

Análisis de la conductividad térmica efectiva en un generador termoeléctrico segmentado usando Bi_2Te_3 y PbTe

Ana Lilia Nieto Magdaleno

¹Instituto Politécnico Nacional, Sección de Estudios de Posgrado e investigación, ESIME-Culhuacán. Av. Santa Ana No 1000, Culhuacán, Coyoacán, C.P. 04430, México, D.F.
lnieto986@gmail.com

Miguel Ángel Olivares Robles

¹Instituto Politécnico Nacional, Sección de Estudios de Posgrado e investigación, ESIME-Culhuacán. Av. Santa Ana No 1000, Culhuacán, Coyoacán, C.P. 04430, México, D.F.
olivares@ipn.mx

José Jorge Chanona Pérez

Instituto Politécnico Nacional, Departamento de Ingeniería Bioquímica, ENCB, Prolongación de Carpio y Plan de Ayala s/n, Santo Tomas, Miguel Hidalgo, C.P. 11340, México, D.F.
jorge_chanona@hotmail.com

Resumen

Los generadores termoeléctricos (TEG), conocidos como dispositivos de estado sólido, se utilizan para generar energía eléctrica a partir de un gradiente de temperatura. Los TEGs son de pequeño tamaño y no necesitan de mantenimiento. En este trabajo, se analiza el transporte de calor en un generador termoeléctrico segmentado compuesto de dos materiales, Bi_2Te_3 y PbTe , a través de la "conductividad térmica efectiva" (κ_{ef}). Ésta conductividad, considera la conducción de Fourier en estado estacionario, la generación de calor de Joule y el efecto Seebeck. Además, el valor de κ_{ef} no depende de las condiciones de funcionamiento del TEG sino de las propiedades de transporte de

los propios materiales semiconductores En el modelo considerado para el TEG segmentado, los resultados obtenidos muestran que los valores óptimos para la conductividad térmica efectiva, eficiencia reducida y finalmente la potencia máxima del sistema corresponden al Bi_2Te_3 .

Palabra(s) Clave(s): conductividad térmica, eficiencia, potencia, seebeck, TEG.

1. Introducción

Los materiales termoeléctricos a través del efecto Peltier pueden convertir directamente el calor en electricidad. La termoelectricidad ha sido utilizada en las tecnologías de conversión de energía. De hecho, hay un gran interés en el uso de los materiales termoeléctricos para una variedad de aplicaciones tales como la compactación del calor residual y la refrigeración [1, 2].

Debido a la necesidad que existe actualmente de generar energía eléctrica a través energías renovables, los generadores termoeléctricos (TEG) se consideran cada vez más importantes para la recolección del calor de desecho. Por esto, es importante el estudio de diferentes materiales termoeléctricos con mayor eficiencia termoeléctrica [3, 4, 5, 6].

Los generadores termoeléctricos son dispositivos de estado sólido sin partes móviles, silenciosos, confiables y escalables, lo que es ideal para la generación de energía eléctrica en pequeña cantidad y la recolección de energía.

Recientemente, se ha propuesto el estudio de la conductividad térmica para diversos módulos termoeléctricos (TE), por ejemplo simples, segmentados y en cascada. Estos módulos TE están compuestos de diferentes materiales. El transporte de calor en materiales termoeléctricos requiere considerar no sólo la conducción del calor de Fourier, sino también los efectos termoeléctricos de Peltier y Thomson.

En estudios recientes se ha propuesto un enfoque que describe el transporte de calor en el interior de los generadores termoeléctricos (TEG) a través de una conductividad

térmica efectiva (k_{ef}) [7]. En lugar de considerar cada uno de estos efectos por separado, se deduce una "conductividad térmica efectiva" (κ_{ef}), que permite modelar la totalidad del transporte de calor en el material termoeléctrico usando la ecuación de conducción en estado estacionario. El propósito de este enfoque es simplificar la optimización de la operación del TEG, especialmente cuando se consideran los acoplamientos térmicos entre el TEG y los depósitos térmicos o fuentes de calor [8].

Así, en este trabajo, se realiza el análisis de la eficiencia reducida η_r de un TEG Segmentado usando el concepto de la conductividad térmica efectiva (κ_{ef}) en lugar de la conductividad térmica (κ).

Un generador termoeléctrico utiliza el flujo de calor debido a un gradiente de temperatura para generar un flujo de carga eléctrica a través del circuito externo. Así, el voltaje producido debido a una diferencia de temperatura, debido al efecto Seebeck, está dado por,

$$V = \alpha \Delta T$$

donde, α es el coeficiente de Seebeck de los materiales semiconductores [9].

