TẠP CHÍ KHOA HỌC TÍNH TOÁN VÀ ĐIỀU KHIỂN TẬP V(1989), SỐ 4 (24 - 27)

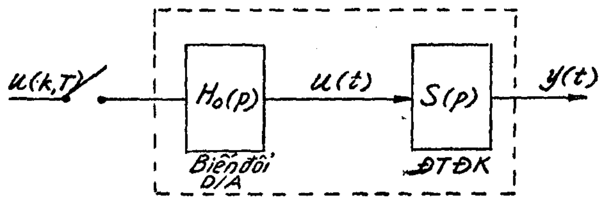
PHƯƠNG PHÁP MỚI TÍNH HÀM TRUYỀN RỜI RẠC CỦA PHẦN LIÊN TỤC TRONG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN SỐ

CHU VĂN HỶ

I - MỞ ĐẦU

Trong nhiều trường hợp phân tích và tổng hợp hệ thống điều khiển số, ta cần tìm hàm truyền rời rạc G(z) của phần liên tục (PLT), khi biết các hàm truyền $H_0(p)$ của bộ biến đổi số/tương tự (D/A) và S(p) của đối tượng điều khiển (ĐTĐK):

$$G(z) = Z[H_0(p)S(p)] = Z\left[\frac{1-e^{-Tp}}{p}S(p)\right] = (1-z^{-1})Z\left[\frac{S(p)}{p}\right] = (1-z^{-1})Z[G(p)] \qquad (1)$$



Thông thường ta tính G(z) theo 2 cách sau:

1) Phân tích G(p) thành tổng các phần tử đơn giản $g_1(p)$, sau đó tra bảng tìm $g_1(z)$. Hoặc từ $g_1(p)$ ta tìm $g_1(t)$ và tính $g_1(z)$ theo công thức chuỗi.

2) Áp dụng định lý Résidus.

Các phương pháp trên giúp ta tính tương đối dễ dàng bằng tay G(z) khi biết các cực của G(p). Nhưng áp dụng chúng cho thiết kế nhờ máy tính (CAD) lại gặp rất nhiều khó khăn . Nếu ĐTĐK cho trước bằng phương trình trạng thái, trước hết ta phải tìm hàm truyền S(p), ví dụ nhờ thuật toán Souriau. Trong bài này chúng tôi trình bày một phương pháp tính G(z) thích hợp cho CAD.

II - PHƯƠNG PHÁP MỚI

Giả thiết ĐTĐK tuyến tính dừng một đầu vào một đầu ra được mô tả bằng phương trình trạng thái

$$x'(t) = Ax(t) + bu(t) \qquad (2)$$

$$y(t) = c^T x(t) \qquad (3)$$

Nếu ĐTĐK cho trước bằng hàm truyền, ta có thể chuyển về mô tả trên, ví dụ bằng áp dụng các dạng chuẩn.

Phương pháp mới dựa vào nhận xét sau: nếu tác động vào PLT (hình 1) một xung đơn vị $u(kT) = \delta(kT)$ thì điều khiển u(t) vào ĐTĐK trong chu kỳ cắt mẫu $kT \leq t \leq (k+1)T$ bằng bước nhảy đơn vị $u(t) = 1$. Nhờ phương pháp chuyển vị trạng thái [2] ta rời rạc hóa chính xác phương trình (2), (3) :

$$x[(k+1)T] = F\,x(kT) + h\,u(kT) \tag{4}$$

$$y(kT) = c^T x(kT) \tag{5}$$

trong đó :

$$F = e^{AT} \tag{6}$$

$$h = \int_0^T e^{At} b\, dt = A^{-1}(F - I)\, b \tag{7}$$

Lấy biến đổi Laplace rời rạc (4), (5) và thay

$$u(z) = Z[u(kT)] = Z[\delta(kT)] = 1 \tag{8}$$

Ta được

$$y(z) = c^T (zI - F)^{-1} z x(0) + c^T (zI - F)^{-1} h \tag{9}$$

Từ đó ta có công thức tính hàm truyền G(z) cho trường hợp điều kiện ban đầu $x(0) = 0$

$$G(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = c^T (zI - F)^{-1} h \tag{10}$$

