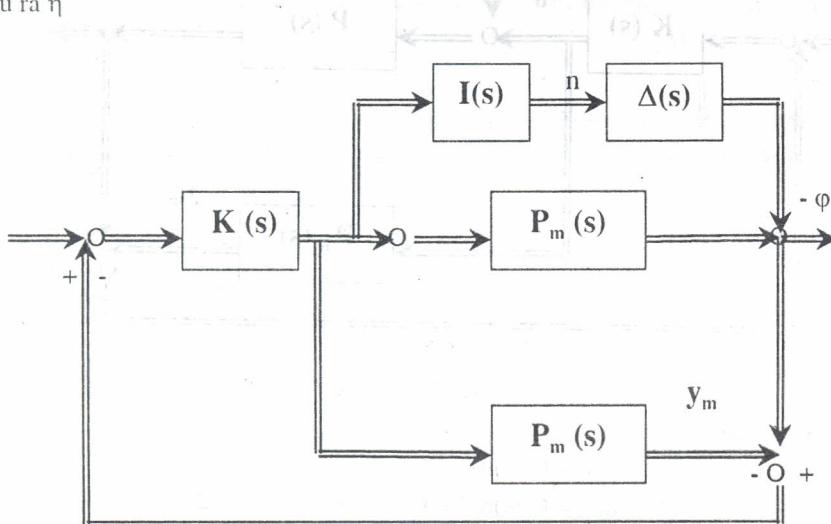
Định lý 3.1. Giả sử  $K$  ổn định  $S(K)$  khi  $P = P_m$ . Đối tượng điều khiển  $P(s)$  có dạng:

$$P(s) = P_m(s) + l(s)\Delta(s), \sigma_{\max}(M(j\omega)) \leq 1 \quad \forall \omega \quad (3.6)$$

$K$  ổn định  $P$  khi và chỉ khi

$$\sigma_{\max}(K(j\omega)) \leq 1 / \|l(j\omega)\| \quad \forall \omega \quad (3.7)$$

Chứng minh: Việc chứng minh định lý 3.1 dựa vào định lý của Doyle-Stein. Dễ dàng chỉ ra rằng trong trường hợp này  $M(s) = l(s)K(s)$ . Thật vậy, theo hình 3.3  $M(s)$  chính là ma trận hàm truyền giữa đầu vào  $\varphi$  và đầu ra  $y_m$ .



Hình 3.3. Sơ đồ diễn tả bất định theo định lý 3.1

Định lý 3.2. Giả sử  $K$  ổn định  $S(K)$  khi  $P = P_m$ . Đối tượng điều khiển  $P(s)$  có dạng

$$P(s) = [I + l(s)\Delta(s)] P_m(s), \sigma_{\max}(\Delta(j\omega)) \leq 1 \quad \forall \omega \quad (3.8)$$

$K$  ổn định  $P$  khi và chỉ khi

$$\sigma_{\max}(P_m(j\omega)K(j\omega)) \leq 1 / \|l(j\omega)\| \quad \forall \omega \quad (3.9)$$

Chứng minh: Việc chứng minh định lý 3.2 cũng tương tự việc chứng minh định lý 3.1 bằng cách chỉ ra rằng trong trường hợp này

$$M(s) = l(s)P_m(s)K(s)$$

Định lý 3.3. Giả sử  $K$  ổn định  $S(K)$  khi  $P = P_m$ . Đối tượng điều khiển  $P(s)$  có dạng

$$P(s) = P_m(s) [I + l(s)\Delta(s)], \sigma_{\max}(\Delta(j\omega)) \leq 1 \quad \forall \omega \quad (3.10)$$

$K$  ổn định  $P$  khi và chỉ khi

$$\sigma_{\max}(K(j\omega)P_m(j\omega)) \leq 1 / \|l(j\omega)\| \quad \forall \omega \quad (3.11)$$