El factor de mérito de los materiales, (zT), depende del coeficiente de Seebeck (α), la temperatura promedio para el TEG (T), la resistividad eléctrica (ρ), y la conductividad térmica (κ) del material [1,2] y está dada por,

$$zT = \frac{\alpha^2 T}{\rho \kappa} \quad (1)$$

La potencia en un generador termoeléctrico que convierte el calor (Q) con eficiencia η , se expresa como,

$$P = \eta Q \quad (2)$$

Ya que el calor es una forma de energía, el trabajo útil generado a partir del calor está limitado por la eficiencia Carnot,

$$\eta_c = \frac{T_h - T_c}{T_h} = \frac{\Delta T_E}{T_h} \quad (3)$$

donde $\Delta T = T_h - T_c$ es la diferencia de temperatura a través del termoelectrico. La eficiencia máxima de un convertidor termoelectrico depende en gran medida de la diferencia de temperatura ΔT_{TE} a través del dispositivo [2].

Esto se debe a que el generador termoelectrico, como todos los motores térmicos, no puede tener una eficiencia superior a la de un ciclo de Carnot,

$$\eta = \frac{\Delta T_{TE}}{T_h} \eta_{r,d}. \quad (4)$$

donde, η_r es la eficiencia reducida, que es la eficiencia relativa a la eficiencia de Carnot [10].

En el modelo de propiedades termoelectricas constantes (CPM), α , ρ y κ se aproximan como independientes de la temperatura. En este caso, la expresion para la eficiencia [10] se puede expresar como,

$$\eta = \frac{\Delta T_E}{T_h} \cdot \frac{\sqrt{1 + zT} - 1}{\sqrt{1 + zT} + T_c/T_h} \quad (5)$$

La eficiencia de un dispositivo termoelectrico real debe ser alrededor del 90% de este valor debido a las pérdidas de interconexiones eléctricas, resistencias de contacto térmico y eléctrico, y otras pérdidas térmicas.

2. Conductividad Térmica Efectiva y Potencia Máxima

A. Conductividad Térmica Efectiva.

El flujo de calor total (q'') a través de un TE en cualquier punto del segmento termoelectrico (ver Fig. 1.) se puede escribir como,

$$q'' = J\Phi \quad (6)$$

donde J , es la densidad de corriente y Φ , es el potencial termoeléctrico [2].

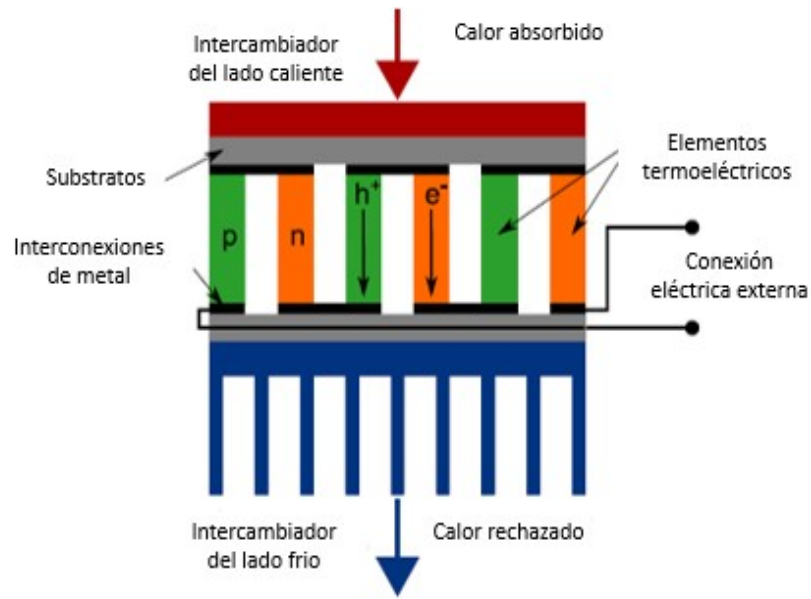


Fig. 1. Generador termoeléctrico.

La ec. (6) incluye el calor de Peltier y los flujos de calor de Fourier. También se puede escribir el flujo de calor en términos de la corriente reducida, u . Debido a que el flujo de calor del TEG en el lado caliente (q''_h), es de interés, la forma reducida de la ec. (6) específicamente para este flujo [11], está dada por medio de la integral

$$q''_h = \frac{\Phi_h \int_{T_c}^{T_h} \kappa u dT}{l} \quad (7)$$

donde, l , y κ , es la longitud y la conductividad térmica del segmento semiconductor, respectivamente. El flujo de calor, q''_h , de la ec. (7) se puede expresar en términos de la conductividad térmica efectiva, κ_{ef} ,

$$q''_h = \frac{\kappa_{ef}}{l} (T_h - T_c) \quad (8)$$

donde κ_{ef} esta dada por,

$$\kappa_{ef} = \frac{\Phi_h}{(T_h - T_c)} \int_{T_c}^{T_h} \kappa u dT \quad (9)$$