Cho tính ma trận đảo trong (10), áp dụng thuật toán Souriau (Paddeev) sẽ rất hiệu quả khi bậc của ĐTĐK $n > 2$:

$$(zI - F)^{-1} = \frac{B_1 z^{n-1} + B_2 z^{n-2} + \dots + B_{n-1} z + B_n}{z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z + a_n} \tag{11}$$

Trong đó a_i là các số, B_i là ma trận $(n \times n)$:

$$\begin{aligned}
&B_1 = I, && a_1 = -\,tr[F] \\
&B_2 = FB_1 + a_1 I, && a_2 = -(1/2)tr[FB_2] \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots && \\
&B_i = FB_{i-1} + a_{i-1} I, && a_i = -(1/i)tr[FB_i] \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots && \\
&B_n = FB_{n-1} + a_{n-1} I, && a_n = -(1/n)tr[FB_n] \\
&\qquad 0 = FB_n + a_n I &&
\end{aligned} \tag{12}$$

Biểu thức cuối cùng dùng để kiểm tra.

Từ phương trình trạng thái rời rạc (4), (5), ta cũng có thể tìm hàm truyền rời rạc G(z) theo phương pháp Ezek [1]. Tính toán sẽ phức tạp hơn, song phương pháp này còn cho phép tính hàm truyền liên tục từ hàm truyền rời rạc.

III - VÍ DỤ

1) Cho ĐTĐK là phần tử không ổn định bậc 1, ta có:

$$G(z) = (1 - z^{-1}) Z\left[\frac{S(p)}{p}\right] = (1 - z^{-1}) Z\left[\frac{1}{p^2}\right] = (1 - z^{-1}) \frac{Tz}{(z-1)^2} = \frac{T}{z-1}$$

Ta mô tả ĐTĐK bằng phương pháp trạng thái (2), (3) với A = 0, b = 1, c = 1. Theo (6), (7) ta có

$$F = 1;\ h = \int_0^T 1\, dt = T$$

Vậy, áp dụng công thức (10) ta được kết quả như trên.

2) Cho ĐTĐK là phần tử ổn định bậc 1, ta có :

$$G(z) = (1 - z^{-1})Z\left[\frac{S(p)}{p}\right] = (1 - z^{-1})Z\left[\frac{1}{p(p+a)}\right] = \frac{1}{a}\,\frac{1 - e^{-aT}}{z - e^{-aT}}$$

Ta mô tả ĐTĐK bằng phương trình trạng thái (2), (3) với A = -a, b = 1, c = 1. THEO (6), (7) ta có

$$F = e^{-aT},\ h = A^{-1}(F - I)\, b = \frac{1 - e^{-aT}}{a}$$

Áp dụng công thức (10) ta được kết quả như trên.

Ghi chú : Cho $a \to 0$, ta có $\dfrac{1 - e^{-aT}}{a} \to T$ và nhận được kết quả như ở ví dụ 1.

3) Cho ĐTĐK : $S(p) = 1/\ [p(p + a)]$, ta có :

$$(Gz) = (1 - z^{-1})Z\left[\frac{1}{p^2(p+a)}\right] = \frac{1}{a}\left[\frac{T}{p^2(p+a)} - \frac{1 - e^{-aT}}{a(z - e^{-aT})}\right]$$

Ta mô tả ĐTĐK bằng phương trình trạng thái (2), (3), ví dụ dưới dạng chuẩn điều khiển:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & , & 1 \\ 0 & ; & -a \end{bmatrix},\ b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ c^T = [1\ ,\ 0]$$