Chứng minh: Việc chứng minh định lý 3.1 bằng cách chỉ ra rằng trong trường hợp này

$$M(s) = l(s)K(s)P_m(s)$$

Định lý 3.4. Giả sử  $K$  ổn định  $S(K)$  khi  $P = P_m$ . Đối tượng điều khiển  $P(s)$  có dạng

$$P(s) = [I - l(s)\Delta(s)]^{-1} P_m(s), \sigma_{\max}(\Delta(j\omega)) \leq 1 \quad \forall \omega \quad (3.12)$$

$K$  ổn định  $P$  khi và chỉ khi

$$\sigma_{\max}(I - P_m(j\omega)K(j\omega)) \leq 1 / \|l(j\omega)\| \quad \forall \omega \quad (3.13)$$

Chứng minh: Việc chứng minh định lý 3.4 cũng tương tự việc chứng minh định lý 3.1 bằng cách chỉ ra rằng trong trường hợp này

$$M(s) = l(s)(I - P_m(s)K(s))$$

# PHÂN TÍCH TÍNH ỔN ĐỊNH BỀN VỮNG CỦA CÁC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN IMC

## 4. KẾT LUẬN

Cấu trúc điều khiển IMC có nhiều ưu điểm so với những cấu trúc điều khiển khác. Nó có khả năng giúp ta vượt qua những khó khăn vấp phải khi biên độ của đại lượng tác động bị hạn chế hoặc đổi tương điều khiển có phần tử phi tuyến. Ngoài ra cấu trúc IMC rất giống hệ MRAC. Nếu chọn được một cơ chế nhận dạng thích hợp đưa vào cấu trúc IMC ta sẽ dễ dàng thu được một hệ điều khiển tự thích nghi bền vững.

Trong bài này, bốn định lý về ổn định bền vững của các hệ điều khiển IMC với những mô tả bất định khác nhau đã được chứng minh. Đó là điều kiện cần và đủ và do vậy không những nó có thể được sử dụng cho bài toán phân tích mà cả cho bài toán tổng hợp hệ thống. Với cách làm tương tự cho phép ta mở rộng kết quả trên vào các trường hợp khác không mấy khó khăn (thí dụ khi cần quan tâm đến bất định chứa trong bộ điều khiển  $K(s)$ ).

Tuy những kết quả này được chứng minh cho hệ MIMO, nhưng dễ dàng thấy rằng chúng hoàn toàn đúng với các hệ SISO.

Công trình này thực hiện trong khuôn khổ nghiên cứu của đề tài cấp Nhà nước KHCN - 04 - 09 thuộc chương trình tự động hóa.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Chen N.J . Desoer, C.A

*Necessary and Sufficient Condition for Robust Stability of Linear Distributed Feedback Systems.* Int. J. of control, Vol. 35 (1982), pp. 255-268

[2] Doyle, J.C

*Analysis of Control Systems With Structured Uncertainty.* IEE Proc. Part D, 129.242 (1982)

[3] Francis, B.A

*On Robustness of Stability of Feedback Systems.* IEEE Trans.on AC, Vol. AC-25.4 (1980), pp 817-818

[4]. Korn, U. Wilfert, H.H

*Mehrgroessenregelungen. Moderne Entwurfsprinzipien im Zeit- und Frequenzbereich* VEB Verlag Technik. Berlin 1982.

[5] Skogestad, S. Morari, M.

*Robust Control of Ill-Conditioned Plants: High-Purity Distillation.* IEEE Trans. on AC, Vol AC-33, 12 (1988), pp 1092 - 1104

[6] Vũ Ngọc Phàn

Các hệ thống điều khiển nhiều đầu vào nhiều đầu ra. Báo cáo khoa học của đề tài cấp nhà nước KS-02-09-1994.

[7] Wong, J.Y. Looze, D.P

*Robust Performance for Systems with Component-bounded Signals.* Automatica. Vol. 31. No. 3 (3.95), pp.471-475

[8] Chien, C.J. Sun, K-C. Wu, A.-C. Fu. L.C

*A Robust MRAC Using Variable Structure Design for Multivariable Plant.* Automatica. Vol. 32. Nr.6(1996) pp 833-848.