En la ec. (9), debemos conocer $u(T)$. Con el fin de simplificar esta ecuación, se utiliza la condición $u = s$ en todo el segmento termoeléctrico. s , es el factor de compatibilidad termoeléctrico [2]. Para un generador termoeléctrico, se tiene que

$$u = s = \frac{\sqrt{1 + zT} - 1}{\alpha T} \quad (10)$$

Combinando las ecs. (9) y (10), y considerando que κ y zT constante con la temperatura, aquí zT debe ser calculada usando una temperatura promedio para el TEG, se tiene

$$\kappa_{ef} = \frac{\kappa \Phi_h (\sqrt{1 + zT} - 1)}{(T_h - T_c)} \int_{T_c}^{T_h} \frac{1}{\alpha T} dT \quad (11)$$

Finalmente, κ_{ef} puede expresarse en la forma de L. Baranowski (ver Ref. 2),

$$\kappa_{ef} = \frac{\kappa T_h (1 + zT + \sqrt{1 + zT})}{2(T_h - T_c)} \left(1 - \left(\frac{T_h}{T_c} \right)^{k_g} \right), \quad k_g = \frac{2 - 2\sqrt{1 + zT}}{zT} \quad (12)$$

B. Potencia Máxima dependiente del Área

Es conocido el hecho que la potencia se puede expresar como,

$$P = \eta q_h'' \quad (13)$$

La diferencia de temperatura (ΔT_{TE}) a través de la TE se puede expresar como,

$$\Delta T_{TE} = \Delta T_{suministro} \frac{\Theta_{TE}}{\Theta_{Hx} + \Theta_{TE}} \quad (14)$$

y el flujo de calor está dado por,

$$q_h'' = \frac{\Delta T_{suministro}}{(\Theta_{Hx} + \Theta_{TE})} \quad (15)$$

donde Θ_{Hx} , es la resistencia térmica del intercambiador de calor y Θ_{TE} , es la resistencia térmica del TE [1,2].

Sustituyendo las ec. (4), (14) y (15) en la ec. (13), se obtiene una expresión para la potencia producida

$$P = \frac{\Delta T_{suministro}^2 \eta_{r,d}}{T_h} \frac{\Theta_{TE}}{(\Theta_{Hx} + \Theta_{TE})^2} \quad (16)$$

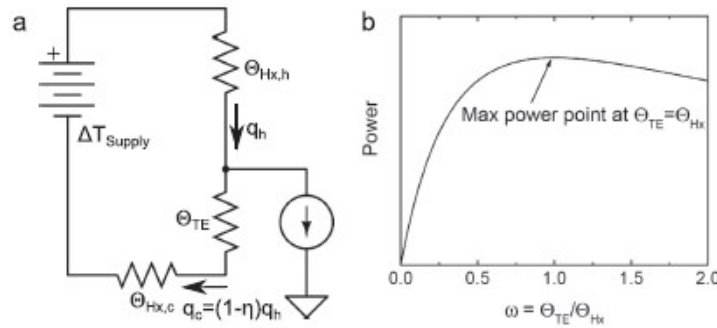


Fig. 2. Circuito térmico equivalente. Figura tomada de la referencia [2].

La figura 2(b) muestra la potencia como una función de $w = \Theta_{TE}/\Theta_{Hx}$ [2]. Nótese que la potencia se maximiza [12, 13, 14] cuando $w = 1$, por lo tanto se tiene que

$$P_{max} = \frac{\Delta T_{suministro}^2 \eta_{r,d}}{4T_h \Theta_{Hx}} \quad (17)$$

Baranowski y colaboradores [2] han mostrado que la eficiencia reducida del dispositivo se expresar como:

$$\eta_{r,d} = \frac{2T_h \left(1 - \left(\frac{T_c}{T_h}\right)^{\eta_{r,max}}\right)}{\Delta T_{suministro}} \quad (18)$$

Así, sustituyendo esta última ecuación en la ec. (17) se obtiene

$$\frac{P_{max}}{A_{Hx}} = \frac{\Delta T_{suministro} h_{Hx}}{2} \left(1 - \left(\frac{T_c}{T_h}\right)^{\eta_{r,max}}\right) \quad (19)$$

donde A_{Hx} , es el área del intercambiador de calor y $h_{Hx} = 1/(\theta_{Hx}A_{Hx})$, es coeficiente de transferencia de calor.

3. Resultados

Como se ha mencionado anteriormente, en esta sección se obtienen los resultados numéricos para κ_{ef} , η_r y $\frac{P_{max}}{A_{Hx}}$ de un TEG segmentado compuesto de dos materiales termoeléctricos, a saber, PbTe y Bi₂Te₃. En la siguiente tabla se muestran las propiedades utilizadas para los cálculos realizados [15, 16], (ver Tabla1):

	Tipo-n (PbTe)	Tipo-p (Bi ₂ Te ₃)
Conductividad eléctrica σ (10^2Sm^{-1})	900	1000
Conductividad térmica κ ($\text{W/m}\cdot\text{K}^{-1}$)	2.2	1.6
Coeficiente Seebeck α (μVK^{-1})	250	200

Tabla 1. Propiedades termoeléctricas del PbTe y Bi₂Te₃.