Ma trận A suy biến, có các giá trị riêng phân biệt $P_1 = 0$, $P_2 = -a$. Để nhận được lời giải chữ, ta tính F, h theo các công thức Sylvester:

$$F = f(E) = \sum_{i=1}^{n}\left[f(p_i)\prod_{j\neq i}\frac{E - p_i I}{p_i - p_j}\right],\ f(E) = e^{AT} \qquad (13)$$

$$F = \frac{1}{a}\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -a & 0 \\ 0 & -a \end{bmatrix}\right) + \frac{e^{-aT}}{-a}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1 - e^{-aT}}{a} \\ 0 & e^{-aT} \end{bmatrix}$$

$$h = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{e^{p_i T} - 1}{p_i}\prod_{j\neq i}\frac{A - p_j I}{p_i - p_j}\right] b \qquad (14)$$

$$h = \left[\frac{e^{OT} - 1}{O}\frac{1}{a}\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -a & 0 \\ 0 & -a \end{bmatrix}\right)\right]\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$+ \left[\frac{e^{-aT} - 1}{-a}\frac{1}{-a}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix}\right]\begin{bmatrix} o \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T}{a} + \frac{e^{-aT} - 1}{a^2} \\ -\frac{e^{-aT} - 1}{a} \end{bmatrix}$$

Áp dụng công thức (10), (12) ta tìm các hệ số b_i và a_i của z^{n-i} ở tử số và mẫu số của hàm truyền G(z):

$$b_1 = c^T h = (Ta - 1 + e^{-aT})/a^2$$

$$a_1 = -tr[F] = -(1 + e^{-aT})$$

$$B_2 = F + a_1 I = \begin{bmatrix} -e^{-aT} & \frac{1-e^{-aT}}{a} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$b_2 = c^T B_2 h = \frac{-Tae^{-aT} + 1 - e^{-aT}}{a^2}$$

$$a_2 = -\frac{1}{2} tr[FB_2] = -\frac{1}{2} tr \begin{bmatrix} -e^{-aT} & 0 \\ 0 & -e^{-aT} \end{bmatrix} = e^{-aT}$$

Dễ dàng nhìn thấy: kết quả tính theo phương pháp mới và tra bảng là trùng nhau. Tuy nhiên, trong các ứng dụng cho CAD ta cần tìm các phương pháp tính F, h thích hợp [2].

IV - KẾT LUẬN

Có thể tóm tắt phương pháp dẫn ra trên đây như sau: Cho đầu vào PLT một xung đơn vị $u(kT) = \delta(kT)$, ta tính đầu ra $y(kT)$; hàm truyền $G(z)$ sẽ bằng biến đổi Laplace rời rạc $y(z)$ của $y(kT)$. Với thuật toán Sourlau và cách tính F, h trong [2], phương pháp mới rất thích hợp cho CAD, giúp ta tìm được $G(z)$ trong mọi trường hợp (ĐTĐK có bậc n bất kỳ, ma trận A có thể suy biến ...). Ở đây ta tránh được những khó khăn gặp phải trong các phương pháp cổ điển (1, 2 trong phần I), như: giải phương trình đại số bậc n để tìm cực của $G(p)$, lập và tra bảng biến đổi Laplace rời rạc, không áp dụng được định lý Résidu khi $G(p)$ có các cực phức, v.v... Về độ chính xác và thời gian tính, kết quả của các chương trình ứng dụng SIMU-1, SIMU-2, [2] đã xác nhận tính hiệu quả của phương pháp.

Ta có thể áp dụng phương pháp trên đây cho các ĐTĐK nhiều đầu vào nhiều đầu ra.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Стрейц В., Метод пространства сосояний в теории дискретных линейных систем управления Наука, Москва, 1985.

2. Chu Văn Hỷ, Mô phỏng hệ thống điều khiển số có thể điều khiển, Tạp chí Khoa học Kỹ thuật, 1989.

ABSTRACT

A new method for calculating the discrete transfor function of the continuous part in digital control systems is proposed. This is very suitable for the Computer Aided Design. Several examples and applications are given.