A. Conductividad Térmica Efectiva

La figura 3 muestra la dependencia de la κ_{ef} respecto zT para diferentes temperaturas T_h usando Bi₂Te₃. Nótese conforme se incrementa la temperatura (T_h) aumentan los valores de κ_{ef} para una misma zT .

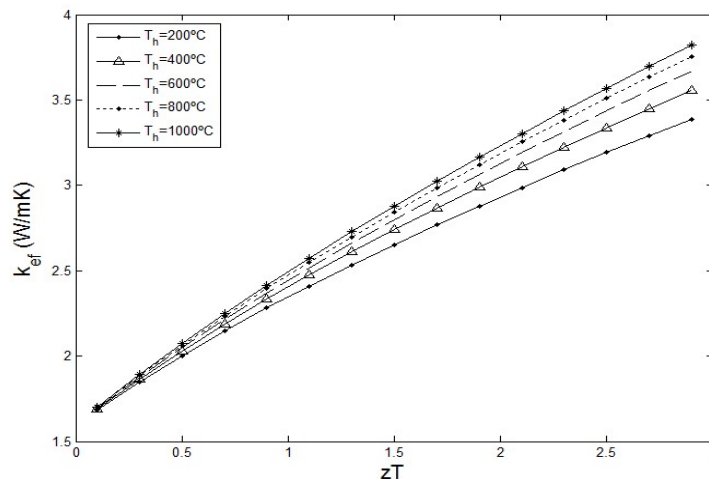


Fig. 3. Variación de κ_{ef} con T_h y zT ($T_c = 27^\circ\text{C}$, $\kappa = 1.6\text{W/mK}$) para el Bi₂Te₃.

Mientras que la κ_{ef} del PbTe en comparación con el Bi_2Te_3 es mayor para las mismas temperaturas T_h y zT (ver Fig. 4).

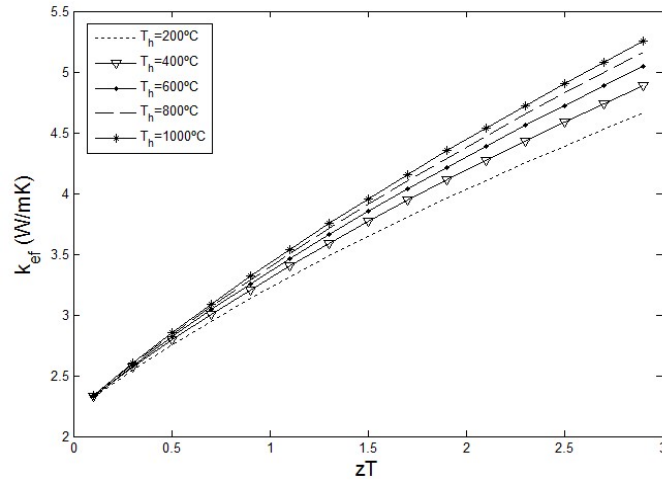


Fig. 4. Variación de κ_{ef} con T_h y zT ($T_c = 27^\circ\text{C}$, $\kappa = 2.2\text{W/mK}$) para el PbTe.

B. Eficiencia Reducida

Se ha mostrado que la eficiencia reducida [17] puede expresarse

$$\eta_r = \frac{u(\alpha - \rho\kappa u)}{u\alpha + \frac{1}{T}} \quad (20)$$

Utilizando la ec. (20) se obtiene la η_r para cada uno de los materiales como función u . Comparando la eficiencia reducida de ambos materiales en función de la corriente reducida (ver Fig. 5), se observa que Bi_2Te_3 tiene mayor eficiencia reducida que el PbTe, alcanzando una eficiencia reducida máxima de $\eta_{r,max}^{\text{Bi}_2\text{Te}_3} = 0.0473$ y $\eta_{r,max}^{\text{PbTe}} = 0.0372$.

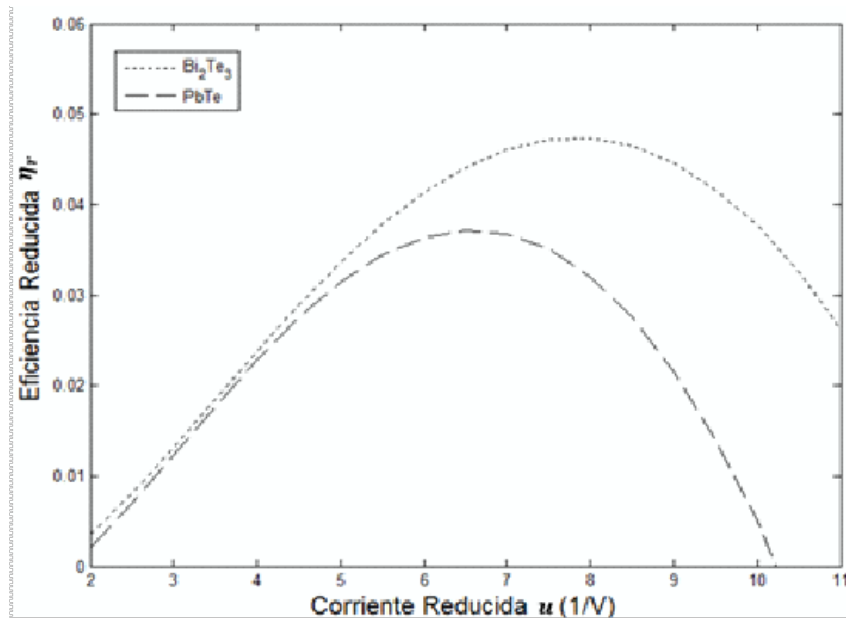


Fig. 5. Eficiencia reducida vs. Corriente reducida de Bi_2Te_3 y PbTe . (Ver figura 8 de la referencia 2).

A partir de la ec. (12) se obtiene que la conductividad térmica (κ) en términos de κ_{ef} ,

$$\kappa = \frac{2(T_h - T_c)}{T_h(1 + zT + \sqrt{1 + zT})} \cdot \frac{\kappa_{ef}}{\left(1 - \left(\frac{T_h}{T_c}\right)^{k_g}\right)} \quad (21)$$

Para obtener η_r como función de κ_{ef} , se sustituye la ec. (21) en ec. (20).

$$\eta_r = u \left\{ \alpha - \rho \left[\frac{2(T_h - T_c)}{T_h(1 + zT + \sqrt{1 + zT})} \cdot \frac{\kappa_{ef}}{\left(1 - \left(\frac{T_h}{T_c}\right)^{k_g}\right)} \right] u \right\} \quad (22)$$

La figura 6 muestra el comportamiento de la η_r del Bi_2Te_3 en términos de u para diferentes valores de $zT = 1, 1.5, 2$, y los valores correspondientes de κ_{ef} usando un valor de $T_c = 27^\circ\text{C}$.

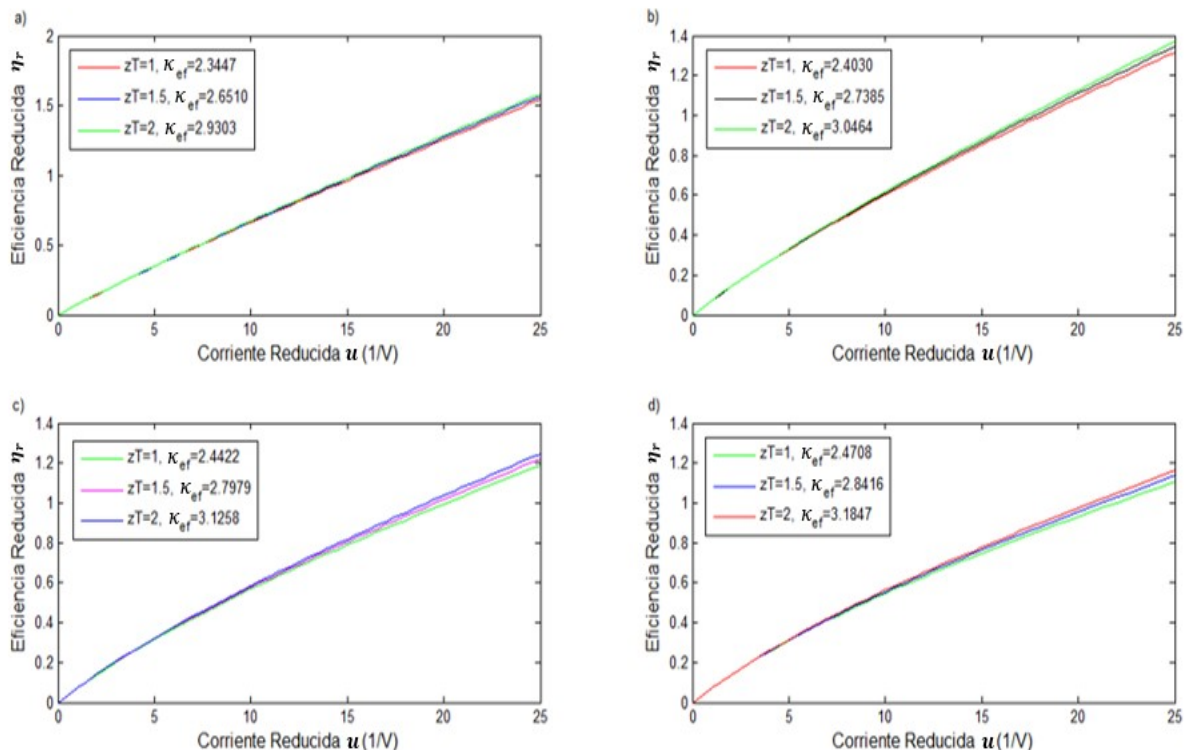


Fig. 6. Eficiencia reducida vs. Corriente reducida dependiente de κ_{ef} para Bi_2Te_3 a diferentes temperaturas (T_h) a) 200°C, b) 400°C, c) 600°C y d) 800°C.

Nótese que con el aumento de T_h la eficiencia reducida η_r disminuye al mismo tiempo para $zT = 2$ se obtienen los mejores valores para η_r .

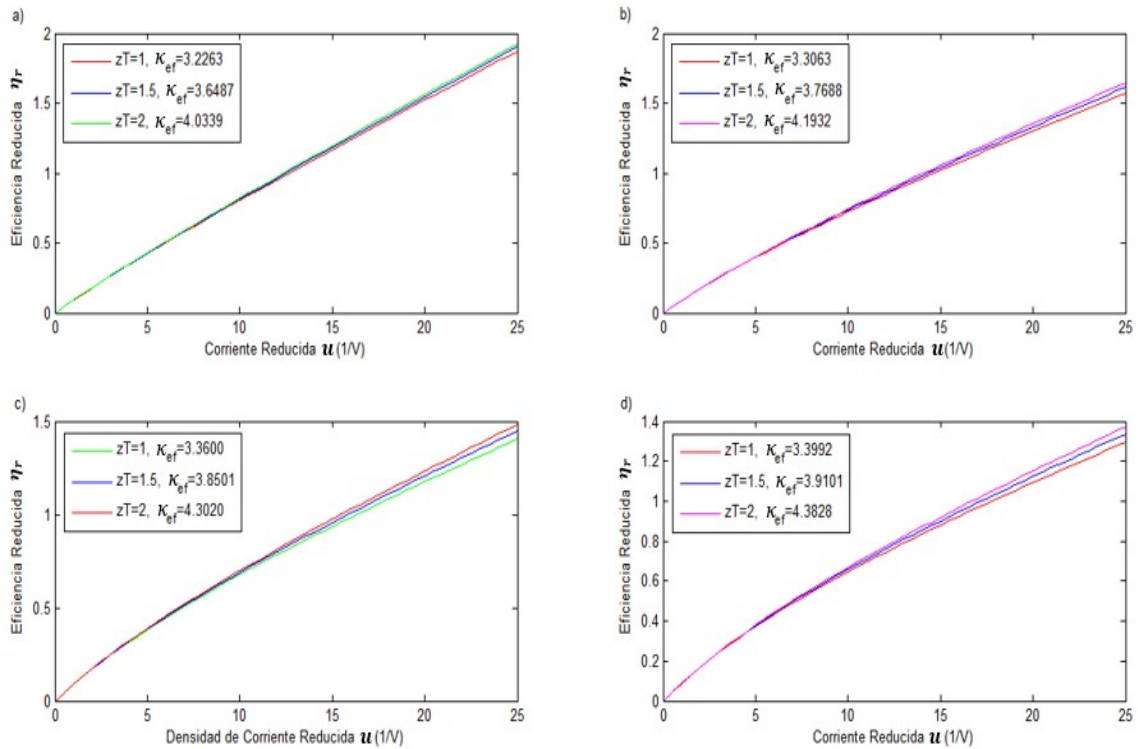


Fig. 7. Eficiencia reducida vs. Corriente reducida dependiente de κ_{ef} para PbTe a) 200°C, b) 400°C, c) 600°C y d) 800°C.

La Fig. 7. muestra la eficiencia reducida del PbTe en función de la corriente reducida. En esta figura los valores de η_r del PbTe son mayores que los correspondientes al Bi_2Te_3 .

C. Calculo de la Potencia Máxima

El diseño de un sistema de TEG normalmente comienza con la elección del intercambiador de calor. Esto se debe a que los intercambiadores de calor son probablemente los componentes físicamente más grandes en el sistema; el módulo termoeléctrico es típicamente pequeño en comparación con el intercambiador de calor.

El incremento de la potencia generada $\frac{P_{max}}{A_{Hx}}$, aumenta con la temperatura T_h pero depende fuertemente del valor considerado para coeficiente de transferencia de calor.

Las figuras 8 y 9 muestran el comportamiento de $\frac{P_{max}}{A_{Hx}}$ cuando se usa aire forzado, $h_{Hx} \approx 0.004 W/cm^2K$ y agua forzada $h_{Hx} \approx 0.6W/cm^2K$ respectivamente.

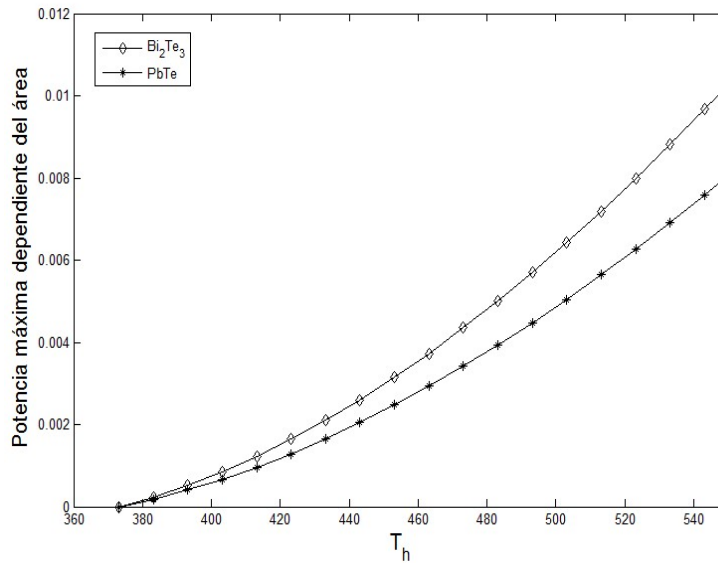


Fig. 8. Potencia máxima dependiente del área vs. T_h , para un valor de $h_{Hx} \approx 0.004 W/cm^2K$.

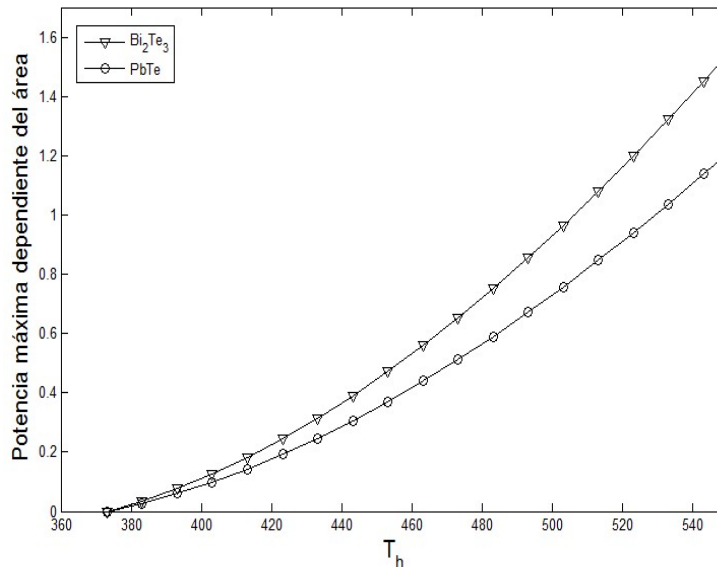


Fig. 9. Potencia máxima dependiente del área vs. T_h , para un valor de $h_{Hx} \approx 0.6W/cm^2K$.

4. Discusión

Como primer punto cabe notar que se han obtenido diferentes valores para la conductividad térmica efectiva por medio de las ec. (12), variando la temperatura caliente (T_h) y al mismo tiempo la figura de mérito (zT), dando como resultado una mejor conducción de calor en el Bi_2Te_3 .

Los valores numéricos obtenidos para $\eta_{r,max}^{\text{Bi}_2\text{Te}_3} = 0.0473$ y $\eta_{r,max}^{\text{PbTe}} = 0.0372$ obtenidos con la ec. (20) corresponden con los valores obtenidos con la ecuación $\eta_{r,lmax} = \frac{\sqrt{1+zT}-1}{\sqrt{1+zT}+1}$ coinciden con los máximos observados (ver Fig. 5). Cabe mencionar que al sustituir la conductividad κ en la ec. (21), la eficiencia reducida aumenta en ambos materiales como se aprecia en las figuras (6, 7). En estas figuras se observa que con $zT = 2$ y $T_h = 800^\circ\text{C}$ se obtienen los valores máximos de eficiencia reducida para ambos materiales.

Por último, los valores numéricos calculados para la potencia máxima $\frac{P_{max}}{A_{Hx}}$ son mayores para Bi_2Te_3 véase las figuras 8 y 9, en comparación con el PbTe . También nótese que con un coeficiente de transferencia $h_{Hx} \approx 0.6 \text{ W/cm}^2\text{K}$ para un intercambiador de calor de agua forzada se obtienen mayores valores para la potencia máxima alcanzando valores mayores a 1, en cambio en el intercambiador de calor de aire forzado muestra valores muy pequeños.

5. Conclusiones

El aumento de la conductividad térmica efectiva (κ_{ef}) es proporcional al aumento de la temperatura, T_h . Así, el PbTe es mejor conductor de calor que el Bi_2Te_3 , ya que en $T_h = 800^\circ\text{C}$ alcanzaron valores de $\kappa_{ef}^{\text{PbTe}} = 5.3 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ y $\kappa_{ef}^{\text{Bi}_2\text{Te}_3} = 3.8 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ respectivamente.

La máxima potencia se obtiene para un intercambiador de calor de agua forzada con un coeficiente de transferencia $h_{Hx} \approx 0.6 \text{ W/cm}^2\text{K}$ usando Bi_2Te_3 como se observa en la Fig.9.

Como comentario final se puede agregar que los resultados de este trabajo han mostrado que los materiales Bi_2Te_3 y PbTe cumplen con buenas propiedades termoeléctricas para la construcción de módulos segmentados.

6. Referencias

- [1] S. Priya, D. J. Inman, *Energy Harvesting Technologies*. 1^o edition. 2009. Springer. New York, USA. 325-335 pp.
- [2] Lauryn L. Baranowski, G. Jeffrey Snyder, Eric S. Toberer, "Effective thermal conductivity in thermoelectric materials". *Journal of Applied Physics*. Vol. 113. No. 204904. 2013.
- [3] G. J. Snyder, E. S. Toberer, "Complex thermoelectric materials". *Nature Mater.* Vol. 7. 105-114 pp. 2008.
- [4] E. S. Toberer, L. L. Baranowski, C. Dames, "Advances in thermal conductivity". *Annu. Rev. Mater. Res.* Vol. 42. 2012. 179-209 pp.
- [5] L. E. Bell, "Cooling, heating, generating power, and recovering waste heat with thermoelectric systems". *Science*. Vol. 321. 2008. 1457-1461 pp.
- [6] L. L. Baranowski, G. J. Snyder, E. S. Toberer, "Concentrated solar thermoelectric generators". *Energy Environ. Sci.* Vol. 5. 2012. 9055–9067 pp.
- [7] Comment on "Effective thermal conductivity in thermoelectric materials". *J. Appl. Phys.* Vol. 113. No. 204904. 2013.
- [8] Response to "Comment on 'Effective thermal conductivity in thermoelectric materials'". *J. Appl. Phys.* Vol. 113. No. 204904. 2013.
- [9] T. J. Seebeck, "Magnetische polarisation der Metalle und Erze durch temperatur-differenz". Technical Report, Reports of the Royal Prussian Academy of Science. Berlin. 1823.

- [10] G. J. Snyder, *Thermoelectric Power Generation: Efficiency and Compatibility*. 2006. CRC Press, Taylor & Francis Group. Boca Raton, FL, USA. Chap. 9.
- [11] G. J. Snyder, T. S. Ursell, "Thermoelectric efficiency and compatibility," *Phys. Rev. Lett.* Vol. 91. No. 14. 148301. 2003.
- [12] J. W. Stevens, "Optimal design of small DT thermoelectric generation systems," *Energy Convers. Manage.* Vol. 42. 2001. 709–720 pp.
- [13] Z. Zhou, D. Zhu, Y. Huang, C. Wang, "Heat sink matching for thermoelectric generator". *Adv. Mater. Res.* No. 6122. 2012. 383–390 pp.
- [14] P. M. Mayer, R. J. Ram, "Optimization of heat sink-limited thermoelectric generators". *Nanoscale Microscale Thermophys. Eng.* Vol. 10. 2006. 143–155 pp.
- [15] W. Seifert, M. Ueltzen and E. Müller, "One-dimensional Modelling of Thermoelectric". *Phys. stat. sol.* Vol. 194. 2002. 277-290 pp.
- [16] EVERREDtronics. <http://www.everredtronics.com/>. Mayo 2015.
- [17] G. Jeffrey Snyder, Tristan S. Ursell, "Thermoelectric Efficiency and Compatibility," *Physical Review Letters*. No. 91-148301. 2003.

7. Autores

Ing. Ana Lilia Nieto Magdaleno. Obtuvo su título de Ingeniero Físico por la Universidad Autónoma Metropolitana unidad Azcapotzalco (UAM – Azcapotzalco), actualmente estudia la Maestría en Ciencias de Ingeniería en Sistema Energéticos en la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME) unidad Culhuacán, del IPN.

Dr. Miguel Ángel Olivares Robles. Recibió el grado de Maestro en Ciencias en Física y el grado de Doctor en Ciencias 1994 y 1997 respectivamente, en la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa (UAM - Iztapalapa). Realizó su Estancia Posdoctoral en el Department of Physics, Ohio University durante los años 1999 y 2000. Actualmente es Profesor Investigador Titular C, definitivo y de tiempo completo en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Culhuacán (ESIME- Culhuacán) del Instituto

Politécnico Nacional (IPN). Miembro del Sistema Nacional e Investigadores (SNI) ininterrumpidamente desde 1997 a la fecha.

Dr. José Jorge Chanona Pérez. Recibió el grado de Maestro en Ciencia en Alimentos y el grado de Doctor en Ciencias de alimentos en 2000 y 2004 respectivamente, en la Escuela Nacional de Ciencias Biológicas del Instituto Politécnico Nacional. Actualmente es Investigador Titular C, definitivo y de tiempo completo. El Dr. Chanona es miembro del Sistema Nacional e Investigadores (SNI).